ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И
ИНФОРМАТИКИ» (МТУСИ)

На правах рукописи

Кленов Николай Викторович

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ЭФФЕКТОВ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Специальности: 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения;
05.27.01 – Твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и наноэлектроника, приборы на квантовых эффектах

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант
д.т.н., профессор Аджемов С. С.

Москва – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 4

Глава 1. Анализ предметной области. Постановка задачи 15

1.1 Когнитивные комплексы приема и обработки сигнала: характеристика современного состояния исследований 15

1.2 Когнитивные комплексы приема и обработки сигнала: проблемы и пути их решения 22

1.3 Сравнительный анализ перспективных технических решений 34

1.4 Выводы к главе 1 48

Глава 2. Фундаментальные основы для реализации предлагаемых технических решений 50

2.1 Макроскопические квантовые эффекты в сверхпроводниках для создания комплексов приема и обработки сигнала 50

2.2 Квантовые и нейросетевые методы анализа поступившего сигнала 63

2.3 Выводы к главе 2 82

Глава 3. Разработка методов исследования базовых элементов и ячеек систем приема и обработки сигнала 86

3.1 Сверхпроводящие джозефсоновские гетероструктуры как базовые элементы систем приема и обработки сигнала 86

3.2 Сверхпроводящие квантовые интерферометры и цепи на их основе как базовые ячейки различных блоков в системах приема и обработки сигнала 103

3.3 Сверхпроводящие джозефсоновские гетероструктуры и интерферометры в квантовом пределе для квантовых блоков обработки сигнала 118

3.4 Выводы к Главе 3. Рекомендации по практическому применению результатов 135

Глава 4. Миниатюризация джозефсоновских гетероструктур и оптимизация их характеристик 137

4.1 Джозефсоновские гетероструктуры с нормальной проводимостью в области слабой связи для миниатюризации элементов в системе приема и обработки сигнала 137

4.2 Компактная фазовая батарея для миниатюризации элементов памяти в системах обработки сигнала 156

4.3 Учет влияния неоднородностей в области слабой связи джозефсоновской гетероструктуры при проектировании ячеек различных блоков в системах приема и обработки сигнала 176

4.4 Выводы к главе 4 190

Глава 5. Компактные джозефсоновские переключатели, вентили и элементы памяти 193

5.1 Джозефсоновский высокочастотный элемент памяти 193

5.2 Управляемый фазовый инвертер для миниатюризации ячеек в системе обработки сигнала 208

5.3 Джозефсоновские элементы для оперативных запоминающих устройств 228

5.4 Выводы к главе 5 241

Глава 6. Квантовые и нейросетевые блоки обработки сигнала 243

6.1 Оптимизация характеристик базовых ячеек квантовых блоков обработки сигнала 243

6.2 Оптимизация принципов осуществления логических операций для квантовых блоков обработки сигнала 254

6.3 Физические процессы в сверхпроводниковых цепях ввода/вывода сигнала 268

6.4 Оптимизация дизайна сверхпроводниковых цепей ввода и вывода сигнала 280

6.5 Минимизация энерговыделения в сверхпроводниковых цепях ввода и вывода сигнала 295

6.6 Выводы к главе 6 309

Глава 7. Принципы построения когнитивных широкополосных сверхпроводниковых приемных систем 312

7.1 Системы на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров как детекторы магнитной компоненты сигнала 312

7.2 Многоэлементные джозефсоновские системы в активных электрически-малых антеннах 326

7.3 Выводы к главе 7. Рекомендации по практическому применению результатов 344

Заключение 350

Благодарности 352

Список литературы 353

Основные публикации по теме диссертации 390

Приложение А. Акты внедрения 397

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Прогресс беспроводных и спутниковых средств связи, других телекоммуникационных и радиолокационных систем на сегодняшний день заметно тормозит острый дефицит частотного ресурса. Решение этой проблемы возможно как за счёт освоения более высоких частотных диапазонов, так и за счёт применения технологии «когнитивного радио». Эта технология позволяет программным образом переключаться между полосами в сверхширокомдиапазоне частот (от условного «нуля» до 100 ГГц), а также адаптивно подстраивать вид и параметры модуляции радиосигнала под условия его распространения. При приёме это с очевидностью означает необходимость использования так называемой «прямой оцифровки» принимаемого сигнала во всём диапазоне принимаемых частот с последующей его цифровой обработкой в реальном масштабе времени. Принципы такой прямой оцифровки, пусть и для достаточно низких несущих частот, активно разрабатываются как в мире, так и в нашей стране (например, под руководством А. В. Пестрякова и в группе С.С. Аджемова) [1].

Ниже представлена блок-схема когнитивной широкополосной (ШП) системы, состоящей всего лишь из широкополосной антенны, совмещенной с малошумящим усилителем (МШУ), аналого-цифрового преобразователя (ШП АЦП) и блока обработки сигнала, включающего и устройства вывода обработанных данных. Пути технической реализации элементной базы для такой системы лежат в центре внимания настоящего исследования.

ШП АЦП. Ключевым элементом рассматриваемой когнитивной системы являются широкополосные высокопроизводительные АЦП, производящие оцифровку быстропеременных сигналов с высоким разрешением для радиосистем сверхвысокочастотного (СВЧ) и миллиметрового диапазонов. Типичные требования к таким АЦП – частота импульсов выборки 60 Гвыб/сек с точностью не менее 6.0 ENOB (эффективных двоичных разрядов, ЭЧБ). Стандартная транзисторная электроника, в силу известных физических и технологических ограничений для «частотных» и «усилительных» параметров микросхем, не смогла взять такую высокую планку.

Эта задача может быть успешно решена с помощью сверхпроводниковых малошумящих АЦП, обеспечивающих в требуемой широкой полосе высоколинейное преобразование аналогового сигнала с динамическим диапазоном до 100 дБ и выше [2-5]. Тактовые частоты таких преобразователей, составляющие 40 – 50 ГГц (недоступные для полупроводниковых аналогов), обеспечивают возможность реализации прямой оцифровки сигналов на частотах до 25 ГГц, соответствующих сантиметровому и миллиметровому диапазонам (X, Ku, K, Ka). На базе сверхпроводниковых АЦП американской фирмой HYPRES (под руководством О. А. Муханова) уже реализованы коммерчески доступные высокоэффективные широкополосные системы сотовой и спутниковой связи. Комбинация широкополосных систем связи со сверхпроводниковыми ком-

плексами обработки сигнала, включающими, в частности, и искусственные нейронные сети, позволяет создавать новые интеллектуальные телекоммуникационные системы в рамках работ по реализации направления Н1 Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации.

Блок приема сигнала. Сверхпроводниковая технология позволяет создавать также элементы активных принимающих систем с предельно высокой чувствительностью к магнитным сигналам: энергетическое разрешение таких элементов (изготовленных, например, в группе Дж. Кларка) достигает $10^{-30}...10^{-32}$ Дж/Гц, причем в отдельных экспериментах было достигнуто отношение $\delta E/\Delta F$ порядка двух постоянных Планка h. Здесь стоит указать, что в исследованиях слабых электрических полей с помощью современных полупроводниковых приборов экспериментаторы только пытаются взять порог 10^{-22} Дж/Гц. Типичные образцы усилителей, работающих по схеме «модулятор-демодулятор» на основе тонких пленок ниобия, продемонстрировали шумовые характеристики на уровне квантового шума на частотах до 8 ГГц, шумовую температуру ниже 1 К и температуру насыщения около 150 К [6, 7]. Смесители на основе гетероструктур сверхпроводник – изолятор – сверхпроводник (SIS), созданные в группе В.П. Кошельца, успешно используются для создания приемников излучения в субтеррагерцовом диапазоне частот [8].

Блок обработки сигнала. На базе этой же сверхпроводниковой технологии уже реализованы быстродействующие процессоры с тактовыми частотами 20–40 ГГц: речь идет о 8-битном процессоре с сокращенным набором команд (англ. restricted instruction set computer, RISC) CORE1Beta в Японии и 8- и 16-битных процессорах FLUX в США [9-13]. На этом направлении развития методов цифровой обработки сигнала получены следующие критически важные для развития всей отрасли результаты:

– частота работы цифрового делителя частоты на базе логического элемента Т-триггер доведена до 750 ГГц, что почти в 8 раз больше такого же показателя для современного полупроводникового аналога [14];

– продемонстрированы (например, в группе В. К. Семенова) вычисления с диссипацией энергии менее 1 аДж на операцию, что на три порядка меньше характерных для «полупроводникового репера» значений [15-17]. Для адекватной оценки последней величины стоит указать, что обычные криокулеры, обеспечивающие требуемую для функционирования сверхпроводниковых устройств температуру, при весе порядка десяти килограмм потребляют 1.2 кВт, тогда как энергопотребление лучших современных суперкомпьютеров доходит до 20 МВт.

На настоящий момент уже достаточно проработаны такие системы, как WCDMA- детектор (Wide Band Code Division Multiple Access) для распознавания пользователей в составе базовой станции систем связи большой емкости (до 500 пользователей на одной несущей частоте с полосой передачи данных до 10ГГц), цифровой коммутатор-маршрутизатор, уже упоминав-

шиеся аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи, а также сигнальные процессоры для работы в составе интегрального приёмника для миллиметровых и субмиллиметровых длин волн [18].

Наконец, проявление в сверхпроводящих структурах квантовых эффектов на макроскопических масштабах обеспечило возможность создания демонстрационного процессора, состоящего из более чем двух тысяч квантовых битов и успешно использованного для поиска глобального экстремума функции многих переменных [19-23]. Здесь стоит отметить вклад работ Дж. Мартинеса, Ф. Нори, Ю. Г. Махлина, А. В. Устинова, О. А. Астафьева, Е. В. Ильичева. При этом в смежной области в нашей стране ведется разработка (под руководством В. П. Кулика) высокопроизводительных шифраторов (10 Гбит в секунду) с квантовым каналом распределения криптографических ключей (обновление – один раз в несколько секунд) для быстрой и абсолютно безопасной передачи информации по оптоволоконным и радиолиниям связи.

Можно выделить три серьезные технологические проблемы, не позволившие до сих пор реализовать очевидный потенциал использования макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках для создания полноценных комплексов приема: это проблема интеграции, проблема интеграции и опять проблема интеграции. Речь идет о

– слишком большом (микронном) размере джозефсоновских туннельных гетероструктур, ключевых элементов упомянутых выше аналоговых и цифровых устройств;

– слишком большом (порядка нескольких микрометров) размере базовых логических элементов, создаваемых на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров, и ячеек для постоянных и оперативных запоминающих устройств (ПЗУ и ОЗУ), работающих с квантами магнитного потока;

– отсутствии технических решений, позволяющих адекватно использовать при обработке сигнала те возможности по радикальному уменьшению количества используемых логических элементов, что открывают известные на сегодняшний день квантовые и нейросетевые алгоритмы.

Поэтому решаемая в настоящей работе **научная проблема** – теоретический и экспериментальный поиск путей увеличения эффективной интеграции в сверхпроводниковых комплексах приема и обработки сигнала – является весьма актуальной.

Цель и задачи работы

Целью данной работы является разработка перспективных путей реализации когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем (КШСС) для приема и обработки сигналов с использованием классических, нейросетевых и квантовых алгоритмов.

Технологии когнитивного радио нуждаются в полностью цифровом модуле приёма и обработки сигнала без применения аналоговых входных фильтров, аналоговых преобразователей частоты, схем автоматической регулировки усиления.

В перспективе это должно привести к:

– расширению полосы приема (до 200 ГГц) и, как следствие, увеличению количества одновременно принимаемых радиосигналов;

– увеличению динамического диапазона (до 160 дБ), что позволяет исключить из схем радиоприёмных устройств систем автоматической регулировки усиления (АРУ);

– повышению чувствительности приемо-передающих устройств (до уровня -300 дБВт), что позволяет расширить зону охвата радиосетей;

– повышению быстродействия (до 10^{13} операций в секунду), что позволит обрабатывать сигналы в широкой полосе частот в реальном времени при затратах энергии на уровне 1 Дж на 10^{15} операций.

Достижение указанной цели потребовало решения ряда задач по разработке физических основ создания элементов и ячеек для перспективного радиоприёмного устройства, включающего:

(*а*) высокочастотные (диапазон частот в пределе до 100 ГГц) и чувствительные (разрешение по магнитному потоку на уровне $\delta\Phi_e \approx 10^{-6}\Phi_0/\sqrt{Гц}$) сверхпроводящие детекторы магнитной компоненты электромагнитного сигнала («Блок приема сигнала»);

(*б*) сверхбыстрые (тактовые частоты до 700 ГГц) энергоэффективные (энерговыделение на операцию ~1аДж) аналого-цифровые преобразователи, способные обеспечить оцифровку получаемого сигнала без предварительного преобразования частоты (ШП АЦП);

(*в*) компактные и энергоэффективные логические цепи и блоки криогенной памяти (ОЗУ и ПЗУ), совместимые со сверхпроводниковыми детекторами и АЦП;

(*г*) нейросетевые и квантовые блоки обработки оцифрованного сигнала;

(*д*) интерфейсные цепи, связывающие сверхпроводящие детекторы и аналого-цифровые преобразователи с блоками обработки сигнала (в том числе и квантовыми), а также обеспечивающих передачу сигнала в цепи полупроводниковой электроники (соединения-«драйверы»).

Научная новизна

Научная новизна работы обусловлена следующими решениями:

1. Использован комплексный подход к разработке универсальной сверхпроводниковой энергоэффективной технологии, пригодной для реализации КШСС с высокой скоростью цифровой обработки радиосигналов за счет использования классических, нейросетевых и квантовых алгоритмов. Созданы и прошли апробацию при разработке устройств методики для анализа процессов переноса заряда в компактных джозефсоновских элементах и фазовых батареях (с учетом особенностей влияния топологии при переходе к наноразмерным структурам), входя-

щих как в состав ШП АЦП, так и в состав RISC процессора, нейросетевого и квантового блока обработки сигнала.

2. Применяется согласованный анализ процессов как в отдельных джозефсоновских элементах, так и в цепях на их основе, обеспечивающий возможность выполнения требований к блокам КШСС: созданы методики для анализа и оптимизации характеристик как отдельных элементов, так и систем в составе постоянных и оперативных сверхпроводниковых запоминающих устройств, квантовых регистров, нейронов и синаптических связей для увеличения скорости цифровой обработки радиосигналов.

3. Использована методика анализа макроскопических квантовых эффектов в многоконтактных и многоконтурных сверхпроводящих квантовых интерферометрах с магнитными джозефсоновскими контактами впервые:

– при разработке цепей управления для производительных и энергоэффективных адиабатических квантовых вычислений;

– для исследования возможностей интеграции искусственных нейронных сетей в системы обработки оцифрованного сигнала со встроенной магнитной джозефсоновской памятью.

4. Применен метод построения высоко-линейных последовательных и последовательно-параллельных цепочек сверхпроводящих квантовых интерферометров и систем на их основе для расширения частотного диапазона радиоприёмных устройств, а также для увеличения динамического диапазона, свободного от паразитных составляющих.

Теоретическая и практическая значимость работы; внедрение её результатов

Оптимизация элементов КШСС потребовала решения ряда значимых фундаментальных теоретических задач, среди которых:

1) анализ специфических проявлений эффекта близости в джозефсоновских гетероструктурах субмикронного размера с непосредственной проводимостью в области слабой связи, построение «диаграммной техники» для процессов токопереноса в таких структурах;

2) изучение механизмов, определяющих вид ток-фазовых зависимостей для джозефсоновских гетероструктур с магнитными материалами в области слабой связи;

3) самосогласованный анализ поведения коллектива носителей заряда в гетероструктурах со сверхпроводящими, изолирующими, магнитными слоями и слоями нормального металла;

4) исследование статических характеристик и специфики динамических процессов, протекающих в гетероструктурах со сверхпроводящими, изолирующими, магнитными слоями и слоями нормального металла;

5) анализ особенностей макроскопической квантовой интерференции в джозефсоновских цепях, содержащих несколько сверхпроводящих контуров;

6) разработка специализированных методов анализа джозефсоновских цепей в квантовом пределе;

7) изучение динамики джозефсоновских квантовых битов под действием управляющих полей пикосекундной длительности

8) самосогласованный анализ динамики квантовых битов и связанных с ними квазисолитонных возбуждений в джозефсоновских средах;

9) создание специализированных методик расчета и оптимизации характеристик сверхпроводниковых активных антенных систем.

Полученные результаты позволяют уменьшить более чем в 2 раза характерные размеры на плоскости базовых элементов КШСС; дают возможность увеличить более чем на 20 дБ предельную линейность и динамический диапазон активной приемной системы. Также разработанные методы и подходы открывают возможность уменьшить более чем на порядок (до десятков пикосекунд) длительность операций «Запись» и «Считывание» в криогенных блоках памяти в составе КШСС, а также базовых логических операций для квантового блока обработки сигнала, увеличив до 100 ГГц предельную тактовую частоту функционирования элементов блока цифровой обработки сигнала. Найден способ уменьшить диссипацию энергии в элементах нейросетевого блока обработки сигнала более чем на два порядка до уровня менее 10 аДж на операцию.

Результаты диссертации были использованы при разработке устройств сверхпроводниковой электроники для радиотехнических применений в рамках ряда научно-исследовательских работ. При реализации федеральных целевых программ «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России» и «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» были успешно выполнены следующие исследования:

- «Разработка технологии получения конструкционных наноматериалов для ВТСП проводов 3-го поколения» (2014–2015);
- «Разработка миниатюрного интегрального СВЧ-СКВИД–усилителя сигналов С-диапазона на основе тонких пленок ВТСП для спутниковых бортовых систем связи» (2013);
- «Сверхпроводниковый спиновый вентиль на основе джозефсоновского перехода с прослойкой из изолятора, сверхпроводника и ферромагнетика» (2012–2013);
- «Исследование нелинейно-оптических процессов в высокоинтенсивных лазерных импульсах ультракороткой длительности для разработки методов диагностики и управления процессами со сверхвысоким временным и пространственным разрешением» (2010–2012);
- «Исследование процессов в новых устройствах электроники на основе квантования переноса заряда и магнитного потока» (2009–2010).

В рамках проектов Российского Фонда Фундаментальных Исследований и Совета по грантам Президента Российской Федерации проводились (в том числе и под руководством автора диссертации) следующие работы:

- «Физические основы создания компактной и быстрой джозефсоновской памяти, сопряженной с энергоэффективной сверхпроводниковой электроникой» (2014-2015);
- «Когнитивные комплексы приема, обработки и защиты информации на основе сверхпроводниковой элементной базы нового поколения» (2016-2018).

В МТУСИ результаты работы использовались для исследования новых методов обработки широкополосного группового сигнала в научно-исследовательских работах «Экспедиция-2020-МТУСИ», «Экспедиция-2020-МТУСИ-2», «Эстафета-Ф-МТУСИ», «Эстафета-2030-МТУСИ».

Также результаты диссертации использовались при совершенствовании учебного процесса в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, при подготовке бакалаврами и магистрантами выпускных квалификационных работ, что подтверждено соответствующими документами.

В перспективе когнитивные широкополосные сверхпроводниковые системы для приема и обработки сигналов должны послужить основой для создания:

— стационарных станций радиосвязи, работающих с большим количеством источников сигналов разного уровня, для увеличения их производительности и «пропускной» способности, для одновременного приема контента различного типа и назначения;

— систем, реализующих задачи удаленного доступа к вычислительным центрам и «облачные» технологии хранения и обработки информации;

— комплексов, реализующих новые принципы функционирования систем защиты информации посредством программно-определяемой связи, в рамках которой частота и тип кодировки радиосигнала устанавливается динамически в широкой полосе частот;

— программно-аппаратных комплексов специального назначения.

Методы исследования, достоверность полученных результатов

Основные теоретические результаты по оптимизации базовых элементов КШСС были получены автором с использованием аналитических и численных методов решения граничных задач для интегро-дифференциальных уравнений квазиклассической микроскопической теории сверхпроводимости применительно к различным геометриям многослойных гетероструктур. Численный расчет характеристик переноса заряда в джозефсоновских контактах производился на основе самосогласованного решения уравнений Узаделя итерационным методом с использованием схемы продольно-поперечной прогонки. Многоэлементные цепи с джозефсоновскими контактами анализировались на основе обобщенной резистивной модели, где ток фазовая зави-

симость представлялась в виде ряда Фурье с амплитудами гармонических компонент, полученными из микроскопического рассмотрения. Выводы аналитических исследований были проверены и развиты при помощи численного моделирования, выполненного на высокопроизводительных вычислительных комплексах (например, на суперкомпьютерном кластере Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского). Результаты работы выдержали экспериментальную проверку в различных исследовательских группах в нескольких странах (РФ, США, Германия) и активно применяются в продолжающихся в этой области исследованиях.

Личный вклад

Автором была предложена концепция единых сверхпроводниковых систем для приема и обработки информации с использованием классических, нейросетевых и квантовых алгоритмов [A2, A8, A11, A12, A32, A33, A77-A79]. Под вытекающие из такой концепции задачи были разработаны или оптимизированы ключевые элементы и ячейки (джозефсоновские контакты и системы на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров) [A7, A10, A14, A16, A18, A19, A23, A27, A30, A34, A40].

Автором лично было выполнено численное моделирование физических процессов в многоэлементных джозефсоновских структурах (в том числе с учетом флуктуаций) с помощью программного комплекса PSCAN, а также другого современного программного обеспечения [A20, A22, A26, A28, A36, A37, A39, A49-A55, A58]. Автором были оптимизированы на основе результатов экспериментальных исследований с учетом целей настоящей работы топологии и характеристики как отдельных джозефсоновских гетероструктур и сверхпроводящих квантовых интерферометров, так и их последовательных и параллельно-последовательных цепочек [A4-A6, A29, A38, A57, A67-A76]. Также была разработана методика оптимизации элементов «магнитной» памяти для интеграции в состав блока обработки сигнала [A13, A21, A24, A27, A60, A61]. Автор принимал личное участие в экспериментальной отработке методов характеризации ключевых элементов и ячеек.

Лично автором была создана представленная концепция использования адиабатических сверхпроводящих цепей для реализации маловозмущающих логических операций на субнаносекундных временах и процедур измерения в квантовом блоке обработки сигнала [A1, A3, A15, A17, A20, A22, A25, A31, A35, A42, A53, A56, A62-A66].

Апробация результатов

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на научных семинарах:

– лаборатории криоэлектроники и кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова,

– Института Радиотехники и Электроники им. В.А. Котельников РАН,

– Всероссийского научно-исследовательского института автоматики им. Н.Л. Духова,

– ННГУ им. Н.И. Лобачевского и НГТУ им. Р.Е. Алексеева,

– Национального исследовательского технологического университета «МИСиС».

Основные положения и результаты диссертации были представлены на 60 международных конференциях и симпозиумах, среди которых:

– международные конференции по прикладной сверхпроводимости (*Applied Superconductivity Conference, ASC*) в 2004, 2006, 2008, 2010, 2012 и 2014 годах, причем в 2012 году одна из сессий включала в название упоминание предложенного автором инновационного решения: «SQIFs, BiSQUIDs and Arrays»;

– международные конференции по сверхпроводниковой электронике (*International Superconductive Electronics Conference, ISEC*) в 2005, 2007, 2009, 2013, 2015 и 2017 годах;

– международные конференции по теории и применениям сверхпроводимости (*European Conference on Applied Superconductivity, EUCAS*) в 2005, 2007, 2009, 2013, 2015 и 2017 годах;

– объединенная конференция в честь столетия открытия сверхпроводимости (Superconductivity Centennial Conference, EUCAS-ISEC-ICMC) в 2011 году;

– международные симпозиумы «*Нанофизика и Наноэлектроника*» в 2005, 2006, 2009-2017;

– международные семинары по вихревым структурам в сверхпроводниках (*Combined ESF Vortex and ESF PiShift Workshop* и *Int. Conf. on Vortex Matter in Nanostructured Superconductors, Vortex*) в 2004, 2007, 2009 и 2013 годах;

– международные конференции по микро- и наноэлектронике (*Int. Conf. "Micro- and nanoelectronics", ICMNE*) в 2007, 2009, 2014, 2016 годах;

– всероссийская конференция (с международным участием) «*Радиоэлектронные средства получения, обработки и визуализации информации*» (*РСПОВИ*) в 2016 году;

– международная отраслевая научно-техническая конференция «*Технологии информационного общества*» в 2017 и 2018 годах.

В общей сложности по теме диссертации было сделано 107 докладов.

Публикации

По результатам вошедших в диссертацию исследований опубликовано 112 научных трудов и 5 учебных пособий, среди которых 58 статей в журналах, индексируемых поисковыми системами Web of Science и/или Scopus. Сверх того, имеется еще 8 статей в журналах, рекомендованных ВАК, но не имеющих на момент публикации переводной версии, учитываемой международными поисковыми системами (всего 22 публикации в российских журналах из списка

ВАК). Результаты диссертации были использованы при создании 9 патентов РФ и 3 патентов США.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанные джозефсоновские гетероструктуры с непосредственной проводимостью в области слабой связи в топологии «мостик переменной толщины» позволяют существенно (до 200 нм) уменьшить размеры сверхпроводниковых элементов в составе блока обработки сигнала КШСС.

2. Разработанные джозефсоновские гетероструктуры со сверхпроводящими, изолирующими и магнитными слоями в области слабой связи позволяют существенно (до 500 нм) уменьшить размеры базовых элементов сверхпроводниковых запоминающих устройств в составе блока обработки сигнала КШСС.

3. Разработанные джозефсоновские гетероструктуры со сверхпроводящими, изолирующими и магнитными слоями в области слабой связи позволяют для устройств хранения информации в составе КШСС

– уменьшить длительность операции «Считывание» до 10 пс;

– добиться аналогичной длительности операции «Запись» для элементов оперативных запоминающих устройств.

4. Разработанные энергоэффективные джозефсоновские передающие линии для управления и считывания состояний в квантовых блоках обработки сигналов КШСС позволяют на два порядка (до пикосекундных масштабов) уменьшить длительность логических операций, а также реализовать неразрушающую операцию «Считывание».

5. Разработанные ячейки адиабатических джозефсоновских передающих линий в составе нейросетевых блоков обработки сигналов КШСС позволяют на четыре порядка (до аттоджоулевых масштабов, порядка 10^{-18} Дж/операция) уменьшить выделение энергии при функционировании нейронов и синапсов.

6. Предложенная методика построения электрически малых активных антенн на основе последовательных цепочек сверхпроводящих квантовых интерферометров позволяет без использования цепей обратной связи осуществлять преобразование магнитной компоненты сигнала в отклик напряжения с коэффициентом преобразования до 8000 мкВ/мкТ и линейностью более 100 дБ.

7. Совокупность разработанных элементов и схемотехнических решений позволяет реализовать в одном криогенном пакете широкополосную радиоприемную систему, состоящую из:

– широкополосной антенны, совмещенной с малошумящим усилителем, базовые ячейки которого функционируют в частотном диапазоне до 100 ГГц с возможностью увеличения динамического диапазона;

– аналого-цифрового преобразователя и блока обработки сигнала с увеличенным быстродействием за счет использования сверхпроводящих искусственных нейросетей и магнитной памяти, совместимой с логическими цепями, для элементов которых тактовая частота достигает 100 ГГц.

Соответствие положений выбранной специальности

Выносимые на защиту положения относятся к специальности «05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения», включающей, согласно паспорту, «вопросы исследования и создания теории новых электромагнитных явлений и устройств, новых принципов работы систем, устройств и их элементов ... радиотехнических устройств». Положение 7 относится к определенной в паспорте специальности области исследований, включающей «исследование новых процессов и явлений в радиотехнике, позволяющих повысить эффективность радиотехнических устройств», а также ««разработку методов и устройств … обработки и хранения информации»». Положения 4 и 5 относятся к определенной в паспорте специальности области исследований, включающей «разработку перспективных информационных технологий, в том числе цифровых, а также с использованием нейронных сетей … в радиотехнических устройствах».

Положение 6 относится к определенной в паспорте специальности области исследований, включающей «разработку устройств ... преобразования радиосигналов в радиосредствах различного назначения».

Выносимые на защиту Положения 1, 2 и 3 относятся к специальности «05.27.01 Твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и наноэлектроника, приборы на квантовых эффектах», включающей, согласно паспорту создание «новых и совершенствование существующих твердотельных электронных приборов, радиоэлектронных компонентов, изделий микро- и наноэлектроники, приборов на квантовых эффектах, включающая проблемы и задачи, связанные с разработкой научных основ, физических и технических принципов создания и совершенствования указанных приборов, компонентов», «разработку и исследование физических принципов» такого создания.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ ПРОБЛЕМНОЙ ОБЛАСТИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Когнитивные комплексы приема и обработки сигнала: характеристика современного состояния исследований

Стремительное развитие современного мира диктует новые требования к объемам получаемой, передаваемой, обрабатываемой и хранимой информации. При этом подходы и принципы, широко используемые в современных информационных технологиях для поиска ответов на постоянно возникающие вызовы, упираются в своей производительности в ограниченные возможности современной элементной базы.

Для продвижения на пути к телекоммуникационным системам нового поколения на сегодняшний день крайне важны следующие научно-технологические задачи:

- ✓ более эффективное использование доступного диапазона частотного спектра;
- ✓ расширение этого «доступного диапазона» в сторону более высоких частот;
- ✓ увеличение чувствительности всех систем, отвечающих за прием сигнала;
- ✓ расширение функционала для систем приема и обработки [А76].

Согласованное решение перечисленных задач позволит успешно бороться за потребителя в самых разных сферах общественной и экономической жизни: от систем голосовой связи и до радиоэлектронного наблюдения и радиоэлектронной борьбы [А76].

Известные пути решения возникающих задач с использованием традиционной аналоговой электроники имеют ряд недостатков, ограничивающих производительность телекоммуникационных систем в сложной сигнальной и помеховой обстановке, среди которых:

– деградация с ростом частоты характеристик основных элементов;

– нелинейность используемых преобразований сигнала;

– большие вносимые потери;

– высокие требования к цепям согласования и волноводным соединительным линиям [А76].

Степень интеграции используемых микросхем ограничивается дифракционным пределом света. *Скорость обработки информации* в современных чипах ограничена как предельной частотой переключения транзисторов, так и скоростью передачи сигнала (RC-задержками) в интерсоединениях. Такие «RC-задержки» не зависят существенно от характерных размеров системы и, более того, увеличиваются при значительном их уменьшении из-за вступления в игру рассеяния электронов на многочисленных границах разделов между различными материальными средами, а также из-за квантовых эффектов. *Скорость передачи информации* в пространстве при использовании радиоэлектронной техники фундаментально ограничена относительно узкими полосами частот используемого излучения, а также количеством доступных радиочастотных диапазонов.

Для сохранения высоких темпов развития телекоммуникационных и радиолокационных технологий и, шире, технологий, подразумевающих обработку слабых на фоне шумов широкополосных сигналов, необходимо совершенствовать как аппаратную базу, повышая рабочие частоты, увеличивая её быстродействие, производительность и энергоэффективность, так и математические методы обработки поступающих данных.

Системы, работающие в гигагерцовом диапазоне, можно разделить на

– сравнительно узкополосные, с шириной полосы уже десятков мегагерц и отношением ширины полосы к центральной частоте до 10%, где работают традиционные методы синтеза передаваемого сигнала (смесители и системы с фазовой автоподстройкой частоты),

– широкополосные, с шириной полосы выше десятков мегагерц и высоким отношением полосы сигнала к его центральной частоте (50-100%). В последнем случае единственным способом формирования базового сигнала является прямой цифровой синтез выходного сигнала. К таким системам относятся:

1) сверхширокополосные радиолокаторы (с синтезированной апертурой с центральной частотой выше 1 ГГц до 10 ГГц), которые позволяют достичь высокого разрешения как по линейным размерам (лучше 1 м для локаторов космического базирования), так и по компонентам скорости. Такие радиолокаторы достигают высокой селективности движущихся целей от различного рода помех, а также дают существенный выигрыш по сравнению с традиционными узкополосными локаторами при работе с целями, снабженными радиопоглощающими покрытиями.

2) различного рода помехоустойчивые широкополосные системы передачи данных, в том числе системы с псевдошумовой модуляцией и с псевдослучайно изменяемыми частотами передачи.

3) системы с одновременным синтезом нескольких произвольных частот, например, многополосные радиолокаторы, излучающие сигнал в трех и более частотных полосах одновременно, широкополосные радиосистемы с дискретной многочастотной схемой модуляции.

Создание широкополосных систем миллиметрового диапазона сдерживается ограниченными возможностями современных полупроводниковых цифровых устройств. Последнее связано с необходимостью создания как высокоскоростных аналого-цифровых (АЦП), так и цифро-аналоговых (ЦАП) преобразователей. Основным требованием к высокоскоростным ЦАП является способность формировать выходной сигнал с частотой до нескольких гигагерц, то есть иметь скорость передачи цифровых данных не ниже 10^9 слов в секунду и время установления выходного напряжения не хуже 200 пс.

Одним из перспективных направлений согласованного совершенствования аппаратной и программной частей является внедрение технологий «когнитивной обработки сигнала», спо-

собных получать и использовать информацию об актуальной эксплуатационной среде, динамически и автономно корректировать свои параметры и протоколы для достижения заранее поставленных целей, обучаться на основе полученных результатов [1, 2]. Основными особенностями когнитивных информационных технологий являются: способность извлекать и анализировать информацию из окружающего радио пространства; предсказывать изменения канала связи; оптимальным образом подстраивать свои внутренние параметры, адаптируясь к изменениям радио среды. Причем серьезный интерес в последнее время вызывает организация когнитивных радиосистем с использованием контрольного гармонизированного канала (Cognitive Pilot Channel, CPC), через который передается минимальная достаточная информация, касающаяся полос частот, технологий радиодоступа, служб и состояния загруженности спектра в местоположении терминала.

Можно предположить, что системы радиосвязи, построенные с использованием технологий «когнитивной обработки сигнала», будут:

– работать на всех частотах от 9 кГц до 100 ГГц и выше с использованием по возможности узкополосных каналов управления с шириной полосы менее 50 кГц (порядка 3 кГц для ультракоротких волн);

– принимать/передавать и модулировать/демодулировать сигнал во всех полосах частот и всех режимах модуляции;

– допускать возможность программно-определяемого перестроения собственных параметров.

Перспективные цели концепции можно определить как:

– расширение полосы приема (до 200 ГГц) и, как следствие, увеличении количества одновременно принимаемых радиосигналов;

– увеличение динамического диапазона (до 160 дБ), что позволяет исключить из схем радиоприёмных устройств систем автоматической регулировки усиления (АРУ);

– повышение чувствительности приемо-передающих устройств доуровня – 300 дБВт, что позволяет расширить зону охвата радиосетей;

– повышение быстродействия (уменьшение времени на одну логическую операцию до уровня 1 … 10 пс), что позволит обрабатывать сигналы в широкой полосе частот в реальном времени.

Представляется, что реализация прямой «оцифровки» сигнала с антенны в радиоприемном тракте – необходимое условие для достижения перечисленных ориентиров. Отсутствие аналогового частотного преобразования, как в схеме супергетеродинного приёмника, благотворно сказывается на ряде технических характеристик приёмника:

– радикально упрощается аналоговый тракт, что ведёт к уменьшению габаритов и потребления энергии, уменьшению линейных и нелинейных искажений, увеличению надёжности изделия, идентичности каналов;

– отсутствует синтезатор частот, что позволяет повысить быстродействие и спектральную чистоту обрабатываемого сигнала;

– отсутствие аналогового смесителя приводит к увеличению односигнальной динамики.

Недостатком схемы прямого цифрового преобразования является меньшее значение мощности блокирующих помех, что является следствием отсутствия селективности внутри рабочего диапазона. Кроме того, повышаются требования к линейности аналогового тракта.

Более наглядно уровень требований, возникающих в этом случае к современным системам приема и обработки сигнала, можно представить на следующем модельном примере повышения возможностей радиолокационных систем за счет использования сверхширокополосных сигналов и адаптивных методов обзора пространства, в том числе программного. Для повышения возможностей обнаружения перспективных целей в воздушном и космическом пространстве создаются сложные радиолокационные станции (РЛС), состоящие из нескольких отдельных модулей, работающих в разных диапазонах волн и управляемых общим «командным центром». Однако при всей своей эффективности они имеют большую стоимость и требуют большого количества обслуживающего персонала. Внедрение многопозиционных методов обнаружения воздушных целей до последнего времени ограничивалось сложностью технической реализации алгоритмов совместной обработки принимаемых сигналов. Развитие методов широкополосной высокоскоростной передачи информации позволяет обеспечить реализацию методов оптимального многопозиционного приема и обработки сигналов. Вопросы построения и обработки сигналов в многопозиционных системах широко исследованы во многих работах, в том числе отечественных [3-8]. Основные преимущества многопозиционных систем обнаружения летательных аппаратов заключаются:

– в повышении мощности суммарного принимаемого сигнала за счет многопозиционного разнесенного приема;

– в снижении уровня флуктуационных потерь за счет приема на разнесенных позициях статистически независимых пространственно некогерентных сигналов;

– в повышении точности и разрешающей способности по угловым координатам за счет многопозиционного приема и обработки сигналов, а также применения широкополосных сигналов;

– в повышении вероятности обнаружения летательных аппаратов за счет излучения и приема статистически независимых ансамблей сигналов, в том числе широкополосных;

– в возможности реализации эффективных методов адаптивной пространственно-временной обработки сигналов, в том числе с использованием методов пространственно-временного кодирования.

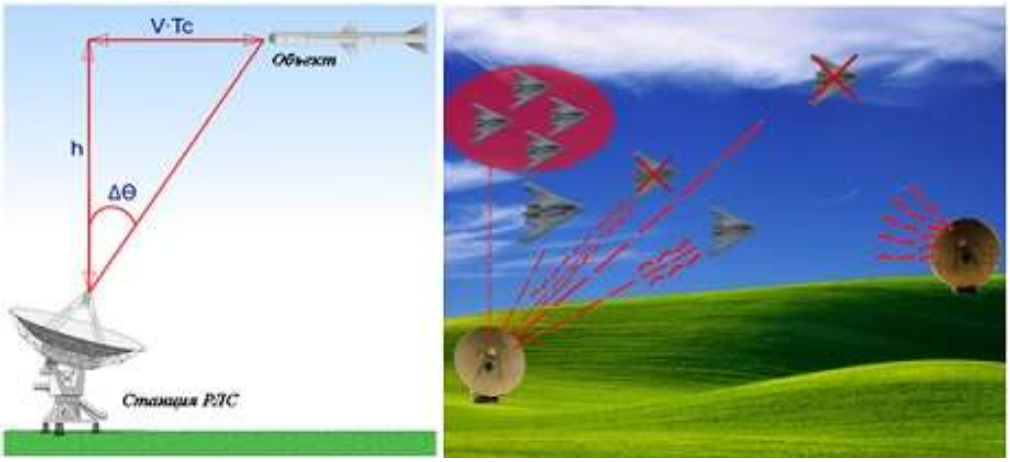


Рисунок 1.1.1 – Схематическое изображение перемещения объектов в зоне действия РЛС.

Выбор оптимальных параметров радиолокационных сигналов должен базироваться на требованиях к техническим характеристикам перспективных РЛС, обеспечивающих контроль космического пространства. В настоящее время требования к РЛС, решающим такие задачи, формулируются следующим образом:

1) РЛС должна обеспечивать точность определения угловой координаты $\Delta\theta = 5"$;
2) РЛС должна обеспечивать пространственное разрешение $\Delta R = 1$ м.

Исходя из требуемого углового разрешения, можно определить требуемую базу РЛС (расстояние между отдельными станциями) как

$$D = \frac{1{,}22\,\lambda}{\Delta\theta}.$$

При использовании длины волны $\lambda = 0{,}1$ м имеем $D = 5083$ м. Ширина спектра сигнала выбирается исходя из требуемого разрешения по формуле

$$\Delta f = \frac{c}{2\Delta R}.$$

Таким образом, длительность одного импульса (чипа) должна выбираться из соотношения

$$\tau_{\text{и}} = \frac{1}{\Delta f}.$$

Длину псевдо-случайной последовательности (ПСП) при обработке такого сигнала следует выбрать так, чтобы длительность ПСП не превышала времени существенного перемещения объекта (обозначения для параметров модельной задачи приведены на рисунке):

$$L_{\text{ПСП}} \leq \frac{h \cdot tg\Delta\theta}{v \cdot \tau_{\text{и}}}.$$

В наиболее сложном для обнаружения случае (зенитное движение объекта на минимальной высоте) при h = 100000 м (линия Кармана), v = 7910 м/с (первая космическая скорость) имеем

$$L_{\text{ПСП}} \leq 4{,}6 \cdot 10^4.$$

Особенный интерес представляют варианты реализации многопозиционных систем обнаружения с использованием набора независимых (взаимно ортогональных), в том числе широкополосных, сигналов. Реализация данных систем в пространственно многоканальном виде с использованием ортогональных зондирующих сигналов, в частом случае, позволяет организовывать параллельный обзор пространства. За рубежом такие виды радиолокационных систем получили название MIMO (multiple input – multiple output) радиолокационных систем.

С учётом обеспечения необходимого количества кодов для построения ансамбля широкополосных ортогональных радиолокационных сигналов представляется целесообразным использовать последовательности Голда. Длина последовательностей Голда определяется соотношением $L = 2^m - 1$, где m – длина порождающего сдвигового регистра.

Таким образом, максимальная длина последовательности Голда, удовлетворяющая выведенному выше условию, равняется $L = 2^{15} - 1 = 32767$. Длина порождающего сдвигового регистра m = 15. Размер ансамбля широкополосных ортогональных радиолокационных сигналов в данном случае равен $N = 2^{15} + 1 = 32769$, что обеспечивает широкие возможности построения пространственно распределённых радиолокационных систем.

Из приведённых оценок видно, что обработка широкополосных радиолокационных сигналов в многопозиционных радиолокационных системах требует больших вычислительных мощностей на:

– быстрое вычисление взаимнокорреляционных функций длинных псевдослучайных последовательностей;

– решение систем линейных уравнений при совместной обработке сигналов от различных источников в MIMO системах.

До недавнего времени продвижение на указанных направлениях обеспечивалось во многом за счет последовательного улучшения характеристик и снижения стоимости элементов полупроводниковой компонентной базы путем уменьшения линейных размеров («масштабирования») устройств логики и памяти в используемых микросхемах, в соответствии с так называемым «законом Мура». Уменьшение габаритов транзисторов в микросхеме помогало, они потребляли меньше энергии и работали с большей тактовой частотой. На сегодняшний день потенциал для такого экстенсивного развития представляется близким к исчерпанию: представленные в 2017 году процессоры KabyLake и Zen от Intel и AMD уже содержат примерно столько же транзисторов, сколько и передовые представители предыдущего поколения

Приведем пару наглядных для разработчиков интеллектуальных телекоммуникационных систем примеров.

Пример 1. Широкополосные высокопроизводительные аналого-цифровые преобразователи (АЦП) являются важнейшими устройствами в составе систем связи для радиолокации и оп-

тической связи для оцифровки быстропеременных сигналов с высоким разрешением. Типичные требования к таким АЦП – частота импульсов выборки 60 Гвыб/сек с точностью не менее 6.0 эффективных двоичных разрядов (ENOB, ЭЧБ). Повышение основного показателя производительности АЦП – произведения «разрешение-на-частоту отсчетов» – столкнулось с неспособностью традиционной полупроводниковой компонентной базы уменьшить (1) апертуру джиттера тактового сигнала дискретизации и (2) неопределенность во времени срабатывания схемы компаратора за счет повышения быстродействия используемых элементов [9, 10].

Пример 2. Хотя современные процессоры в составе интеллектуальных телекоммуникационных систем уже обладают достаточной производительностью, чтобы решать нечетко поставленные задачи, способность к решению которых существует у биологического мозга, но при этом тепловыделение в процессоре экспоненциально растёт по мере его усложнения [11]. В частности, для того, чтобы смоделировать активность мозга кошки, хотя бы со в 100 раз меньшей скоростью, необходимо было использование суперкомпьютера BlueGene/P (IBM) с 147456 параллельными процессорами и 144 ТБ памяти [12].

К последнему примеру стоит добавить, что потребление энергии самого мощного современного современного суперкомпьютера – китайского Sunway Taihulight с производительностью 93 петафлопс (1 петафлопс – 10^{15} операций в секунду) составляет 15.4 МВт при энергоэффективности 6 Гфлопс/Вт [13, 14]. Это означает, что при использовании традиционных полупроводниковых технологий в системаъх приема и обработки сигнала рабочая частота в любом случае будет ограничена на уровне 4… 5 ГГц из-за крайне высокого тепловыделения во всех логических элементах и соединениях.

Необходимо также совершенствование антенных систем для развития концепции когнитивной обработки данных: на краю соты системы транкинговой связи приходится иметь дело с сигналами на уровне 174 дБВт; рядом с передатчиком системы транкинговой связи – 4 дБВт; разница между «близким» и «далеким» передатчиками может составлять 170 дБВт. Это заставляет искать новые принципы и методы детектирования сверхслабых сигналов как на фоне шумов, так и на фоне других «мощных» сигналов.

Для применения коммутаторов-маршрутизаторов нового типа также имеется ниша, не заполненная на необходимом уровне существующими технологиями, при условии, что разрабатываемые устройства обеспечивают ввод и обработку информационного потока со скоростью 50– 500 Гб/с на канал и тепловыделение не более 1 Вт на кристалл, при числе коммутируемых каналов от 4 × 4 до 256 × 256.

1.2. Когнитивные комплексы приема и обработки сигнала: проблемы и пути их решения

Проблемам реализации элементной базы, отвечающей требованиям к перспективным радиотехническим комплексам для работы с широкополосным групповым сигналом, за счет использования чрезвычайно быстрой (с тактовой частотой для простейших устройств порядка 700 ГГц) и энергоэффективной электроники на основе сверхпроводящих квантовых устройств посвящена основная часть настоящей работы.

Предлагаемая в настоящей работе общая концепция предполагает отказ от использования ряда традиционных аналоговых радиотехнических устройств. Сверхпроводниковая быстрая одноквантовая (БОК) электроника, позволяющая создавать как высоко-линейные аналого-цифровые преобразователи для прямой оцифровки сигнала гигагерцового диапазона, так и сверхбыстрые цифровые логические схемы для обработки всей поступившей информации в одном криогенном пакете [A76], открывает дорогу к обсуждаемым телекоммуникационным системам нового поколения. Это физико-техническое решение для полностью цифрового радиокомплекса с объединением функций приема и обработки информации позволяет перейти к реализации концепции программно-определяемых радиосистем (англ. Software-defined radio, SDR) — радио-телекоммуникационных систем, которые могут быть настроены на произвольную полосу частот в диапазоне от нуля до десятков ГГц [1, 2].

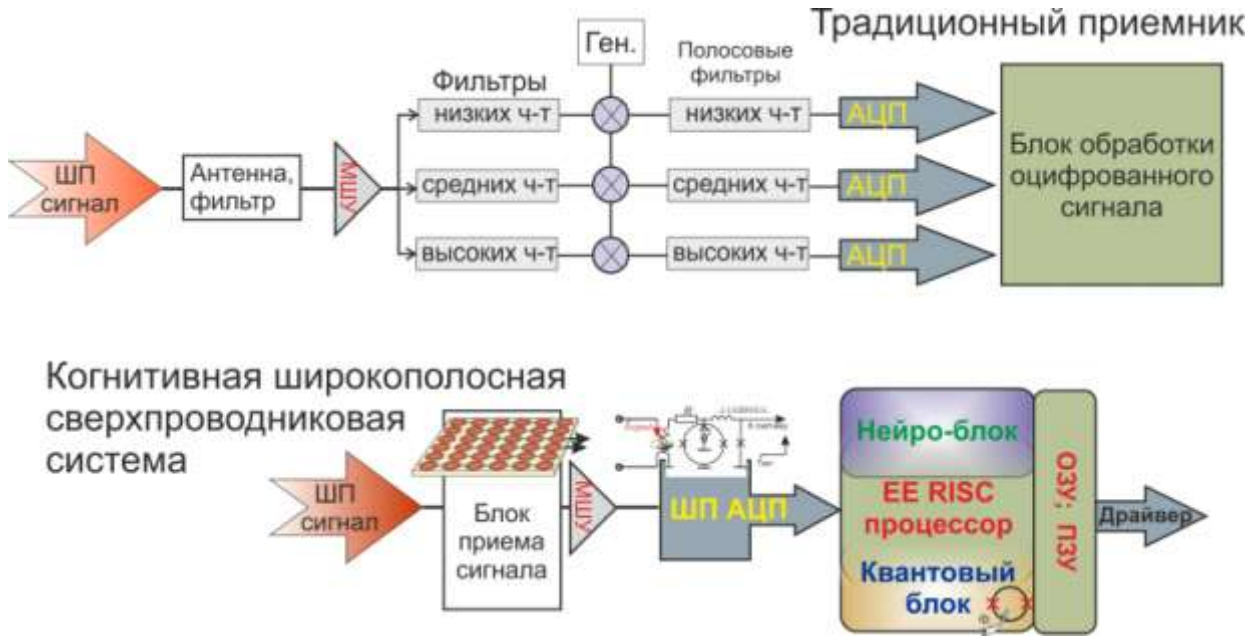


Рисунок 1.2.1 — Сравнение принципиальных схем построения традиционного (сверху) и полностью цифрового приемника (снизу), рассчитанного на прием сигнала в широком диапазоне частот

Упомянутые выше проблемы используемых современных технологий со всей очевидностью диктуют разработчикам и производителям необходимость альтернативных подходов к

реализации систем получения, обработки и хранения информации. Актуальной является поддержка опережающего развития технологий нового поколения, опирающихся на параллельное представление и обработку данных. Особый интерес на этом направлении представляют технологии и методы создания и контроля квантовых состояний отдельно взятых систем. В настоящее время широко обсуждаются вычислительные средства нового поколения, основанные на квантовых методах обработки информации с использованием отдельных фотонов как оптического, так и микроволнового диапазонов. Благодаря точной и однозначно определенной природе квантовых состояний, отдельные квантовые объекты – атомы, электроны, фотоны и, что особенно важно, искусственные макроскопические квантовые системы – могут содержать в себе логические элементы информации. Базовый квантовый элемент (двухуровневая система), называемый квантовым битом (кубитом), может находиться не только в одном из двух «макроскопически различимых» базисных состояний |0> или |1>, но и в суперпозиции последних. Таким образом, пространство возможных состояний одного кубита имеет размерность 2. Если же рассматривать систему из N кубитов, то пространство состояний имеет размерность 2^N, что является огромным ресурсом для выполнения параллельных вычислений. В отличие от классического представления информации, изменение состояния одного кубита может изменять сразу все состояния квантового регистра из N кубитов (перепутанные состояния). Это свойство – важнейшее практическое преимущество квантового компьютера – часто называют квантовым параллелизмом.

В настоящее время основой для перспективной элементной базы, позволяющей сочетать высокоэффективные классические и перспективные квантовые алгоритмы для обработки данных, являются мезоскопические сверхпроводниковые структуры. С одной стороны, в таких системах должны наиболее ярко проявиться основные фундаментальные парадоксы квантовой механики [3-6]. С другой – успехи в миниатюризации современной электроники, итогом которых в обозримом будущем должны стать устройства заведомо микроскопических размеров, придают рассматриваемой проблеме громадное прикладное значение. И одним из таких простых и интересных мезоскопических объектов является сверхпроводящее кольцо [7] с участками, где сверхпроводимость разрушена или ослаблена (сверхпроводящий квантовый интерферометр).

При достаточно низких температурах электроны в рассматриваемом проводнике, расположенные вблизи поверхности Ферми, эффективно притягиваются, взаимодействуя через колебания решетки (фононы), и образуют так называемые *куперовские пары*, причем в состав пары входят только электроны с противоположными спинами [8, 9]. Следовательно, куперовские пары имеют нулевой суммарный спин и подчиняются статистике Бозе [А75], что позволяет успешно описывать состояние всех частиц сверхпроводника при помощи одной «эффективной волновой функции» (параметра порядка Гинзбурга-Ландау), причем квадрат модуля этой «вол-

новой функции» интерпретируется как плотность куперовских пар, а градиент её фазы – как обобщенный импульс одной пары. Градиент фазы «волновой функции» Гинзбурга-Ландау и определяет величину бездиссипативного тока в упомянутом выше сверхпроводящем кольце (интерферометре), а в областях кольца, где сверхпроводимость ослаблена или разрушена, необходимо просто говорить о скачке фазы между берегами такой «слабой связи». Зависимость между туннельным бездиссипативным током через «слабую связь» и скачком фазы называют стационарным эффектом Джозефсона [10], а саму слабую связь между сверхпроводниками – джозефсоновским переходом (или контактом). Все описываемое поведение сверхпроводящих структур является квантовым, но часто здесь такие величины, как ток, заряд на берегах слабой связи, скачок фазы параметра порядка (джозефсоновская фаза) могут одновременно иметь точные значения. В результате, к примеру, динамические процессы в сверхпроводящих квантовых интерферометрах и логических устройствах для обработки информации на их основе описываются при помощи аналогов классических уравнений движения. При уменьшении же размеров джозефсоновского перехода (и уменьшении температуры) поведение всего макроскопического объекта – джозефсоновского атома – начинает подчиняться законам квантовой механики.

В этом свете чрезвычайно привлекательно выглядит идея использовать такие макроскопические квантовые эффекты для создания новой элементной базы приемных и вычислительных системе будущего. Действительно**:**

- отсутствие электрического сопротивления на постоянном токе в сверхпроводниках позволяет существенно уменьшить общее энерговыделение при обработке информации;
- сверхпроводники дают уникальную возможность передавать сигналы без потерь и искажений со субсветовыми скоростями.

Типичное для сверхпроводников явление макроскопической квантовой интерференции приводит к тому, что в любом замкнутом сверхпроводящем контуре может находиться только целое число квантов магнитного потока. Создавая в сверхпроводящем контуре слабые места (упомянутые выше джозефсоновские контакты), мы **можем впускать в него кванты и выпускать их из него**. Это фундаментальное явление на практике позволяет превращать даже крайне малое изменение величины приложенного к такому контуру (сверхпроводящему квантовому интерферометру) магнитного поля в импульсы напряжения, сопровождающие прохождение квантов потока через слабое место, то есть осуществить аналогово-цифровое преобразование сигнала с беспрецедентной точностью. Далее, принимая наличие кванта в сверхпроводящем контуре за логическую «единицу» (а отсутствие – за логический «ноль») мы можем построить сверхбыструю логику, радикально опережающую своих конкурентов и по быстродействию, и по энергоэффективности. Отметим, что упомянутая высокая скорость процессов в сверхпроводниковых джозефсоновских цепях (характерное время здесь измеряется пикосекундами, а

характерные частоты – десятками и даже сотнями гигагерц) позволяет использовать их для работы сразу в большем количестве частотных диапазонов. Не следует забывать, что интерес к области сверхпроводниковой электроники не ограничивается областью обработки цифровой информации (классической или квантовой). Сверхпроводниковые системы перспективны также в области создания сверхчувствительных сенсоров магнитных полей и усилителей-преобразователей для последних с предельными характеристиками; уже существуют сверхпроводниковые устройства этого класса, функционирующие в диапазоне частот до сотен гигагерц.

Наконец, создавая в сверхпроводящих контурах при определенных условиях квантовые суперпозиции состояний с разными направлениями круговых токов, мы можем реализовать на их основе квантовую логику, обещающую радикальное ускорение при решении целого ряда важных вычислительных задач. Уже достаточно давно было обнаружено макроскопическое квантовое туннелирование, когда изменение состояния квантового интерферометра как целого описывается как туннелирование через потенциальный барьер некоей фиктивной частицы, связанное с изменением фазы «волновой функции» Гинзбурга-Ландау на берегах джозефсоновского контакта в сверхпроводящем кольце [11]. Времена элементарных квантовых операций с этими кубитами составляют всего лишь десятки наносекунд, т.е. за характерное время квантовой «жизни» сверхпроводящего кубита (до сотен микросекунд) с ним можно произвести до нескольких тысяч операций, что уже позволяет, в принципе, реализацию непрерывной работы квантового компьютера с использованием теоретически разработанных методов коррекции ошибок. Основное преимущество сверхпроводниковых кубитов состоит в сравнительной простоте изготовления с использованием стандартных методов напыления тонких пленок и нанолитографии, применяемых в обычной полупроводниковой электронике, и проистекающей из этого возможности масштабирования для изготовления квантовых интегральных схем [12]. Простота управления сверхпроводниковыми кубитами и считывания их состояний определяется наличием сильной связи с «квантовыми шинами данных» в виде, например, микроволновых резонаторов. Первые коммерческие многокубитные квантовые вычислительные устройства, реализованные фирмами D-Wave Systems, IBM и Google, используют именно «сверхпроводящие» технические решения.

Существующие сверхпроводниковые полностью цифровые радиоприемники содержат модули, отвечающие и за оцифровку, и за обработку сверхвысокочастотного сигнала (расположенные на одном чипе и функционирующие при температуре 4 К). Отметим, что на сегодняшний день существуют достаточно миниатюрные и экономичные охлаждающие установки, позволяющие работать при указанных низких («гелиевых») температурах [13].

Важен вклад в общий успех достижений при реализации сверхпроводниковых малошумящих аналого-цифровых преобразователей (АЦП), обеспечивающих в требуемой широкой по-

лосе высоко-линейное преобразование аналогового сигнала с динамическим диапазоном до 100 дБ и выше [14-17]. Тактовые частоты таких преобразователей, составляющие 40 – 50 ГГц (недоступные для полупроводниковых аналогов), обеспечивают возможность реализации прямой оцифровки сигналов на частотах до 25 ГГц, соответствующих сантиметровому и миллиметровому диапазонам (X, Ku, K, Ka). На базе сверхпроводниковых АЦП американской фирмой HYPRES уже реализованы коммерчески доступные высокоэффективные широкополосные системы сотовой и спутниковой связи. Стоимость такой системы составляет порядка тридцати пяти миллионов рублей. Комбинация широкополосных систем связи со сверхпроводниковыми нейронными сетями позволяет создавать новые интеллектуальные телекоммуникационные системы в рамках работ по реализации направления H1 Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации.

Также сверхпроводниковая технология позволяет создавать элементы активных принимающих систем с предельно высокой чувствительностью к магнитным сигналам: энергетическое разрешение таких элементов достигает $10^{-30}...10^{-32}$ Дж/Гц, причем в отдельных экспериментах было достигнуто отношение $\delta E/\Delta F$ порядка двух постоянных Планка h. Здесь стоит указать, что в исследованиях слабых электрических полей с помощью современных полупроводниковых приборов исследователи только пытаются взять порог 10^{-22} Дж/Гц. Типичные образцы усилителей, работающих по схеме «модулятор-демодулятор» на основе тонких пленок ниобия, продемонстрировали шумовые характеристики на уровне квантового шума на частотах до 8 ГГц, шумовую температуру ниже 1 К и температуру насыщения всего около 150 К [18, 19].

На базе этой же сверхпроводниковой технологии уже реализованы быстродействующие процессоры с тактовыми частотами 20-40 ГГц: речь идет о 8-битном процессоре с сокращенным набором команд (англ. restricted instruction set computer, RISC) CORE1Beta в Японии и 8- и 16-битных процессорах FLUX в США [20-24]. На этом направлении развития методов цифровой обработки сигнала взяты следующие рекордные высоты:

– частота работы цифрового делителя частоты на базе логического элемента Т-флип-флоп доведена до 750 ГГц, что почти в 8 раз больше такого показателя для современного полупроводникового аналога [25];

– продемонстрированы вычисления с диссипацией энергии менее 1 аДж на операцию, что на три порядка меньше характерных для «полупроводникового репера» значений [26-28]. Для адекватной оценки последней цифры стоит указать, что обычные криокулеры, обеспечивающие требуемую для функционирования сверхпроводниковых устройств температуру, при весе порядка десяти килограмм потребляют 1.2 кВт; энергопотребление ведущих суперкомпьютеров современности доходит до 20 МВт. Столь низкий уровень энерговыделения позволяет говорить о возможности прорыва в области энергоэффективных вычислений, необходимого для создания

суперкомпьютеров следующего поколения. В соответствии с этим в США стартовала государственная программа, направленная на создание прототипа сверхпроводящего вычислителя в ближайшие три года.

На настоящий момент уже достаточно проработаны следующие системы.

1. CDMA детектор. Предназначен для распознавания пользователей и является элементом приемника базовой станции CDMA систем связи большой емкости, до 400 пользователей на одной несущей частоте, и широкой полосой передачи данных до 10ГГц**.**

2. ATM коммутатор. Цифровой коммутатор-маршрутизатор предназначен для широкополосных вычислительных и телекоммуникационных систем.

3. АЦП. Предназначен для предварительной цифровой обработки и фильтрации аналоговых сигналов, поступающих в вычислительные и телекоммуникационные сети от периферийных детектирующих устройств.

4. ЦАП. Предназначен для преобразования цифровых сигналов, поступающих через вычислительные и телекоммуникационные сети на периферийные исполнительные устройств.

5. Сигнальный процессор (включая среди прочего и цифровой модуль для вычисления ВКФ на основе сдвигового регистра). Предназначен для работы в составе интегрального приёмника в миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне длин волн, ориентированного на принципиально новые системы накопления, обработки и передачи информации объектами в ближнем и дальнем космосе, а также на системы мобильной связи нового поколения.

Наконец, проявление в сверхпроводящих структурах квантовых эффектов на макроскопических масштабах обеспечило возможность создания демонстрационного процессора, состоящего из более чем двух тысяч **квантовых битов** и успешно использованного для поиска глобального экстремума функции многих переменных [29-33]. При этом в смежной области в нашей стране ведется разработка высокопроизводительных шифраторов (10 Гбит в секунду) с квантовым каналом распределения криптографических ключей (обновление – один раз в несколько секунд) для быстрой и абсолютно безопасной передачи информации как по оптоволоконным линиям связи, так и в атмосфере [A78].

Общие принципы принципы работы перечисленных устройств будут описаны ниже, когда уже будут введены необходимые фундаментальные понятия и закономерности.

Для дальнейшего нам важно подчеркнуть, что обычно после первичной обработки и разделения по «каналам» информация в цифровом виде передается традиционным вычислительным системам, функционирующим при комнатной температуре, что дает уникальную возможность обрабатывать при помощи *одной принимающей системы* независимо и одновременно

сигналы разной природы, принадлежащие к разным частотным диапазонам и (или) различающиеся по своей интенсивности на порядки [А78].

В сверхпроводниковых цифровых приемниках удалось отказаться от использования аналоговых цепей, с которыми связан большой размер, масса, стоимость и высокое энергопотребление телекоммуникационных станций (характеристики этих же аналоговых цепей ограничивали, как правило, и производительность системы в целом). Добиться этого (как видно из представленного рисунка, схематично изображающего архитектуру традиционных и полностью цифровых приемников) удалось за счет переноса «точки дискретизации» как можно ближе к апертуре антенны [2]. Это оказалось возможным только благодаря чрезвычайно высокому быстродействию и высокой точности сверхпроводниковых логических цепей и аналогово-цифровых преобразователей [1].

На схематической блок-диаграмме сверхпроводящего цифрового приемника антенная система должна включать в свой состав и концентратор потока, и сверхпроводящий сенсор, в идеале совмещенный с усилителем-преобразователем, воспринимающим магнитное поле вместо электрического с уникально высокой энергетической чувствительностью. Такой сигнал, преобразованный в выходное напряжение, подается на обычный или сверхпроводящий приемный анализирующий блок. Последний может использовать обычные принимающие электронные устройства, работающие при комнатной температуре, включая аналоговое каналообразующее устройство и преобразователь частоты вниз до промежуточной, следующей за аналого-цифровым преобразователем (АЦП) и цифровой обработкой сигнала (ЦОС). Но также возможно использование сверхпроводящих электронных компонент, которые могут быть интегрированы вместе со сверхпроводящим приемником, так как оба этих устройства имеют схожую технологию изготовления и функционируют при одинаковой температуре. Использование макроскопических квантовых эффектов в такой электорнике позволяет, как будет показано ниже, оцифровывать входящий широкополосный радиочастотный (РЧ) сигнал без необходимости проведения аналогового разбиения по каналам и понижения частоты. В цифровой РЧ БОК архитектуре, преобразование данных и обработка сигналов чаще идет на РЧ, чем на средних или низких частотах. Со сверхпроводящего приемника в этом случае приходит широкополосный РЧ сигнал, который напрямую подается на АЦП модулятор и обрабатывается с очень большой скоростью дискретизации (порядка $3 \cdot 10^{10}$ отсчетов в секнду). Для передачи большого количества данных цифровой поток обрабатывается БОК ЦОС, способной представлять цифровой сигнал, собранный из нескольких каналов, давать задержку настоящего времени для образования диаграммы, производить цифровую корреляционную фильтрацию и т. д.

Далее эти «высокоскоростные» данные преобразуются вниз на низкие частоты при помощи цифровых смесителей и децимационных фильтров для последующей обработки и декодиро-

вания. После того, как скорость передачи данных становится низкой, они могут пересылаться при комнатной температуре для последующей обработки (например, демодуляции), используя обычные полупроводниковые схемы. На рисунке ниже изображен снимок чипа цифрового РЧ приемника-процессора X-диапазона для прямой оцифровки спутникового сигнала, основанной на БОК дельта-сигма ЦОС, цифровом синфазном фильтре, квадратурном смесителе и цифровом децимационном фильтре. Чип был встроен в стоечную криогенную систему, основанную на широкодоступном криокуллере Sumitomo с охлаждением до 4 К [34].

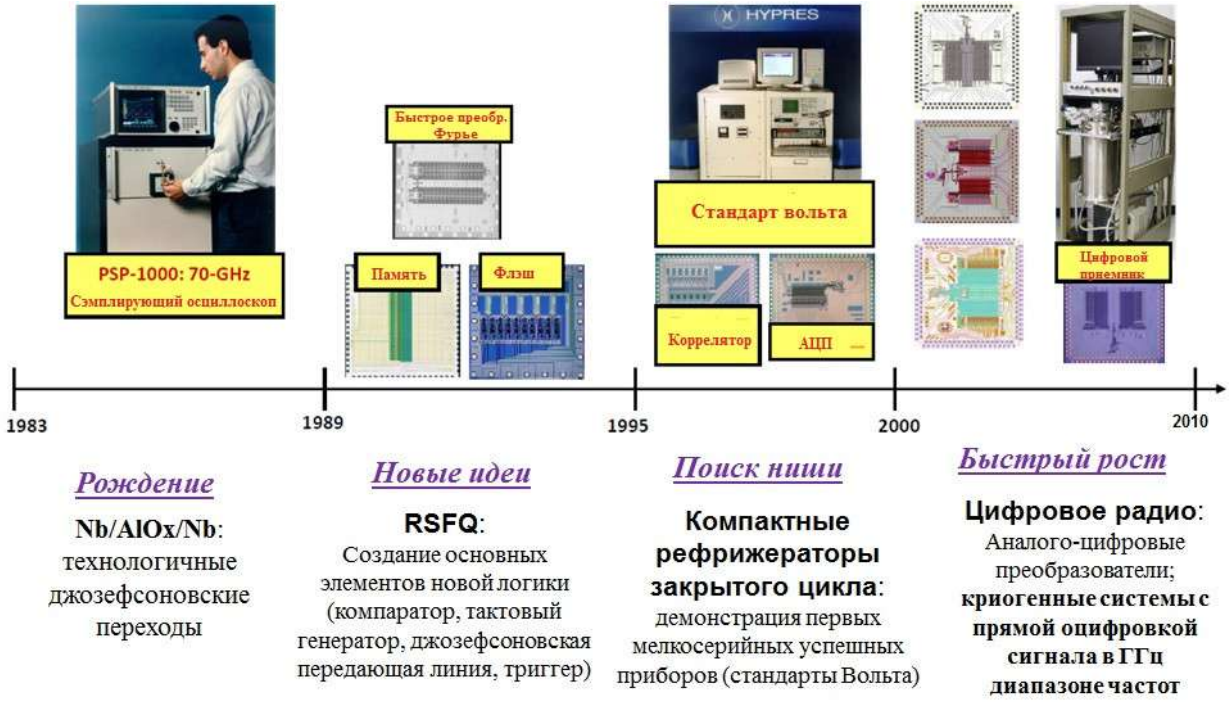


Рисунок 1.2.2 — Эволюция сверхпроводниковой электроники в 1980-2010 годах от изготовления штучных образцов джозефсоновских переходов к серийному производству микросхем, содержащих десятки тысяч джозефсоновских элементов с характерной частотой до 200 ГГц и более [34].

В части развития математического аппарата для когнитивной обработки сигналов особенно выделяется направление, связанное с режимом мониторинга эфира, предусматриваемым концепцией когнитивного радио [35-37]. Примером важного частного проблемного вопроса здесь является разработка методов автоматического распознавания различных видов модуляции в условиях априорной неопределенности параметров принимаемых сигналов: в телекоммуникационных системах выбор одного из многих возможных видов модуляции радиосигналов определяется как функциональными задачами системы радиосвязи, так и условиями её работы.

Использование интеллектуальных методов анализа данных в задаче распознавания видов модуляции радиосигналов сводится в общем виде к нахождению информативных признаков распознавания и построения базы знаний (логических правил, деревьев решений, нейронных

сетей) по результатам анализа этих признаков. Многообещающим подходом к решению данной проблемы выступают методы интеллектуального анализа, в частности искусственные нейронные сети (ИНС). Анализ различных подходов к автоматическому распознаванию видов модуляции радиосигналов показал, что в условиях априорной неопределенности параметров принимаемого сигнала наибольшей эффективностью для определения вида модуляции обладают методы на базе кумулянтного анализа. Преимуществом данного подхода является широкий класс распознаваемых типов цифровой модуляции и отсутствие необходимости высокоточной синхронизации приема по несущей частоте сигнала. Высокую эффективность построения разделяющих поверхностей в многомерном случае показывает такой тип ИНС как многослойный персептрон. Применение в качестве решающего устройства искусственной нейронной сети позволяет учитывать реальную электромагнитную обстановку в области функционирования когнитивной системы радиосвязи. Этот учет реализован на этапе обучения за счет использования в составе обучающей выборки сигналов с соответствующим отношением сигнал-шум (ОСШ). Дальнейшее развитиее «кумулянтных» методов распознавания видов цифровой модуляции радиосигналов применительно к системам когнитивного радио должно базироваться на исследовании разделительных свойств кумулянтов более высокого порядка в комплексе с другими информативными признаками для распознавания видов модуляции сигналов [А54].

Решение задачи о распознавании видов модуляции так же возможно осуществить, используя алгоритмы индукции деревьев. Каждое дерево (набор правил) предназначено для классификации объектов только одного класса. Совокупность отдельных правил, полученных из таких деревьев, будет наиболее точно отражать найденные закономерности и позволит производить более точную классификацию типов модуляции.

Другим важным аспектом развития систем когнитивного радио является задача классификации радиосигналов в эфире и распознавания их источников. На сегодняшний день один из наиболее универсальных методов для решения этой задачи построен на использовании искусственных нейронных сетей. Искусственные нейронные сети (ИНС) обладают способностями к обобщению данных и позволяют моделировать функции распределения вероятностей сложного вида. В силу своей универсальности ИНС позволяют проводить классификацию источников радиосигналов как непосредственно по выборкам сигнальных отсчётов, так и по различным совокупностям измеренных частотно-временных и статистических характеристик.

Технология «снятия отпечатка пальца» (fingerprinting techniques) зарекомендовала себя как эффективное средство геолокации мобильного пользователя, находящегося в местах, связь в которых затруднена: шахты, каньоны, туннели, где не справляются обычные методы локализации, основанные на «времени прибытия» сигнала (time of arrival, TOA) или силе принятого

сигнала (received signal strength, RSS). Система локализации по «снятию отпечатка пальца» включает в себя две стадии: первая стадия – это обучение, вторая – непосредственная локализация. Для обучения такой сети используется ИНС с обратной связью и алгоритмом обратного распространения ошибки, где в качестве обучающей выборки используется база данных, содержащая в себе сигнатуры импульсных характеристик канала (channel impulse response, CIR), по которому происходит измерение широкого частотного диапазона. Исследования в группе из Lockheed Martin продемонстрировали возможности радикального ускорения процесса обучения глубокой нейронной сети счет выполнения самой ресурсоёмкой операции (использования градиентных формул) с помощью стимулированного отжига на адиабатическом квантовом компьютере D-Wave Two (чип «Везувий») [38-42].

Весьма важной является также проблема неопределённости набора признаков сигналов, информативных для классификации излучающих объектов [43-45]. Таким образом, определение или синтез набора признаков для классификации источников радиосигналов в системах когнитивного радио является сложной и самостоятельной задачей, один из возможных подходов к решению которой базируется на использовании упомянутых выше искусственных нейронных сетей, обладающих способностями к обобщению данных и позволяющих моделировать функции распределения вероятностей сложного вида. В силу своей универсальности ИНС позволяют проводить классификацию источников радиосигналов как непосредственно по выборкам сигнальных отсчётов, так и по различным совокупностям измеренных частотно-временных и статистических характеристик. В силу ограниченности вычислительного ресурса и чрезвычайно большого числа сигналов, одновременно присутствующих в эфире и попадающих в полосу приёма устройств когнитивного радио, классификация источников радиосигналов непосредственно по выборкам сигнальных отсчётов представляется плохо обусловленной и весьма ресурсоёмкой задачей. Таким образом, классификацию источников целесообразно проводить на основе анализа совокупностей измеренных частотно-временных и статистических характеристик.

Анализ возможностей искусственных нейронных сетей показал, что автоассоциативные нейронные сети как нелинейная реализация метода анализа главных компонент позволяют минимизировать признаковое пространство без значительного ухудшения его разделительных свойств. За счет сокращения признакового пространства на этапе предварительной обработки данных, поступающих в системы когнитивного радио, возможно сокращение вычислительных мощностей на этапах идентификации источников излучения, что особенно важно с учётом зависимости вычислительной сложности от размерности входных данных. Данное обстоятельство делает целесообразным использование автоассоциативных ИНС в составе программно-

аппаратных комплексов когнитивных радиосистем в виде программных модулей предварительной обработки, а самоорганизующихся сетей на радиальных базисных функциях – в виде модулей распознавания источников радиосигналов [A54, A57].

Основная проблема на пути к практической реализации предлагаемых ИНС-решений – проблема диссипации энергии в многочисленных нейронах и соединениях. К сожалению, энергоэффективность современных полупроводниковых решений, как уже отмечалось, относительно невелика и не демонстрирует тенденции к существенному росту. Стоит, также, еще раз отметить, что низкая энергоэффективность современных полупроводниковых процессоров обуславливает не только большие затраты энергии, но также ограничивает их тактовую частоту на уровне 4 – 5 ГГц из-за «температурных» ограничений, накладываемых на степень интеграции и скорость переключения базовых элементов. Проблема теплоотвода является одним из важнейших препятствий на пути дальнейшего масштабирования и увеличения производительности полупроводниковых цепей, так что даже если будет изобретен альтернативный физический принцип реализации цифровой логики на базе электронного транспорта, гипотетические новые логические устройства не превзойдут по своим характеристикам существующие полупроводниковые аналоги.

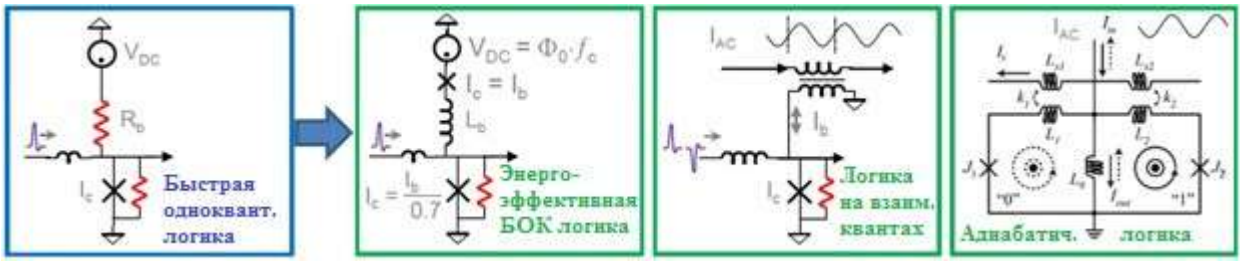


Рисунок 1.2.3 — Принципиальные схемы базовых цепей для основных упомянутых семейств цифровой сверхпроводниковой электроники [40]. Крестами обозначены нелинейные джозефсонвоские элементы (контакты). Основные обозначения и физические основы работы таких устройств раскрываются далее по ходу изложения.

В этом случае также представляется разумным использовать возможности сверхпроводниковой энергоэффективной одноквантовой логики [46-50]: здесь уже для 8-битного сумматора на основе RQL (Reciprocal-Quantum-Logic) и ERSFQ (energy-efficient Rapid Single-Flux-Quantum) логик был экспериментально продемонстрирован уровень энерговыделения соответственно 82 и 360 аДж на такт [48, 49, 26].

Перечисленные особенности сверхпроводниковых цепей с джозефсонвоскими контактами уже позволили успешно реализовать на практике простейшие нейронные сети [51, 52]. Численное моделирование подтвердило возможность эффективного использования таких нейронов в сетях, реализующих предложенный метод синтеза признаков для сокращения времени приня-

тия решения в системах когнитивного радио за счет (а) минимизации размерности входных данных и (б) оптимизации быстродействия отдельных элементов на уровне технологического воплощения. В следующих параграфах будут представлены фундментальных основы для методов решения необходимых оптимизационных задач.

Дополнительное преимущество предлагаемого комплексного технического решения основано на том, что сверхпроводниковые технологии позволяют качественным образом усовершенствовать элементную базу аналогового компонента когнитивных программно-определяемых информационно-коммуникационных систем. Многоконтурные сверхпроводящие квантовые интерферометрические схемы (СКВИДы) с высоколинейным (до 120 дБ) откликом напряжения на магнитную компоненту сигнала (вкупе с традиционно чрезвычайно высокой чувствительностью джозефсоновских детекторов магнитного поля) являются ключевыми элементами широкополосных приемных систем радиочастотного диапазона нового поколения – активных широкополосных сверхпроводниковых антенн на базе цепочек СКВИДов с линейным откликом. Основным преимуществом таких антенн является возможность высокочувствительного приема сигнала в широкой полосе частот: от постоянной составляющей до 10 ГГц и выше [53].

1.3. Сравнительный анализ перспективных технологий

Очевидным и крайне «опасным» конкурентом для описанных выше «сверхпроводниковых» технических решений в информационных технологиях являются наблюдаемые даже и при комнатных температурах новые эффекты в наноразмерных гетероструктурах. Разработка на основе такого рода базисных элементов новых многофункциональных логических и запоминающих устройств может оказаться альтернативным подходом к созданию *аналоговых* либо *гибридных* вычислительных комплексов, позволяющих решать ряд сложных задач значительно эффективнее, чем существующие в настоящее время системы с разделением памяти и вычислителей.

Здесь нельзя не упомянуть о работах по созданию обсуждавшихся в предыдущем параграфе искусственных нейронных сетей на основе принципиально иной *аппаратной* базы, моделирующей деятельность нервных клеток живого организма [1]. Предполагается, что ключевой особенностью, определяющей высокую эффективность «биологических вычислителей», является возможность *параллельной* обработки входящей информации и исключительно большое количество взаимных связей между нейронами (примерно 10^{11} «ячеек» и 10^4 синаптических связей на один нейрон). Причем упомянутые связи меняют свои функциональные свойства в процессе прохождения входящих сигналов от сенсоров (органов чувств) до блоков обработки (в различных областях коры головного мозга). Этот процесс можно называть «обучением» с «записью» информации в виде изменения синаптических связей между нейронами. Сейчас существует немало моделей такого «обучения» в биологических нейронных сетях, серди которых – ассоциативное обучение по Хеббу, синаптическая «пластичность», консолидация, гомеостазис [2].

На протяжении десятилетий искусственные нейронные сети представляли собой лишь математические модели, которые реализовывались на вычислительных системах общего назначения [3]. После перехода на стадию физических реализаций основным подходом к созданию нейроморфных вычислительных устройств стало проектирование специальных процессоров, построенных на обычной элементной базе, но изначально обладающих архитектурой с большой степенью связанности. Так, в 2014 году компания IBM в рамках проекта SyNAPSE продемонстрировала нейроморфный чип TrueNorth, содержащий 4096 программируемых ядер, каждое из которых состоит из 256 нейронов, соединенных между друг другом синапсами (примерно один миллион эмулируемых «нейронов» и 256 миллионов эмулируемых связей) [4]. Компания позиционирует этот чип как элементарную ячейку для создания нейроморфной сети, способной сравняться по возможностям с головным мозгом млекопитающих. Подобный подход также, к примеру, использует и группа под руководством проф. G. Indeveri, INI ETH, Цюрих, Швейца-

рия, которая в 2015 году продемонстрировала переконфигурируемый процессор, содержащий 256 нейронов и 128 тысяч синапсов [5].

Вычисления, моделирующие деятельность нейронов с двоичным состоянием, производятся на локальном ядре, но спайки (импульсы) могут подаваться на любой другой нейрон на этом чипе. Для уменьшения энергопотребления, используется событийная связь (англ. *event-driven communication*), что подразумевает связь только за счет спайков. Кроме того, общий такт синхронизации должен поддерживаться на всем чипе. Частота тактового импульса составляет 1 кГц (примерно соответствует тактовому импульсу в человеческом мозгу). Каждое ядро состоит из 1.2 миллиона транзисторов, что составляет порядка 20 транзисторов на один синапс.

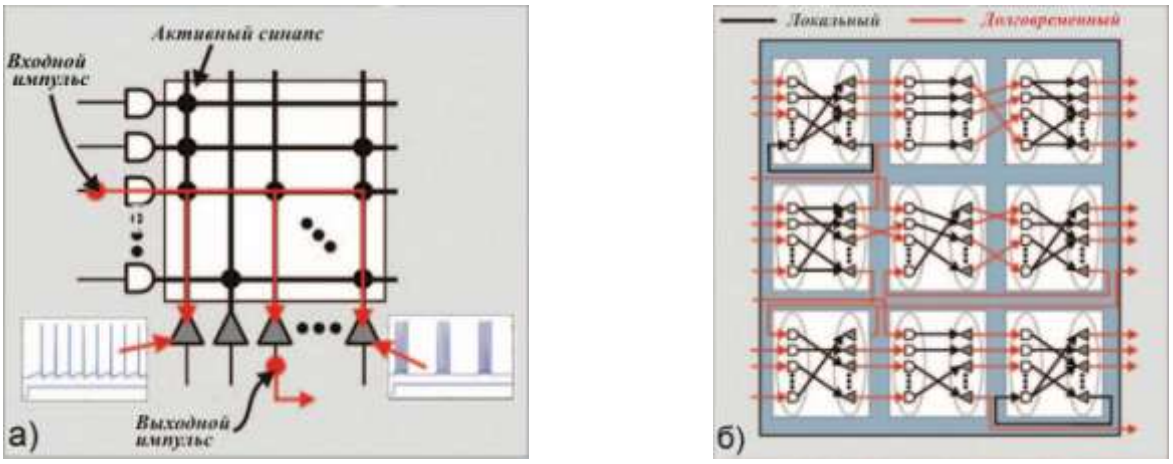


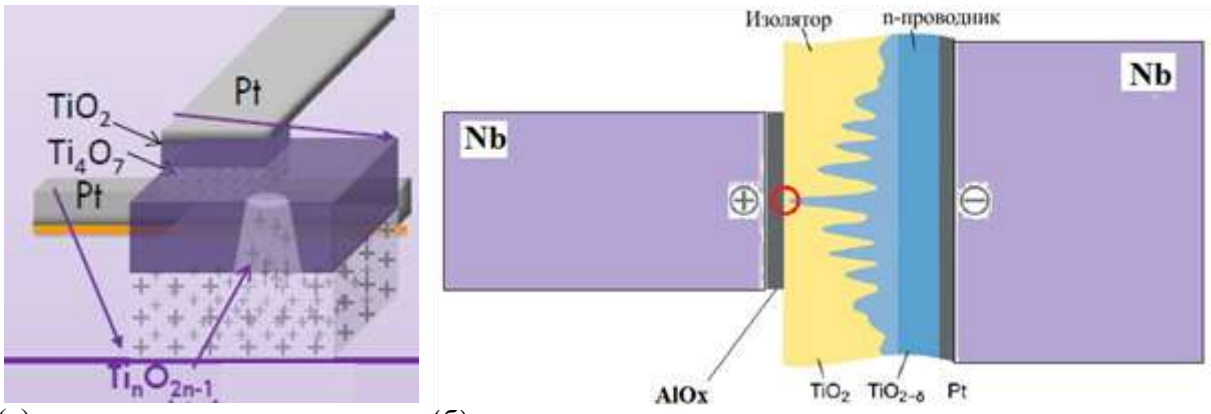
Рисунок 1.3.1 — Функциональные схемы (а) одного нейроморфного ядра и (б) многоядерной системы на Синаптическом чипе от IBM. Ядро содержит 256 полностью «связанных» нейронов, а сам чип – 64×64 «связанных» ядер [4].

Основной проблемой таких устройств является неадаптивность существующей компонентной базы, в результате чего синапсы приходится выполнять в виде не одного компактного элемента, а целой микросхемы. К тому же использование транзисторов практически исключает возможность построения трехмерных сетей для обработки сигналов, что, опять же, приводит к существенному увеличению размеров используемых систем и уменьшению их быстродействия.

На сегодняшний день активно ведутся исследования эффектов в неорганических и органических наноструктурах, которые функционально воспроизводят действие синапсов биологических систем. В 2008 г. ученые из компании Hewlett-Packard обнаружили новые свойства в так называемых *мемристорах* (memristor = memory + resistor) на основе бислоёв Ti_2O_5/TiO_{2-x} наноразмерных толщин, заключенных между двумя металлическими электродами [6]. Эти элементы, подобно синапсам мозга, представляют собой двухполюсные устройства, для которых возможно непрерывно и обратимо менять электрическое сопротивление. Это явление, проявляющееся, в частности, в появлении особого вида гистерезиса на вольт-амперных характеристиках, вызвало в последние несколько лет взрывообразный рост интереса со стороны как физиков-

материаловедов, так и инженеров-схемотехников в микроэлектронике, прежде всего, потому, что потенциально позволяет создать на их основе сверхплотную сеть наноразмерных аналоговых элементов быстрой энергонезависимой памяти. Вместе с тем, свойства мемристоров функционально воспроизводят действие синапсов в нейронах биологической нейронной сети (мозга), и это породило ожидания, что на их основе могут быть созданы искусственные нейронные сети с наноразмерными электронными «синапсами», на которых возможна принципиально новая архитектура вычислений и, в конечном счете, реализация новой аппаратной базы нейронных сетей.

Обнаруженные экспериментально особенности электрической проводимости в неорганических тонкопленочных структурах указали на возможность создания логических и запоминающих устройств с высокими функциональными характеристиками (такими, как быстродействие и энергоэффективность). Среди таких концепций можно отметить полевые транзисторы с сегнетоэлектрическим затвором (FeFET), энергонезависимую память на наноэлектромеханических переключателях (NEMS), магнитную спиновую память (MRAM), резистивную память на различных эффектах (ReRAM). Особый интерес для нас представляет упомянутая выше концепция мемристоров, в которых электронный и ионный транспорт носителей взаимосвязаны [7]. «Мемристивное» поведение в дальнейшем было обнаружено в широком классе материалов и структур [8-17]. Благодаря своим физическим свойствам мемристоры могут сочетать функции устройств логики и памяти, и, таким образом, эффективно воспроизводят функции синапсов биологического мозга, в частности, характерные аспекты синаптической пластичности. В связи с этим, возникла идея использовать массивы мемристоров в качестве основы для разработки новой парадигмы *нейроморфных* вычислительных устройств и аппаратной реализации нейронных сетей.



(а) (б)

Рисунок 1.3.2 — Схематические иллюстрации к (а) формированию проводящих каналов в мемристоре на основе TiO_2-слоя и (б) реализации схемы туннельной джозефсоновской спектрометрии для исследования таких процессов.

Недавно в результате работ по программе SyNAPSE было продемонстрировано, что данная концепция может быть интегрирована в состав металл-оксид-полупроводниковой (КМОП) технологии [11]. Такого рода гибридные КМОП/мемристорные системы рассматриваются как весьма перспективный подход для разработки нейроморфных вычислительных и запоминающих устройств.

Другим подходом к разработке аппаратной базы искусственных нейронных сетей является использование мемристоров в качестве синапсов в комбинации с инновационными спиновыми устройствами, выпоняющими функции нейронов [12]. Проведенное моделирование указывает на возможность уменьшения энергопотребления в 200-300 раз по сравнению с логическими процессорами того же размера, изготовленными по КМОП-технологии. В настоящее время научным сообществом активно обсуждается проект специалистов из лаборатории Intel Circuit Research в Хиллсборо по созданию нейроморфного чипа, в котором планарные спиновые вентили (lateral spin valves) моделируют работу нейронов, а мемристоры – синапсов, т.е. перестраиваемых связей между ними.

К сожалению, на сегодняшний день в мире насчитывается всего несколько демонстраций нейроморфных сетей, построенных на мемристорах. Так, в 2012 году группой из университета Мичигана (США) была продемонстрирована матрица мемристоров из 1600 элементов (матрица 40x40) на основе аморфного кремния, которая была интегрирована поверх изготовленных по КМОП-технологии селекторов [13]. В данной работе авторы были сосредоточены на демонстрации возможности записи и сохранения «цифровой» информации, состоящей из 0 и 1. Хотя в работе также была продемонстрирована возможности записи и считывания до 10 различных состояний, но никакой нейроморфной функциональности продемонстрировано не было.

В 2014 году группой из Стэнфорда (США) была продемонстрирована реализация нейронной сети Хопфилда с использованием элементов памяти на основе фазового перехода [14]. Для реализации этой сети были использованы 100 элементов в матрице 10x10, которая подключалась к внешним генераторам импульсов, исполнявшим роль нейронов. Аналогичный подход использовала в 2013 году группа из Университета Калифорнии в Санта-Барбаре, которая продемонстрировала персептрон с использованием структуры типа «кросс-бар 2x10» на основе памяти с обратимым резистивным переключением. Продемонстрированный персептрон мог классифицировать простые изображения (3x3) в 2 класса, в качестве нейронов использовался генератор импульсов, управляемый компьютером. В 2015 году эта же группа продемонстрировала улучшенный вариант устройства, в основе которого уже лежала матрица 12x12; стало возможным распределять изображения 3x3 в 3 разных класса. Другой пример реализации персептрона был продемонстрирован в 2014 году группой из института науки и техники Кванджу, Корея [15]. В их работе кросс-бар из 300 мемристоров (10x30) был подключён к нейронам, созданным

из существующей компонентной базы, то есть данная сеть уже не требовала внешнего компьютера для управления. Результатом работы сети было распознавание изображений 5x6 пикселов, содержащих в себе цифры от 0 до 9.

Все эти работы объединяет условность достигнутых успехов при очевидном потенциале роста: на сегодняшний день не удалось создать больших матриц мемристоров, которые бы позволили реализовать сложные сети. Основной проблемой является сильная неоднородность параметров и большой процент нерабочих мемристоров в матрицах кросс-баров. Возможно несколько путей решения данной проблемы: добавление к каждому мемристору селектирующего транзистора, который позволяет отключать нерабочие устройства, или согласование сопротивления сильно отличающихся мемристоров, максимальная оптимизация процессов роста тонких пленок при изготовлении. И именно здесь подстерегают основные, как нам кажется, проблемы на пути развития подобной технологии. Для раскрытия этого утверждения ниже приведены известные из литературы характеристики для ряда мемристивных структур с биполярным и монополярным управлением и электрической формовкой после изготовления [18-21].

Таблица 1.3.1 – Структура и параметры мемристоров с биполярным управлением и с электрической формовкой после изготовления

Оксиды	M1-M2	Многоуровневость	ΔR	Время переключения	Наработка	Циклируемость
CoO	Ta-Pt	–	10^3	20 нс	–	100
Cu_xO	Ti/TiN-Cu	–	10^2	50 нс	10^5 при 90°C	600
$HfLaO_x$	TaN-Pt	–	10^6	10 нс	10^4 при 27°C	10^4
HFO_x/TiO_x	TiN-TiN	Да	10^3	5 нс	10^4 при 200°C	10^5
TaO_x	Pt-Pt	Да	10^1	10 нс	10^7 при 150°C	10^9
TiO_2	Pt-TiN	Да	10^3	5 нс	10^6 при 85°C	10^6
ZrO_2	TiN-Pt	–	10^1	1 мкс	10^4 при 27°C	10^3

Таблица 1.3.2 – Структура и параметры мемристоров с монополярным управлением и с электрической формовкой после изготовления

Оксиды	M1-M2	Многоуровневость	ΔR	Время переключения	Наработка	Циклируемость
Cd_2O_3	Pt-Pt	–	10^6	–	10^5 при 85°C	60
HfO_2	Pt-Pt	–	10^2	–	10^6 при 27°C	140
Lu_2O_3	Pt-Pt	–	10^3	30 нс	10^6 при 27°C	300
NiO	Pt-Pt	–	10^2	5 мкс	10^7 при 27°C	10^6
TaO_x	Cu-Pt	–	10^4	80 нс	10^6 при 27°C	100

TiO_x	Pt-Pt	–	4	–	–	25
WO_x	TiN-W	Да	10^4	300 нс	10^4 при 100°C	10^7
ZnO	Pt-Pt	–	10^4	–	–	100

Но особый интерес представляют не отдельные рекордные результаты, представленные выше, а сравнение характеристик для мемристивных структур с различными вариантами выбора металл-оксид, приготовленными в рамках схожих вакуумных технологий, в рамках схожих топологических решений [20]. Результаты сопоставления параметров мемристоров на основе пленок из оксидов меди, ниобия и титана толщиной порядка 10 нм представлены в таблице 3.

Таблица 1.3.3 – Сравнительные характеристики мемристоров (соотношение сопротивление в «закрытом» и «открытом» состояниях, а также выход годных образцов)

Структура	Отношение R_{OFF}/R_{ON}	Выход годных образцов, %
Nb/NbOx/Nb	<10	<10
Cu/CuOx/Nb	<5	5…50
Ti/TiOx/Nb	5…100	10…50
Pt/TiOx/Ti	50… 1000	до 70

Как видно из проведенных данных, использование диоксида титана позволяет добиться наиболее стабильного выхода годных образов при достаточно заметной разнице между сопротивлениями закрытого и открытого каналов. Но даже в этом случае требуются дополнительные фундаментальные исследования процессов, определяющих перенос заряда в таких тонкопленчных гетероструктурах (в том числе с использованием методов, хорошо зарекомендовавших себя при изучении сверхпроводниковой элементной базы, что проиллюстрировано на Рисунке 2, *б*).

Таким образом, описанный подход к аппаратной реализации нейронных сетей с использованием стандартной промышленной КМОП-технологии на кремнии для создания «нейронов» и мемристоров в качестве аналоговых «электронных синапсов» в принципе является высокорисковым. Это связано с его междисциплинарным характером, в частности, необходимостью интеграции промышленной технологии (для изготовления цифровой управляющей части) с лабораторной технологией (изготовления матриц аналоговых мемристоров), а также разработкой новой архитектуры вычислений и схемотехнических решений. Причем даже в пределе энергоэффективность такой технологии стоит ожидать на уровне 10^{-15} Дж/бит [22].

В последние годы команды, занятые разработкой электронной компонентной базы для систем приема и обработки сигналов, испытывают серьезнейшее давление со стороны достаточно эффективно развивающих технологий интегральной фотоники. Успешная реализация оптических волноводов на чипе (а также делителей луча, фильтров, модуляторов) позволила сделать сложные оптические системы относительно компактными и легко масштабируемыми: если

раньше такие схемы занимали целый оптический стол и требовали многочасовой юстировки, то теперь они умещаются на чипе площадью несколько квадратных сантиметров. Так, основная концепция применения фотоники для АЦП уже была обоснована экспериментально; на оптической несущей была получена значительно более высокая частота выборки, чем это может обеспечить транзисторная электроника. Были разработаны весьма разнообразные способы и схемы фотонного аналого-цифрового преобразования [23, 24], и в результате к настоящему времени выявлены следующие наиболее перспективные принципы построения ФЦАП.

1. Оптическая выборка, электронное квантование. ФАЦП состоит из двух подсистем – фотонной и электронной. Первая выполняет высокоскоростную оптическую выборку аналогового радиосигнала, затем преобразует ее в совокупность более медленных параллельных потоков электронной выборки. Электронная подсистема производит квантование и оцифровку этой совокупности выборок и направляет полученные преобразования по выходным электрическим каналам в цифровой сигнальный процессор (ЦСП, DSP).

2. Применение дисперсионно-спектрального преобразования импульсной генерации лазера для получения последовательности импульсов оптической выборки (ПИОВ). В качестве источника световых импульсов на оптической несущей для ФАЦП используется лазер, работающий в режиме синхронизации мод. Для получения ПИОВ сверхкороткие ($\sim 10^{-13}$с) периодические импульсы подвергаются дисперсионному уширению по времени. При этом уширенный световой импульс представляет собой развертку по времени частотного оптического спектра импульса (чирпинг), который используется для получения сканирующей выборки аналогового радиосигнала.

3. Дуальная фазовая модуляция отсчетов оптической выборки. Для ввода аналогового сигнала в оптический канал АЦП применяется фазовая модуляция ПИОВ на электрооптическом модуляторе Маха-Цендера с двумя волноводными выходами, в которых промодулированные оптические сигналы получаются с четвертьволновым сдвигом друг к другу. Далее дуальные пары фазовых оптических отсчетов преобразуются в амплитудные электрические отсчеты с помощью балансного фотодетектирования.

4. Оптическое демультиплексирование перед электронным квантованием выборки. Операции квантования и оцифровки отсчетов выборки производятся на линейке параллельно работающих электронных АЦП. Для этого быстрый поток оптической выборки сначала распараллеливается на оптическом демультиплексоре на достаточно большое число каналов (N~30). Для этого он разделяется на фрагменты по длинам волн с помощью обратного спектрального мультиплексора (демультиплексора). Поскольку каждый спектральный фрагмент имеет свою задержку, соответствующую его средней несущей частоте, то в выходных каналах демультиплексора получается модулированная ПИОВ с частотой дискретизации, равной произведению $f_d = N \cdot f_L$ частоты

f_L импульсов на кратность демультплексора N. Затем, в каждом отдельном канале, разреженный в N раз поток световых импульсов выборки преобразуется фотоприемником в соответствующие импульсы электронной выборки, после чего они квантуются и оцифровываются электронным АЦП. Таким образом, фотонный АЦП должен иметь N-канальный электрический цифровой выход. Так как совокупный оцифрованный сигнал не может быть мультиплексирован в единый электронный канал, выход фотонного АЦП должен восприниматься соответствующим цифровым сигнальным процессором (ЦСП, DSP) с N электрическими входами.

На данном этапе развития техники фотонных АЦП наибольших успехов достигли лидирующие группы в Калифорнийском Университете UCLA (B. Jalili at al) и Массачусетском Институте Технологии, MIT (F.K*ä*rtner at al). Схемы устройств, разработанные в этих научных центрах, основываны на общих принципах, описанных выше, но различаются последовательностью операций и конструктивным исполнением.

Например, в схеме MIT [25-29] преследуется цель достижения максимального эквивалентного числа битовых разрядов (ЭЧБ, ENOB) при достаточно большой заданной скорости отсчетов. Конструкция схемы и выбор её компонент, при этом, ориентированы на последующую интеграцию всего ФАЦП на едином чипе. В то же время, разработанная UCLA схема ФАЦП, именуемая TSADC (Time-Stretch ADC), ориентирована на получение максимальной скорости отсчетов при достаточном уровне ЭЧБ.

В первом варианте исполнения лазер с синхронизацией мод, который в принципе может быть интегрирован с остальной частью устройства, создает периодический ряд оптических импульсов с периодом T и сверхмалым джиттером. Этот ряд с помощью интегрально-оптического спектрального демультиплексора разделяется на N рядов спектральных компонент, с центрами на различных длинах волн. Они пропускаются через набор (пучок) оптических волоконных дисперсионных линий, которые вносят последовательно возрастающие задержки импульсов с интервалом T/N между ними. Разделенные ряды импульсов, каждый со своей задержкой, затем объединяются в общий канал с образованием уплотненного ряда импульсов с N-кратно увеличенной исходной частотой повторения. При этом в пределах каждого периода происходит свипирование частотного спектра (чирпинг) исходного лазерного импульса, так что спектральные линии представляются последовательностью световых.

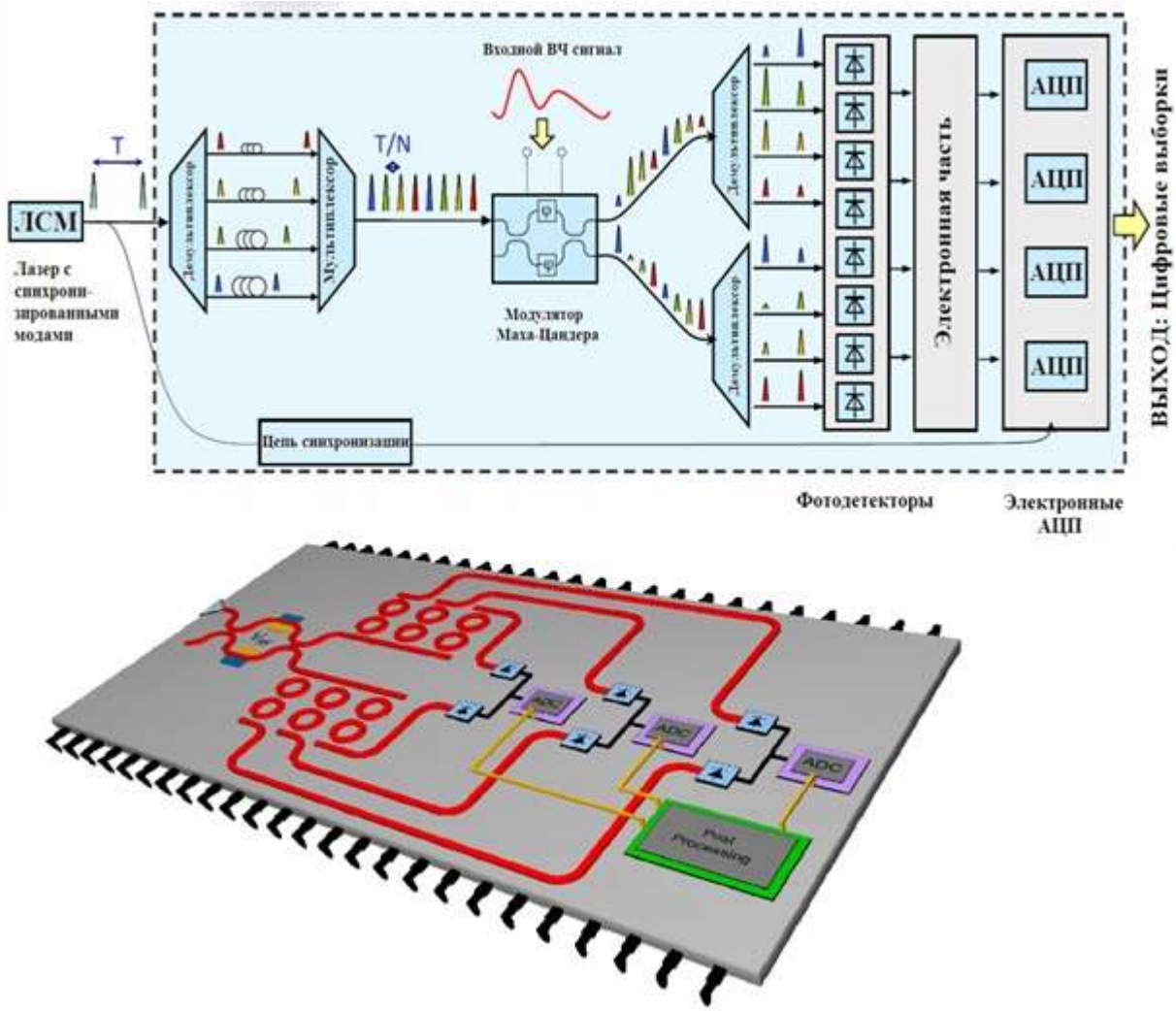
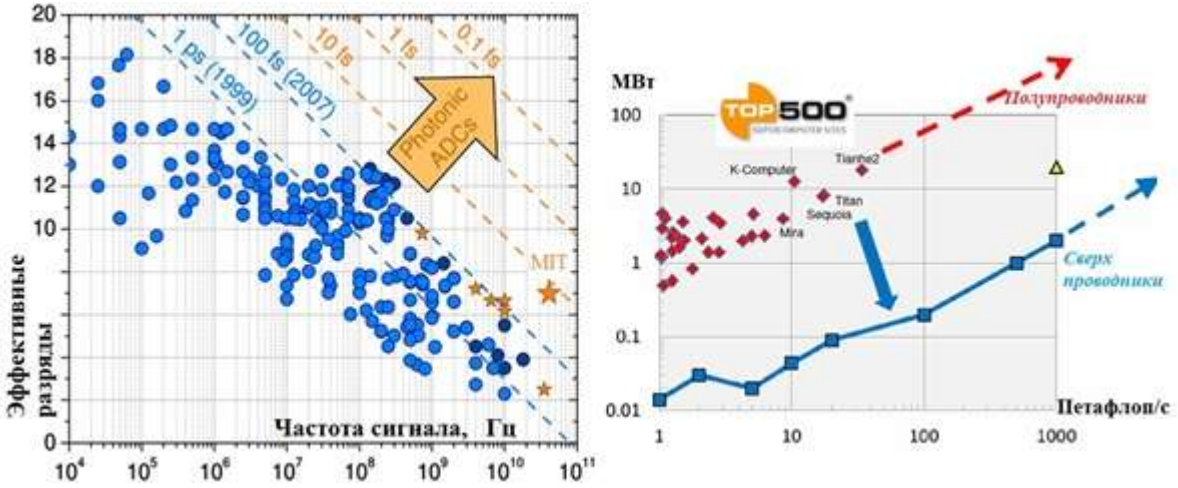


Рисунок 1.3.3 — Принципиальная схема ФАЦП, разработанная группой Массачусетского Технологического Института (MIT). Макет интегрального ФАЦП на кремниевом чипе. Чип содержит модулятор Маха-Цандера, фильтры на микрокольцевых резонаторах для демультиплексирования по длинам волн, а также полностью фотоприемники (например, на основе Si:Ge) для усиления и оцифровки СВЧ импульсов на выходах микросхемы были использованы дискретные компоненты [26].

Для получения последовательности импульсов оптической выборки поток импульсов проходит через электрооптический модулятор на интерферометре Маха-Цендера, который вводит аналоговый радиочастотный сигнал в оптический канал, модулируя напряжением сигнала проходящие световые импульсы, и таким образом производя оптическую выборку амплитуды аналогового сигнала в заданные дискретные моменты времени. При таком способе выполнения выборки апертура джиттера отсчетов сигнала определяется джиттером периода генерации лазера. Тем самым устраняется проблема апертуры джиттера отсчетов – важнейшее препятствие на пути к повышению производительности электронных АЦП.

Подчеркнем еще раз, что в данном случае мы имеем дело с фазовой (а не амплитудной) модуляцией. Промодулированные световые импульсы в каждом из двух составляющих дуального канала затем разделяются с помощью оптического спектрального демультиплексора (ОСДМ) на две группы из N волноводных оптических каналов по несущим длинам волн. Дуальные пары из этих каналов, каждая из которых относится одинаковой несущей длине волны, последовательно объединяются, и по ним каждая пара световых импульсов отсчета подается на свой балансный фотодетектор (реализуется связь между фотонной и электронной частью системы). Полученный электронный импульс усиливается, а затем оцифровывается электронным АЦП. Общие тактовые импульсы синхронизации отсчетов поступают на каждый электронный АЦП (через фотоприемник) от задающего лазера, так что на каждый импульс приходится ровно один отсчет.



(а) (б)

Рисунок 1.3.4 — Характеристики (а) электронных и фотонных АЦП и (б) КМОП и сверхпроводниковых логических элементов к настоящему времени. Диаграмма Уолдена показывает ENOB (ЭЧБ) в зависимости от частотной полосы входного аналогового сигнала. Синие точки соответствуют АЦП из обзора Уолдена по состоянию на конец 2007 года [2], а темно-синие и оранжевые звезды – высокопроизводительным АЦП, которые были продемонстрированы после 2007 г. Пунктирные линии – уровни постоянных значений апертуры джиттера с указанием года, когда это значение джиттера было достигнуто [22].

По традиции такой вариант реализации АЦП называется фотонным, но необходимо понимать, что в действительности он является фотонным по выборке и электронным по квантованию отсчетов. В такой гибридной «электронно-оптической» системе ключевую и существенно нелинейную операцию оцифровки модулированных импульсов электроника выполняет лучше и с более высоким разрешением, чем это можно было бы сделать чисто оптическими методами.

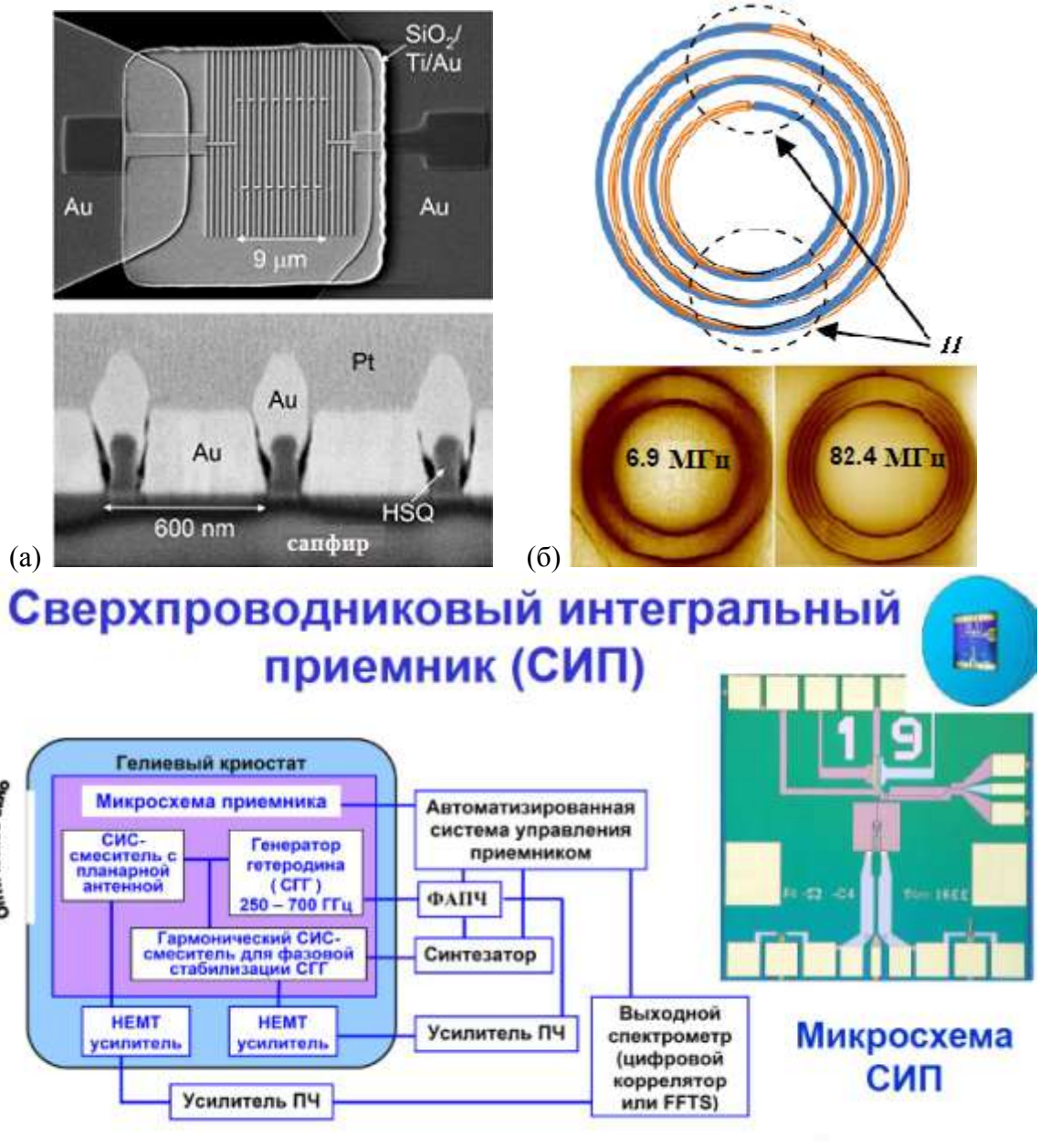


Рисунок 1.3.5 — (а) Вид сверху и сечение для интегрированного в резонатор сверхпроводникового однофотонного детектора [33]. (б) Схематическое изображение крайне компактного сверхпроводникового резонатора и визуализация распределения токов для первой и четвертой моды системы. (в) Принципиальная схема и микрофотография сверхпроводникого интегрального приемника [42].

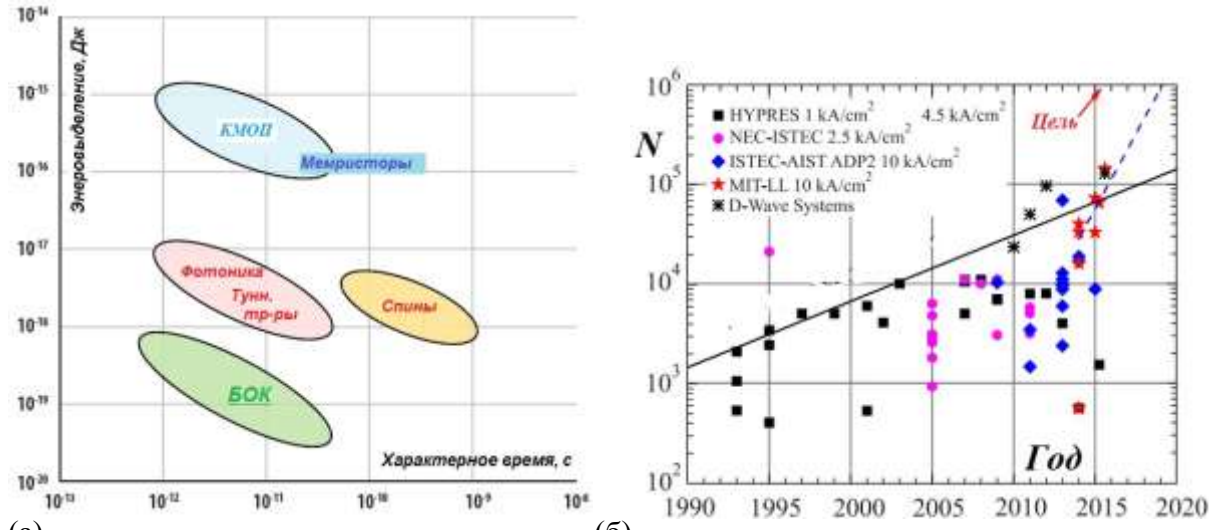
Полученный уровень разрешения соответствует эквивалентному джиттеру в 16 фемтосекунд, что превышает достижения лучших электронных АЦП в 5-10 раз. Результирующая точность была ограничена шумом электронных СВЧ усилителей. Предполагается, что полученная точность может быть улучшена при дальнейшей оптимизации постдетекторной электроники. И здесь заключен впечатляющий потенциал для объединения сильных сторон фотнной и сверх-

проводниковой компонентной базы при построении интегральных систем на чипе. Здесь в первую очередь речь идет о возможностях по использованию сверхпроводящих материалов для создания сверхчувствительных однофотонных детекторов (SSPD), компактных резонаторов на чипе и пассивных передающих линий (волноводов) с ультрамалой диссипацией энергии [30-38]. На настоящий момент эти технологии нашли масштабное применение в радиоастрономии (США, Калифорнийский Технологический Институт,Calech / JPL; Франко-Немецкий Институт Радиоастрономии Миллиметровых Волн, IRAM) при создании гетеродинных приёмников миллиметрового, субмиллиметрового и терагерцового диапазона, с рекордной в мировой практике чувствительностью на уровне одиночных фотонов. Для адекватной оценки перспектив построения сверхпроводниковой КШСС особенно важно подчеркнуть, что в системах квантовой криптографии такие детекторы (конкретно – SSPD) обеспечивают черезвычайно высокую дальность передачи ключа, обеспечивая возможность сопряжения элементов фотоники с квантовыми блоками обработки сигнала. Причем относительно недавно были успешно изготовлены сверхпроводниковые однофотонные детекторы уже на поверхности оптического волновода.

Сверхпроводниковые наноструктуры за счет своей высокой характерной частоты и малой диссипации энергии позволяют также создавать важные вспомогательные устройства для приема и генерации в терагерцовом диапазоне с уникальными параметрами. В первую очередь здесь стоит упомянуть о разработанных в нашей стране новых типах распределенных джозефсоновских генераторов с рабочими частотами до 1 ТГц [39-43]. Такие устройства могу существенно увеличить эффективную частоту, на которой работают сверхпроводниковые АЦП.

В рамках проектов Минобрнауки РФ изучены принципиально новые сверхпроводниковые интегральные наноструктуры терагерцового диапазона, исследованы физические принципы их работы. Использование методов нанотехнологии для интеграции отдельных элементов в единое устройство дает возможность создания компактного спектрометра с предельной (квантовой) чувствительностью, обусловленной спецификой нелинейных элементов и криогенной рабочей температурой. Для примера стоит указать, что шумовая температура сверхпроводникового интегрального приемника на частоте 725 ГГц составила 120 К, что лишь в 3 раза превышает квантовый предел hf/k_B . Одним из наиболее успешно развиваемых практических приложений здесь является разработка сверхчувствительных приемных устройств субмиллиметрового диапазона длин волн. Смесители на основе туннельных переходов сверхпроводник – изолятор – сверхпроводник (СИС), принципиальное описание протекающих процессов для которых будет дано в следующей главе, являются наилучшим входным устройством в мм и субмм диапазонах длин волн, их шумовая температура ограничена только квантовым пределом. Использование также сверхпроводниковых генераторов гетеродина (СГГ) позволяет объединить на одной микросхеме это устройство с антенной и смесителем при малой потребляемой мощности (низкое тепло-

выделении) и недостижимой для других генераторов шириной области перестройки частоты (в несколько раз больше, чем для лучших полупроводниковых гетеродинов на основе умножителей частоты).



(а) (б)

Рисунок 1.3.6 — (а) Энерговыделение и быстродействие для различных реализаций элементной базы систем обработки сигнала. (б) Число элементов в сверхпроводниковых интегральных схемах, созданных в 1990–2016 годах в компаниях HYPRES (плотность критического тока джозефсоновских контактов 1 кА/см^2 и 4.5 кА/см^2), NEC-ISTEC (2.5 кА/см^2), ISTEC-AIST (10 кА/см^2), MIT-LL (10 кА/см^2), D-Wave Systems [44].

Немаловажным является и тот факт, что при массовом производстве микросхема интегрального приемника будет стоить порядка 50 тысяч рублей, в то время как один лишь традиционный генератор того же диапазона на лампе обратной волны с магнитом и высоковольтным блоком питания (или генератор Ганна с умножителем) стоит более 3 миллионов рублей. Стоимость же и габариты криогенного оборудования, необходимого для работы сверхчувствительного приемника на основе джозефсоновских контактов, остаются неизменными. Интегральные приемники незаменимы для космической радиоастрономии (российский проект «Миллиметрон»), пассивной и активной радиолокации, а также мониторинга окружающей среды, осуществляемого с борта спутников или специальных самолетов (международный проект «TELIS»). Они особенно перспективны для бортовых применений, где вес, размеры и энергопотребление источников гетеродина существенно ограничиваются грузоподъемностью носителя, но могут быть с успехом использованы также в неинвазивной медицинской диагностике, в системах безопасности и противодействия терроризму. Так, в космическом эксперименте на спутнике ARGOS [45] испытания сверхпроводниковых цифровых устройств продемонстрировали возможность более чем 100-кратного снижения потребления мощности при 10-кратном увеличе-

нии быстродействия и 10-кратном уменьшении массы по сравнению с современными полупроводниковыми системами на основе кремния или арсенида галлия

Итог сравнительного анализа технических решений удобно представить в виде плоскости параметров «быстродействи» – «энерговыделение» как для традиционной элементной базы на основе КМОП-технологии, так и для наиболее популярных на сегодняшний день вариантов перспективного развития последней.

Можно выделить три серьезные технологические проблемы, не позволившие до сих пор реализовать очевидный потенциал использования макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках для создания полноценной «электронной компоненты» комплексов приема и обработки сигнала: это проблема интеграции, проблема интеграции и опять проблема интеграции (что видно из приведенного выше рисунка). Речь идет о

– слишком большом (микронном) размере джозефсоновских туннельных гетероструктур, ключевых элементов упомянутых выше аналоговых и цифровых устройств,

– слишком большом (порядка нескольких микрометров) размере базовых логических элементов, создаваемых на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров, и ячеек для постоянных и оперативных запоминающих устройств (ПЗУ и ОЗУ), работающих с квантами магнитного потока

– отсутствии технических решений, позволяющих адекватно использовать при обработке сигнала те возможности по радикальному уменьшению количества используемых логических элементов, что открывают известные на сегодняшний день квантовые и нейросетевые алгоритмы.

Настоящая работа нацеленна на теоретический и экспериментальный поиск путей комплексного решения проблемы интеграции в гибридных комплексах приема и обработки сигнала, а также разработку квантовых логических элементов нового типа и изучение их взаимодействия с электромагнитными полями.

1.4. Выводы к главе 1

Целью данной работы является разработка оптимальных маршрутов реализации когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем (КШСС) для приема и обработки сигналов с использованием классических, нейросетевых и квантовых алгоритмов.

Для достижения указанной цели должен быть решен ряд задач, включающий разработку физических основ создания

(*а*) высокоэффективных сверхвысокочастотных и сверхчувствительных сверхпроводящих детекторов магнитной компоненты электромагнитного сигнала;

(*б*) сверхбыстрых (тактовые частоты до 700 ГГц) энергоэффективных (энерговыделение на операцию ~ 1аДж) сверхпроводящих аналого-цифровых преобразователей, способных обеспечить оцифровку получаемого сигнала без предварительного преобразования частоты;

(*в*) компактных и энергоэффективных логических элементов и элементов памяти, совместимых со сверхпроводниковыми детекторами и аналого-цифровыми преобразователями;

(*г*) ячеек нейросетевых и квантовых блоков обработки оцифрованного сигнала;

(*д*) интерфейсных цепей, связующих сверхпроводящие детекторы и аналого-цифровые преобразователи с блоками обработки сигнала (в том числе и квантовыми), а также обеспечивающих передачу сигнала в цепи полупроводниковой электроники.

Качественно новой особенностью данной работы должен являться комплексный подход к разработке универсальной сверхпроводниковой энергоэффективной технологии, пригодной для реализации когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем (КШСС) для приема и обработки сигналов с использованием классических, нейросетевых и квантовых алгоритмов. Это позволит выявить «слабые места» существующих парадигм, а затем предложить эффективные технические решения для их последовательного устранения при сохранении имеющихся достижений [А78].

В частности, разрабатываемая КШСС должна функционировать в диапазоне частот от 0 до 100 ГГц, что обуславливает требование к линейности преобразования входного сигнала её активными детектирующими элементами: эта линейность должна находиться на уровне более 100 дБ. Также характерная длительность одной логической операции при обработке поступающей информации не должна превышать 10 пс, а выделение энергии – 1 аДж. В рамках работы впервые должны быть представлены самосогласованные методы исследования токового транспорта в отдельных джозефсоновских элементах и цепях на их основе, обеспечивающие возможность выполнения указанных требований. Так, специфика макроскопических квантовых эффектов в многоконтактных и многоконтурных сверхпроводящих квантовых интерферометрах с магнитными джозефсоновскими контактами может быть использована для разработки логи-

ческих ячеек для сверхбыстрых и энергоэффективных адиабатических квантовых вычислений и исследования возможностей интеграции искусственных нейронных сетей в системы обработки оцифрованного сигнала со встроенной магнитной джозефсоновской памятью.

На настоящий момент уже достаточно проработаны такие сверхпроводниковые системы, как WCDMA (Wide Band Code Division Multiple Access) детектор для распознавания пользователей в составе базовой станции систем связи большой емкости (до 500 пользователей на одной несущей частоте с полосой передачи данных до 10 ГГц), цифровой коммутатор-маршрутизатор, уже упоминавшиеся аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи, а также сигнальные процессоры для работы в составе интегрального приёмника для миллиметровых и субмиллиметровых длин волн.

Но для того, чтобы эффективно использовать существующие наработки, необходимо радикально оптимизировать характеристики (размер, быстродействие, энергоэффективность, помехозащищенность) для таких элементов и систем КШСС, как

1) компактный джозефсоновский элемент;
2) фазовая батарея;
3) элементы и ячейки постоянных сверхпроводниковых запоминающих устройств различных конструкций;
4) элементы и ячейки оперативных сверхпроводниковых запоминающих устройств различных конструкций;
5) базовые ячейки нейросетевых блоков обработки сигнала на основе джозефсоновских элементов;
6) базовые ячейки квантовых блоков обработки сигнала на основе джозефсоновских элементов;
7) цепи задания сигнала в квантовые блоки его обработки;
8) интерфейсные цепи, обеспечивающие связь между блоками обработки сигнала (в том числе и квантовыми);
9) активные ячейки, обеспечивающие детектирование поступающего сигнала с высокой чувствительностью и линейностью.

В перспективе сочетание на одном кристалле функциональных элементов различных аналоговых и цифровых устройств, участвующих в детектировании и последующей обработке сигнала, существенно уменьшит потребление электроэнергии, увеличит компактность и надежность системы в целом.

ГЛАВА 2. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕДЛАГАЕМЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

2.1. Макроскопические квантовые эффекты в сверхпроводниках для создания комплексов приема и обработки сигнала

Для решения задач настоящей работы будут активно использоваться свойства сверхпроводимости – макроскопического квантового эффекта, проявляющего себя как переход некоторых проводящих ток материалов в состояние со строго нулевым электрическим сопротивлением при температурах ниже определённого критического значения T_C. Исследование физических процессов в коллективах носителей заряд для интересующих нас сверхпроводящих структур будем строить на основе теории Бардина-Купера-Шриффера, полагая, что

1) электроны с противоположными спинами способны образовывать парные «скоррелированные» состояния (например, за счет обмена фононами);

2) в однородном сверхпроводнике без магнитных примесей в состав упомянутых корреляций (*куперовских пар*) входят электроны с одинаковыми по величине, но противоположными по направлению импульсами;

3) взаимодействие является изотропным, т.е. вес слагаемых от куперовских пар в потенциальной энергии, записанной с учетом электрон-фононного взаимодействия, не зависит от взаимного направления волновых векторов электронов, а энергия «связующих» фононов ограничена сверху величиной дебаевской энергии $\hbar\omega_D$.

С учетом всех этих сильных предположений гамильтониан для коллектива носителей заряда в сверхпроводнике, называемый также гамильтонианом Бардина-Купера-Шриффера, выражается следующим образом через операторы рождения и уничтожения квазичастичных возбуждений (энергии E_k здесь и далее отсчитываются от уровня Ферми) [1-4]:

$$\hat{H}_{BCS} = \sum_{k;\boldsymbol{\sigma}} E_k \hat{a}^{+}_{k\sigma}\hat{a}_{k\sigma} + \sum_{k,l} U_{k,l}\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}.$$

Волновую функцию основного состояния такой системы можно представить в виде:

$$\Psi_{BCS} = \prod_k \left(u_k + v_k \hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}\right)|0\rangle.$$

где $|0\rangle$ – вакуумное электронное состояние, физический смысл, например, функции v_k – амплитуда вероятности существования пары электронов (куперовской пару) в состояниях с импульсами и спинами $+\hbar\vec{k};\uparrow$ и $-\hbar\vec{k};\downarrow$, $|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1$. Средние значения кинетической и потенциальной энергий в основном состоянии электронной системы с притяжением в рамках теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) равны:

$$\left\langle \hat{T} \right\rangle_{BCS} = 2\sum_k \varepsilon_k |v_k|^2,\ \left\langle \hat{V} \right\rangle_{BCS} = \sum_{k,l} U_{k,l} u_l^* v_k^* u_k v_l \,.$$

Функции u_k и v_k, дающие состояние с минимум энергии (без учета температурных эффектов) для коллектива электронов с притяжением в рамках теории Бардина-Купера-Шриффера, при помощи вспомогательной параметризации

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1 \Rightarrow u_k = \cos\theta_k;\ v_k = \sin\theta_k$$

приводятся к виду

$$v_k^2 = \sin^2\theta_k = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta_k) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{E_k}{\varepsilon_k}\right),\ \varepsilon_k \equiv \sqrt{\Delta_k^2 + E_k^2}\ ,$$

$$-\frac{1}{2}\sum_l U_{k,l}\sin 2\theta_l = -\sum_l U_{k,l} u_l v_l \equiv \Delta_k \,.$$

Нетривиальное решение (при $\Delta_k \neq 0$) последнего «уравнения-определения», называемого также уравнением самосогласования, в рамках гипотезы Купера, когда электрон-фононное притяжение изотропно и представимо в виде

$$U_{k,l} = \begin{cases} -V/\Omega, & |E_k|, |E_l| < \hbar\omega_D \\ 0 \end{cases},$$

записывается как

$$\Delta = \frac{V}{\Omega}\sum_l \frac{\Delta}{2\sqrt{\Delta^2 + E^2}} \Rightarrow 1 = \frac{V}{\Omega}\sum_l \frac{1}{2\sqrt{\Delta^2 + E^2}}$$

Это уравнение можно легко решить аналитически, если перейти от суммирования к интегрированию по энергиям в интервале $(E_F; E_F + \hbar\omega_D)$, умножить на физический объем системы Ω и положить плотность электронных состояний примерно равной плотности состояний на уровне Ферми *N*(0):

$$VN(0)\int_0^{\hbar\omega_D} \frac{dE}{\sqrt{E^2 + \Delta^2}} = 1,\ \Delta = \frac{\hbar\omega_D}{sh(1/VN(0))}$$

В приближении слабой связи при $VN(0) << 1$, $sh(1/VN(0)) \approx \exp(1/VN(0))/2$, и тогда:

$$\Delta \cong 2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{1}{VN(0)}\right).$$

Чтобы яснее подчеркнуть физический смысл величины Δ, называемой обычно энергетической щелью в спектре возбуждений сверхпроводника, отметим: помещая один дополнительный электрон с импульсом $\hbar k$ в коллектив электронов с притяжением, находящийся в основном состоянии, мы «занимаем» пару состояний $(-k\downarrow, k\uparrow)$, то есть «изымаем» эту пару и из участия во взаимодействии, понижающем общую энергию системы, и из общей кинетической энергии. За

счет этого одного «дополнительного» электрона мы меняем энергию системы на величину:

$$\delta E = E_k - 2E_k v_k^2 + 2Vu_k v_k \sum_{l\neq k} u_l v_l = E_k - 2E_k \frac{1}{2}\left(1-\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right) + 2\sqrt{\frac{1}{4}\left(1-\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right)\left(1+\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right)}\Delta =$$

$$= E_k - E_k + \frac{E_k^2}{\varepsilon_k} + \sqrt{1-\frac{E_k^2}{\varepsilon_k^2}}\Delta = \varepsilon_k$$

Функция $\varepsilon_k \equiv \sqrt{\Delta_k^2 + E_k^2}$, представленная на Рисунке 1, *a* в окрестности точки k_F (для сравнения на также представлен закон дисперсии электроноподобного возбуждения в идеальном электронном газе), и есть закон дисперсии для квазичастичного электроноподобного возбуждения в коллективе электронов с притяжением в рамках теории БКШ. Минимально возможная энергия такого возбуждения равна Δ.

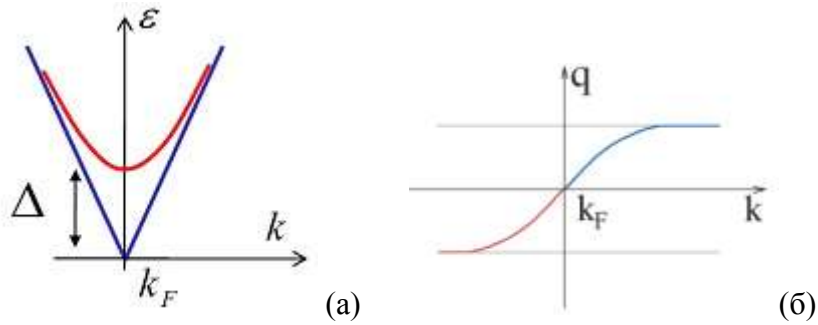


Рисунок 2.1.1 — Сравнение законов дисперсии для возбуждений в идеальном ферми-газе (а) и сверхпроводнике (б), а также эффективный заряд таких возбуждений.

Отметим важную особенность возбуждений в рассматриваемом неидеальном ферми-газе: их эффективный заряд (в единицах заряда электрона) $u_k^2 - v_k^2 = \frac{E_k}{\varepsilon_k}$ зависит от величины импульса и даже может менять знак, что наглядно проиллюстрировано на прилагаемом рисунке.

Для адекватного описания таких возбуждений введем новые операторы рождения/уничтожения при помощи преобразований Боголюбова

$$\hat{\alpha}_{k\uparrow} = u_k \hat{a}_{k\uparrow} - v_k \hat{a}^+_{-k\downarrow}, \qquad \hat{\alpha}_{-k\uparrow} = u_{-k} \hat{a}_{-k\uparrow} - v_{-k} \hat{a}^+_{k\downarrow}.$$

$$\hat{\alpha}_{k\downarrow} = u_{-k} \hat{a}_{k\downarrow} + v_{-k} \hat{a}^+_{-k\uparrow}, \qquad \hat{\alpha}_{-k\downarrow} = u_k \hat{a}_{-k\uparrow} + v_k \hat{a}^+_{k\uparrow},$$

для которых выполняются (при условии $u_k^2 + v_k^2 = 1$) антикоммутационные соотношения, типичные для ферми-частиц:

$$\{\hat{\alpha}_{k\uparrow}; \hat{\alpha}_{p\uparrow}\} = \{u_k \hat{a}_{k\uparrow} - \underbrace{v_k \hat{a}^+_{-k\downarrow}; u_p \hat{a}_{p\uparrow}}_{\text{Разные спины}} - v_p \hat{a}^+_{-p\downarrow}\} = 0$$

$$\{\hat{\alpha}_{k\uparrow}; \hat{\alpha}_{p\downarrow}\} = u_k v_{-p} \underbrace{\{\hat{a}_{k\uparrow}; \hat{a}^+_{-p\uparrow}\}}_{\delta_{k;-p}} - u_{-p} v_k \underbrace{\{\hat{a}^+_{-k\downarrow}; \hat{a}_{p\downarrow}\}}_{\delta_{-k,p}} = (u_k v_{-p} - u_{-p} v_k)\delta_{k;-p} = 0$$

$$\{\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow};\hat{\alpha}_{p\downarrow}\}=\{u_k\hat{a}^{+}_{k\uparrow}-v_k\hat{a}_{-k\downarrow};u_{-p}\hat{a}_{p\downarrow}-v_{-p}\hat{a}^{+}_{-k\uparrow}\}=0$$

$$\{\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow};\hat{\alpha}_{p\uparrow}\}=u_k u_p\delta_{kp}+v_k v_p\delta_{-k,-p}=(u_k{}^2+v_k{}^2)\delta_{kp}$$

Упомянутый выше гамильтониан БКШ, записанный в виде квадратичной формы, эта замена переменных позволяет радикально упростить. Действительно, пусть

$$\left\langle \hat{a}_{-\vec{k}\downarrow}\hat{a}_{\vec{k}\uparrow}\right\rangle_{BCS}\equiv b_k\neq 0\,,\ \left\langle \hat{a}_{-k\downarrow}\hat{a}_{k\uparrow}\right\rangle_{BCS}=u^{*}{}_k v_k\neq 0\ .$$

Это выражение фактически задает амплитуду вероятности перехода системы из «дырочного» состояния $\hat{a}_{\vec{k}\uparrow}\left|\Psi_{BKS}\right\rangle$, в котором отсутствовал электрон с импульсом и спином $\vec{k}\uparrow$ в «электронное» состояние $\hat{a}^{+}_{-\vec{k}\downarrow}\left|\Psi_{BKS}\right\rangle$. Теперь можем представить пару операторов для потенциальной энергии в гамильтониане (БКШ) в следующем виде:

$$\hat{a}_{-\vec{k}\downarrow}\hat{a}_{\vec{k}\uparrow}\equiv \underset{\text{среднее}}{b_k}+\underbrace{(\hat{a}_{-\vec{k}\downarrow}\hat{a}_{\vec{k}\uparrow}-b_k)}_{\text{флуктуации}}.$$

Тогда получаем модифицированный гамильтониан БКШ:

$$\hat{\mathrm{H}}_{MOD}=\sum_{k\sigma}\xi_k\hat{a}^{+}_{k\sigma}\hat{a}_{k\sigma}+\sum_{kl}V_{kl}\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}=Кин+\sum_{kl}V_{kl}(b^{*}_k+(\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}-b^{*}_k))(b_l+(\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}-b_l))$$

Пренебрегаем квадратом флуктуаций, считая выполненным условие $(\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}-b^{*}_k)(\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}-b_l)\ll 1$.

$$\hat{\mathrm{H}}_{MOD}=\sum_{k\sigma}E_k\hat{a}^{+}_{k\sigma}\hat{a}_{k\sigma}+\sum_{kl}V_{kl}(b^{*}_k b_l+b_l\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}-b^{*}_k b_l+b^{*}{}_k\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}-b^{*}_k b_l)\,,$$

$$\hat{\mathrm{H}}_{MOD}=Кин+\sum_{kl}V_{kl}(b_l\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}+b^{*}{}_k\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}-b^{*}_k b_l)\,.$$

Далее вводим обозначение

$$\Delta_k=-\sum_l V_{kl}b_l=-\sum_l V_{kl}\left\langle \hat{a}_{-\vec{l}\downarrow}\hat{a}_{\vec{l}\uparrow}\right\rangle_{BCS},$$

$$\hat{\mathrm{H}}_{MOD}=\sum_{k\sigma}E_k\hat{a}^{+}_{k\sigma}\hat{a}_{k\sigma}-\sum_k(\Delta_k\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}+\Delta^{*}{}_k\hat{a}_{-k\downarrow}\hat{a}_{k\uparrow}-\Delta_k b^{*}{}_k)\,,$$

$$\sum_{kl}V_{kl}b^{*}{}_k\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}=\sum_{kl}V^{*}{}_{lk}b^{*}{}_k\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}=\sum_l\Delta^{*}{}_l\hat{a}_{-l\downarrow}\hat{a}_{l\uparrow}=\sum_k\Delta^{*}{}_k\hat{a}_{-k\downarrow}\hat{a}_{k\uparrow}\,.$$

Используя обратные преобразования Боголюбова

$$\left.\begin{aligned}\hat{\alpha}_{k\uparrow}&=u_k\hat{a}_{k\uparrow}-v_k\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}\\ \hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow}&=u_k\hat{a}^{+}_{-k\downarrow}+v_k\hat{a}_{k\uparrow}\end{aligned}\right|\begin{matrix}\cdot u_k\\ \cdot v_k\end{matrix}\ \oplus\qquad\Rightarrow \hat{a}_{k\uparrow}=u_k\hat{\alpha}_{k\uparrow}+v_k\hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow},$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\alpha}_{k\downarrow}&=u_{-k}\hat{a}_{k\downarrow}+v_{-k}\hat{a}^{+}_{-k\uparrow}\\ \hat{\alpha}^{+}_{-k\uparrow}&=u_{-k}\hat{a}^{+}_{-k\uparrow}-v_{-k}\hat{a}_{k\downarrow}\end{aligned}\right|\begin{matrix}\cdot u_{-k}\\ \cdot(-v_{-k})\end{matrix}\ \oplus\qquad\Rightarrow \hat{a}_{k\downarrow}=u_{-k}\hat{\alpha}_{k\downarrow}-v_{-k}\hat{\alpha}^{+}_{-k\uparrow},$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\alpha}_{-k\downarrow}&=u_k\hat{a}_{-k\downarrow}+v_k\hat{a}^{+}_{k\uparrow}\\ \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}&=u_k\hat{a}^{+}_{k\uparrow}-v_k\hat{a}_{-k\downarrow}\end{aligned}\right|\begin{matrix}\cdot u_k\\ \cdot(-v_k)\end{matrix}\ \oplus\qquad\Rightarrow \hat{a}_{-k\downarrow}=u_k\hat{\alpha}_{-k\downarrow}-v_k\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow},$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\alpha}_{-k\uparrow} &= u_{-k}\hat{a}_{-k\uparrow} - v_{-k}\hat{a}^{+}_{k\downarrow}\\ \hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow} &= u_{-k}\hat{a}^{+}_{k\downarrow} + v_{-k}\hat{a}_{-k\uparrow}\end{aligned}\right|\begin{aligned}\cdot u_k\\ \cdot v_k\end{aligned}\oplus \qquad \Rightarrow \hat{a}_{-k\uparrow} = u_{-k}\hat{\alpha}_{-k\uparrow} + v_{-k}\hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow},$$

Мы, при помощи прямой подстановки, можем убедиться, что все недиагональные слагаемые в гамильтониане, описывающем коллектив носителей заряда, обращаются в ноль при выполнении условий:

$$\begin{aligned}2u_k v_k E_k - \Delta_k {u_k}^2 + {\Delta^*}_k {v_k}^2 = 0 \qquad (\alpha^+\alpha^+)\\ 2u_k v_k E_k - {\Delta^*}_k {u_k}^2 + \Delta_k {v_k}^2 = 0 \qquad (\alpha\alpha)\end{aligned}.$$

Вводя использовшуюся выше вспомогательную параметризацию, мы получаем, что эти условия равносильны требованию:

$$tg(2\theta_k) = \frac{\Delta_k}{E_k},$$

$${u_k}^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right); {v_k}^2 = \frac{1}{2}\left(1-\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right),\ {u_k}^2 - {v_k}^2 = \frac{E_k}{\varepsilon_k}\ ;\ u_k v_k = \frac{\Delta_k}{2E_k}\left({u_k}^2 - {v_k}^2\right) = \frac{\Delta_k}{2\varepsilon_k}.$$

В явном виде запишем гамильтониан БКШ, приведенный к каноническому (диагональному) виду:

$$\hat{\mathrm{H}}_{MOD} = \sum_k E_k \left[\underbrace{({u_k}^2 - {v_k}^2)\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow} + {v_k}^2}_{\{1\}} + \underbrace{({u_k}^2 - {v_k}^2)\hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow}\hat{\alpha}_{k\downarrow} + {v_{-k}}^2}_{\{2\}} \right] +$$

$$+ \underbrace{(\Delta_k + \Delta^*_k)u_k v_k(\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow} + \hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow}\hat{\alpha}_{-k\downarrow} - 1)}_{\{3\}} + \Delta_k b^*_k = \sum_k E_k \left[\frac{E_k}{\varepsilon_k}\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow} + 2\frac{1}{2}\left(1-\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right) + \frac{E_k}{\varepsilon_k}\hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow}\hat{\alpha}_{k\downarrow} \right] +$$

$$+ (2\Delta_k)\frac{\Delta_k}{2\varepsilon_k}(\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow} + \underbrace{\hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow}\hat{\alpha}_{-k\downarrow}}_{k\Rightarrow -k-\text{изотропность}} - 1) + \Delta_k b^*_k = \sum_k \left[\varepsilon_k\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow} + E_k\left(1-\frac{E_k}{\varepsilon_k}\right) + \varepsilon_k\hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow}\hat{\alpha}_{k\downarrow} - \frac{{\Delta_k}^2}{\varepsilon_k} + \Delta_k b^*_k \right]$$

$$= \sum_k \left[\varepsilon_k\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow} + \varepsilon_k\hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow}\hat{\alpha}_{k\downarrow} + E_k - \varepsilon_k + \Delta_k b^*_k \right] = \sum_{k\sigma}\left[\varepsilon_k\hat{\alpha}^{+}_{k\sigma}\hat{\alpha}_{k\sigma} \right] + \sum_k \left[E_k - \varepsilon_k + \Delta_k b^*_k \right]$$

В результате получаем для модифицированного гамильтониана

$$\hat{\mathrm{H}}_{MOD} = \underbrace{\sum_{k\sigma}\varepsilon_k\hat{\alpha}^{+}_{k\sigma}\hat{\alpha}_{k\sigma}}_{\text{кин.энергия}} + \underbrace{\sum_k E_k - \varepsilon_k + \Delta_k {b^*}_k}_{\text{эн.осн.сост.}}.$$

Здесь *k*-ое собственное значение для оператора кинетической энергии идеального ферми-газа боголюбовских квазичастиц в размерных единицах может быть выражено как

$$\varepsilon_k = \sqrt{(\hbar^2 k^2/2m - E_F)^2 + {\Delta_k}^2}\ .$$

Энергетическую щель в спектре боголюбовских квазичастиц через функцию распределения для ферми-частиц при известной конечной температуре (уравнение самосогласования) можно представить как

$$\Delta_l = -\sum_k V_{kl}\left\langle \hat{a}_{-k\downarrow}\hat{a}_{k\uparrow}\right\rangle = -\sum_k V_{kl}\left\langle (u_k\hat{\alpha}_{-k\downarrow} - v_k\hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow})(u_k\hat{\alpha}_{k\uparrow} + v_k\hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow})\right\rangle =$$

$$= -\sum_k V_{kl}\left\langle u_k v_k \hat{\alpha}_{-k\downarrow}\hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow} - u_k v_k \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow}\right\rangle = -\sum_k V_{kl} u_k v_k \left\langle 1 - \hat{\alpha}^{+}_{-k\downarrow}\hat{\alpha}_{-k\downarrow} - \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow}\right\rangle$$

$$\Rightarrow \Delta_l = -\sum_k V_{kl} u_k v_k \left\langle 1 - n_{-k\downarrow} - n_{k\uparrow}\right\rangle .$$

Здесь введено обозначение $n_{k\uparrow} = \left\langle \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow}\hat{\alpha}_{k\uparrow}\right\rangle$, причем, усредняя оператор числа ферми-частиц по основному состоянию при заданной температуре, мы получаем фермиевскую функцию распределения

$$n_{\vec{k}\sigma} \equiv n_{|\vec{k}|} = \frac{1}{1+\exp\left(\varepsilon_k / k_B T\right)} = f_k \ .$$

Среднюю энергию основного состояния при конечной температуре легко записать, полагая, что боголюбовские квазичастицы, занимая ячейку фазового пространства (k,σ), «закрывают» её для электрона из куперовской пары в соответствии с требованием принципа Паули:

$$\left\langle E\right\rangle_{BCS} = 2\sum_k |\, E_k \,|\, f_k + 2\sum_k E_k v_k^2 (1-2f_k) - V\sum_{k,l} v_k u_k v_l u_l (1-2f_k)(1-2f_l) .$$

Поиск функций u_k, v_k, которые бы минимизировали плотность свободной энергии $\left\langle E\right\rangle_{BKS} - TS\,|_{\min}$, приводит к следующему виду для уравнения самосогласования:

$$\left|tg\,2\theta_k\right| = \frac{\Delta(T)}{E_k}, \ \ v_l u_l = \frac{1}{2}\sin 2\theta_l = \frac{\Delta(T)}{2\varepsilon_l},$$

$$\Delta(T) = V\sum_l v_l u_l (1-2f_l) = V\sum_l \frac{\Delta(T)}{2\varepsilon_l}(1-2f_l),$$

$$1 = \frac{N(0)V}{2} 2\int_0^{\hbar\omega_D} \frac{dE}{\sqrt{E^2+\Delta^2(T)}} \cdot th\left(\frac{\sqrt{E^2+\Delta^2(T)}}{2k_B T}\right).$$

Рассматривая частный случай – случай критической температуры $T = T_C$, при которой по определению эффект сверхпроводимости исчезает, и энергетическая щель в спектре возбуждений обращается в ноль ($\Delta(T_C) = 0$) – получим

$$1 = \frac{N(0)V}{2} 2\int_0^{\hbar\omega_D} \frac{dE}{E} \cdot th\left(\frac{E}{2k_B T_C}\right).$$

Тогда при выполнении условия $\hbar\omega_D >> k_B T_C$

$$k_B T_C = 1.14 \cdot \exp\left(-\frac{1}{N(0)V}\right)\cdot \hbar\omega_D . \ \ k_B T_C = 0.57\cdot\Delta_0, \ \Delta(T=0) \equiv \Delta_0 .$$

Асимптотический анализ уравнения самосогласования дает нам:

в окрестности абсолютного нуля

$$\Delta(T) = \Delta_0 \cdot \left\{1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta_0}}\cdot \exp\left(-\Delta_0 / T\right)\right\};$$

при стремлении температуры к критической $\Delta(T \to T_C) = \frac{1}{\sqrt{A}} \cdot T_C \cdot \sqrt{1 - T/T_C} \approx 3.06 \cdot T_C \cdot \sqrt{1 - T/T_C}$.

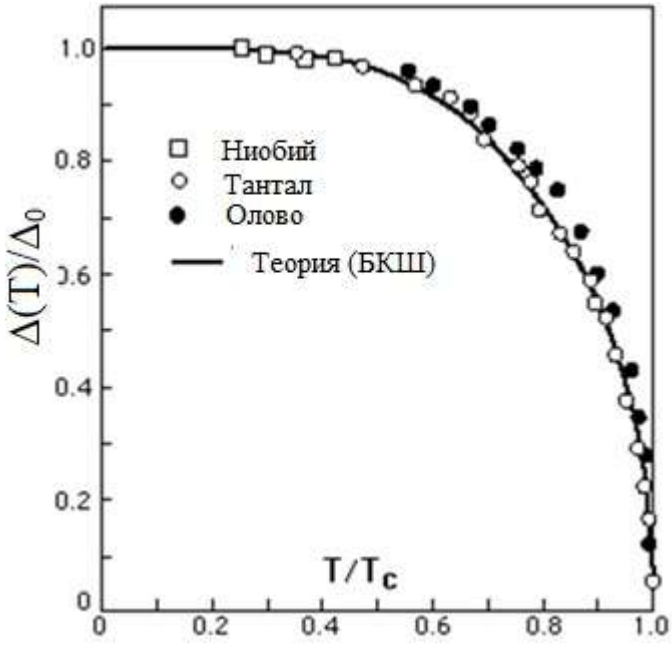


Рисунок 2.1.2 — Зависимость величины энергетической щели в спектре возбуждений от температуры (теория и эксперимент) [5, 6].

Важнейшим элементом всех блоков когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем (КШСС) для приема и обработки сигналов является *джозефсоновский контакт* – тонкопленочная гетероструктура, по своим электрофизическим характеристикам весьма отличная от базовых элементов традиционной кремниевой технологии (диода и транзистора). Джозефсоновский контакт – это двухполюсное устройство, состоящее из двух сверхпроводящих электродов, разделенных областью, в которой сверхпроводимость (модуль «волновой функции» находящихся в сверхпроводящем состоянии электронов) значительно подавлена. Подавление сверхпроводимости может быть обеспечено за счет геометрических факторов, например, сужений или в результате использования тонкой несверхпроводящей прослойки между электродами [7-14]. Это означает, что для перехода к анализу реальных устройств, использующих макроскопическое квантовое явление сверхпроводимости, необходимо построить математический аппарат, позволяющий, как минимум, учитывать:

1) присутствие внешних полей, задаваемых через векторный потенциал $\vec{A}(\vec{r})$ и скалярный потенциалы;

2) существование примесей, границ и иных нарушений в регулярной структуре кристаллической решетки, поля от которых дают вклад $U_0(\vec{r})$ в оператор Гамильтона всей системы.

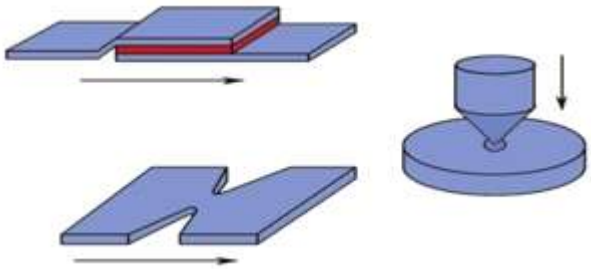


Рисунок 2.1.3 — Схематические изображения слабых связей трех типов: сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник («сэндвич»); сверхпроводник-сужение-сверхпроводник вида «мостик переменной толщины»; точечный контакт [11, 12].

В этом случае, квазиимпульс электронов в рассматриваемом неидеальном ферми-газе уже не сохраняется, что заставляет нас перейти из импульсного представления в координатное. На практике это означает переход к операторам уничтожения/рождения частицы в заданной точке с заданной проекцией спина σ [13, 14]:

$$\hat{\Psi}(\vec{r},\sigma)=\frac{1}{L^{3/2}}\sum_k e^{i\vec{k}\vec{r}}\hat{a}_{k,\sigma};\ \hat{\Psi}^{+}(\vec{r},\sigma)=\frac{1}{L^{3/2}}\sum_k e^{-i\vec{k}\vec{r}}\hat{a}^{+}{}_{k,\sigma}.$$

Для этих операторов по-прежнему действуют антикоммутационные соотношения вида:

$$\left\{\hat{\psi}(\vec{r},\sigma),\hat{\psi}^{+}(\vec{r}^{'},\sigma^{'})\right\}=\delta(\vec{r}-\vec{r}^{'})\cdot\delta_{\sigma,\sigma^{'}};$$
$$\left\{\hat{\psi}(\vec{r},\sigma),\hat{\psi}(\vec{r}^{'},\sigma^{'})\right\}=\left\{\hat{\psi}^{+}(\vec{r},\sigma),\hat{\psi}^{+}(\vec{r}^{'},\sigma^{'})\right\}=0$$

Будем, как и ранее рассматривать электронный газ с учетом электрон-фононного взаимодействия, выделяя две части в гамильтониане этой системы с химическим потенциалом μ (и переменным числом частиц):

$$\hat{H}_0+\hat{H}_1=\hat{H}\Rightarrow\hat{H}^{'}=\hat{H}-\mu\hat{N},\ \mu=E_F,$$

где

$$\hat{H}_0=\sum_\sigma\int d^3r\left(\hat{\Psi}^{+}(\vec{r},\sigma)\left(\frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}}-\frac{e}{c}\vec{A})^2+U_0(\vec{r},\sigma)\right)\hat{\Psi}(\vec{r},\sigma)\right)$$

есть «одночастичная» часть, не включающая учет взаимодействия между частицами, причем рассматриваемые «примеси» по умолчанию не обладают магнитным моментом, т.е. $U_0(\vec{r},\sigma)=U_0(\vec{r})$. Вклад межчастичных взаимодействий в гамильтониан можно описать следующим образом:

$$\hat{H}_1=-V\int d^3r\{\hat{\Psi}^{+}(\vec{r}\uparrow)\hat{\Psi}^{+}(\vec{r}\downarrow)\hat{\Psi}(\vec{r}\downarrow)\hat{\Psi}(\vec{r}\uparrow)\}.$$

Обобщение метода Хартри-Фока на случай рассматриваемого неидеального ферми-газа при замене взаимодействия между частицами на взаимодействие со «средним полем» позволяет построить модельный гамильтониан в виде квадратичной формы [A75]:

$$\hat{H}_{eff} = \int d^3r \{ \sum_{\sigma} [\hat{\Psi}^+(\vec{r},\sigma)\hat{H}_e\hat{\Psi}(\vec{r},\sigma) + B(\vec{r})\hat{\Psi}^+(\vec{r},\sigma)\hat{\Psi}(\vec{r},\sigma)] +$$

$$+ \Delta(\vec{r})\hat{\Psi}^+(\vec{r},\uparrow)\hat{\Psi}^+(\vec{r},\downarrow) + \Delta^*(\vec{r})\hat{\Psi}(\vec{r},\uparrow)\hat{\Psi}(\vec{r},\downarrow)\},$$

где $\hat{H}_e = \frac{1}{2m}(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A})^2 + U_0(\vec{r},\sigma) - E_F$ – «одноэлектронный гамильтониан»; $B(\vec{r})$ – энергия взаимодействия между электронами за счет сил кулоновского отталкивания, представленная за счет взаимодействия со «средним полем» Хартри-Фока (существующее и в нормальном металле «действительное среднее поле»), $\Delta(\vec{r})$ – аналог этого поля, учитывающий существование электрон-фононного взаимодействия между электронами с противоположно направленными спинами, называемый потенциалом спаривания (характерное для сверхпроводников «комплексное среднее поле»).

Получившийся гамильтониан не является диагональным относительно операторов $\hat{\Psi}$ и $\hat{\Psi}^+$, а значит – необходимо его диагонализовать с помощью модификации упомянутых выше преобразований Боголюбова:

$$\hat{\Psi}(\vec{r},\uparrow) = \sum_k \{u_k(\vec{r})\hat{\alpha}_{k\uparrow} - v_k^*(\vec{r})\hat{\alpha}_{k\downarrow}^+\},\ \hat{\Psi}(\vec{r},\downarrow) = \sum_k \{u_k(\vec{r})\hat{\alpha}_{k\downarrow} + v_k^*(\vec{r})\hat{\alpha}_{k\uparrow}^+\}.$$

Рассматриваемые преобразования должны быть унитарными, и это обстоятельство накладывает определенные условия на веса u_k, v_k

$$\varepsilon_k u_k(\vec{r}) = (\hat{H}_e + B(\vec{r}))u_k(\vec{r}) + \Delta(\vec{r})v_k(\vec{r}),$$

$$\varepsilon_k v_k(\vec{r}) = -(\hat{H}_e^* + B(\vec{r}))v_k(\vec{r})) + \Delta^*(\vec{r})u_k(\vec{r}),$$

называемые уравнениями Боголюбова – де Жена. В матричном виде этих уравнений

$$\varepsilon_k \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix} = \hat{\Omega} \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix},\ \hat{\Omega} = \begin{pmatrix} \hat{H}_e + B(\vec{r}) & \Delta(\vec{r}) \\ \Delta^*(\vec{r}) & -(\hat{H}_e^* + B(\vec{r})) \end{pmatrix}.$$

особенно легко распознать задачу на определение *спектра состояний* в рассматриваемом неидеальном ферми-газе (коллективе носителей заряда в сверхпроводнике). Элементы спинора $\begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix}$ определяют амплитуды вероятности обнаружить в окрестности заданной точки частицу либо в «электроноподобном», либо в «дырочноподобном» состоянии соответственно.

Для последующего анализа свойств сверхпроводящих материалов необходимо выразить через операторы рождения и уничтожения (полевые операторы) функции $B(\vec{r})$ – энергию взаимодействия со «средним полем» Хартри-Фока для нормального металла – и $\Delta(\vec{r})$ – потенциал спаривания для электрон-фононного взаимодействия::

$$B(\vec{r}) = -V \cdot \left\langle \hat{\Psi}_\uparrow^+ \hat{\Psi}_\uparrow \right\rangle = -V \cdot \left\langle \hat{\Psi}_\downarrow^+ \hat{\Psi}_\downarrow \right\rangle;\quad \Delta(\vec{r}) = -V \cdot \left\langle \hat{\Psi}_\downarrow \hat{\Psi}_\uparrow \right\rangle = +V \cdot \left\langle \hat{\Psi}_\uparrow \hat{\Psi}_\downarrow \right\rangle.$$

Выпишем итоговый вид выражений для энергии взаимодействия выделенного электрона со «средним полем» Хартри-Фока с учетом сперва межэлектронного отталкивания, а затем – электрон-фононного притяжения:

$$B(\vec{r}) = -V \cdot \left\langle \hat{\Psi}_{\uparrow}^{+} \hat{\Psi}_{\uparrow} \right\rangle = -V \cdot \left\langle \sum_k (u_k(\vec{r}) \hat{\alpha}_{k\uparrow}^{+} - v_k^{*}(\vec{r}) \hat{\alpha}_{k\downarrow}) \sum_j (u_j(\vec{r}) \hat{\alpha}_{j\uparrow} - v_j^{*}(\vec{r}) \hat{\alpha}_{j\downarrow}^{+}) \right\rangle =$$

$$= -V \cdot \left\{ \sum_k |u_k(\vec{r})|^2 f_k + |v_k(\vec{r})|^2 (1 - 2 f_k) \right\},$$

$$\Delta(\vec{r}) = +V \cdot \left\langle \hat{\Psi}_{\uparrow} \hat{\Psi}_{\downarrow} \right\rangle = V \cdot \sum_k u_k(\vec{r}) v_k(\vec{r}) (1 - 2 f_k) \ ,$$

Отметим, что функцию $\sum_k |u_k(\vec{r})|^2 f_k$ можно толковать как концентрацию электронов с определенным значением спина; $\sum_k |v_k(\vec{r})|^2 (1 - 2 f_k)$ – как концентрацию вакансий с определенным значением спина; $\sum_k u_k(\vec{r}) v_k(\vec{r}) (1 - 2 f_k)$ – как функцию, пропорциональную вероятности обнаружить в окрестности заданной точки «скореллированные» электроны с противоположно направленными спинами. Это позволяет нам ввести «волновую функцию бозе-конденсата куперовских пар» (или комплексный параметр порядка) в следующей простой форме:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{|\Delta(\vec{r})|}{V} \exp\left(i \chi(\vec{r})\right) \cdot$$

Для пространственно однородного случая выражение сводится к виду $\psi = \frac{\Delta_0}{V} \exp(i\chi)$.

По сути уравнения Боголюбова – де Жена описывают поведение квазичастицы в сложном потенциале $\Delta(\vec{r})$ (самосогласованный потенциал $B(\vec{r})$ можно включить в эффективный химический потенциал системы) над основным состоянием сверхпроводника. Но за счет сильной связи возмущения и сверхпроводящего конденсата решение этой задачи дает нам полную информацию, как о квазичастице, так и о взаимодействующем с ней бозе-коллективе. В частности, рост потенциала спаривания в некоторой области при фиксированной температуре ведет там к уменьшению концентрации «нескоррелированных» возбуждений и увеличению концентрации куперовских пар. На качественном уровне переход электронного коллектива в сверхпроводящее состояние при температуре ниже критической можно связать с возникновением щели в спектре частиц, подчиняющихся уравнению Боголюбова – Де Жена, при этом все члены электронного коллектива, энергии которых попали «в запрещенную Δ-окрестность химического потенциала», включаются в состав бозе-конденсата куперовских пар и конденсируются на основном состоянии.

Уравнения Боголюбова – де Жена позволили описывать произвольные неоднородные структуры со сверхпроводящими слоями, а также наведенную при физическом контакте сверхпроводимость в нормальном металле и диэлектрике. Граничные условия на неоднородностях, которые также понадобятся для полного описания квазичастицы в потенциале, представляют собой обычные условия непрерывности для спиноров и их производных, взятых по нормали к границе. Построение эффективных моделей токопереноса (особенно для достаточно «грязных» материалов) существенно затруднила необходимость описания каждой неоднородности как отдельного потенциального барьера. По сути это означает, что «уделом теории Боголюбова – де Жена является описание «чистых» структур, в которых длина свободного пробега частицы l_e гораздо больше характерных длин разрушения когерентности куперовских пар» [13, 14, A75].

Похожие проблемы неоднократно встречались в квантовой теории поля и квантовой статистике, и применение методов этих теорий для решения задач сверхпроводимости оказалось вполне успешным. Так можно ввести *пару* функций Грина [14-21]:

$$G_E(\vec{r},\vec{r}') = \sum_n \frac{u_n(\vec{r})u_n^*(\vec{r}')}{E-\varepsilon_n}, \quad F_E(\vec{r},\vec{r}') = \sum_n \frac{u_n(\vec{r})v_n^*(\vec{r}')}{E-\varepsilon_n},$$

где G_E и F_E – нормальная и аномальная функции Грина, соответственно. Для описания термодинамических равновесных систем обычно используется мацубаровское представление с переходом к мнимому времени: $t \to i\tau_M$, $E_n \to i\omega_n$, $\hbar = 1$. В этом случае интеграл по всем энергиям представляется в виде суммы по мацубаровским частотам $\omega_n = \pi T(2n+1)$, при этом уравнения Боголюбова – де Жена переходят в уравнения Горькова [13, 14, A75]:

$$\begin{pmatrix} i\omega - \hat{H}_e - B(r) & \Delta(r) \\ \Delta^*(r) & i\omega + \hat{H}_e^* + B(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_\omega \\ F_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta(r-r') \\ 0 \end{pmatrix},$$

обычно записываемые в более симметричной форме в матричном представлении Намбу:

$$\left(i\omega\sigma_3 + (\hat{H}_e + B(r))\sigma_0 + \hat{\Delta}\right)\hat{G}(r_1,r_2) = \delta(r_1 - r_2)$$

$\hat{G} = \begin{pmatrix} G & F \\ F^* & -G \end{pmatrix}, \hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ -\Delta^* & 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\sigma}$ – матрицы Паули:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

При переходе к этому представлению мы не делали никаких серьезных упрощений. При этом строгое решение квантово-механической задачи дает нам избыточную информации о быстрых осцилляциях фаз функций Грина, так как измеряемые в эксперименте величины определяются амплитудами последних.

Следующий шаг при анализе интересующих нас сверхпроводящих систем базируется на переходе в *квазиклассическое приближение*. Введем для описания поведения куперовской пары

вместо $\vec{r}_1,\vec{r}_2$ новые координаты $\vec{r}=\frac{\vec{r}_1+\vec{r}_2}{2}, \vec{r}^{-}=\vec{r}_1-\vec{r}_2$. Период пространственных осцилляций функций Грина $\lambda_F=\frac{\hbar v_F}{E_F}$ относительно разностной координаты r^{-} оказывается намного меньше так называемой длины когерентности (называемой также «характерным размером куперовской пары») $\xi_0=\frac{\hbar v_F}{\Delta}$. Членами высокого порядка малости по параметру $\frac{\lambda_F}{\xi_0}$ можно пренебречь, а гриновские функции усреднить по быстрому относительному движению. Полученные в результате таких операций функции $g(\vec{r},\vec{n})$ и $f(\vec{r},\vec{n})$ зависят только от координаты квазичастицы $\vec{r}$ и от направления её движения $\vec{n}$, что позволяет перейти к уравнению Эйленбергера:

$$\left[\omega\sigma_3+\hat{\Delta}(r)-\frac{1}{\tau}\langle\hat{g}\rangle,\hat{g}\right]+\vec{v}_F\partial_r\hat{g}=0,\quad \hat{g}=\begin{pmatrix} g & f \\ f^* & -g\end{pmatrix},\ \hat{\Delta}=\begin{pmatrix} 0 & \Delta \\ -\Delta^* & 0\end{pmatrix},$$

где τ – характерное время между двумя рассеяниями квазичастицы на неоднородностях (время свободного пробега), $[f_1,f_2]$ – коммутатор, а $\langle\hat{g}\rangle$ – усреднение функции по возможным направлениям упомянутого выше быстрого относительного движения.

Анализ влияния примесей в сверхпроводнике (представленных в модели в виде соответствующих потенциальных барьеров) оказывается возможным заменить на всего лишь учет концентрации центров рассеяния. Условие на самосогласование потенциала спаривания тоже приводится к усредненным функциям:

$$\Delta\ln\frac{T}{T_C}-\pi T\sum_{\omega}\left(\frac{\Delta}{\omega}-\langle f\rangle\right)=0.$$

Новой стороной оборачивается вопрос о постановке граничных условий. Применяемые раньше условия сшивки волновых функций оказываются некорректными после усреднения по разностной координате. Для решения этой проблемы теперь нужно сопоставлять уже средние значения измеряемых величин. Так, граничные условия Зайцева требует равенства «усредненных» токов по разные стороны от рассматриваемого интерфейса.

Для описания «грязных» структур, в которых плотность примесей настолько велика, что введенныая выше длина свободного пробега l_e оказывается намного меньше длины когерентности ξ_0, уравнение можно еще дполонительно упростить. В выражении $\omega\sigma_3+\hat{\Delta}(r)-\frac{1}{\tau}\langle\hat{g}\rangle$ теперь начинает доминировать диффузный член, что означает малость анизотропной части гриновских функций по параметру $\frac{l_e}{\xi_0}<<1$. После проведения соответствующих преобразований получаем уравнение, известное как *уравнение Узаделя*:

$$i\hbar D\partial_r\left(\hat{G}(r)\partial_r\hat{G}(r)\right)=\left[\omega\sigma_3+\hat{\Delta}(r),\hat{G}(r)\right],\ \hat{G}=\begin{pmatrix}G & F\\ F^* & -G\end{pmatrix},\ \hat{\Delta}=\begin{pmatrix}0 & \Delta\\ -\Delta^* & 0\end{pmatrix},$$

где $D=\frac{v_F l_e}{3}$ – коэффициент диффузии, а G и F – усредненные по углам функции Грина. Уравнение самосогласования в этом случае имеет вид:

$$\Delta\ln\frac{T}{T_C}-\pi T\sum_{\omega}\left(\frac{\Delta}{\omega}-F_\omega\right)=0.$$

Если раскрыть матричную форму представленных здесь уравнений Узаделя, то тогда одно из уравнений перейдет в условие нормировки: $G_\omega^{\ 2}+F_\omega F_\omega^{\ *}=const$ (константу можно положить равной единице). Тогда физический смысл усредненной функции Грина можно пояснить следующим образом: аномальная функция F описывает плотность электронов, объединенных в куперовские пары, а нормальная G – плотность неспаренных электронов. Сравнение областей применимости упомянутых выше уравнений – цепочки уравнений Горькова, уравнения Эйленбергера, уравнения Узаделя, а также «феноменологического» уравнения Гинзбурга-Ландау, выводимого из теории фазовых переходов второго рода – представлено на Рисунке 4 ниже.

Построенная таким образом теория становится надежным базисом для разработки конкретных методов, используемых далее для анализа всех ключевых блоков когнитивных широкополосных систем для приема и обработки сигналов.

Рисунок 2.1.4 — Схематические изображения областей применимости уравнений (сверху вниз) Гинзбурга-Ландау, Узаделя, Эйленбергера и Горькова. На оси абсцисс последовательно (слева направо) указаны постоянная решетки, длина свободного пробега электрона, характерный размер куперовской пары без учета температурных эффектов и при конечной температуре *T*.

2.2. Квантовые и нейросетевые методы анализа поступившего сигнала

Классическая физика стала основой промышленной революции XIX века. Развитие квантовой физики и квантовых технологий привело к буму информационных технологий в XX веке. В настоящий момент развиваются технологии, основанные на более тонком использовании аспектов квантовой физики (таких как квантовые корреляции и запутанность), которые можно назвать технологиями «квантовой обработки информации» [1-4], что может стать основой для революционного прорыва в области информационных и телекоммуникационных технологий XXI века. Особенно впечатляют достигнутые на этом пути результаты в области развития методов защиты информации, равно как и методов дешифровки.

Классические методы обработки информации построены на использовании бистабильных элементов (например, триггеров, ячеек памяти, логических вентилей), для которых устойчивые состояния, кроме двух выделенных («0» и «1»), невозможны или не используются. Естественным образом здесь в качестве единицы количества информации – «бита» – выступает количество информации, которое сохраняется в таком бистабильном элементе.

В квантовых системах обработки информации информатике базовым элементом является квантовый объект, также обладающий двумя выделенными макроскопически различимыми базисными состояниями. Очевидно, что и для таких вычислений должна существовать своя единица измерения количества информации, соотносимая с понятиями двоичной логики: «кубит» (от английского термина qubit, возникшего как сокращение от quantum bit). Такое же название утвердилось и за физической реализацией базового элемента квантового компьютера.

Физическое состояние кубита как замкнутой квантовой системы можно представить вектором состояния $|\Psi\rangle$ в гильбертовом пространстве. Причем, согласно *принципу суперпозиции* система, которая может находиться в состояниях $|\Psi_1\rangle$, $|\Psi_2\rangle$,…, $|\Psi_n\rangle$, может и находиться в состоянии, являющемся произвольной линейной комбинацией этих векторов $|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle + ... + c_n|\Psi_n\rangle$. Динамическая эволюция описанной замкнутой системы подчиняется уравнению Шредингера:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = \hat{H}|\Psi(t)\rangle, \qquad (2.2.1)$$

где $\hat{H}$ – оператор полной энергии (гамильтониан) системы. Из определения кубита следует, что его состояние представимо в виде:

$$|\psi\rangle = c_1|0\rangle + c_2|1\rangle \equiv \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix},\ |0\rangle = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} \text{ и } |1\rangle = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}, \qquad (2.2.2)$$

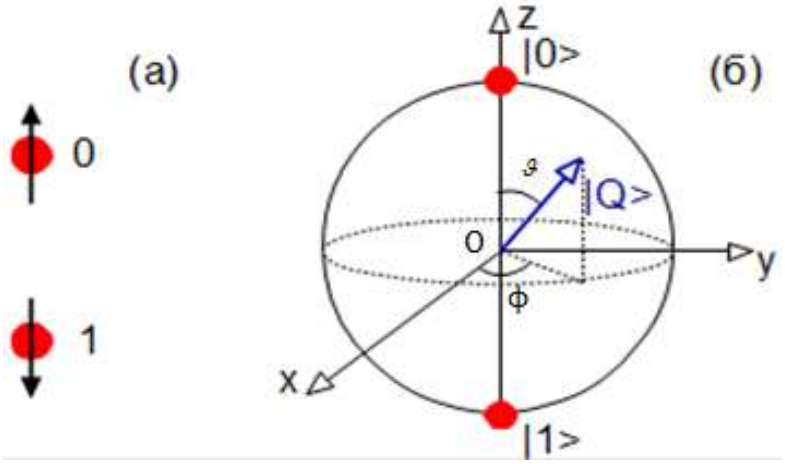


Рисунок 2.2.1 — (а) Классический бит и (б) графическое представление вектора состояния квантового бита (сфера Блоха).

где c_1 и c_2 – в общем случае, комплексные числа, удовлетворяющие условиию нормировки. Учет последнего позволяет ввести удобную параметризацию, представив вектор состояния в начальный момент времени как точку на сфере единичного радиуса (сфере Блоха):

$$c_1 = \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)e^{-i\phi/2},\ c_2 = \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)e^{i\phi/2}. \qquad (2.2.3)$$

Отметим, что простейшей реализацией кубита является свободный электрон, для которого собственные значения оператора проекции спинового момента на выделенную ось z принимает всего два значения $\pm\hbar/2$, а две соответствующие этим значениям собственные функции и могут быть выбраны в качестве базисных состояний. Состояние (2) является собственным вектором оператора проекции спинового момента на ось, заданную этим вектором.

В описанном представлении логические операции соответствуют вращению этого вектора, т. е. изменению углов ϑ и ϕ. В описанном выше простейшем примере физической реализации кубита управление состояниями кубита возможно за счет воздействия контролируемых магнитных полей. В частности, в присутствие магнитного поля с напряженностью H, направленной вдоль оси z, нестационарное уравнение Шредингера для электрона удобно записать в виде:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \mu_0 H_z \sigma_z |\psi(t)\rangle, \qquad (2.2.4)$$

где базисные уровни энергии $E_{0,1} = \pm\,\mu_0 H_Z$, σ_Z – z-компонента вектора из матриц Паули. Матричное уравнение (4) сводится к дифференциальным уравнениям на зависящие от времени коэффициенты разложения по базисным состояниям, решение которых приводит к вычислению (с точностью до нормировочных множителей) угловой скорости прецессии вектора Блоха вокруг оси z:

$$c_1(t) \propto \exp(-i\mu_0 H_z t/\hbar),\quad c_2(t) \propto \exp(i\mu_0 H_z t/\hbar). \qquad (2.2.5)$$

В общем случае гамильтониан кубита и приложенного к нему магнитного поля (в широком смысле – любого внешнего воздействия) в базисе собственных энергетических состояний невозмущенной двухуровненвой системы всегда можно представить в виде разложения по матрицам Паули:

$$\hat{H}_{ctrl} = -\frac{1}{2} B_X(t)\hat{\sigma}_X - \frac{1}{2} B_Z(t)\hat{\sigma}_Z, \qquad (2.2.6)$$

где B_X и B_Z называют коэффициентами Стокса. Ниже покажем, что диагональные элементы матрицы этого гамильтониана $\pm B_Z$ с точностью до знака равны разнице между энергиями базисных уровней Δ_{01}.

Действительно, запишем для предельно общего случая основное уравнение в матричном виде

$$i\hbar \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix}, \quad H_{ij} = \langle \varphi_i(x)|\hat{H}|\varphi_j(x)\rangle. \qquad (2.2.7)$$

Здесь $\varphi_1(x),\ \varphi_2(x),\ \langle \varphi_i(x)|\varphi_j(x)\rangle = \delta_{ij}$ – полный базис состояний для нашей двухуровневой системы. Будем искать решения для состояния с точно определенной энергией E:

$$\begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix} = \exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right)\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \quad c_{1,2} \equiv c_{1,2}(t=0). \qquad (2.2.8)$$

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = E\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}. \qquad (2.2.9)$$

Детерминант последней системы уравнений равен нулю, когда:

$$E_{\pm} = \overline{E} \pm \sqrt{\Delta^2 + V^2}, \quad \overline{E} = \frac{H_{11}+H_{22}}{2}, \Delta = \frac{H_{22}-H_{11}}{2}, V = H_{12} \qquad (2.2.10)$$

Каждому из двух собственных значений энергии соответствует два набора коэффициентов c_1 и c_2, которые задают и соответствующую собственную функцию. Подставляя полученные собственные значения энергии в основное матричное уравнение задачи, приходим к выражению

$$\begin{pmatrix} c_1^{\pm} \\ c_2^{\pm} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\left|H_{21}/(E_{\pm}-H_{22})\right|^2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \dfrac{H_{21}}{E_{\pm}-H_{22}} \end{pmatrix} \qquad (2.2.11)$$

Отметим, что аналогичный вывод легко получить при анализе снятия вырождения для, например, основного состояния в произвольном двухъямном потенциале в рамках теории воз-

мущений, полагая таковым возмущением W наличие ненулевой вероятности тунеллирования через барьер, разделяющий минимумы потенциала. Используя в качестве базиса волновые функции двух вырожденных состояний, локализованных в упомянутых минимумах потенциала, можно записать гамильтониан системы в матричной форме:

$$\hat{H}_{2W} = \begin{pmatrix} E_1 + W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & E_2 + W_{22} \end{pmatrix},$$

где E_i – собственные значения оператора полной энергии невозмущенной задачи, а W_{ij} – матричные элементы оператора, описывающего переход между базисными состояниями. Стационарное уравнение Шредингера с гамильтонианом $\hat{H}_{2W}$ сразу дает систему из двух линейных алгебраических уравнений, и, приравнивая к нулю определитель последней, мы получаем следующую пару разрешенных значений энергии:

$$E_{\mp} = \frac{\left(E_1 + W_{11} + E_2 + W_{22}\right) \pm \sqrt{\left(E_1 + W_{11} - E_2 - W_{22}\right)^2 + 4\left|W_{12}\right|^2}}{2}.$$

Эту громоздкую формулу стоит упростить при помощи вспомогательных обозначений:

$$E_{\mp} = E_m \pm \sqrt{E_D^2 + \left|W_{12}\right|^2}; E_m = \frac{\left(E_1 + W_{11} + E_2 + W_{22}\right)}{2}; E_D = \frac{E_1 + W_{11} - E_2 - W_{22}}{2}.$$

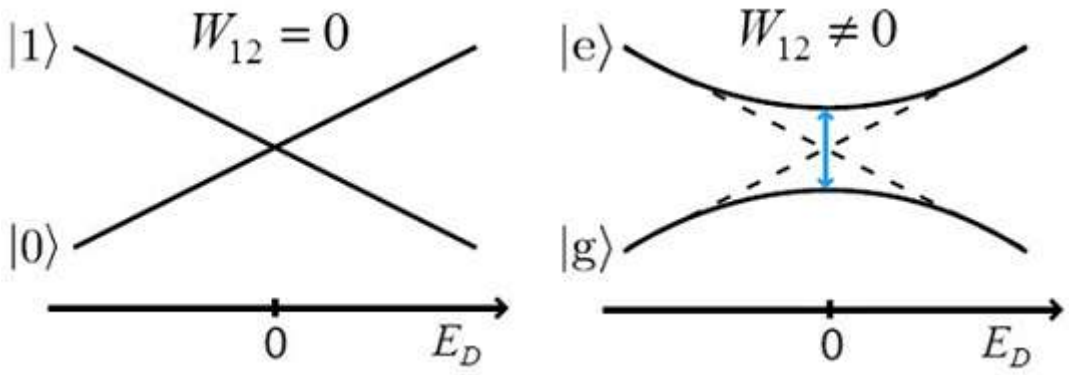


Рисунок 2.2.2 — Собственные значения оператора Гамильтона для системы с двухямной потенциальной энергией как функция её асимметрии без учета (слева) и с учетом (справа) возможности перехода между локализованными состояниями

$$\left|\psi_L\right\rangle \equiv \left|0\right\rangle \text{ и } \left|\psi_R\right\rangle \equiv \left|1\right\rangle.$$

Поведение двух наименьших собственных значений оператора Гамильтона квантовой системы с двухямным потенциалом в зависимости от асимметрии потенциала E_D и «связи между ямами» W_{12} проиллюстрировано на рисунке. Отметим также, что соответствующие собственные функции оператора Гамильтона могут быть получены из базисных состояний при помощи следующего преобразования:

$$|\psi_-\rangle = \cos\frac{\vartheta}{2}e^{-i\varphi/2}|\psi_L\rangle + \sin\frac{\vartheta}{2}e^{i\varphi/2}|\psi_R\rangle,\ |\psi_+\rangle = -\sin\frac{\vartheta}{2}e^{-i\varphi/2}|\psi_L\rangle + \cos\frac{\vartheta}{2}e^{i\varphi/2}|\psi_R\rangle,$$

$$e^{i\phi} = \frac{|W_{21}|}{W_{21}}, \tan\vartheta = \frac{|W_{12}|}{E_D}.$$

Для того чтобы полностью контролировать состояние *одного* кубита, мы должны уметь производить над нашей системой две независимые операции (например, повороты вокруг осей X и Z). Так, вращение вектора состояния кубита вокруг оси X на угол ζ представимо в виде унитарного преобразования $U(t)$, гамильтониан возмущения для которого содержит в разложении лишь один зависящий от времени коэффициент Стокса – B_X:

$$U_X(\xi_X) = \exp(i\zeta_X/2) = \exp\left(\frac{iB_X(t)\tau\hat{\sigma}_X}{2\hbar}\right) = \begin{pmatrix} \cos\zeta_X/2 & i\sin\zeta_X/2 \\ i\sin\zeta_X/2 & \cos\zeta_X/2 \end{pmatrix}. \qquad (2.2.12)$$

Пусть величина «поля» B_X и время его воздействия на кубит τ таковы, что угол $\zeta_X = \tau B_X/\hbar$ равен π. Тогда это унитарное преобразование превращается в обычное преобразование *NOT*:

$$U_X(\pi) = NOT = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (2.2.13)$$

Аналогичное вращение вокруг оси Z, осуществляемое посредством контроля за соответствующим слагаемым B_Z в разложения гамильтониана возмущения, позволяет осуществлять простейшую чисто квантовую логическую операцию – сдвиг фазы на величину $\zeta_Z = \tau B_Z/\hbar$:

$$U_Z(\zeta_Z) = \exp\left(i\frac{\zeta_Z\sigma_Z}{2}\right) = \begin{pmatrix} e^{i\zeta_Z/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\zeta_Z/2} \end{pmatrix}. \qquad (2.2.14)$$

Другой интересный гейт, *гейт Адамара*, осуществляет поворот на угол $\pi/2$ и создает суперпозицию базисных состояний:

$$U_H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\hat{U}_H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right),\ \hat{U}_H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle - |1\rangle\right).$$

Квантовый регистр (регистр из N кубитов) может находиться в гораздо более мощном множестве различных состояний, чем широко известный классический N-разрядного регистр. Каждому состоянию в «квантовом случае» можно поставить во взаимно однозначное соответствие единичный вектор 2^N-мерного пространства. Уже 4-разрядный регистр, например, может находиться в состояниях, которые описываются единичными векторами 16-мерного гильбертова пространства. Большинство состояний квантового регистра никак нельзя описать волновыми функциями отдельных кубитов (такие состояния называют «перепутанным» или «сплетенными» от английского термина “entangled”) [1, 2]. Для такого состояния квантового регистра любое взаимодействие с любым из его кубитов непременно приводит к изменению состояния не

только этого кубита, но и всей системы в целом (что можно описать как вращение блоховского вектора уже в 2^N-мерном пространстве). В определенном смысле можно утверждать, что квантовый компьютер способен выполнять алгоритм сразу для всех возможных входных значений.

Пример простейшего двухкубитного вентиля – операция контролируемого НЕ:

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

которая производит операцию НЕ над вторым кубитом, если первый был в состоянии $|1\rangle$, и вместе с двумя однокубитными операциями, составляет базовый набор для проведения любой унитарной операции над всем массивом кубитов. Аналогичным образом можно ввести операцию обмена состояниями:

$$SWAP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и операция фазового сдвига:

$$R(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix},$$

которая сдвигает на ϕ фазу состояния $|1,1\rangle$, оставляя остальные состояния без изменений.

Общая схема квантовых вычислений включает в себя приготовление некоторого начального состояния, управляемое изменение этого состояние (вычисления) и последующее считывание результата. При этом после считывания классическим бистабильным устройством кубит согласно проекционному постулату фон-Неймана остается в том базовом состоянии, которое было считано. В процессе измерения результатом является информация о *вероятности* получить какое-либо из собственных значений оператора наблюдаемой величины. Для проекционных «измерений фон-Неймана», когда мы считаем, что система в процессе измерения величины A (которой соответствуют собственные функции $|a_n\rangle$) мгновенно переходит в состояние, описываемое статистическим оператором ρ_n, приготовление нового состояния можно рассмотреть как [5]:

$$\hat{\rho} \xrightarrow{meas} \hat{\rho}_n = \frac{1}{w_n} |a_n\rangle\langle a_n|\hat{\rho}|a_n\rangle\langle a_n|; w_n = tr\left(|a_n\rangle\langle a_n|\hat{\rho}\right). \qquad (2.2.14)$$

В более общем случае, рассматривая измерения с конечной точностью определения измеряемой обобщенной координаты q, можно выделить ортогональные и неортогональные (когда конечные состояния, соответствующие различным результатам измерения, дают отличное от нудя значение для интеграла перекрытия) процессы [4]:

$$\begin{array}{ll} \hat{\rho} \xrightarrow{meas} \hat{\rho}_j = \hat{R}_j \hat{\rho} \hat{R}_j^+; & \hat{\rho} \xrightarrow{meas} \hat{\rho}_{q'} = \hat{R}_{q'} \hat{\rho} \hat{R}_{q'}^+; \\ w_j = tr\left(\hat{R}_j \hat{\rho} \hat{R}_j^+\right); \hat{R}_j \hat{R}_{j'} = \delta_{j;j'} & w(q') = tr\left(\hat{R}_{q'} \hat{\rho} \hat{R}_{q'}^+\right); \\ \sum_j \hat{R}_j = \sum_j \hat{R}_j^2 = \sum_j \hat{R}_j \hat{R}_j^+ = \hat{I} & \int\limits_{\{q'\}} \hat{R}_{q'}^+ \hat{R}_{q'} dq' = \hat{I} \end{array} . \qquad (2.2.15)$$

Приведенные выражения, где R есть аппаратная функция измерителя, а w_j – вероятность получить j-ое собственное значение оператора измеряемой величины, записаны в наиболее общем виде. Задание определенного вида для операции R есть неотъемлемая часть любого перехода к описанию конкретных реализаций кубитов.

Таким образом, хотя формально в кубите сохраняется больше информации, чем в классическом аналоге, считать из него при помощи классического прибора можно лишь один бит информации. Случаи существенного ускорения при реализации квантовых алгоритмов на фоне общей массы классических алгоритмов достаточно редки, что не снижает потенциального значения квантовых вычислений, способных принципиально ускорить выполнение задач переборного типа, некоторых специфических математических задач, и в первую очередь – задач, связанных с криптоанализом асимметричных алгоритмов. И на первое место здесь можно поставить *квантовый алгоритм факторизации*, т.е. разложения больших целых чисел на простые множители (1994 г., П. Шор) [1]. Наиболее эффективный из известных классических конкурентов требует для решения этой задачи количества вычислительных операций, экспоненциально растущего с ростом количества десятичных знаков в числе. Уже при двухстах десятичных знаках такая задача не может быть решена за разумное время даже на мощнейших современных суперкомпьютерах. Этот факт был положен в основу популярнейшего ныне криптографического протокол *RSA*, обеспечивающего надежную защиту важной информации от несакнционированного доступа.

Кроме того, моделирование квантовых систем на классическом компьютере невозможно из-за того, что размерность пространства состояний реальной квантовой системы растет как экспонента от числа частиц в ней [3]. «Почти линейное» время моделирования и «линейная память» квантовых алгоритмов позволяет рассчитывать на то, что квантовый компьютер сможет моделировать эволюции самых сложных систем (биомолекул, химических реакций, новых материалов) из первых принципов. Решение практически значимых задач требует создания квантового регистра с числом логических кубитов (эффективно участвующих в вычислениях) от 500 до 100. При этом использование в квантовой вычислительной системе кодов квантовой коррек-

ции ошибок потребует существенного (примерно на порядок) увеличения числа «запасных» (используемых только для коррекции) физических кубитов. Поэтому для реализации 500-1000 логических кубитов потребуется создание квантового регистра с существенно большим общим количеством физических кубитов.

Таблица 2.2.1 – Описание отдельных квантовых алгоритмов вычислений [6]

№	**Квантовый алгоритм**	**Наименование задачи**	**Прикладная область**
1	Алгоритм Шора	Разложение натурального числа ***N*** с количеством десятичных знаков ***K*** на простые сомножители (факторизация)	Криптоаналитика (расшифровка RSA)
2	Алгоритм Китаева	Вычисление дискретного логарифма для чисел с количеством десятичных знаков ***K***	Криптоаналитика (обход эллиптических криптографических систем)
3		Решение уравнения Пелля	Криптоаналитика (обход криптографических систем Бачмана-Вильямса).
4	Алгоритм Гровера	Быстрый поиск в большой неупорядоченной базе данных, содержащей N элементов	BigData. Информационная безопасность.
5	Алгоритм Амбайниса	Нахождение подстроки длины ***M*** в строке длины ***N***	BigData. Автоматическая обработка текстов.
6	Алгоритм HHL (Harrow, Hassidim, and Lloyd)	Решение систем линейных уравнений	Самые различные области науки, техники, экономики

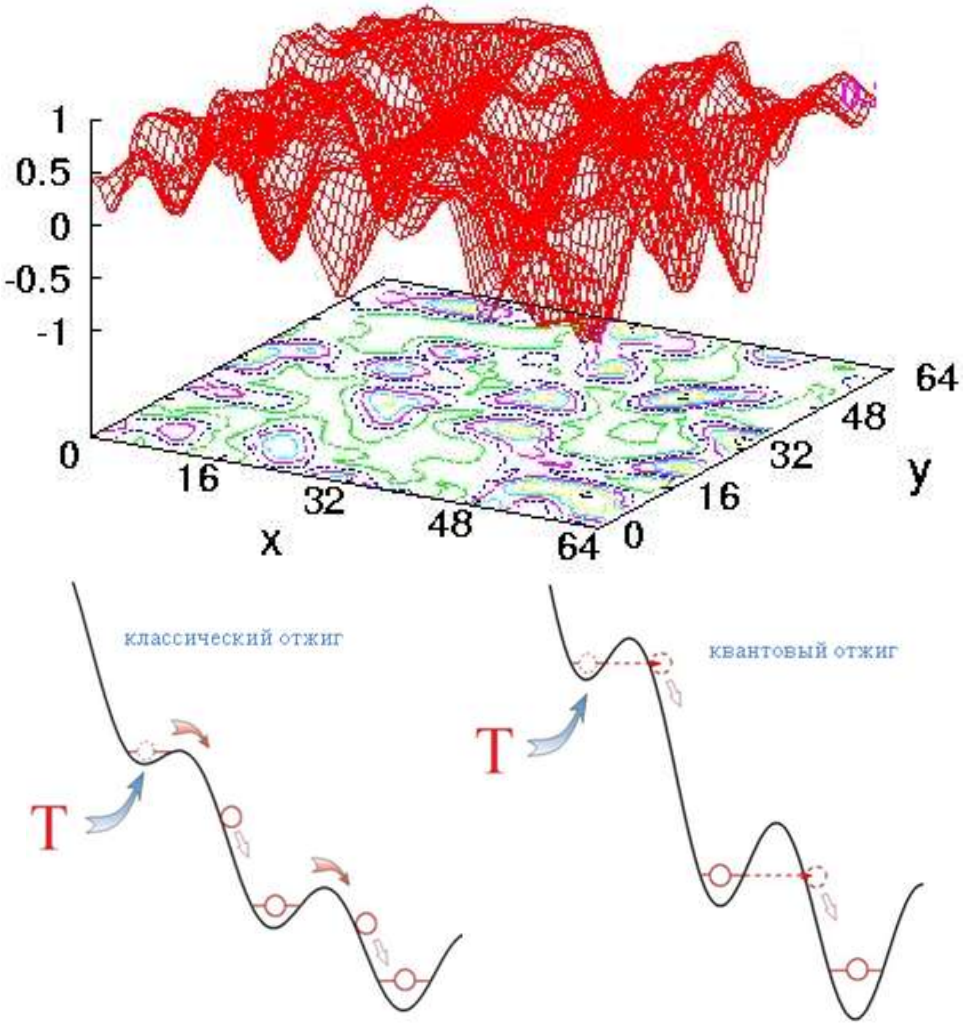


Рисунок 2.2.3 — Иллюстрация к задаче на поиск минимума функции двух переменных, а также к применению классического и квантового «отжига» для её решения.

В отдельный класс стоит выделить аналоговые квантовые симуляторы, куда более простые с концептуальной и технической точки зрения, чем алгоритмические квантовые компьютеры (реализующие некий универсальный набор операций). Наиболее активно разрабатываются возможности использования квантовых симуляторов для анализа оптимизационных задач для функций многих переменных на основе эффекта «квантового отжига» – эволюции системы связанных кубитов к глобальному минимуму энергии. Хоть построенные на таком эффекте алгоритмы используют только суперпозицию состояний квантового регистра, но не их перепутанность, это не мешает им оставаться полезными для широкого класса задач оптимизации (сводимых к определению основного состояния спиновой модели Изинга с нелокальными взаимодействиями). Классические вычислительные системы обычно решают подобные проблемы методом перебора: для заданного начального состояния методом градиентного спуска определяется ближайший локальный минимум энергии, затем начальное состояние меняется для определения следующего «метастабильного» состояния; процесс продолжается вплоть до уверенно-

го нахождения глобального минимума энергии, что дает высокие затраты вычислительных мощностей.

Методика имитации отжига (англ. Simulated Annealing - SA) была впервые предложена Киркпатриком в 1983 году [7] в качестве общего метода анализа упомянутых проблем. В классических реализациях такого подхода где главным «истчником движения к оптимуму» являются термические флуктуации, вынуждающие систему покинуть локальный энергетический минимум и оказаться в минимуме глобальном. В 1984 году Стюарт Геман и Дональд Геман доказали теорему об алгоритме отжига для общей проблемы комбинаторной оптимизации [8]. Согласно этой теореме, для того, чтобы любая система асимптотически достигла энергетического глобального минимума, температура должна убывать по следующему закону: $T = c / \log(1+k)$ или медленней, где c – константа, определяемая размерами системы и другими ее особенностями, а k – номер итерации. Данная оценка для алгоритма отжига хорошо работает в различных условиях, однако более быстрый спад температуры так же может привести систему в нужное состояние, что не раз демонстрировалось экспериментально.

Если высота энергетического барьера между локальными минимумами достаточно велика (так что никакие термические флуктуации не смогли бы перебросить систему через него), а его толщина достаточно мала, то велика вероятность того, что система сможет *протуннелировать* сквозь такой барьер и оказаться в энергетически более выгодном состоянии. Учет подобных процессов связывают с переходом от режима доминирования термических флуктуаций к режиму доминирования флуктуаций квантовых, т.е. от классического отжига к квантовому (см. Рисунок 3) [9]. Если раньше динамика переходов через потенциальный барьер определялась больцмановским множителем вида $\exp(-U/k_BT)$ (U – высота потенциального барьера, k_B – постоянная Больцмана, T – температура) и процесс отжига фактически останавливался при $U(t_{freez})= k_BT$ (т.е. при адиабатическом увеличении U во времени, или при падении температуры, как и делается в классическом отжиге), то теперь при доминировании квантовых флуктуаций вероятность «пройти» сквозь барьер будет зависеть не только от его высоты, но и от его ширины L. Вероятность туннелирования в таком случае будет пропорциональна $\exp(-L\cdot U^{1/2}/\Gamma)$, где Γ – константа квантового отжига. В зависимости от энергетического рельефа выгодней будет применять: широкий и невысокий рельеф для классического отжига, а узкий и высокий – для квантового, причем вероятность квантового туннелирования не зависит от температуры, а лишь от «величины» барьера.

Для примера возьмем систему с двумя спиновыми состояниями (примером такой системы может являться обсуждавшийся выше электрон: спины ↑ и ↓). Если приложить магнитное поле в направлении, перпендикулярном оси проекций спина, это вызовет появление недиагональных членов в гамильтониане такой системы, которые отвечают за туннелирование между двумя из-

меряемыми состояниями. Совокупность такого макроскопического количества квантовых спинов на решетке представляет собой реализацию идеи Р. Фейнмана о квантомеханическом симуляторе. Информация на входах (изначальные спиновые состояния системы) может быть преобразована в изложенном выше духе квантомеханических операцияй, после чего конечные состояния считываются на выходах (причем уже в «оптимизированном» виде: они уже соответствуют основному спиновому энергетическому состоянию системы).

В процессе совершенствования физических реализаций описанных выше квантовых методов обработки информации созданы высокодобротные резонаторы [10], обеспечивающие условия для работы с единичными квантовыми объектами [11] (отдельными атомами, а также электронами, фотонами, иными объектами квантовой природы), продемонстрирована работа с «перепутанными состояниями» [12]. В современной индустрии высоких технологий успешно реализуются проекты по выпуску квантового криптографического оборудования (ID Quantique, Швейцария; MagiQ Technologies, США), квантовых криптографических сетей (протяженностью более 100 км), прототипов адиабатического квантового симулятора (D-Wave, Канада) и алгоритмического вычислителя (Google, IBM).

Несмотря на имеющийся прогресс, существует ряд трудностей на пути внедрения квантовых алгоритмов в интересующие нас комплексы обработки информации. И в первую очередь здесь необходимо обратить внимание на

1) проблему масштабируемости для построения систем с большим количеством взаимодействующих кубитов,

2) проблему потери когерентности квантовых состояний (их неизбежных постоянных случайных изменений) за счет взаимодействия кубитов с окружающей средой или измерительными устройствами [11].

Так, ряд исследователей долгое время связывал прогресс в области квантовых вычисления с использованием атомов в ионных ловушках за счет типичного для таких систем сравнительно большого времени потери когерентности [11, 13]. Но сложности на пути к созданию эффективных средств контроля и управления состояниями таких кубитов и масштабируемых мультикубитных схем серьезно затормозили указанное направлени. В результате на первые роли выдвинулись работы с кубитными системами на основе искусственных атомов, изготовленных на чипе (полупроводниковые квантовые точки, квантовые ямы, NV-центры в алмазе и опредставляющие для нас, как было сказано во Введение, особый интерес сверхпроводниковые мезоскопические цепи). Такие решения позволяют использовать более простые и привычные схемы контроля и управления состояниями, а времена потери когерентности здесь уже составляют несколько микросекунд [14-17]. Кроме того, твердотельные кубиты позволяют использование хо-

рошо отработанных технологических маршрутов создания и характеризации нано- и мезосистем, что помогло довести количество кубитов на одном чипе до тысячи единиц.

На сегодняшний день было продемонстрировано, как искусственно созданная твердотельная двухуровневая система, находящаяся в полости микрометрового размера, и квантованное электромагнитное поле могут взаимно обмениваться порциями энергии на характерной рабиевской частоте (осцилляции Раби). Оказалось, что режим сильной связи для такого кубита в полости гораздо легче реализовать, чем для «естественного» атома, так как параметры созданного на чипе кубита можно контролировать *in situ*. В отличие от обычных атомов, трёхуровневая система, реализованная, например, на основе сверхпроводящего контура, является искуственным атомом дельта-типа: в ней возможны электрические дипольные переходы и V-, и Лямбда-, и Сигма- типов. Это связано с тем, что в определенной области параметров гамильтониан взаимодействия между кубитом и полем не имеет определённой симметрии. В сверхпроводниковых мезоскопических цепях было реализовано явление электромагнитно индуцированной прозрачности, продемонстрирована генерация как лазерного излучения, так и одиночных фотонов для передачи информации. Серии измерений над достаточно большим количеством идентичных копий твердотельной кубитной системы (томография квантовых состояний) позволили исследовать источники шумов.

Стоит отметить, что обсуждаемые квантовые вычислительные системы во многом аналогичны человеческому мозгу – нелинейной параллельной системе обработки информации (причем процесс возбуждения биологического нейрона связан с чисто квантовым явлением – туннелированием ионов в нейроне). Разрабатываемые на сегодняшний день искусственные нейронные сети также имеют возможность параллельно обрабатывать поступающую информацию, но при этом способны к (само)обучению и обобщению (то есть получению обоснованного результата на основании данных, которые не встречались в процессе обучения). В частности, в популярной парадигме обучения с учителем подразумевается возможность управления «синаптическими весами» входных сигналов на основе набора маркированных учебных примеров (состоящих из входного сигнала и соответствующего ему желаемого отклика). В ходе обучения для случайного примера нейронная сеть модифицирует синаптические веса для минимизации расхождений желаемого выходного сигнала и формируемого сетью согласно выбранному статистическому критерию [18]. Этот процесс продолжается до тех пор, пока изменения статистических весов не окажутся меньше наперед заданного малого порогового значения.

Упоминавшаяся выше традиционная ИНС состоит из системы взаимодействующих между собой *искусственных нейронов,* которые преобразуют сигналы, поступающие на вход, и передают другим нейронам (*нейроны* и соединяющие их *синапсы* образуют структуру по типу графа с вершинами и гранями). Нейроны обычно делятся на три основных типа: входные нейроны,

скрытые нейроны и выходные нейроны. Если сеть состоит из большого количества нейронов, то вводят понятие *слоя* – некоторого количества нейронов одного типа (входной слой – получает информацию, скрытый слой или слои – обрабатывают информацию и выходной слой – выдает конечный результат).

Существующие искусственные нейронные сети можно разделить на два основных типа:

– сети прямого распространения (англ. *feed-forward networks*), в которых вычисления «перемещаются» от слоя к слою от входа сети до ее выхода [18];

– рекуррентные сети (англ. *recurrent networks*), которые имеют сложную структуру организации связей между нейронами, включающую, помимо прочего, еще и циклы. К сетям первого типа относятся сети, работающие по схеме персептрона и применяющиеся в большинстве своем в интересующих нас задачах распознавания и классификации. Схемы рекуррентных сетей весьма разнообразны, а область применения распространяется на самоорганизующиеся карты, ассоциативную память (сети Хопфилда), сети Больцмана и т.д [18-25]. Более того, искусственные нейроны могут также быть использованы для реализации цифровой логики, используя импульсы (спайки) (*импульсная* или *спайковая нейронная сеть,* от англ. *Spiking neural network, SNN*) и таким образом воспроизводя универсальную машину Тьюринга [19].

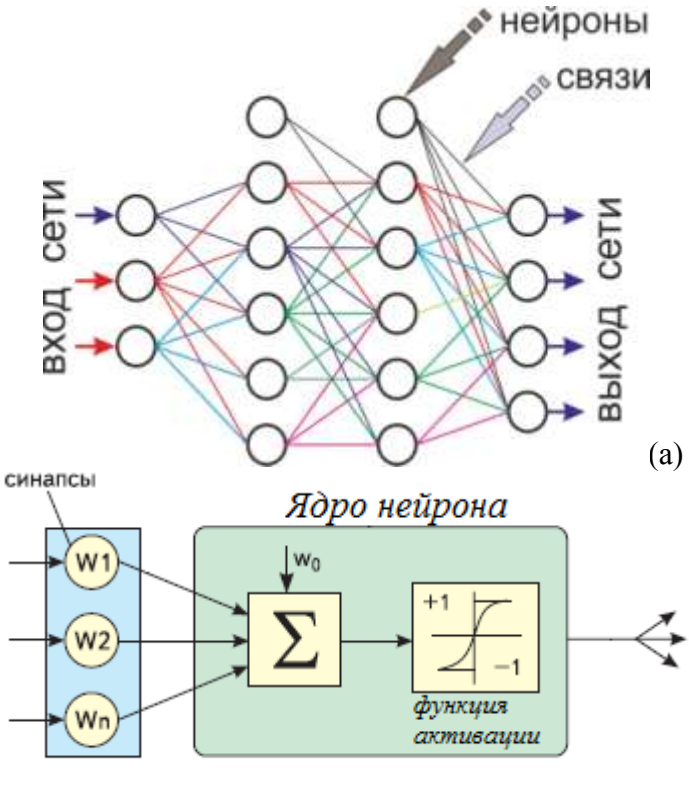


Рисунок 2.2.4 — Схема многослойного персептрона (а) и блок-схема нелинейной модели нейрона: входные сигналы от соседних нейронов суммируются с некоторыми синаптическими весами, после чего нелинейная функция активации определяет выходной сигнал (б) [18].

Выше уже были обрисованы требования, которым должны отвечать физические реализации ИНС:

1.1) Внутрисетевые соединения должны обеспечивать предельно низкую диссипацию энергии при передачи информации, так как количество синаптических связей является квадратичной функцией количества нейронов;

1.2) Синаптические (в том числе и перестраиваемые) веса должны быть определены с высокой точностью, в целях обеспечения надлежащей сходимости алгоритмов.

2.1) Состояние нейрона должно определяться суммой входных импульсов, умноженных на соответствующие веса;

2.2) Функция активации (существенно нелинейная) должна воспроизводиться с достаточно высокой точностью.

Так как количество синаптических связей растет квадратично, то для больших ИНС встает проблема физической реализации внутрисетевых связей. Современные интегральные схемы на основе КМОП технологии – двумерные структуры, что еще более ограничивающие возможности налаживания внутрисетевых связей. Поэтому большинство реализаций ограничивает количество возможных связей между соседними нейронами.

Существует несколько видов активационных функций, выбор которой для конкретной сети определяется поставленной для последней задачей, среди которых стоит выделить пороговую передаточную функцию (функция Хевисайда). До тех пор, пока взвешенный сигнал на входе нейрона не достигнет некоторого уровня — сигнал на выходе такого нейрона будет равен нулю [18]. Как только сигнал на входе превышает указанный уровень — выходной сигнал скачкообразно изменяется на единицу. Самая первая модель нейронных сетей – персептрон – состояла из элементов с активационными функциями такого типа. Очевидно, что данная функция не является дифференцируемой на всей длине числовой оси, из-за чего её нельзя использовать в сетях, обучение которых проходит по алгоритму обратного распространения ошибки и некоторым другим, сущность которых требует дифференцируемости передаточной функции. Кроме того, в виду того, что на выходе нейрона с такой передаточной функцией всегда будет 0, либо 1, использование подобных сетей кроме как в задачах классификации затруднительно.

Сигмоидальная или логистическая функция активации является самой распространенной. Использование сигмоидальных функций позволило перейти от бинарных выходов нейрона к аналоговым. Математически сигмоидальную или логистическую функцию можно выразить как:

$$\sigma(x)=\frac{1}{1+\exp(-ax)},\ \frac{d\sigma(x)}{dx}=a\sigma(x)(1-\sigma(x))$$

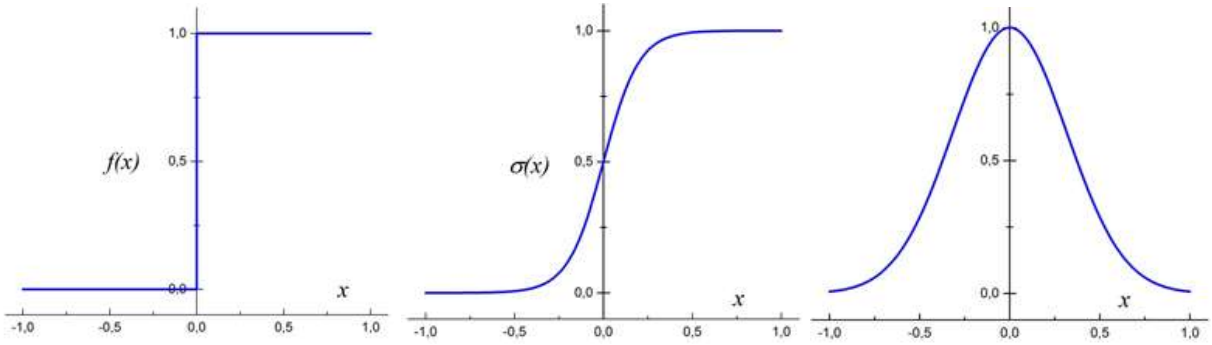
где a – параметр, определяющий крутизну преобразования входного сигнала в выходной. Простой вид производной этой функции облегчает использование алгоритма обратного распро-

странения ошибки для обучения сети [18]. Кроме того, из-за формы функции сильные сигналы усиливаются гораздо меньше, чем слабые, что позволяет бороться с проблемой насыщениея.

Радиально-базисная функция передачи (РБФ, RBF) принимает в качестве аргумента расстояние между вектором входного сигнала и некоторым наперед заданным центром (математическим ожиданием) активационной функции. Значение этой функции тем выше, чем ближе входной вектор к центру. В качестве радиально-базисной функции можно, например, использовать функцию Гаусса:

$$y_i(x) = \exp\left(-\frac{(x - x_i)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где x_i – математическое ожидание для конкретного нейрона. Сети с нейронами такого типа (сети на радиально-базисных функциях или РБФ-сети) «принимают решения», основываясь на оценке плотности распределения вероятности случайной величины.



(а) (б) (в)

Рисунок 2.2.5 — пороговая функция активации Хевисайда (а), сигмоидальной или логистическая функция актвиации (б) и радиально-базисной функции активации (в).

Выделим некоторые особенности ИНС, естественным образом сопрягаемые со спецификой описанной выше «сверхпроводящей» реализацией квантовых вычислительных блоков:

а) нелинейность – нейронные сети, построенные из соединений заведомо нелинейных «джозефсоновских» нейронов, сами являются нелинейными. Более того, эта нелинейность оказывается «распределена» по сети.

б) адаптивность – нейронные сети имеют способность адаптировать свои синоптические веса к изменениям окружающей среды. В частности, ИНС, обученные для работы в определенных условиях радио-среды, могут «перестроиться» для функционирования в условиях незначительных колебаний её параметров. Более того, ниже будет показано, как для работы в нестационарной среде могут быть созданы сети, изменяющие синаптические веса и активационные функции нейронов в реальном времени. «Естественная для классификации образов, обработки сигналов и задач управления архитектура нейронных сетей может быть объединена с их способностью к

адаптации, что приведет к созданию моделей адаптивной классификации образов, адаптивной обработки сигналов и адаптивного управления» [18].

в) очевидность ответа (evidential response) – в контексте задачи классификации образов можно разработать нейронную сеть, собирающую информацию не только для определения конкретного класса, но и для увеличения достоверности принимаемого решения. Впоследствии эта информация может использоваться для исключения сомнительных решений, что повысит продуктивность нейронной сети.

г) отказоустойчивость (fault tolerance) – нейронные сети, реализованные на основе элементов твердотельной электроники, потенциально отказоустойчивы. Конечно, повреждения отдельных нейронов или связей затрудняет извлечение запомненной информации. Однако, «принимая в расчет распределенный характер хранения информации в нейронной сети, можно утверждать, что только серьезные повреждения структуры нейронной сети существенно повлияют на ее работоспособность» [18].

д) единообразие анализа и проектирования – нейронные сети являются универсальным механизмом обработки информации. Это означает, что одно и то же проектное решение для нейронной сети может использоваться во многих предметных областях (и различных блоках КШСС), так как:

– нейроны в той или иной форме являются стандартными составными частями любой ИНС;

– эта общность позволяет использовать одни и те же теории и алгоритмы обучения в различных нейросетевых приложениях.

– модульные сети могут быть построены на основе интеграции целых модулей.

В этой модели можно выделить три основные проблемы, что должны быть решены при реализации нейросетевого блока КШСС.

Проблема 1: создание набора энергоэффективных синапсов или связей, каждый из которых обладает своим весом или силой. Это означает, что сигнал x_j на входе синапса j, связанного с нейроном k, умножается на вес w_{kj}. В отличие от синапсов человеческого мозга, синаптический вес искусственного нейрона может иметь не только положительные, но и отрицательные значения.

Проблема 2: создание совместимого со стандартной сверхпроводниковой технологией «перестраиваемого сумматора», обеспечиваюго сложение входных сигналов, взвешенных относительно соответствующих синапсов нейрона.

Проблема 3: реализация функции активации, ограничивающей амплитуду выходного сигнала нейрона, с достаточной для перспективных алгоритмов обработки сигнала точностью.

Идея перехода к квантовой нейронной сети (КНС) может быть представлена как объединение концепции обычной нейронной сети и парадигмы квантовых вычислений [21]. Сопостав-

ление основных концепций двух обсуждаемых парадигм удобно представить в виде следующей таблицы.

Таблица 2.2.2 – Сопоставление основных элементов концепций квантовых и нейросеетвых вычислений

Квантовые вычисления	Нейросетевые вычисления
Состояние бита (волновая функция)	Состояние нейрона
Принцип суперпозиции (когерентность)	Межсоединения (весовые коэффициенты)
Измерения (потеря когерентности)	Эволюция к аттрактору
Запутанность	Обучающее правило
Унитарные операции	Активационная функция (преобразование)

К настоящему времени большинство предложенных квантовых нейронных сетей представляет собой самоорганизующиеся сети, т.е. сети, работающие без учителя, весовые множители в которых заранее определены спецификой решаемой задачи. Примером физической реализации этой концепции стали упомянутые выше квантовые компьютеры, работающие на принципе *квантового отжига*. КНС-концепцию удобно разобрать на примере простейшего персептрона с *n* каналами на входе $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и одним каналом на выходе *y*:

$$y = f(\sum_{j=1}^{n} w_j x_j),$$

где *f(·)* – функция активации персептрона, а w_j – веса, которые могут изменяться в процессе обучения такой простой сети. Квантовая нейронная сеть отличается от классической тем, что в отсутствие взаимодействия с окружением квантовая модель не имеет нелинейной сигмоидной функции активации на выходе нейрона: если мы будем рассматривать квантовую систему, у которой есть *n* входов $|x_1\rangle, |x_2\rangle, \ldots, |x_n\rangle$ и один выход $|y\rangle$, то в силу линейности квантовой механики линейная суперпозиция входных сигналов может быть подвергнута только линейному преобразованию. Это означает, что выходное состояние нейрона будет задаваться выражением:

$$|y\rangle = \hat{F}\sum_{j=1}^{n} \hat{w}_j |x_j\rangle,$$

где $\hat{w}_j$ переходит в матрицы размерности 2×2, оперирующие в базисе собственных векторов $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Если применять данную модель к обсуждавшимся выше интегральным фотонным схемам, содержащим фазовращатели (англ. phase shifters), делители светового пучка (англ. beam splitters) и, возможно, световые аттенюаторы, то к весовой матрице добавляется фазовый множитель $e^{i\vartheta}$. $\hat{F}$ здесь – неизвестный оператор, который определяется уже самой сетью из специфики используемых квантовых вентилей. Из общих соображений можно заключить, что «не-

линейность» в квантовые нейронные сети может быть внесена через выполнение специальным образом подготовленных измерений (подробнее такой механизм в блоках КШСС будет обсуждаться в главе 6).

Итак, в квантовой нейронной сети классические сигналы, поступающие на входы нейрона, заменяются квантовыми состояниями, которые обладают амплитудой и фазой. На выходе нейрона должно получаться квантовое состояние, являющееся линейной суперпозиции квантовых состояний на входах. Благодаря специфике квантовых вычислений, весовые операторы являются комплексными, из-за чего состояния на входе не только «измеряются» по амплитуде, но и сдвигаются по фазе. Однако стоит оговориться, что состояние $|y\rangle$ будет определяться не только унитарными преобразованиями внутри нейрона, но и актом самого *измерения состояния* [21].

Если нейрон «активирован», то состояние кубита определяется как $|1\rangle$, если же нейрон не активен, то состояние кубита есть $|0\rangle$. Неопределенное же состояние кубитного нейрона определяется как когерентная суперпозиция двух базисных состояний, что соответствует определенному выше состоянию кубита. В этом кубитно-подобном описании количество активированных и неактивных состояний определяется комплексными амплитудами в упомянутом разложении, что позволяет использовать представление на сфере Блоха и комплекснозначной функции для «вентиля вращения» одиночного кубита U_ϑ и регистра из двух кубитов с вентилем управляемого отрицания U_{CNOT}. Для этого введем следующее выражение:

$$f(\vartheta) = \cos\vartheta + i \cdot \sin\vartheta,$$

где ϑ – фаза квантового состояния. Теперь операции вращения и управляемого отрицания можно задавать с помощью комплекснозначных функций, причем:

$$f(\vartheta_1 + \vartheta_2) = f(\vartheta_1) \cdot f(\vartheta_2).$$

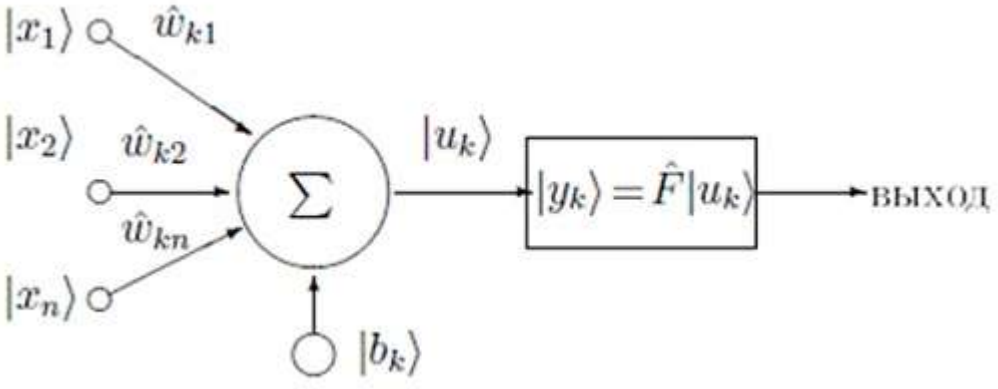


Рисунок 2.2.6 — Схематическое изображение квантового нейрона.

Операция обращения фазы (взамен оператора U_{CNOT}) определяется с помощью дополнительного параметра γ:

$$f\left(\frac{\pi}{2}\gamma-\vartheta\right)=\begin{cases}\cos\vartheta-i\cdot\sin\vartheta, & (\gamma=0)\\ \cos\vartheta+i\cdot\sin\vartheta, & (\gamma=1)\end{cases},$$

где значение $\gamma=0$ соответствует контролируемому кубиту в состоянии $|1\rangle$ (пусть это мы примем за обращение состояний), а $\gamma=1$ – в состоянии $|0\rangle$ (сохранение состояний) [22, 23].

Будем описывать для удобства сравнения работу нейрона в классической ИНС при помощи преобразований:

$$u=\sum_{m=1}^{M}w_m x_m-v,$$

$$y=(1-e^{-u})^{-1}.$$

Здесь u – внутреннее состояние нейрона y; x_m – состояние m-*го* нейрона, как одного из возможных M входов y; w_m и v – весовой множитель между x_m и y и пороговое значение соответственно. Все эти параметры являются действительными (вещественными) числами.

Аналогично можно записать уравнения и для комплексно-значной нейронной модели, учитывая, что теперь прежние параметры будут иметь комплексные значения:

$$U=\sum_{l=1}^{L}W_l X_l-V,$$

$$Y=(1-e^{-\mathrm{Re}(u)})^{-1}+i\cdot(1-e^{-\mathrm{Im}(u)})^{-1}.$$

Определенное унитарное преобразование можно реализовать с помощью совмещения одно-кубитного поворотного вентиля U_θ и двух-кубитного контролируемого вентиля отрицания U_{CNOT}.

В рамках настоящей работы будут разработаны подходы к оптимальной реализации как классических нейронов [24, 25], так и квантовых битов на основе сверхпроводниковой технологии, а также перестраиваемых связей между базовыми элементами «нейросетевого» и квантового блоков КШСС.

2.3. Выводы к главе 2

Современное состояние исследований на данном направлении можно описать как целенаправленный переход от этапа еще не завершенных фундаментальных исследований к стадии их начальной практической реализации. Выделим **результаты фундаментальных исследований**, что представляют особое значение **для технологий производства** базовых управляющих элементов для сверхпроводящих логических цепей под разные принципы приема и обработки информации, включая ячейки памяти и их массивы, различного типа цифровых сверхпроводниковых устройств нового поколения, в том числе обеспечивающих возможность проведения обратимых и квантовых вычислений.

Автору диссертации принадлежат основополагающие для процесса перехода к стадии практической реализации работы, которые можно объединить в несколько групп.

Задачи *а–в* из параграфа 1.4 Диссертации.

В рамках изучения физических принципов функционирования новых джозефсоновских гетероструктур для компактных сверхпроводниковых джозефсоновских логических элементов и элементов памяти совместно с такими исследователями, как М.Ю. Куприянов, И.И. Соловьев, С.В. Бакурский, В.В. Рязанов и В.В. Больгинов:

– разработаны теоретические основы, необходимые для выявления физических механизмов формирования ток-фазовых зависимостей (ТФЗ) в различных типах джозефсоновских контактов, особое внимание уделено случаю, когда сверхпроводящие и ферромагнитные корреляции для носителей заряда сосуществуют в одной структуре [А2, А73, А75, А36];

– описан разработанный экспериментальный метод исследования ТФЗ контактов в составе интерферометрических структур [А1, А3];

– на основе современной микроскопической теории представлено аналитическое описание токового транспорта в джозефсоновских наногетероструктурах с комплексной прослойкой из сверхпроводника, изолятора и ферромагнетика (SIsFS структуры) [А41, А61];

– разработанные теоретические подходы использованы для описания результатов экспериментального исследования джозефсоновских SIsFS переходов [А38];

– создан самосогласованный численный алгоритм расчета критического тока, ток-фазовой зависимости и других характеристик джозефсоновских структур (в том числе и оптимизирован-

ный для двумерной сетки) с многокомпонентной областью слабой связи (включающей слои изолятора, ферромагнетика, сверхпроводника, нормального металла) [А34];

– построена методика описания особенностей влияния топологии при переходе к наноразмерным структурам, а также «приграничных эффектов», включающая и рассмотрение сверхпроводников с p-симметрией параметра порядка [А35, А60];

– развитые методы использованы для описания особенностей транспорта заряда в джозефсоновских контактах с пространственно-неоднородной областью слабой связи, содержащей слои магнитных материалов, причем особо следует отметить анализ влияния неоднородностей, связанных с доменной структурой, позволивший не только качественно, но и количественно удовлетворительно объяснить поведение критического тока «магнитных» джозефсоновских структур [А47, А51];

– разработаны новые управляемые устройства сверхпроводниковой электроники и спинтроники (например, «поворотный вентиль» и «доменный вентиль») на основе таких наноструктур, рассчитаны их характеристики [А44, А46, А52, А56].

Экспериментальные работы показали принципиальную возможность создания на базе исследуемых наногетероструктур компактной энергоэффективной джозефсоновской памяти, энергопотребление которой меньше энергопотребления полупроводниковых аналогов на порядки. Разработанные базовые джозефсоновские элементы также могут быть основой логических схем энергоэффективных супер-ЭВМ экзафлопсного класса [А42]. Полученный технический результат отражен в патентах РФ [А66, А67, А69, А70].

Задачи *г–д* из параграфа 1.4 Диссертации.

В ходе исследования флуктуационных эффектов при переходе к многоэлементным сверхпроводниковым джозефсоновским схемам было исследовано влияние черенковского излучения на движение одиночных квантов магнитного потока в джозефсоновской передающей линии [А40]. Развитый метод описания передающих линий с учетом флуктуаций позволяет совершенствовать устройства передачи и детектирования информации [А45, А48], включая баллистические детекторы [А43] для исследования квантовых состояний джозефсоновского мезо-атома. На базе этих подходов возможно построение нового поколения систем для квантово-оптических исследований, оптической связи, радиоастрономии. Связующим звеном между разрабатываемой элементной базой цифровой сверхпроводниковой электроники и полупроводниковыми

ЭВМ явились работы по созданию интерфейсного устройства на базе многоэлементных джозефсоновских интерферометрических схем [А5, А7, А9, А15].

В качестве новой элементной базы аналогового компонента сверхпроводниковой электроники были совместно с И. И. Соловьевым, В.К. Корневым и А.В. Шарафиевым предложены и разработаны джозефсоновские интерферометрические схемы с высоколинейным (до 120 дБ) откликом напряжения на магнитную компоненту сигнала [А10-А12, А16-А18, А20, А22, А26]. Высокая линейность чрезвычайно важна для развития новой технологии программно-определяемых систем приема/передачи информации, подразумевающих создание сверхширокополосных устройств приема и оцифровки сигнала. На основе предложенной элементной базы была развита концепция создания активных электрически малых антенн для приема слабого электромагнитного сигнала в широкой полосе частот – от постоянной составляющей до 10 ГГц [А27, А30, А31, А37, А39]. Областью возможного применения разработанных схем являются информационно-телекоммуникационные системы, включая сотовую, спутниковую связь и радарные устройства. Прототипы джозефсоновских устройств высоколинейного детектирования и усиления сигнала защищены патентами США «High linearity superconducting radio frequency magnetic field detector» [А64] и РФ «Сверхпроводящий широкополосный СВЧ усилитель» [А63].

Перспективным представляется и найденное на основании радикально усовершенствованной теории интерферометрических структур [А58] решение для реализации энергоэффективного джозефсоновского нейрона для сетей на радиальных базисных функциях, обеспечивающих эффективную классификацию источников сигналов. Эта ячейка на основе двухконтактного сверхпроводящего квантового интерферометра, шунтированного индуктивностью, работает с «магнитной репрезентацией информации» (в виде направления или величины магнитного потока в сверхпроводящем контуре) [А53, А54, А59].

Отдельно необходимо отметить выполненные работы, направленные на создание «дорожных карт», позволяющих применять найденные принципиальных решения в устройствах на основе высокотемпературных сверхпроводников [А19, А49, А55].

Важнейшее значение для практической реализации квантовых алгоритмов обработки информации имеют выполненные работы по оптимизации как отдельных квантовых битов [А4, А6, А8, А13, А62], так и управляющих цепей на основе новой теории распространения солитоноподобных возбуждений в нелинейных, пространственно-неоднородных средах в присутствии флуктуаций. Характерная частота квантовых когерентных осцилляций в сверхпроводниковых

кубитах составляет от нескольких сотен МГц до десятков ГГц, что позволяет считать здесь «ультракороткими» даже пикосекундные управляющие импульсы поля (при этом существует возможность адиабатически менять параметры квантовых систем in situ). Предложена концепция интеграции с цепями сверхпроводниковой логики, работающими в адиабатическом режиме, обеспечивающая для квантового регистра возможность реализации считывания/управления на пикосекундных временах [A28, A32, A50].

Перечисленные результаты позволяют увеличить степень интеграции джозефсоновских микросхем, а также увеличить время потери когерентности состояний для сверхпроводниковых квантовых регистров. Суть упомянутых решений раскрывается в следующих главах.

ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ БАЗОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ЯЧЕЕК СИСТЕМ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛА

3.1. Сверхпроводящие джозефсоновские гетероструктуры как базовые элементы систем приема и обработки сигнала

Методы, используемые в работе для анализа транспорта заряда через гетероструктуры [1 - 9], содержащие сверхпроводящие материалы, базируются на уравнении баланса для потоков частиц через границы между слоями:

$$I = I_{1\to 2} - I_{2\to 1} = \frac{2\pi}{\hbar}\int |T|^2 N_1(E)N_2(E+eV)\big(f_1(E) - f_2(E+eV)\big)dE\,. \qquad (3.1.1)$$

Здесь введена величина $|T|^2$, определяющая вероятность туннелирования электрона через потенциальный барьер, описывающий межслоевое соединение. Примером такого соединения может служить даже слой изолятора. Функция распределения $f_{1,2}$ задает вероятность обнаружить электрон на некотором уровне энергии. Тогда вид вольт-амперной характеристики (ВАХ) $I(V)$ для одночастичного тока через простейший «сэндвич» сверхпроводник–изолятор–нормальный металл (SIN) при нулевой температуре есть

$$I_{SIN} = ConstN_1(0)N_2(0)\int_{\Delta}^{eV}\frac{|E+eV|}{\sqrt{(E+eV)^2-\Delta^2}}dE \approx \frac{2\pi e^2 AN^2(0)|T|^2}{\hbar}\sqrt{(eV)^2-\Delta^2}\,,$$

где A – площадь контакта с туннельным сопротивлением R_T

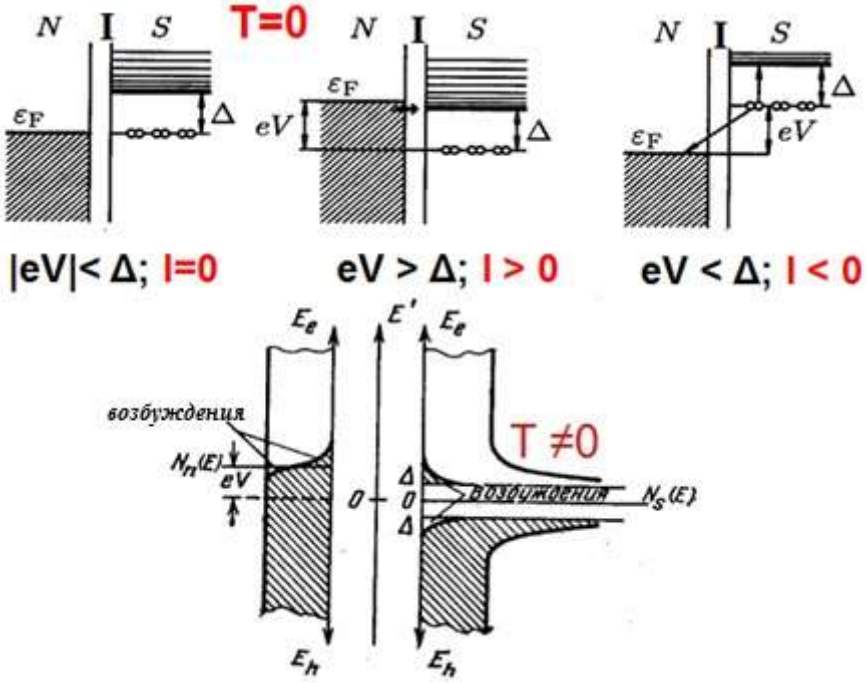


Рисунок 3.1.1 – Типичные схемы энергетических уровней для SIN структуры при нулевой (вверху) и конечной (внизу) температуре [1, A73].

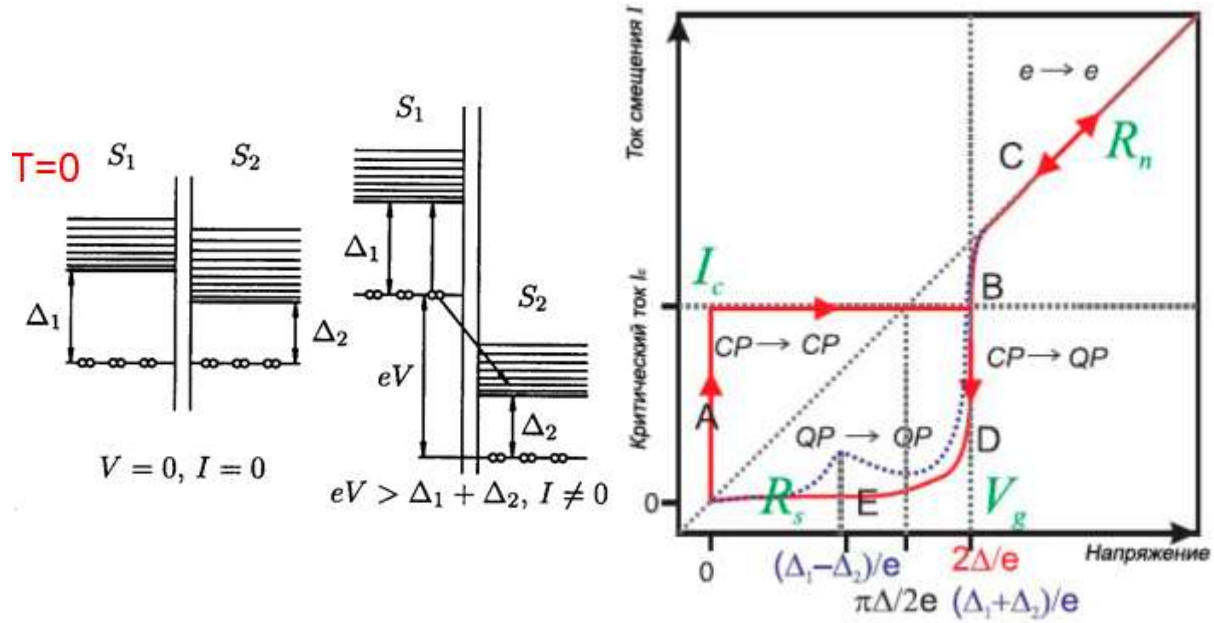
При записи последнего выражения плотность числа состояний для боголюбовских возбуждений в сверхпроводнике была представлена в виде

$$N_S(E) \equiv \frac{d\nu}{dE} = \frac{d\nu}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dE} = \frac{d\nu}{d\xi}\frac{d\left(\sqrt{E^2-\Delta^2}\right)}{dE} = N(0)\frac{E}{\sqrt{E^2-\Delta^2}}; \qquad (3.1.2)$$

плотность состояний для этой системы на уровне Ферми в идеальном электронном газе известна. Из (*i*) закона сохранения энергии, проиллюстрированного на рисунке, и (*ii*) перехода ВАХ в типичную омическую прямую при больших напряжениях ($eV >> \Delta$) следует, что:

$$I_{SIN} = \begin{cases} \pm\dfrac{\sqrt{(eV)^2-\Delta^2}}{eR_T} & \text{при } |eV| \geq \Delta, \\ 0 \text{ при } |eV| < \Delta. \end{cases} \qquad (3.1.3)$$

Отметим, что конечная температура размывает разрывы на вольт-амперной характеристике. Можно сказать, что в этом случае в «сверхпроводнике» присутствуют над энергетической щелью электроноподобные возбуждения, а в нормальном металле такие возбуждения существуют над уровнем Ферми (равно как и дырочноподобные – под уровнем Ферми), а значит, электрический ток возникает при любой конечной разности потенциалов.



(а) (б)

Рисунок 3.1.2 – Типичные спектры SIS структуры при нулевой температуре (а) и вид вольт-амперной характеристики (б) [10].

Аналогичным образом можно рассмотреть туннелирование отдельных электроноподобных возбуждений через прослойку изолятора в контакте сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник (SIS). Исторически сложилось так, что джозефсоновские гетероструктуры с таким способом подавления сверхпроводимости в области слабой связи оказались наиболее

компактными и удобными в изготовлении. Опять из закона сохранения энергии можно качественно понять рассчитанный численно вид модельной ВАХ с резким ростом тока при $|eV| > 2\Delta$: при выполнении такого условия становится выгодным превращение куперовских пар в квазичастицы с последующим туннелированием (CP→QP участок кривой на Рисунке 2, *б*). Опять в пределе больших напряжений вольт-амперная характеристика имеет омический вид (*е-е* область). Спецификой системы является так называемая бездиссипативная ветвь на ВАХ, связанная с туннелированием пар (CP→CP участок на кривой) через прослойку изолятора (*эффект Джозефсона*). Кроме того, стоит отметить, что плотность состояний электроноподобных возбуждений в сверхпроводнике имеет особенность при $E=\Delta$. Вследствие этого, для случая различных сверхпроводящих электродов при $V=(\Delta_1-\Delta_2)/e$, друг против друга окажутся области с бесконечной плотностью состояний и в S_1, S_2, что приведет к возникновению соответствующей особенности на ВАХ (QP→QP участок на кривой).

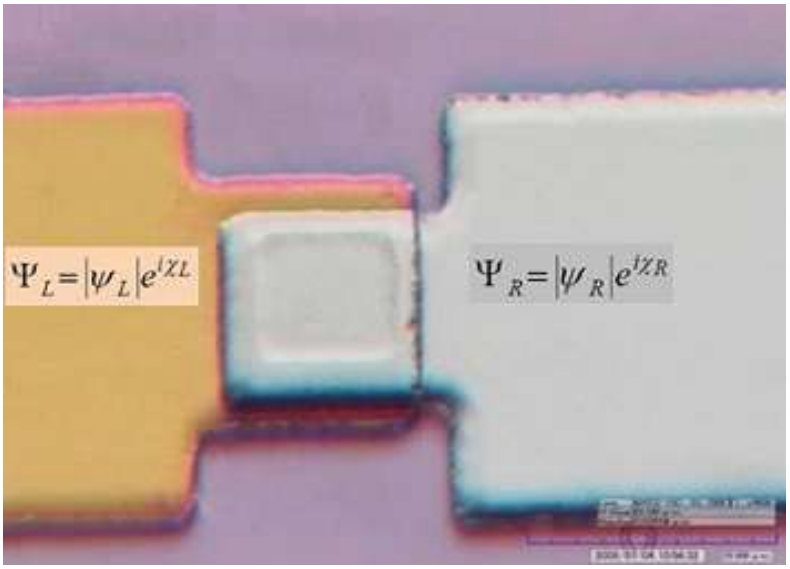


Рисунок 3.1.3 – Микрофотография джозефсоновского контакта и двух подводящих сверхпроводящих электродов [11].

Оценить энергию *джозефсоновского сверхтока*, связанного с коррелированным туннелированием электронов куперовской пары, для симметричной туннельной структуры сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник можно, используя туннельный гамильтониан

$$\hat{H}_T = \vec{H}_{T+} + \vec{H}_{T-} + \overleftarrow{H}_{T+} + \overleftarrow{H}_{T-} = \\ = \sum_{L,R} (t_{LR}\hat{a}_L\hat{a}_R^+ + t_{-L-R}\hat{a}_{-L}\hat{a}_{-R}^+ + t_{LR}^*\hat{a}_L^+\hat{a}_R + t_{-L-R}^*\hat{a}_{-L}^+\hat{a}_{-R}), \quad (3.1.4)$$

где t_{LR} – туннельный матричный элемент, а индексы L и R относятся к состояниям с импульсом $\boldsymbol{k}$ с левой и правой стороны сверхпроводника соответственно. Первые два слагаемых гамильто-

ниана $\vec{H}_{T+}$ и $\vec{H}_{T-}$ отвечают за туннелирования одного электрона слева направо со взаимно противоположными импульсами, а оставшиеся два слагаемых $\overleftarrow{H}_{T+}$ и $\overleftarrow{H}_{T-}$ – за туннелирование справа налево.

Электронные операторы рождения/уничтожения должны быть выражены через операторы рождения/уничтожения боголюбовских квазичастиц по рецептам, разобранным в предыдущей главе. Принципиально важной особенностью рассматриваемой задачи будет учет комплексного характера весовых коэффициентов в прямых и обратных преобразованиях Боголюбова, что отражает введение новых обозначений:

$$\hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow} = u_k \hat{a}^{+}_{k} - v_k e^{-i\chi} \hat{a}_{-k}\,,\ \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow} = u_k \hat{a}^{+}_{-k} + v_k e^{-i\chi} \hat{a}_{k}\,,$$

$$\hat{a}_{k} = u_k \hat{\alpha}_{k\downarrow} + v_k e^{i\chi} \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow},\ \hat{a}_{-k} = u_k \hat{\alpha}_{k\uparrow} - v_k e^{i\chi} \hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow}\,,$$

$$\hat{a}^{+}_{k} = u_k \hat{\alpha}^{+}_{k\downarrow} + v_k e^{-i\chi} \hat{\alpha}_{k\uparrow},\ \hat{a}^{+}_{-k} = u_k \hat{\alpha}^{+}_{k\uparrow} + v_k e^{-i\chi} \hat{\alpha}_{k\downarrow}\,.$$

Подставляя обратные преобразования Боголюбова в туннельный гамильтониан, видим, что все четыре его слагаемых содержат квазичастичные операторы рождения. Поскольку только операторы $\hat{\alpha}^{+}$, действуя на основное состояние, не превращают его в ноль, то результатом учета туннельного взаимодействия между сверхпроводящими частями системы является создание конечных состояний $\Psi_f^{L,R}$, суммарная энергия которых определяется разностью потенциалов между сверхпроводящими электродами структуры $E_R + E_L = eV$.

Суммарный ток из левого электрода в правый подсчитаем, как сумму по всем возможным конечным квазичастичным состояниям при выполнении указанного условия на суммарную энергию квазичастиц:

$$\vec{I}_{qp} = e\frac{2\pi}{\hbar}\sum_{L,R}^{E_R+E_L=eV}\left|\left\langle\Psi_f^L\left|\left\langle\Psi_f^R\left|\vec{H}_{T+}+\vec{H}_{T-}\right|\Psi_-^R\right\rangle\right|\Psi_f^L\right\rangle\right|^2 =$$

$$= \frac{2\pi e}{\hbar}\sum_{L,R}^{E_R+E_L=eV}\left[\left|t_{LR}\right|^2+\left|t_{-L-R}\right|^2\right]\cdot(u_R v_L)^2 = \frac{4\pi e}{\hbar}\,|t|^2\ N_{0R}N_{0L}\int_{-\infty}^{\infty}v_L^2 d\xi_L\int_{-\infty}^{\infty}u_R^2 d\xi_R\,\delta(eV-E_L-E_R)\,,$$

где в последнем равенстве использовано выражение для энергии через дираковскую δ-функцию и матричные элементы положены равными константе $|t|^2$. Учитывая, что $E(\xi_k) = E(-\xi_k)$ и $u_k(\xi_k) = v_k(-\xi_k)$, получим:

$$\vec{I}_{qp} = \frac{4\pi e}{\hbar} |t|^2 \; N_{0R} N_{0L} \int_0^\infty (v_L^2 + u_L^2) d\xi_L \int_0^\infty (u_R^2 + v_R^2) d\xi_R \delta(eV - E_L - E_R) =$$

$$= \frac{4\pi e}{\hbar} |t|^2 \; N_{0R} N_{0L} \int_0^\infty d\xi_L \int_0^\infty d\xi_R \delta(eV - E_L - E_R)$$

Этот результат схож с обычным результатом для приведенной выше «полупроводниковой модели» квазичастичного тока, которая говорит о том, что когда приложенное напряжение удовлетворяет условию $V < 2\Delta/e$ тока нет, при $V = 2\Delta/e$ наблюдается резкий скачок, а при $V >> 2\Delta/e$ видим омическую зависимость.

Теперь посчитаем туннельный ток во втором порядке теории возмущений:

$$\hat{H}_T^{(2)} = \sum_i \hat{H}_T \frac{1}{\varepsilon_i} \hat{H}_T ,$$

где ε_i – энергия промежуточного *i-го* состояния. Для переноса электронов слева направо

$$\left\langle \vec{H}_T^{(2)} \right\rangle = -\sum_{L,R} \left\langle \Psi_-^R \middle| \left\langle \Psi_-^L \middle| (v_R e^{-i\chi_R} u_L) \frac{\hat{\alpha}_{R\downarrow} \hat{\alpha}_{L\uparrow} \hat{\alpha}_{R\downarrow}^+ \hat{\alpha}_{L\uparrow}^+ t_{LR} t_{-L-R} + \hat{\alpha}_{R\uparrow} \hat{\alpha}_{L\downarrow} \hat{\alpha}_{R\uparrow}^+ \hat{\alpha}_{L\downarrow}^+ t_{-L-R} t_{LR}}{E_R + E_L} \times \right.$$

$$\left. \times (u_R v_L e^{i\chi_L}) \middle| \Psi_-^L \right\rangle \middle| \Psi_-^R \right\rangle = -2|t|^2 \, e^{i(\chi_L - \chi_R)} \sum_{L,R} (v_R u_R)(u_L v_L) \frac{1}{E_R + E_L} =$$

$$= -\frac{\hbar\Delta}{2\pi e^2 R_T} e^{i\varphi} \left(\frac{\pi}{2} \right)^2, \; \varphi \equiv \chi_L - \chi_R$$

где использовано предположение $t_{LR}^* = t_{-L-R}$ и для обоих сверхпроводников энергетическая щель равна Δ. Аналогичные вычисления для переноса электронов справа налево дают выражение, сопряженное к полученному выше. Сумма этих двух выражений есть джозефсоновская энергия E_J, величина которой, как видим, зависит от введенного микроскопического параметра φ, называемого джозефсоновской фазой.

При анализе радиотехнических устройств далее будем часто рассматривать джозефсоновский контакт в «сверхпроводящем состоянии» как нелинейную индуктивность, а джозефсоновскую фазу φ – как нормированный магнитный поток. Это позволяет представить выражение для ток-фазовой зависимости в виде:

$$I_J(\varphi) = \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{\partial E_J(\varphi)}{\partial \varphi}$$

Тогда джозефсоновский ток и джозефсоновскую энергию запишем как:

$$I_J(\varphi) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta}{eR_n} \sin\varphi , \qquad (3.1.5)$$

$$E_J(\varphi) = -\frac{1}{8}\frac{R_K}{R_n}\Delta\cos\varphi .$$

где $R_K = h/e^2$ – квантовое сопротивление. Приведенное выражение принято называть формулой Амбегаокара-Баратова для джозефсоновского тока при нулевой температуре. Часто его записывают в виде *ток-фазовой зависимости*:

$$I_J(\varphi) = I_C \sin\varphi , \qquad (3.1.6)$$

где $I_C = \frac{\pi}{2}\frac{\Delta}{eR_n}$ – критический ток джозефсоновского контакта, R_n – его нормальное сопротивление.

Подчеркнем, что аналогичные результаты можно получить для симметричной туннельной структуры сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник в рамках модели квантовой двухуровневой системы. Пусть к рассматриваемой симметричной гетероструктуре приложено постоянное напряжение *V*. Тогда разница химических потенциалов в сверхпроводниках равна *2eV*, и нулевой энергетический уровень можно выбрать так, что энергия основного состояния в правом сверхпроводнике оказалась равна $E_R = -eV$, а в левом – $E_L = +eV$. Тогда введем по аналогии с рассмотрением системы с двухямной потенциальной энергией в первой главе кет-векторы основных состояний бозе-конденсатов левого и правого сверхпроводника $|\psi_L\rangle$, $|\psi_R\rangle$. Будем считать [12], что система в целом описывается вектором $|\psi\rangle = c_1|\psi_L\rangle + c_2|\psi_R\rangle$. Пусть, кроме того, матричный элемент, определяющий вероятность перехода между уровнями, равен *K*. Согласно основному уравнению квантовой механики:

$$i\hbar\frac{dc_{1,2}}{dt} = \pm eVc_{1,2}(t) + Kc_{2,1}(t) .$$

Считаем, для простоты, что амплитуды $C_{1,2}$ волновых функций для бозе-конденсатов куперовских пар в состояниях 1 и 2 нормированы одинаково: $|c_1|^2 = |c_2|^2 = n_S$ (величина n_S по своему смыслу здесь задает концентрацию носителей заряда) и тогда

$$c_{1,2}(t) = \sqrt{n_S}\exp(i\chi_{L,R}) .$$

Подставляя эти выражения в основное уравнение, и разделяя действительные и мнимые части, получим:

$$\frac{dn_S}{dt} = \frac{2Kn_S}{\hbar}\sin\varphi, \frac{d\chi_L}{dt} = -\frac{K}{\hbar}\cos\varphi - \frac{eV}{\hbar}, \ \frac{d\chi_R}{dt} = -\frac{K}{\hbar}\cos\varphi + \frac{eV}{\hbar} .$$

Здесь снова была введена «джозефсоновская фаза» $\varphi = \chi_L - \chi_R$. Первое соотношение можно истолковать в этом случае как связь между изменением концентрации носителей заряда в одном из сверхпроводящих электродов (джозефсоновским током) и таким микроскопическим пара-

метром системы как разность фаз функций, описывающих «левый» и «правый» сверхпроводящие конденсаты (*Первый закон Джозефсона*). Второе и третье уравнения в системе (3) вместе можно понимать как связь приложенного к системе напряжения со скоростью изменения разности фаз (*Второй закон Джозефсона*):

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} . \qquad (3.1.7)$$

Анализ возможностей практического использования макроскопических квантовых эффектов в структурах с джозефсоновскими контактами – гетероструктурами вида сверхпроводник-«слабая связь»-сверхпроводник, где в качестве слабой связи могут выступать тонкая (толщиной в десятки ангстрем) туннельная прослойка, слой нормального металла (толщиной в сотни ангстрем) и т.д. – требует введения простой «электротехнической» модели для описания бездиссипативного тока через разделяющую сверхпроводники область слабой связи.

Стационарный эффект Джозефсона.

Будем считать, что при протекании через джозефсоновский контакт постоянного тока, не превышающего определенную величину, называемую критическим током ($I < I_C$), напряжение на контакте равно нулю. Величина постоянного сверхтока является периодической нечетной функцией разности фаз параметров порядка в сверхпроводящих электродах $\varphi = \chi_L - \chi_R$, называемой джозефсоновской фазой. В ряде важных случаев эта ток-фазовая зависимость представима в виде синусоидальной функции $I_J = I_C \sin\varphi$.

В отсутствие тока через джозефсоновский элемент $\varphi = 0$ (с точностью до $2\pi n$, где n – целое число), а при протекании максимального сверхтока, равного I_C, джозефсоновская фаза $\varphi = \pi/2$. Джозефсоновский контакт обладает уникальными нелинейными свойствами, в частности, нелинейной дифференциальной индуктивностью

$$L_d = (2e/\hbar) I_c / \cos\varphi \equiv L_c / \cos\varphi ,$$

которая может принимать даже отрицательные значения.

Нестационарный эффект Джозефсона ($d\varphi/dt \neq 0$).

Пусть, для примера, через джозефсоновский элемент протекает ток I, причем его величина больше критического значения I_C. В этом случае в переносе заряда через джозефсоновский контакт кроме «сверхтока» I_S будет участвовать также нормальная компонента I_n, которая представляет собой ток «нормальных» электронов $n_n(T)$ [3-9], $I = I_S + I_n$. Перенос заряда квазичастицами (нормальная компонента тока) обуславливает появление на джозефсоновском переходе падения напряжения

$$V = I_n R_n,$$

где R_n – так называемое нормальное сопротивление перехода.

Основное соотношение Джозефсона связывает величину этого падения напряжения со скоростью изменения джозефсоновской фазы $d\varphi/dt = (2e/\hbar)\cdot V$.

Как следствие, при протекании через джозефсоновский контакт постоянного тока $I > I_C$ джозефсоновская фаза φ будет неограниченно расти (или убывать, если $V < 0$). Эти изменения фазы дают периодические изменения во времени сверхтока I_S. Таким образом, при пропускании через джозефсоновский элемент *постоянного* тока $|I| > I_C$ этот ток будет переноситься двумя компонентами тока I_S и I_n, которые согласно (3) *осциллируют* (в противофазе) во времени. Частота таких осцилляций, пропорциональна постоянной составляющей $\bar{V}$ в падении напряжения на джозефсоновском контакте:

$$\omega_J = (2e/\hbar)\cdot \bar{V}.$$

Напряжение на джозефсоновском элементе $V(t) = I_n(t) R_n$ будет также осциллировать во времени, и этот процесс носит название *джозефсоновской генерации*. Такое состояние джозефсоновского контакта будем далее называть *резистивным*. Следует подчеркнуть, что, несмотря на наличие падения напряжения на джозефсоновском контакте, сверхпроводимость электродов, образующих джозефсоновский элемент, в резистивном состоянии сохраняется.

Отметим, также, что комбинация мировых констант, входящих в джозефсоновское соотношение и связывающих напряжение с частотой генерации, равна $2e/\hbar$=483,6 МГц/мкВ; по размерности эта величина является «обратной» к магнитному потоку, что позволяет ввести понятие кванта магнитного потока также и как $\frac{\Phi_0}{2\pi} = \frac{\hbar}{2e}$.

Если джозефсоновский элемент имеет собственную ненулевую емкость C (примером может послужить туннельная SIS гетероструктура), то в резистивном состоянии ток I будет уже суммой трех компонент: I_S, I_n и емкостной компоненты тока

$$I_D = C \cdot dV/dt.$$

Наиболее простым способом описания широко используемых туннельных контактов с резистивным шунтированием, хорошо описывающим и многие другие случаи, является *резистивная модель*, в которой нормальное сопротивление R_n является постоянной величиной, не зависящей от напряжения V.

$$I = I_C \cdot \sin\varphi + V/R_n + C\frac{dV}{dt} + I_F.$$

Последнее слагаемое в этом выражении соответствует току, возникающему, например, из-за флуктуаций напряжений на резисторе в эквивалентной схеме элемента.

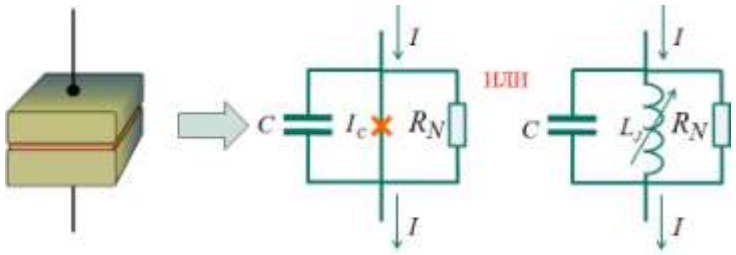


Рисунок 3.1.4 – Иллюстрация к записи основного уравнения резистивной модели джозефсоновского контакта.

Для туннельных структур типа «сэндвич» плотность критического тока джозефсоновских контактов обычно лежит в диапазоне $j_C \approx 10^1 \ldots 10^8$ А/см^2, а их площадь A – от нескольких сотен до десятых долей квадратного микрона. Таким образом, критический ток таких джозефсоновских элементов $I_C = j_C \cdot A$ составляет от нескольких миллиампер до нескольких микроампер. Отметим, что значение плотности критического тока джозефсоновской гетероструктуры на несколько порядков меньше плотности критического тока электродов $j_C \approx 10^8$ А/см^2 [А42].

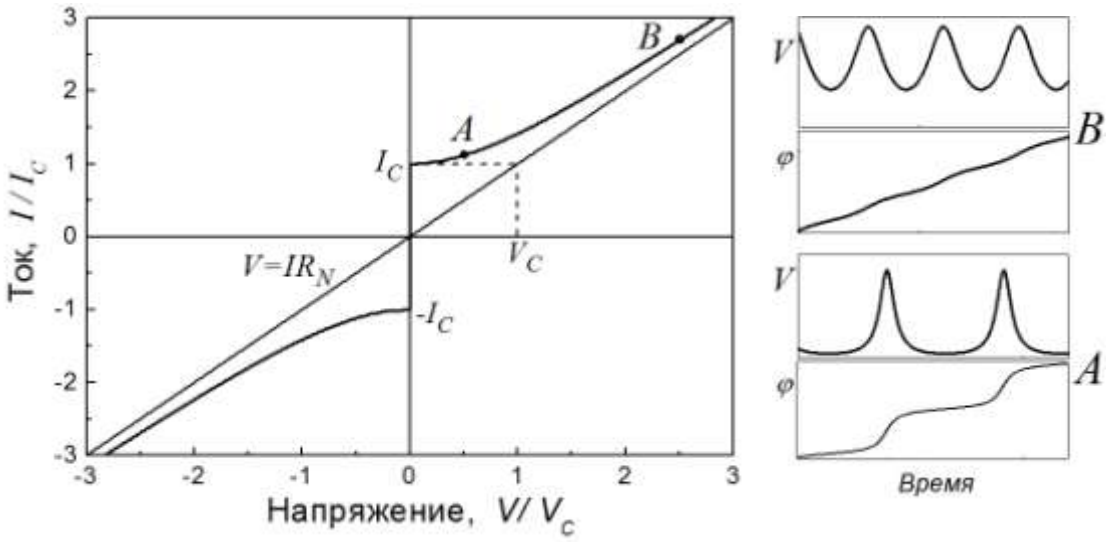


Рисунок 3.1.5 – Вольт-амперная характеристика (ВАХ) джозефсоновского контакта с малой емкостью в рамках резистивной модели (RSJ) и схема изменения фазы и напряжения в различных точках этой характеристики.

Для анализа поведения джозефсоновского элемента в составе радиотехнических схем рассмотрим в рамках ключевой для данной диссертации резистивной модели его вольт-амперную характеристика (ВАХ) – связь между средним напряжением $\overline{V}$ и величиной пропускаемого тока

I. Эта зависимость характеризует динамические процессы в джозефсоновском контакте, непосредственное наблюдение которых на практике крайне затруднено из-за очень высокой частоты джозефсоновской генерации. Соответствующая характерная джозефсоновская частота, определяемая постоянной составляющей напряжения на джозефсоновском элементе или характерным напряжением $V_C \equiv I_C R_n$ (характерная частота здесь и далее есть $\omega_C = \frac{2e}{\hbar} V_C$), находится в диапазоне от десятков до сотен гигагерц.

На типичной ВАХ джозефсоновского элемента можно выделить «сверхпроводящую» или «S – ветвь», принципиальной особенностью которой является равенство нулю напряжения, $\bar{V} = 0$. Также имеются «резистивные» или «R – ветви», что при нулевой емкости контакта представляют собой ветви гиперболы:

$$\bar{V} / V_C \;=\; sign(I) \cdot \sqrt{(I / I_C)^2 - 1}, \qquad |\, I \,| > I_C \quad .$$

По мере приближения напряжения к нулю характер джозефсоновской генерации приобретает ярко выраженный импульсный вид, а по мере увеличения частоты – зависимость *V*(*t*) приближается к синусоидальной, что проиллюстрировано на приведенных на Рисунке 5 результатах численного моделирования.

Влияние емкости джозефсоновского контакта на протекающие в резистивном состоянии динамические процессы характеризуется параметром Стьюарта-МакКамбера $\beta = (2e/\hbar) I_C R_n^2 C$. В случае, когда эта безразмерная величина больше единицы, формируется неоднозначная, гистерезисная, ВАХ По мере увеличения β увеличивается диапазон токов $I < I_C$, в котором возможны два устойчивых состояния: сверхпроводящее и резистивное. Кроме того, шунтирующее действие емкости обуславливает монотонное уменьшение амплитуды осцилляций напряжения по мере увеличения частоты джозефсоновской генерации.

«Потенциальной энергией» рассматриваемой системы можно считать джозефсоновскую энергию контакта, которую определяют как энергию, запасаемую в переходе при увеличении тока через слабую связь от нуля до величины I_C за время *t*:

$$E_J = \int_0^t I_S V dt.$$

В этой формуле *V* – напряжение, возникающее на переходе в процессе нарастания тока согласно общему уравнению для нестационарного эффекта Джозефсона. Подставляя сюда также выражение для I_S в виде $I_S = I_C \sin\varphi$ и переходя от интегрирования по времени к интегрированию по фазе, получим (см. также верхнюю кривую на прилагаемом Рисунке 6):

$$E_J = E_C(1-\cos\varphi), \tag{3.1.8}$$

где E_C – характерная *джозефсоновская энергия перехода*, определяемая следующим образом:

$$E_C = \hbar I_C / 2e\,.$$

Уравнением движения для рассматриваемой системы будет выступать уравнение резистивной модели при замене – в полном соответствии с соотношениями Джозефсона – нормированного напряжения на берегах контакта на первую производную джозефсоновской фазы:

$$I = I_C \cdot \sin\varphi + \frac{\hbar}{2eR_n}\dot{\varphi} + \frac{\hbar C}{2e}\ddot{\varphi}. \tag{3.1.9}$$

Домножая это выражение на величину $\frac{\hbar}{2e}$, переходим к «энергетическому описанию» характеристик системы:

$$0 = M\ddot{\varphi} + r\dot{\varphi} + E_C\left(\sin\varphi - \frac{I}{I_C}\right),$$

где $M = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C = \frac{\hbar^2}{2E_C} = \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 C$ и $r = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 \frac{1}{R_n}$. Уравнение движения с математической точки зрения выглядит как хорошо известное уравнение колебаний для физического маятника с учетом трения, причем джозефсоновская фаза, φ, соответствует углу отклонения маятника от положения устойчивого равновесия. Наличие емкости, обеспечивающей запас электрической энергии, пропорциональный квадрату скорости изменения джозефсоновской фазы, обуславливает «инерционное» поведение системы. Эффективный коэффициент затухания $r(R)$ зависит от температуры, напряжения на контакте и типа слабой связи.

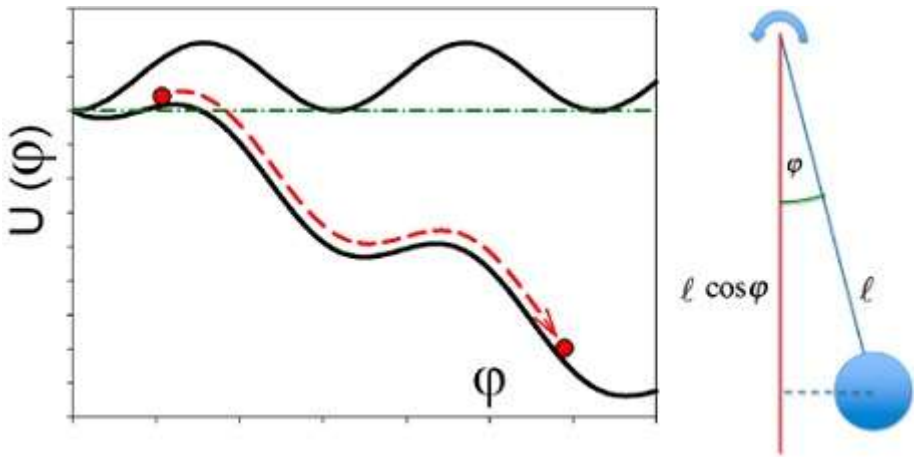


Рисунок 3.1.6 – Эффективная потенциальная энергия джозефсоновского контакта и его механический аналог.

Полученное выражение можно интерпретировать, как уравнение для изменения «координаты» частицы массы M, движущейся в потенциале $U(\varphi)$:

$$U(\varphi) = E_C\left[(1 - cos\varphi) - \frac{I}{I_c}\varphi\right] \qquad (3.1.10)$$

Когда через джозефсоновский контакт пропускают ток, величина которого меньше критической, эволюцию джозефсоновской фазы φ можно описать как затухающие колебания вблизи одного из локальных минимумов потенциальной энергии. Для появления напряжения на джозефсоновском контакте (перехода в так называемое «резистивное состояние») необходимо, чтобы суммарный ток (вынуждающий крутящий момент в механической аналогии) превышал значение критического тока $I > I_C$.

Оценить важные для последующего изложения временные масштабы изменений джозефсоновской фазы φ контакта при переходах между метастабильными состояниями можно, используя безразмерное линеаризованное уравнение резистивной модели:

$$\ddot{\varphi} + \alpha\omega_p\dot{\varphi} + \omega_p^2\varphi = i\omega_p^2 \ , \qquad (3.1.11)$$

где ω_p – плазменная частота ($\omega_p = (L_J C)^{-0.5}$, C – емкость джозефсоновского контакта), $\alpha = \omega_p/\omega_c$ – затухание в системе, $\omega_c = 2\pi I_C R_n/\Phi_0$ – характерная джозефсоновская частота перехода; i – его эффективный ток питания.

Для пары связанных «джозефсоновских маятников» с учетом условия баланса фаз (подробности представлены в следующем параграфе) – $\varphi_1 = i_1 l + \varphi_2$, i_1 – ток, текущий в индуктивности соединяющей переходы, – уравнения имеют вид:

$$\ddot{\varphi}_{1,2} + \alpha\omega_p\dot{\varphi}_{1,2} + \omega_p^2\varphi_{1,2} = \left(i \mp \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}\right)\omega_p^2 . \qquad (3.1.12)$$

Складывая и вычитая такие уравнения для соседних переходов, получим уравнения колебаний суммарной и разностной фазы переходов «1», «2»:

$$\ddot{\varphi}_{1+2} + \alpha\omega_p\dot{\varphi}_{1+2} + \omega_p^2\varphi_{1+2} = 2i\omega_p^2, \qquad (3.1.13а)$$

$$\ddot{\varphi}_{1-2} + \alpha^*\omega_p^*\dot{\varphi}_{1-2} + \omega_p^{*2}\varphi_{1-2} = 0 . \qquad (3.1.13б)$$

Для удобства здесь были введены обозначения:

$$\varphi_{1+2} = \varphi_1 + \varphi_2 \text{ и } \varphi_{1-2} = \varphi_1 - \varphi_2;\ \omega_p^* = \omega_p\sqrt{1+\frac{2}{l}},\ \ \alpha^* = \alpha\frac{\omega_p}{\omega_p^*} .$$

Решение уравнения (3а) представляет собой сумму нестационарного и стационарного решений, а уравнения (3б) – только нестационарного решения для гармонических колебаний с затуханием. Для случая небольшого затухания ($\alpha \leq 2$), эти решения имеют вид:

$$\varphi_{1+2}(t) = A_1 \exp\left(-\frac{\alpha}{2}\omega_p t\right)\sin\left(\sqrt{1-\frac{\alpha^2}{4}}\omega_p t + \theta_1\right) + 2i \ , \qquad (3.1.14а)$$

$$\varphi_{1-2}(t) = A_2 \exp\left(-\frac{\alpha^*}{2}\omega_p^* t\right)\sin\left(\sqrt{1-\frac{\alpha^{*2}}{4}}\omega_p^* t + \theta_2\right) . \qquad (3.1.14б)$$

Коэффициенты $A_{1,2}$ и $\theta_{1,2}$ определяются из начальных условий следующим образом:

$$A_1 = \frac{\varphi_{1+2}(0) - 2i}{\sin(\theta_1)} \ , \qquad \theta_1 = arcctg\left(\frac{\dot{\varphi}_{1+2}(0) + \left(\varphi_{1+2}(0) - 2i\right)\frac{\alpha}{2}\omega_p}{\left(\varphi_{1+2}(0) - 2i\right)\sqrt{1-\frac{\alpha^2}{4}}\omega_p}\right). \qquad (3.1.15а)$$

$$A_2 = \frac{\varphi_{1-2}(0)}{\sin(\theta_2)} \ , \qquad \theta_2 = arcctg\left(\frac{\dot{\varphi}_{1-2}(0) + \varphi_{1-2}(0)\frac{\alpha^*}{2}\omega_p^*}{\varphi_{1-2}(0)\sqrt{1-\frac{\alpha^{*2}}{4}}\omega_p^*}\right) . \qquad (3.1.15б)$$

Решения для джозефсоновских фаз самих контактов найдем, складывая и вычитая уравнения (14а) и (14б):

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{2}\left(A_1 e^{-\frac{\alpha}{2}\omega_p t}\sin\left(\sqrt{1-\frac{\alpha^2}{4}}\omega_p t + \theta_1\right) + A_2 e^{-\frac{\alpha^*}{2}\omega_p^* t}\sin\left(\sqrt{1-\frac{\alpha^{*2}}{4}}\omega_p^* t + \theta_2\right) + 2i\right) , \quad (3.1.16а)$$

$$\varphi_2(t) = \frac{1}{2}\left(A_1 e^{-\frac{\alpha}{2}\omega_p t}\sin\left(\sqrt{1-\frac{\alpha^2}{4}}\omega_p t + \theta_1\right) - A_2 e^{-\frac{\alpha^*}{2}\omega_p^* t}\sin\left(\sqrt{1-\frac{\alpha^{*2}}{4}}\omega_p^* t + \theta_2\right) + 2i\right) . \quad (3.1.16б)$$

Видно, что при $l \to \infty$, $\omega_p^* \to \omega_p$, $\alpha^* \to \alpha$, когда переходы оказываются практически несвязанными, уравнения (16а), (16б) описывают затухающие плазменные колебания с частотой

$$\omega_0 = \sqrt{1-\frac{\alpha^2}{4}}\omega_p , \qquad (3.1.17)$$

и характерным временем затухания:

$$\tau_N = \frac{2}{\alpha\omega_p} = 2R_N C . \qquad (3.1.18)$$

В этом случае колебания определяются характеристиками джозефсоновского контакта.

В обратном случае, когда $l \to 0$, $\omega_p^* >> \omega_p$, $\alpha^* << \alpha$, уравнения (16а), (16б) описывают суперпозицию колебаний с прежней частотой (17), соответствующей колебаниям суммарной фазы, и с частотой

$$\omega_0^* \approx \omega_p \sqrt{1+\frac{2}{l}-\frac{\alpha^2}{4}}\,. \qquad (3.1.19)$$

Здесь джозефсоновские контакты оказываются сильно связанными, поскольку значение связующей индуктивности много меньше собственной джозефсоновской индуктивности, что приводит к относительно высокочастотным колебаниям (19), соответствующим колебаниям разностной фазы (14б), (13б), отвечающей перераспределению тока между соседями. Характерное время затухания колебаний при этом остается прежним и определяется выражением (18).

Очевидно, что для случая предельно малого затухания:

$$\alpha \to 0,\ \omega_0 \to \omega_p,\ \ \omega_0^* = \sqrt{1+\frac{2}{l}}\,\omega_p\,. \qquad (3.1.20)$$

Поправка к плазменной частоте для частоты колебаний разностной фазы, ω_0*, соответствует замене собственной индуктивности перехода на индуктивность параллельного соединения джозефсоновской и соединительной индуктивностей, поскольку в процессе переключения часть тока оттекает в соседний контакт.

В случае сильного затухания решения представляют собой сумму «действительных» экспонент с обратными временами затухания в показателях:

$$\tau_{n_1,2}^{-1} = \frac{\alpha\omega_p}{2} \pm \sqrt{1-\frac{\alpha^2}{4}}\,\omega_p\ ,\ \ \tau_{n_1,2}^{*-1} = \frac{\alpha\omega_p}{2} \pm \sqrt{1-\frac{\alpha^{*2}}{4}}\,\omega_p^*\ . \qquad (3.1.21)$$

Найденные особенности динамики джозефсоновских контактов можно использовать и для анализа динамических процессов с учетом тепловых шумов. В частности – для изучения статистики переключений между метастабильными состояниями джозефсоновских контактов при не слишком низких температурах *T*.

Для случая малого затухания α влияние флуктуаций на время прохождения кванта магнитного потока Φ_0 через переход определяется процессами термоактивационного преодоления барьера, разделяющего локальные минимумы его потенциальной энергии. Потенциал рассматриваемой системы в координатах φ_{1+2} и φ_{1-2} имеет характерный вид «стиральной доски», эквивалентный потенциалу одиночного джозефсоновского контакта, который в процессе «переключения контактов» «вращается» вокруг своей оси при изменении величины φ_{1-2}:

$$U(\varphi_{1+2},\varphi_{1-2}) = E_C\left\{-2\cos(\varphi_{1+2})\cos(\varphi_{1-2}) + \frac{(\varphi_{1-2})^2}{2l} - i\varphi_{1+2}\right\}. \qquad (3.1.22)$$

Задача о вычислении вероятности ухода из локального минимума потенциала за счет тепловых флуктуаций уже была решена в рамках теории Крамерса для случая медленного изменения эффективного тока питания ($\dot{I}/I_C = i' << \omega_p, t_L^{-1}$, где i' – скорость изменения тока в мо-

мент переключения). Время жизни в метастабильном состоянии t_L, необходимое нам для определения области применимости используемого подхода, оценим по формуле:

$$t_L^{-1} = \frac{\omega_A}{2\pi}\exp\left(-\frac{U_0}{k_B T}\right). \tag{3.1.23}$$

И тогда искомая вероятность переключения равна:

$$q(t) = 1 - \exp\left\{-\int_{-\infty}^{t}\frac{\omega_A}{2\pi}\exp\left(-\frac{U_0(t')}{k_B T}\right)dt'\right\}. \tag{3.1.24}$$

Здесь, считая $\alpha << 1$, возьмем для частоты попыток покинуть локальный минимум потенциала (22) ω_A выражение (10). U_0 – высота потенциального барьера, вычисляемая по аналогии со случаем одиночного перехода. Характерная энергия тепловых флуктуаций $k_B T$ в нашем случае описывается безразмерным параметром шума γ, где $\gamma = 2ek_B T/\hbar I_C$ (k_B – константа Больцмана).

При фиксированной скорости изменения тока i' вероятность (14) рассматривается как функция значения тока I_M, при котором происходит переключение системы ($I_M \neq I_C$ из-за флуктуаций) и вводится соответствующая плотность вероятности dq/dI_M, через которую обычным образом выражаются все статистические характеристики I_M. После интегрирования (24) получается выражение для дисперсии I_M:

$$\left\langle I_M^2 \right\rangle \approx I_C^2\left(\frac{3\gamma}{2}\right)^{4/3}. \tag{3.1.25}$$

Поправки, отличающие связанные контакты от случая автономного элемента, малы, т.к.

– в случае больших соединительных индуктивностей переходы оказываются несвязанными (из выражения (17) следует, что $\omega_A = \omega_p$),

– в обратном случае на колебания суммарной фазы накладываются высокочастотные колебания малой амплитуды (выражения (15б), (14б)), не оказывающие существенного влияния на искомую вероятность в рассматриваемом случае нахождения системы вблизи локального минимума потенциала. Поэтому для случая медленного изменения тока ($i'\omega_p^{-1} << \gamma$), соответствующего началу фронта одноквантового импульса, получается следующее выражение для дисперсии момента переключения:

$$\left\langle \tau_{JJ}^2 \right\rangle = \left\langle I_M^2 \right\rangle / \dot{I}^2 \approx 1.7\gamma^{4/3}(i')^{-2}. \tag{3.1.26}$$

Для противоположного случая достаточно большого затухания α и относительно большой скорости изменения тока i' уравнение резистивной модели можно записать в виде

$$\omega_C \dot{\tilde{\varphi}} - \tilde{\varphi}^2/2 = i't\,, \tag{3.1.27}$$

где фаза теперь отсчитана от значения π/2. Для нахождения дисперсии времени переключения нужно включить ланжевеновский член в правую часть уравнения (27), линеаризовать его по малым приращениям фазы и учесть, что энергия флуктуаций тока порядка $k_B T$. Подчеркнем, что в данном случае резонней говорить о движении системы в окрестности локального максимума потенциала (22) в присутствии тепловых флуктуаций.

Уравнение (27) имеет следующие асимптотические решения:

$$\tilde{\varphi} = \begin{cases} -\sqrt{-2i't}\ , \mathrm{t} < 0 \\ u_0\left(t-\tau_0\right),\ \mathrm{t} \approx \tau_0 \\ \left(\dfrac{2}{\omega_C\left(\tau_D - t\right)}\right)^{1/3},\ \mathrm{t} \to \tau_D \end{cases}, \tag{3.1.28}$$

где τ_0 – момент пересечения уровня фазы $\tilde{\varphi} = 0$, а τ_D – момент ухода этой фазы в бесконечность (время задержки). Производя сшивку этих решений, находим константы в (28):

$$\tau_0 = \frac{C_1}{\omega_c}\left(\frac{\omega_c}{i'}\right)^{1/3}; \quad \tau_D = \frac{C_2}{\omega_c}\left(\frac{\omega_c}{i'}\right)^{1/3}; \quad u_0 = C_3\omega_c\left(\frac{i'}{\omega_c}\right)^{2/3}, \tag{3.1.29}$$

где $C_1 \approx C_2 \approx 1$, $C_3 \approx 3$.

В начальный момент времени, при $t \le -\tau_D$, уравнение (27) описывает линейный осциллятор с медленно меняющейся частотой $\omega_p\sqrt{-\tilde{\varphi}(t)}$, поэтому при $t \approx -\tau_D$ его средняя кинетическая энергия равна:

$$\left\langle K \right\rangle = \frac{1}{2}\frac{L_\Sigma}{{R_N}^2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2\left\langle \dot{\varphi}_F^2 \right\rangle \approx k_B T\,,$$

где L_Σ – эффективная индуктивность перехода, соответствующая параллельному соединению собственной индуктивности и индуктивности связи с соседним переходом. Отсюда получаем выражение для дисперсии джозефсоновской фазы:

$$\left\langle \dot{\varphi}_F^2 \right\rangle \approx 2\gamma\omega_C^2 l_\Sigma^{-1}. \tag{3.1.30}$$

В промежутке времени $|t| \le \tau_D$ для дисперсии момента переключения можно получить простую оценку:

$$\left\langle \tau_{JJ}^2 \right\rangle \approx \left\langle \dot{\varphi}_F^2 \right\rangle \tau_D^2 / u_0^2\,. \tag{3.1.31}$$

Тогда дисперсия момента прохождения кванта магнитного потока через переход для достаточно больших соединительных индуктивностей опять будет обратно пропорциональна квадрату скорости изменения тока через переход:

$$\left\langle \tau_{JJ}^{2} \right\rangle \approx 10.8\gamma\left(i'\right)^{-2}. \qquad (3.1.32)$$

Можно заключить, что сочетание

1) «микроскопического» подхода на основе теоретико-полевых методов в физике конденсированного состояния для определения ключевых характеристик джозефсоновской гетероструктуры (таких как критический ток и характерное напряжение),

2) «макроскопического» подхода на основе резистивной модели для анализа динамических характеристик многоэлементных джозефсоновских систем

открывает возможности для решения интересующих нас задач оптимизации ключевых элементов когнитивных широкополосных систем приема и обработки сигнала.

3.2. Сверхпроводящие квантовые интерферометры и цепи на их основе как базовые ячейки различных блоков в системах приема и обработки сигнала

При анализе упомянутых выше многоэлементных джозефсоновских цепей постоянно нужно учитывать также существование макроскопической квантовой интерференции. Фундаментальным свойством сверхпроводящего состояния материала является экранировка внешнего магнитного поля (вплоть до величины критического поля, разрушающего сверхпроводимость). В то же время, в свободной от сверхпроводника области внутри сверхпроводящего контура магнитный поток может устойчиво существовать, однако его величина будет строго квантована, т.е. кратна величине $\Phi_0 = h/2e \approx 2{,}07 \cdot 10^{-15}$ Вб, называемой квантом магнитного потока. Физически явление квантования магнитного потока отражает закон сохранения импульса (с учетом импульса, создаваемого магнитным полем) и 2π-периодичность фазы сверхпроводящего параметра порядка (аналогично правилу квантования Бора-Зоммерфельда).

Простейшим примером *сверхпроводящего квантового интерферометра* [1-4] является джозефсоновский контакт, включенный в сверхпроводящее кольцо, причем величина тока здесь зависит особым образом от величины приложенного к такой системе внешнего магнитного потока. Плотности потока вероятности (а также и тока, переносимого квантовой частицей с эффективным зарядом $\tilde{e}$) определим с учетом вектор потенциала $\vec{A}$ как:

$$\vec{J}_e = \frac{\hbar e}{m}|\Psi|^2\left(\vec{\nabla}\chi - \left(\frac{\tilde{e}}{\hbar c}\right)\vec{A}\right).$$

При анализе сверхпроводящего кольца необходимо учитывать, что для любого замкнутого контура внутри него, лежащего в области, где нет токов и полей, должно выполняться следующее условие $\oint_C \vec{\nabla}\chi d\vec{l} = \frac{\tilde{e}}{c\hbar}\oint_C \vec{A}d\vec{l}$. В силу однозначности волной функции, приращение ее фазы на таком пути равно $2\pi n$, что, среди прочего, ведет к эффекту квантования магнитного потока, заключенного «внутри» рассматриваемого неодносвязного сверхпроводника:

$$\Phi_n = n\frac{2\pi\hbar}{\tilde{e}}\left(\text{в системе СИ}\right).$$

Экспериментальные исследования этого явления позволили измерить величину «кванта магнитного потока» и определить величину эффективного заряда носителей сверхтока.

Учтем, что напряжение на джозефсоновском переходе в одноконтактном интерферометре может появиться только в результате изменения во времени потока Ф магнитного поля через кольцо:

$$V = d\Phi/dt. \qquad (3.2.1)$$

Подставляя теперь V из этой формулы в джозефсоновское соотношение и интегрируя затем его по времени, получим выражение, справедливое для любого сверхпроводящего кольца:

$$\varphi = 2\pi\Phi / \Phi_0 . \qquad (3.2.2)$$

Эти рассуждения позволяют установить связь джозефсоновской фазы φ с потоком магнитного поля через сверхпроводящее кольцо. Это замечательное явление – частный случай проявления *макроскопической квантовой интерференции в сверхпроводниках*. Видно, что при этом сверхток $I_C \sin\varphi$ становится периодической функцией потока магнитного поля Ф с периодом Φ_0, что допускает удобный способ наблюдения макроскопической интерференции.

Далее необходимо учесть, что в поток Ф дает вклад не только поле внешних источников, но и ток I через кольцо. Пусть L – индуктивность кольца, тогда, учитывая правило Ленца для направления тока, поток Ф через интерферометр запишем в виде:

$$\Phi = \Phi_e - LI . \qquad (3.2.3)$$

Это уравнение удобно переписать в нормированном виде

$$\varphi = \varphi_e - il \ , \qquad (3.2.4)$$

где $i = I / I_C$, $\varphi_e \equiv 2\pi \cdot \Phi_e / \Phi_0$ – формально введенная «внешняя фаза», $l \equiv 2\pi L I_c / \Phi_0 = L / L_c$ – основной «геометрический» параметр интерферометра, который называют *безразмерной индуктивностью*, $L_C = \Phi_0/2\pi I_C$ – так называемая характерная индуктивность джозефсоновского перехода.

В стационарном состоянии получаем уравнение фазы контакта в интерферометре

$$\varphi + l \cdot \sin\varphi = \varphi_e \ , \qquad (3.2.5)$$

задающее связь между нормированными величинами полного и внешнего магнитного потока через его кольцо [12]. При $l \ll 1$ зависимость $\varphi(\varphi_e)$ почти линейна: $\varphi \approx \varphi_e$. При увеличении параметра l связь величин φ и φ_e все более отклоняется от линейной, и при $l > 1$ становится неоднозначной. Наконец, при $l \gg 1$ система имеет примерно $N \approx l/\pi$ устойчивых стационарных состояний, в которых значения потока близки к $n\Phi_0$. Для сверхпроводящего контура без разрывов фаза φ должна точно равняться нулю или $2\pi n$, так как в этом случае φ есть разность фаз сверхпроводящего конденсата в практически совпадающих точках. Это означает точное равенство магнитного потока в кольце Φ целому числу квантов. В случае кольца с джозефсоновским контактом значения φ могут быть отличными от нуля или $2\pi n$, и поэтому квантование потока только приближенное.

В силу так называемого *эффекта Мейсснера* стенки сверхпроводящего кольца не могут

пропускать через себя силовые линии магнитного поля. Поэтому число квантов потока n в сплошном кольце остается «замороженным». Изменения внешнего поля возбуждают незатухающий ток в кольце: $\Delta I = \Delta\Phi_e / L$, причем полный поток остается равным $n\Phi_0$.

Наличие в кольце джозефсоновского контакта создает «слабое место»: при выполнении условия $|I| > I_C$ это место переходит в резистивное состояние, и в кольцо через него врывается один или несколько квантов магнитного потока Φ_0. Разница между Φ и Φ_e при этом снижается, значение тока падает ниже критического значения, и джозефсоновский элемент возвращается в сверхпроводящее состояние, что приводит к замораживанию нового целого числа квантов потока.

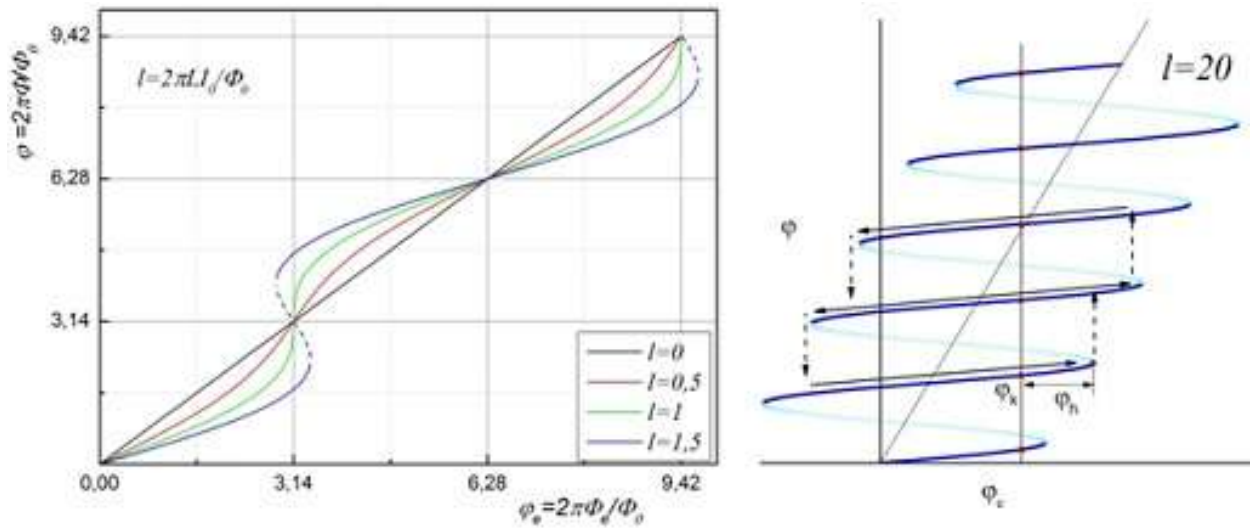


Рисунок 3.2.1 – Зависимость полного магнитного потока от потока внешнего магнитного поля в одноконтактном интерферометре $\varphi(\varphi_e)$ для различных значений индуктивности. Штриховыми линиями показаны неустойчивые ветви диаграммы. Расчеты выполнены в рамках резистивной модели джозефсоновских контактов при помощи программного комплекса PSCAN [5].

Проникновение в интерферометр кванта магнитного потока через джозефсоновский контакт сопровождается генерацией на нем короткого одноквантового импульса напряжения с «площадью»

$$\int V dt = \Phi_0 . \qquad (3.2.6)$$

Устойчивые ветви неоднозначной зависимости можно определить из анализа общей энергия одноконтактного интерферометра, которая складывается из джозефсоновской и индуктивной частей:

$$T = LI^2/2 = LI_C^2/2 \cdot \frac{(\varphi-\varphi_e)^2}{l^2} = E_C \frac{(\varphi-\varphi_e)^2}{2l}.$$

При $l<1$ зависимость $U(\varphi)$ имеет один минимум, соответствующий единственному устойчивому состоянию. Для индуктивности большей единицы функция $U(\varphi)$ может иметь несколько локальных минимумов и максимумов.

Более сложная интерферометрическая система может быть построена на основе двух джозефсоновских контактов, включенных в сверхпроводящее кольцо. Таковым является *симметричный двухконтактный сверхпроводящий квантовый интерферометр*: джозефсоновские переходы J_1 и J_2 одинаковы, т.е. имеют одинаковый критический ток I_C, а также все прочие характеристики; также будем для простоты считать, что емкости контактов пренебрежимо малы, в нормированных величинах произведения $I_C R_n$ равны единице. На примере такой простой и важной структуры представим *методику анализа динамических процессов в джозефсоновских цепях* с сосредоточенными элементами.

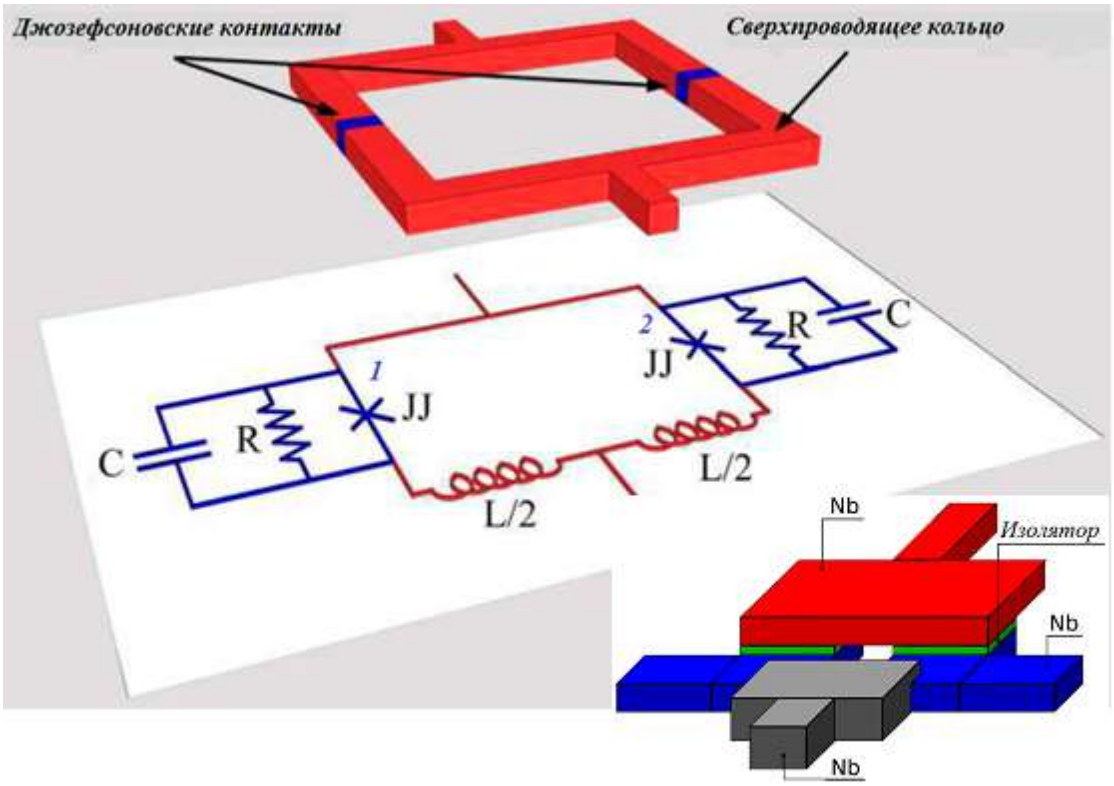


Рисунок 3.2.2 – Схема двухконтактного сверхпроводящего квантового интерферометра с указанием всех ключевых элементов и этапов изготовления.

Шаг 1. Запишем правило Кирхгофа для токов, нормированных на величину I_C, следующим образом, учитывая среди прочих и «втекающий» в систему ток питания I_B:

$$\begin{cases} i_B = i_1 + i_2 \\ i_1 = \dot{\varphi}_1 + \sin\varphi_1 \\ i_2 = \dot{\varphi}_2 + \sin\varphi_2 \end{cases},$$

где второе и третье уравнения системы – токи через джозефсоновские контакты, записанные в рамках резистивной модели и нормированные на величину критического тока. Параметр Стюарта-МакКамбера здесь полагается малым: $\beta_c = (2e/\hbar) I_0 R_N^2 C << 1$.

Шаг 2. Явление макроскопической квантовой интерференции для двухконтактного интерферометра дает выражение вида:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Phi/\Phi_0 ,$$

где φ_1 и φ_2 – джозефсоновские фазы переходов интерферометра. Полагаем, что фазы переходов имеют одинаковый знак, если токи через джозефсоновские контакты имеют одинаковое направление. Для получения замкнутой системы уравнений интерферометра нужно учесть, что полный поток Ф складывается в общем случае из внешнего потока Φ_e и потока самоиндукции. Однонаправленные токи через джозефсоновские контакты I_1, I_2 дают вклады в этот поток самоиндукции с разными знаками, поэтому выражение для нормированного на Φ_0 полного потока через интерферометр имеет вид:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_e - l_1 i_1 + l_2 i_2 ,$$

где $\varphi_e = 2\pi \dfrac{\Phi_e}{\Phi_0}$ – нормированный внешний магнитный поток через интерферометр, $i_{1,2} = I_{1,2}/I_C$, а $l_{1,2}$ – нормированные индуктивности плеч интерферометра $L_{1,2}$, вычисляемые по формуле: $l_{1,2} = 2\pi \dfrac{L_{1,2} I_0}{\Phi_0}$.

Шаг 3. Далее удобно ввести суммарную и разностную фазы θ и ψ:

$$i_B = i_1 + i_2 = \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \sin\varphi_1 + \sin\varphi_2 ,$$

$$(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)/2 = i_B/2 - \sin\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right),$$

$$\dot{\theta} = i_B/2 - \sin\theta\cos\psi .$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{l}{2}(i_1 - i_2) = -2\varphi_e, u = \varphi_e/2 ,$$

$$i_1 - i_2 = \frac{2}{l}\left[-2\varphi_e - (\varphi_1 - \varphi_2)\right] = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 + \sin\varphi_1 - \sin\varphi_2 =$$

$$= 2\dot{\psi} + 2\sin\psi\cos\theta = -\frac{2}{l}(\varphi_e + \psi)\cdot 2\,.$$

$$\dot{\psi} = -\frac{2}{l}(u + \psi) - \sin\psi\cos\theta\,.$$

Отметим, что для асимметричного интерферометра с переходами, имеющими малую емкость и одинаковые сопротивления, но разные значения критического тока, основные уравнения принимают вид:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = -\dfrac{2}{l}(u + \psi) - \dfrac{(i_{c2}+1)}{2}\sin\psi\cos\theta + \dfrac{(i_{c2}-1)}{2}\sin\theta\cos\psi \\ \dot{\theta} = \dfrac{i_B}{2} - \dfrac{(i_{c2}+1)}{2}\sin\theta\cos\psi + \dfrac{(i_{c2}-1)}{2}\sin\psi\cos\theta \end{cases}.$$

Шаг 4. Внешнее воздействие на рассматриваемую систему характеризуется двумя параметрами: внешним потоком Φ_e и током питания интерферометра I_B (также называемым и транспортным током), причем при сделанном выше выборе положительных направлений токов:

$$I_B = I_1 + I_2 = I_{C1}\sin\varphi_1 + I_{C2}\sin\varphi_2 = 0,$$

где $I_{C1,2}$ – критические токи переходов. Изменение этих параметров может привести как к переходам между двумя стационарными состояниями интерферометра ($\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$, $V_{1,2} = 0$), так и к выходу джозефсоновской системы в резистивное состояние и появлению на джозефсоновских контактах отличного от нуля напряжения.

Поэтому, рассматривая I_B как главную переменную**,** а Φ_e как параметр, можно поставить задачу о нахождении эффективного *максимального (критического) транспортного тока интерферометра* $I_{max}(\Phi_e)$, соответствующего переключению интерферометра в резистивное состояние. Для прояснения физической картины отметим, что во внешнем магнитном поле по кольцу интерферометра будет протекать круговой экранирующий ток, который в одном из джозефсоновских контактов будет складываться с транспортным током, «помогая» возникновению в системе резистивного состояния. Величина I_{max} является Φ_0-периодичной функцией внешнего потока Φ_e (или же 2π-периодичной функцией нормированного внешнего потока Φ_e). Это видно из того, что замена $\varphi_e \rightarrow \varphi_e + 2\pi$, $\varphi_1 \rightarrow \varphi_1 + 2\pi$ не меняет вид уравнений интерферометра. Этот факт и служит основанием того, что величину Φ_0 можно назвать *квантом магнитного потока*.

Если индуктивность интерферометра пренебрежимо мала ($l_{1,2} << 1$), то можно исключить из рассмотрения слагаемые, отвечающие за вклад самоиндукции в магнитный поток через интерферометр

Для симметричного интерферометра ($I_{C1} = I_{C2} = I_C$) можно, выразив, например, величину φ_1 через φ_2 и φ_e и подставив ее в формулу для общего тока, с помощью тригонометрического соотношения

$$\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2 = 2\sin\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}$$

получить следующее выражение для транспортного тока через интерферометр:

$$I_B = 2I_C \sin\left(\frac{\varphi_e}{2}+\varphi_2\right)\cos\left(\frac{\varphi_e}{2}\right).$$

При фиксированном внешнем магнитном потоке Φ_e единственным параметром, подстраивающимся под заданный транспортный ток I_b, является фаза φ_2 одного из переходов. Тогда максимальный бездиссипативный ток через интерферометр

$$I_{\max} = 2I_C\left|\cos(\pi\Phi_e/\Phi_0)\right|. \qquad (3.2.6)$$

Шаг 5. При большой величине индуктивности интерферометра ($l_{1,2} >> 1$) зависимость $I_{max}(\Phi_e)$ есть ломаная, близко прилегающая снизу к прямой $I_{max}=I_1 + I_2$ и касающаяся ее на каждом Φ_0-периоде. В области конечных значений индуктивности l при переходе от случая $l_{1,2} << 1$ к случаю $l_{1,2} >> 1$ модуляция максимального транспортного тока внешним полем постепенно уменьшается. Максимальный бездиссипативный ток $I_{\max}$ можно назвать критическим током интерферометра. ВАХ двухконтактного интерферометра по своему виду близка к ВАХ его джозефсоновских контактов. При этом «омическая» асимптота вида $I = V/R$, определяется теперь сопротивлением $R^{-1} = R_{n1}^{-1} + R_{n2}^{-1}$. Но самое главное – критический ток интерферометра есть не постоянная величина, а периодическая функция внешнего магнитного потока Φ_e.

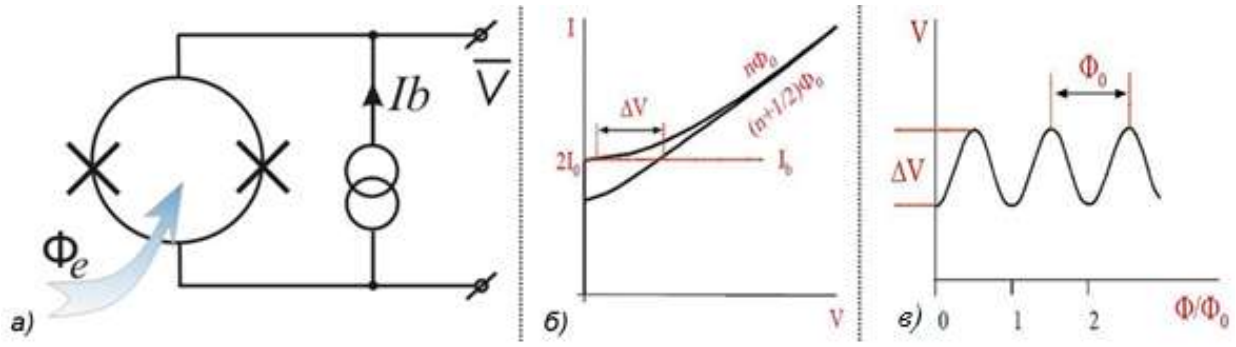


Рисунок 3.2.3 – Схема «снятия» отклика с двухконтактного интерферометра (а), изменение ВАХ при изменении внешнего магнитного потока (б) и вид типичной вольт-потоковой характеристики (в) [1].

Поэтому при изменении Φ_e имеет место также периодическая модуляция всей ВАХ. Если зафиксировать ток через двухконтактный интерферометр на значении близком к критическому току интерферометра: $I_b \geq (I_C)_{max}$, то среднее напряжение $\overline{V}$ на интерферометре будет периодически изменяться по мере роста (убывания) внешнего магнитного потока, т.е. будет иметь место преобразование магнитного потока в напряжение: $\Phi_e \to \overline{V}$. Именно на использовании этого преобразования основан принцип работы так называемого *СКВИД-усилителя постоянного тока* (от английского SQUID: Superconducting Quantum Interference Device), принципиальная схема которого представлена на рисунке. Связь между средним напряжением и приложенным потоком $\overline{V}(\Phi_e)$ называется здесь вольт-потоковой или сигнальной характеристикой двухконтактного интерферометра. Иногда также говорят об отклике напряжения интерферометра на внешний магнитный поток. Размах и крутизна обсуждаемой зависимости и определяют характеристики СКВИД-усилителя на основе сверхпроводящего кольца с двумя джозефсоновскими контактами.

Устройство под названием СКВИД постоянного тока (ПТ СКВИД) включает обычно усилитель выходного сигнала, а также цепь следящей (интегрирующей) обратной связи. Последний элемент обеспечивает проникновение в кольцо интерферометра магнитного потока Φ_{FB}, компенсирующего изменение внешнего магнитного потока ($\Phi_e + \Phi_{FB} = const$). Это позволяет зафиксировать рабочую точку на участке вольт-потоковой характеристики с максимальной производной на функции преобразования магнитного сигнала в отклик напряжения $\left|\partial\overline{V} / \partial\Phi_e\right|$. На выход при работе с замкнутой обратной связью должен «подаваться» сигнал в последней, содержащий информацию об изменении внешнего потока Φ_e.

Магнитометры и градиентометры на основе свехпроводящих квантовых интерферометров в диапазоне от крайне низких до средних частот имеют энергетическое разрешение от 10^{-30} до10^{-32} Дж/Гц, причем в отдельных экспериментах было получено разрешение $\delta E/\Delta f \sim 2h$; чувствительность по магнитному потоку $\delta\Phi/(\Delta f)^{1/2}$ составлял порядка $(10^{-5}...10^{-6})\Phi_0$ [1]. Такие магнитометры нашли применение как в фундаментальных физических исследованиях, так и в магнитокардиографии, магнитоэнцефалографии, геофизике, устройствах неразрушающего контроля металлических конструкций [6-19]. Но нас особо интересуют перспективы использования таких устройств в системах широкополосной связи.

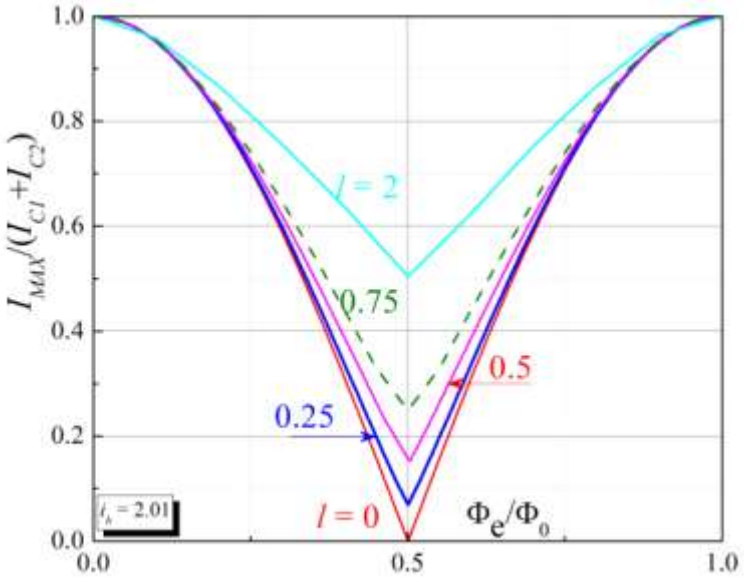


Рисунок 3.2.4 – Зависимость критического тока двухконтактного интерферометра от внешнего магнитного потока для разных значений нормированной индуктивности. Нижняя кривая соответствует случаю $l_{1,2} << 1$. Остальные кривые иллюстрируют влияние конечных величин индуктивности на зависимость $I_{max}(\Phi_e)$.

Для анализа вольт-потокового преобразования в реальных, а не идеализированных интерферометрах, будем использовать усовершенствованное теоретическое рассмотрение, включающее учет неизбежного технологического разброса при изготовлении сопротивлений переходов (пусть Rn_1=1 для первого перехода и Rn_2=R для второго). Тогда:

$$i_B = i_1 + i_2 = \dot{\varphi}_1 + R^{-1}\dot{\varphi}_2 + \sin\varphi_1 + i_{c2}\sin\varphi_2,$$

$$\frac{\dot{\varphi}_1 - R^{-1}\dot{\varphi}_2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1}{2} - R^{-1}\frac{\dot{\varphi}_2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1}{2} - \frac{\dot{\varphi}_2}{2} - R^{-1}\frac{\dot{\varphi}_2}{2} + \frac{\dot{\varphi}_2}{2} = \\ = \dot{\psi} - \frac{\dot{\varphi}_2}{2}(R^{-1} - 1),$$

$$\frac{\dot{\varphi}_1 + R^{-1}\dot{\varphi}_2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1}{2} + R^{-1}\frac{\dot{\varphi}_2}{2} = \frac{\dot{\varphi}_1}{2} + \frac{\dot{\varphi}_2}{2} - R^{-1}\frac{\dot{\varphi}_2}{2} - \frac{\dot{\varphi}_2}{2} = \\ = \dot{\theta} + \frac{\dot{\varphi}_2}{2}(R^{-1} - 1),$$

и после замены переменных:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = -\dfrac{R-1}{2}\dfrac{i_B}{2} - (R+1)\cdot\dfrac{(u+\psi)}{l} + \dfrac{(i_{c2}R-1)}{2}\sin\theta\cos\psi - \dfrac{(i_{c2}R+1)}{2}\sin\psi\cos\theta \\ \dot{\theta} = \dfrac{R+1}{2}\dfrac{i_B}{2} + (R-1)\cdot\dfrac{(u+\psi)}{l} - \dfrac{(i_{c2}R+1)}{2}\sin\theta\cos\psi + \dfrac{(i_{c2}R-1)}{2}\sin\psi\cos\theta \end{cases}.$$

Для удобства введем следующие обозначения:

$$a = \frac{R+1}{2}\frac{i_B}{2} + (R-1)\cdot\frac{(u+\psi)}{l},\ A = \frac{(i_{c2}+1)}{2}\cdot\frac{R+1}{2} + \frac{(i_{c2}-1)}{2}\cdot\frac{R-1}{2},$$

$$B = \frac{(i_{c2}+1)}{2}\cdot\frac{R-1}{2} + \frac{(i_{c2}+1)}{2}\cdot\frac{R-1}{2},$$

таким образом:

$$\dot{\theta} = a - A\cdot\sin\theta\cos\psi + B\cdot\sin\psi\cos\theta\cdot$$

При исследовании интересующей нас вольт-потоковой зависимости в *нулевом приближении* полагаем, что индуктивность интерферометра мала. Из этого следует, что разностная фаза практически равна нулю (так как падения фазы на индуктивности почти нет), и когда ток питания близок к суммарному критическому току СКВИДа, суммарная фаза близка к значению *π/2*:

$$\psi_0 = -u + \frac{l}{2}\cdot\left[\frac{(i_{c2}R-1)}{R+1} - \frac{i_B}{2}\cdot\frac{(R-1)}{(R+1)}\right].$$

$$\dot{\theta} = a - \sqrt{B^2 + (A^2 - B^2)\cos^2(\psi_0)}\cdot\sin(\theta + a\tan[\frac{B}{A}\tan(-\psi_0)]) =$$

$$= a - b\cdot\sin(\theta + c).$$

$$\theta_0 = \sqrt{a^2-b^2}\,a\tan\left\{\frac{\tan\left(\sqrt{a^2-b^2}\,\frac{t}{2}\right)\cdot\sqrt{a^2-b^2}+b}{a}\right\} - c\,.$$

*Частота генерации в нулевом приближении (*задающая *отклик напряжения)* есть:

$$\omega_J^0 = \sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{\frac{i_B^2}{16}(R+1)^2 - \frac{(i_{c2}R-1)^2}{4} - i_{c2}R\cos^2\psi_0}\,.$$

В дальнейшем нам понадобиться усреднять скорость изменения суммарной фазы для того, чтобы получить отклик напряжения. Для этого выпишем выражения для *sin* θ_0 и *cos* θ_0:

$$\tan\left(\frac{\theta_0 + c}{2}\right) = z + Q\cdot\tan\left(\frac{\omega_J^0 t}{2}\right),$$

где $z = b/a$, $Q = \sqrt{a^2-b^2}/a = \omega_J^0/a$. И отсюда получаем искомое:

$$\cos(\theta_0 + c) = \frac{Q\cdot\cos\xi}{1 + z\cdot\sin\xi},\ \sin(\theta_0 + c) = \frac{z + \sin\xi}{1 + z\cdot\sin\xi},$$

где $\xi = \omega_J^0 t + a\tan[z/Q]$.

Перейдем теперь к следующему, первому, приближению: будем рассматривать разностную фазу ψ в виде ряда разложения по малому параметру:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 + \dots .$$

причем $\psi_0 >> \psi_1 >> \dots$. Учитывая, что в первом приближении по малому параметру l:

$$\cos\psi = \cos(\psi_0 + \psi_1) \approx \cos\psi_0 , \ \sin\psi = \sin(\psi_0 + \psi_1) \approx \sin\psi_0 ,$$

получим уравнение для первой поправки по разностной фазе ψ:

$$\frac{l}{R+1}\dot{\psi}_1 = -\psi_1 + \frac{b\cdot l}{R+1}\sin(\theta + c) - \frac{l}{2}[\frac{i_{c2}R-1}{R+1} - \frac{R-1}{R+1}\frac{i_B}{2}] .$$

Решением этого дифференциального уравнения является выражение:

$$\psi_1 = \frac{b\cdot l}{R+1}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+D^2}}\sin(\theta + c - a\tan D) - \frac{l}{2}\cdot\left\{\frac{i_{c2}R-1}{R+1} - \frac{R-1}{R+1}\frac{i_B}{2}\right\},$$

где $D = \dfrac{l\cdot\dot{\theta}}{R+1}$. Здесь введем еще одно допущение, которое не сильно повлияет на результат: $D = \overline{D} = \dfrac{l\cdot\langle\dot{\theta}\rangle}{R+1}$. Подставляем в последнее выражение полученное выше представление для суммарной фазы:

$$\dot{\theta} = (R+1)\frac{i_B}{4} + (R-1)\cdot\left\{\frac{\psi_1}{l} + \frac{1}{2}\frac{i_{c2}R-1}{R+1} - \frac{R-1}{R+1}\frac{i_B}{4}\right\} -$$
$$- \frac{i_{c2}R+1}{2}\sin\theta[\cos\psi_0 - \psi_1\sin\psi_0] + \frac{i_{c2}R-1}{2}\cos\theta[\sin\psi_0 + \psi_1\cos\psi_0],$$

$$\dot{\theta} = (R+1)\frac{i_B}{4} + (R-1)\left[\frac{u+\psi_0}{l}\right] - \frac{i_{c2}R+1}{2}\sin\theta\cos\psi_0 + \frac{i_{c2}R-1}{2}\cos\theta\sin\psi_0 +$$
$$+ \psi_1\cdot\left\{\frac{i_{c2}R+1}{2}\sin\theta\sin\psi_0 + \frac{i_{c2}R-1}{2}\cos\theta\cos\psi_0 + \frac{R-1}{l}\right\} = \dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1 .$$

Частота джозефсоновской генерации в первом приближении имеет вид:

$$\omega_J^1 = \frac{R-1}{l}\langle\psi_1\rangle + \frac{i_{c2}R+1}{2}\sin\psi_0\langle\psi_1\sin\theta_0\rangle + \frac{i_{c2}R-1}{2}\cos\psi_0\langle\psi_1\cos\theta_0\rangle .$$

Учитывая, что $\cos\theta_0 = \cos\nu\cos c + \sin\nu\sin c$, $\sin\theta_0 = \sin\nu\cos c - \cos\nu\sin c$, для усредненных тригонометрических функций от величины ν получим:

$$\langle\sin\nu\rangle = \frac{1-Q}{z}, \ \langle\cos\nu\rangle = 0, \ \langle\sin\nu\cos\nu\rangle = 0, \ \langle\sin^2\nu\rangle = \frac{1-Q}{z^2}, \ \langle\cos^2\nu\rangle = \frac{Q(1-Q)}{z^2} .$$

Соответственно, непосредственно для тригонометрических функций суммарной фазы θ_0, результаты усреднения выглядят следующим образом:

$$\langle\sin\theta_0\rangle = \frac{1-Q}{z}\cdot\cos c , \ \langle\cos\theta\rangle = \frac{1-Q}{z}\cdot\sin c , \ \langle\sin\nu\cos\nu\rangle = \sin 2c\cdot\frac{(1-Q)^2}{2z^2} ,$$

$$\left\langle \sin^2\nu \right\rangle = \cos^2 c\cdot\frac{1-Q}{z^2} + \sin^2 c\cdot\frac{Q(1-Q)}{z^2},\quad \left\langle \cos^2\nu \right\rangle = \sin^2 c\cdot\frac{1-Q}{z^2} + \cos^2 c\cdot\frac{Q(1-Q)}{z^2}.$$

Собирая все вместе, наконец, получим для отклика напряжения в первом приближении:

$$\omega_j^1 = -\frac{a\cdot(a-\omega_J^0)}{4b^4(1+D^2)}\cdot\frac{l}{R+1}\cdot\left[\begin{array}{c} D\cdot i_{c2}^2R^2\sin^2 2\psi_0 - \\ -\frac{i_{c2}R}{a}\cdot\left\{\frac{1}{2}(i_{c2}^2R^2-1)(a-\omega_J^0) - \frac{2}{l}D(R-1)b^2\right\}\sin 2\psi_0 + \\ +\frac{i_{c2}^2R^2-1}{a}\left\{\frac{1}{4}(i_{c2}^2R^2-1)D\omega_J^0 - \frac{1}{l}(R-1)b^2\right\}\end{array}\right] -$$

$$-\left(S+\frac{R-1}{R+1}\cdot\frac{li_B}{4}\right)\cdot\left(\frac{i_{c2}R(a-\omega_J^0)}{2b^2}\sin 2\psi_0 + \frac{R-1}{l}\right).$$

$$\cos c = \frac{A\cos\psi_0}{b},\ \sin c = -\frac{B\sin\psi_0}{b},\ b = \sqrt{B^2+(A^2-B^2)\cos^2(\psi_0)},\ A = \frac{i_{c2}R+1}{2},$$

$$B = \frac{i_{c2}R-1}{2},\ S = \frac{l}{4}\cdot\left\{i_{c2}-1+\frac{R-1}{R+1}\cdot(i_{c2}+1-i_B)\right\}.$$

Величина S здесь играет роль сдвига по потоку из-за возникшей асимметрии, a – эффективный ток питания, а b – эффективный критический ток. Отклик напряжения асимметричного СКВИ-Да в итоге будет задаваться выражением $\left\langle\dot\theta\right\rangle = \omega_J^0 + \omega_J^1$ [A58].

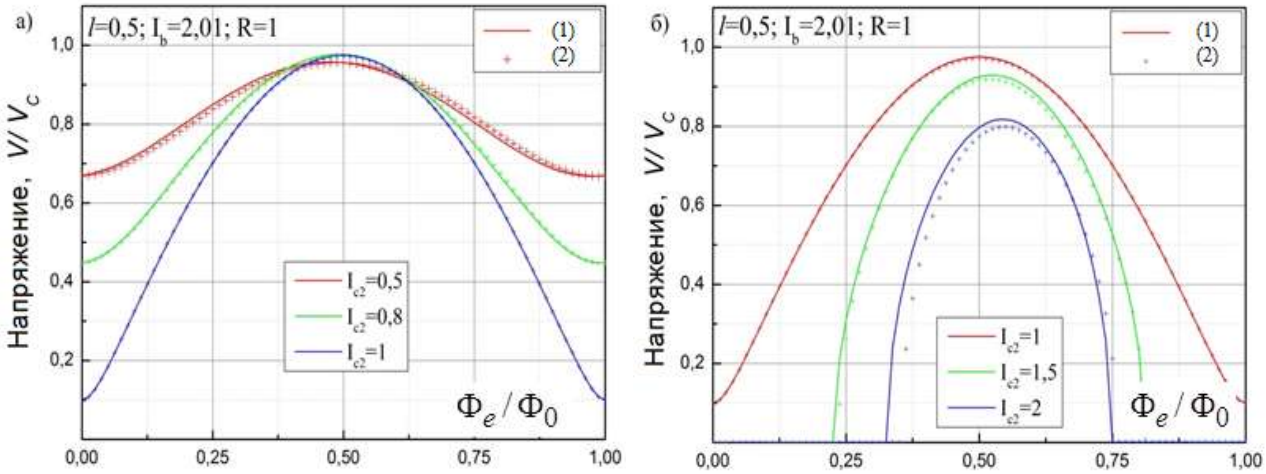


Рисунок 3.2.5 – Вольт-потоковые характеристики асимметричного СКВИДа: сравнение численного счета (точки, 2) и разработанного аналитического подхода (кривые, 1) при (а) $I_{c2}\leq 1$ и (б) $I_{C2}>1$ для одинаковых сопротивлений контактов [A58].

В частности, для полностью симметричного идеализированного интерферометра уже в нулевом приближении получаем хорошо известное выражение:

$$\left\langle \dot{\theta} \right\rangle = \left\langle \dot{\theta}_0 \right\rangle = \omega_j^0 = \sqrt{\frac{i_b^2}{4} - \cos^2 u}\,.$$

Развивая описанный подход, можно получить, что:

$$\left\langle \dot{\theta} \right\rangle = \omega_j^0 - \left(\frac{i_b}{2} - \omega_j^0 \right) \frac{i_b \omega_j^0 - \cos^2 u}{4 + \omega_j^{0\,2} l^2} \frac{l^2}{2} \tan^2 u\,.$$

Этот же метод можно использовать для определения циркулирующего тока в системе: полуразности двух токов, текущих через каждый джозефсоновский контакт,

$$I_{circ} = (I_1 - I_2)/2,\ I_{circ} = I_0 \cos\theta \sin\psi + \frac{\psi \Phi_0}{2\pi R_C},$$

где R_C – сопротивление нашей системы, которое положим равной единице. Нормированное среднее значение циркулирующего тока есть:

$$J = \left\langle \frac{I_{circ}}{I_0} \right\rangle = \left\langle \cos\theta \sin\psi \right\rangle + \left\langle \dot{\psi} \right\rangle \frac{\Phi_0}{2\pi}\,.$$

Через определенное время, достаточное для того, чтобы все переходные процессы затихли, разностная фаза принимает постоянное значение, и выражение для циркулирующего тока упрощается:

$$J = \left\langle \cos\theta \sin\psi \right\rangle.$$

Ясно, что в нулевом приближении циркулирующий ток равен нулю (т.к. $\langle \cos\theta_0 \rangle = 0$). В первом и втором приближениях соответственно получим:

$$J_1 = \left\langle \psi_1 \cos\theta \right\rangle \cos u - \left\langle \sin u \cos\theta \right\rangle = \left\langle \psi_1 \cos\theta \right\rangle \cos u\,,$$

$$J_1 = \frac{l}{2} \frac{\tan u}{1 + \overline{D}^2} \left\{ \cos^2\theta - \frac{i_b}{2} \left(\frac{i_b}{2} - \omega_j^0 \right) \right\} \Leftrightarrow J_1 = \frac{l}{2} \frac{\tan u}{1 + \overline{D}^2} \left\{ \frac{i_b}{2} - \omega_j^0 \right\} \omega_j^0\,,$$

$$J_2 = -J_1 \cdot \frac{3}{4} l \frac{\overline{D}}{1 + 4\overline{D}^2} \left(\frac{i_b}{2} - \omega_j^0 \right).$$

Полное выражение для циркулирующего тока:

$$J = J_1 \left(1 - \frac{3}{4} l \frac{\overline{D}}{1 + 4\overline{D}^2} \left[\frac{i_b}{2} - \omega_j^0 \right] \right).$$

Адекватность использованных подходов для описания асимметричного сверхпроводящего интерферометра вполне можно оценить из приведенных ниже иллюстраций, сравнивающих результаты аналитического рассмотрения с численным моделированием на основе описанной выше резистивной модели.

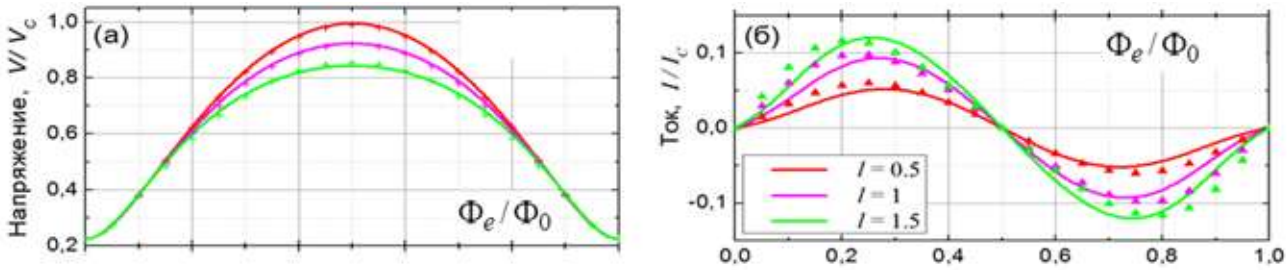


Рисунок 3.2.6 – Симметричный сверхпроводящий квантовый интерферометр: (а) отклик напряжения и (б) циркулирующий ток как функции приложенного магнитного потока.

На Рисунке 7 ниже представлена блок-схема общего алгоритма действий, позволяющих составить общую картину применения предложенного метода, для аналитического решения системы уравнений, описывающих системы на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров.

Таким образом, для обеспечения эффективной оптимизации преобразования магнитного сигнала в отклик напряжения для базовых ячеек (и блока приема, и блока обработки сигнала) на основе резистивной модели описания токового транспорта через джозефсоновские гетероструктуры построена методика «последовательных приближений». Это позволило найти удобные формулы для аналитического описания базовых ячеек радиотехнических систем – сверхпроводящих квантовых интерферометров с набором параметров, вытекающим из специфики решаемых задач и возможностей технологии.

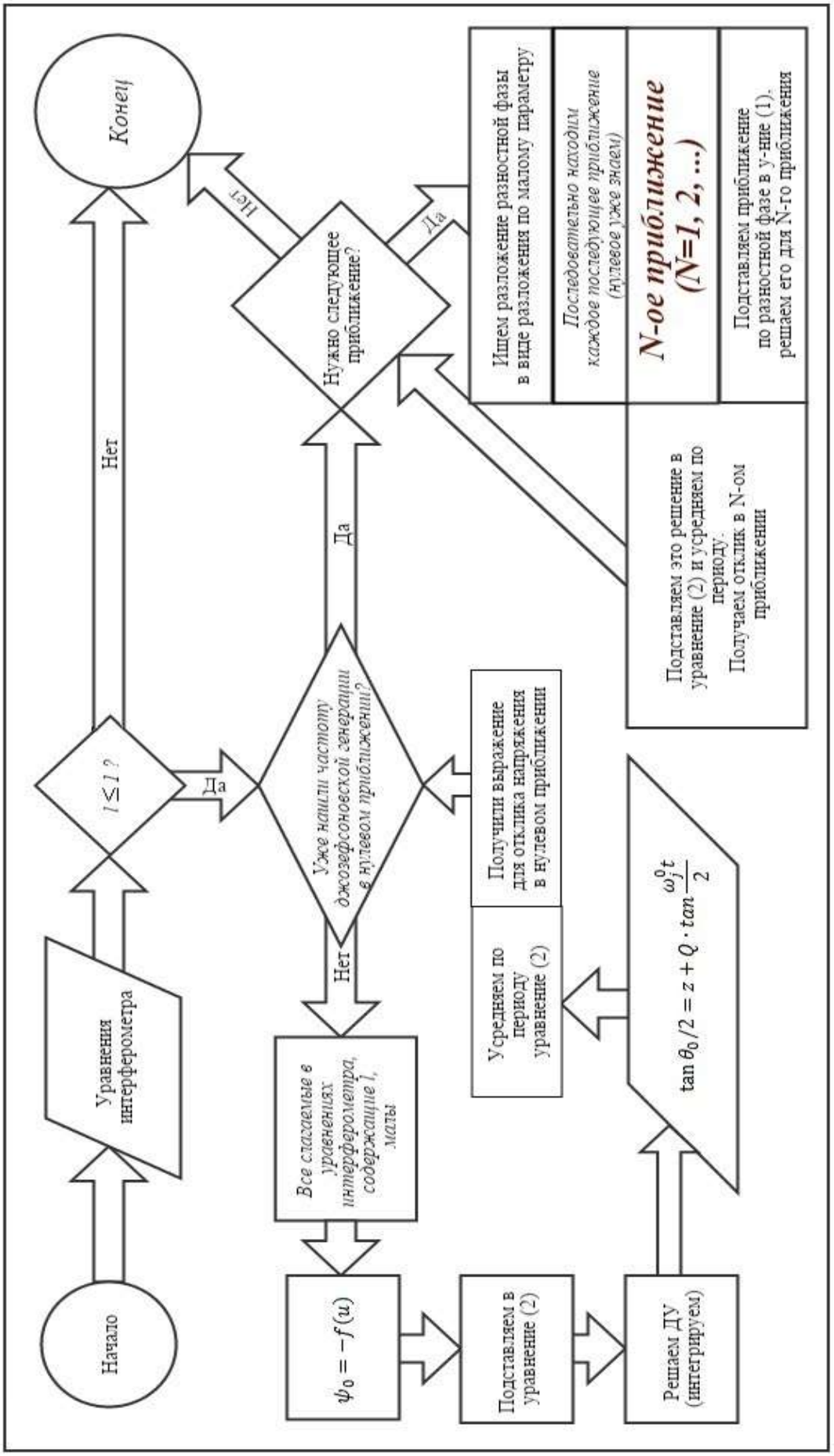


Рисунок 3.2.7 – Блок-схема алгоритма предложенного метода последовательных приближений для сверхпроводящих квантовых интерферометров и систем на их основе.

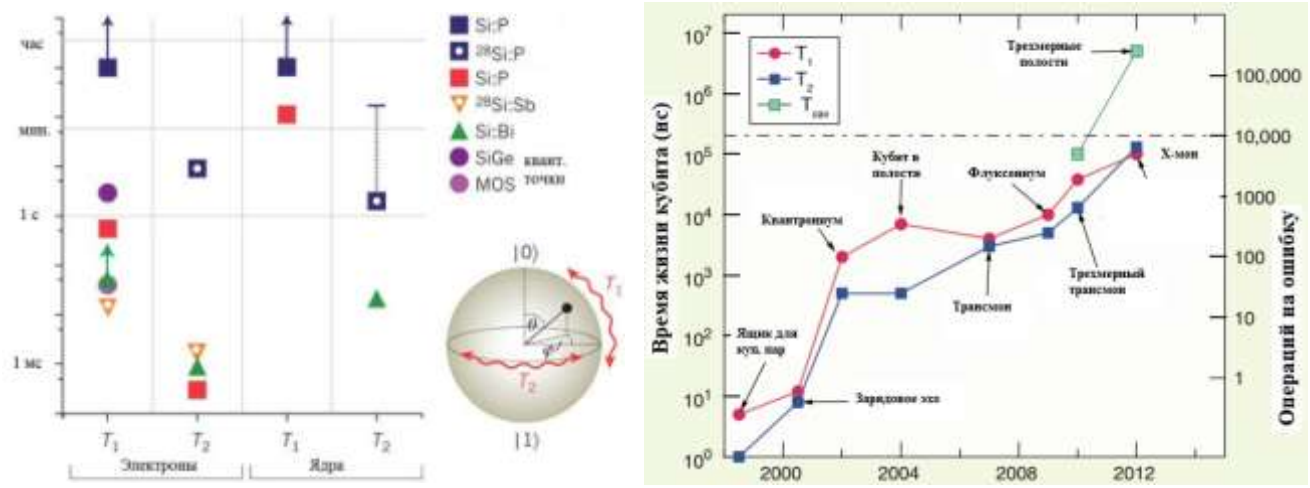
3.3. Сверхпроводящие джозефсоновские гетероструктуры и интерферометры для квантовых блоков обработки сигнала

Для анализа процессов в квантовом блоке КШСС представляется необходимым расширить описанную в предыдущем параграфе методику. Физические реализации базовых элементов описанных выше квантовых информационных систем [1-12] удобно разделить на два типа: «*природные квантовые объекты»* (нейтральные атомы, ионы) и «*искусственные атомы*» (электронные или спиновые состояния примеси фосфора в кремнии, состояния фотонов, токовые состояния в сверхпроводящих контурах). Причем используемые в блоках обработки сигнала кубиты должны быть:

- управляемыми (допускать удобную реализацию набора квантовых логических операций – гейтов);
- масштабируемыми (т.е. технология изготовления должна обеспечивать возможность изготовления большого числа практически одинаковых кубитов при контролируемом взаимодействии между отдельными элементами);
- адресуемыми (допускающими выполнение инициализации в начальный момент времени);
- считываемыми при максимально высокой степени изоляции от окружения, обеспечивающей выполнение всех необходимых манипуляций над состоянием кубита (~ 10^9 гейтовых операций) за время разрушения его когерентного состояния.

Раскрывая последнее требование, отметим, что взаимодействия квантовой системы (кубита) с окружением приводят обычно к доминированию двух основных механизмов «декогерентизации»: энергия кубита может измениться за счет спонтанных переходов за время t_1 (*энергетическая* или *продольная релаксация*), процесс сбоя фазы волновой функции происходит на временах порядка t_2 (*поперечная* или *фазовая релаксация*, обычно t_1 равен примерно половине от t_2). Часто вводят понятие *дефазировка* (*dephasing*), связывая со средним временем фазовой релаксации T_2^*.

Первые кубиты на основе атомных систем обладали большим временем фазовой релаксации) – порядка нескольких секунд для нейтральных атомов и 100 мкс для ионов в ловушках. Первые эксперименты с измерением состояния квантовых битов, созданных на основе электронных спинов, были выполнены в 1986 году для ионов, помещенных в ловушки Пауля [5-6]. Несколько позже начались экспериментальные исследования состояний кубитов на основе электронных или ядерных спинов в различных немагнитных матрицах при помощи явления электронного/ядерного магнитного резонанса [7,8].



(а) (б)

Рисунок 3.3.1 – Сравнение масштабов для времен, на которых происходит потеря когерентности состояния различных кубитов: спинов в кремнии (а) и сверхпроводящих контуров (б). Графики построены на основе материалов из работ [3, 4].

В частности, предлагалось использование кремниевых структур металл–окисид–полупроводник, где в тонкий слой вблизи поверхности бесспинового изотопа ^{28}Si вносились атомы изотопа фосфора ^{31}P, которые имели возможность взаимодействовать между собой посредством магнитных сил и частичного перекрытия электронных орбиталей. Рекордные характерные времена затухания когерентных квантовых осцилляций (от 13 мкс до 1.8 мс при комнатной температуре) были получены в аналогичных системах, где вместо кремния в качестве немагнитной матрицы использовался алмаз или специально изготовленные фуллереноподобные структуры [8,9]. Развитие этого направления работ к настоящему моменту позволяет интегрировать в цепи современной электроники устройства ангстремного масштаба, рабочими элементами которых являются отдельные атомы/спины [10-12].

Обобщая, можно заключить, что в подобного рода экспериментах использовались атомные и атомоподобные системы, у которых при низких температурах, достигавшихся, например, при помощи лазерного охлаждения, в динамике эффективно участвовали лишь основное и первое возбужденное энергетические состояния. Это позволяло с хорошей точностью представлять любое состояние системы в виде их когерентной суперпозиции. Для измерения состояния необходимо было ввести «измеритель», роль которого мог играть даже просто дополнительный энергетический уровень $|meas\rangle$, переход на который был разрешен лишь с одного из базисных состояний, как показано на рисунке ниже для так называемой *V*-конфигурации уровней [13]. Если на дополнительный уровень $|meas\rangle$ возможен переход только с базисного состояния $|0\rangle$, то тогда количество фотонов, частота которых равна резонансной частоте перехода

$|0\rangle \to |meas\rangle$, прошедших через систему кубитов, дает информацию о вероятности обнаружить атомную систему в определенном состоянии. Подобные эксперименты были выполнены для систем на основе ядерных спинов [14] и полупроводниковых квантовых точек [15].

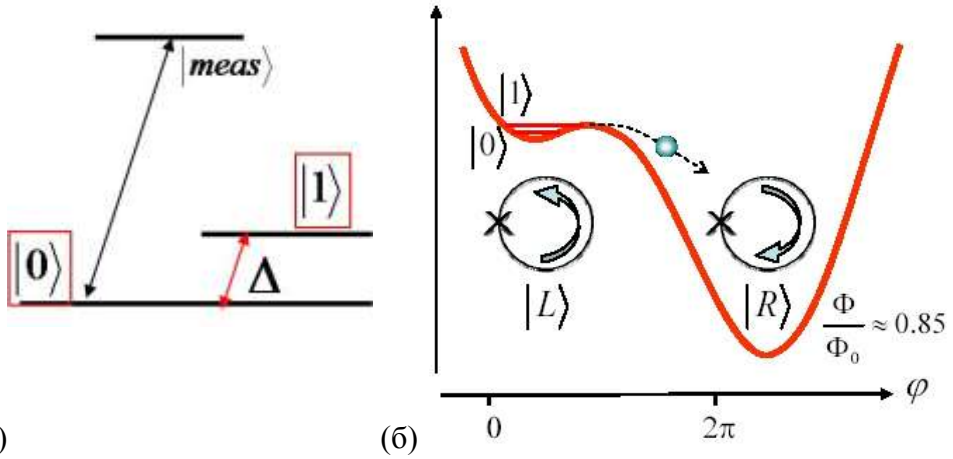
Проблема всех перечисленных реализаций состоит в том, что для эффективного взаимодействия кубиты на основе и электронных, и ядерных спинов должны находиться на расстоянии менее 10…20 А друг от друга. Это практически исключает возможность адресного воздействия на интересующую нас отдельную квантовую систему [7]. Кроме того, для поворота вектора состояния на определенный угол при доступных на сегодняшний день параметрах генераторов наносекундых световых импульсов характерное время простейших логических операций оказывается очень большим и доходит до сотен наносекунд. Это подталкивает к дальнейшим поисковым исследованиям по разработке квантовых битов, более простых и удобных в управлении, к которым, например, могут относиться сверхпроводящие кубиты.

Наиболее простой, с конструктивной точки зрения, сверхпроводящий кубит представляет собой джозефсоновский контакт в сверхпроводящем кольце индуктивностью L в квантовом пределе ($k_B T < \Delta_{01} < \Delta$, где k_B – постоянная Больцмана, T – «рабочая температура» кубита, Δ – щель в спектре квазичастичных возбуждений используемых сверхпроводников) [16]. В таком устройстве должно выполняться условие $E_Q << E_C$, где $E_Q = e^2/2C$ – характерная величина кулоновской энергии перехода. В этом случае хорошо определенной обобщенной координатой в системе выступает джозефсоновская фаза перехода φ. При низких температурах (порядка 10 мК) система может находиться только на низших энергетических уровнях в локальных минимумах джозефсоновского потенциала, что и позволяет рассматривать её как кубит. Создание двухуровневых квантовых систем на основе эффекта Джозефсона обсуждается с середины 80-ых годов прошлого столетия, но из-за технических трудностей экспериментальное подтверждение существования когерентных состояний в системах с джозефсоновскими контактами было получено относительно недавно. Огромной проблемой на пути экспериментаторов стала высокая чувствительность интерферометров к флуктуациям прикладываемых полей. Действительно, двухямный джозефсоновский потенциал можно создать лишь если нормированная индуктивность одноконтактного интерферометра $l = 2\pi L I_C/\Phi_0$ больше единицы.

Успехи при работе с переходами с относительно большими размерами и критическим токами были достигнуты лишь в начале 2000-ых [17-19]. Были реализованы так называемые *фазовые кубиты* на основе одноконтактного интерферометра, имеющего более одного устойчивого состояния в отсутствие внешнего магнитного потока (при $l \approx 5$). Потенциальная энергия такого интерферометра

$$E_J(\varphi) = \frac{\Phi_0 I_C}{2\pi}\left[\frac{1}{2l}\left(\varphi - 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2 - \cos\varphi\right] \qquad (3.3.1)$$

имеет два локальных минимума, существенно различающихся по глубине. Базисом такого квантового бита, называемого фазового кубитом, служат два низших энергетических уровня, локализованных в малом локальном минимуме джозефсоновского потенциала. Характерное время распада когерентных суперпозиций таких состояний составляет 0.5 мкс (и достигает 4 мкс и более для резонатора, связанного с кубитом) [18-21]. Измерение состояния фазового кубита построено на возможности для системы покинуть малый локальный минимум и перейти в энергетически более выгодное состояние, для которого значение фазы джозефсоновского контакта соответствует абсолютному минимуму потенциальной энергии системы. Время жизни кубита на одном из метастабильных базисных уровней определялось вероятностью квантово-механического туннелирования системы в целом через потенциальный барьер, причем эта вероятность экспоненциально зависела от величины барьера. В эксперименте, в процессе измерения, величина потенциального барьера устанавливалась так, чтобы кубит, находящийся в состоянии $|1\rangle$, практически мгновенно «уходил» в большой локальный максимум потенциала. При этом кубит, находящийся в состоянии $|0\rangle$, оставался в локальном малом минимуме потенциала, так что простое измерение направления кругового тока давало информацию о его состоянии. Для управления состояниями таких систем обычно применяли электромагнитное поле с частотой, близкой к частоте перехода между состояниями $|1\rangle$ и $|0\rangle$. Специально подчеркнем, что такие управляющие цепи работают в микроволновом и миллиметровом диапазонах (10 …

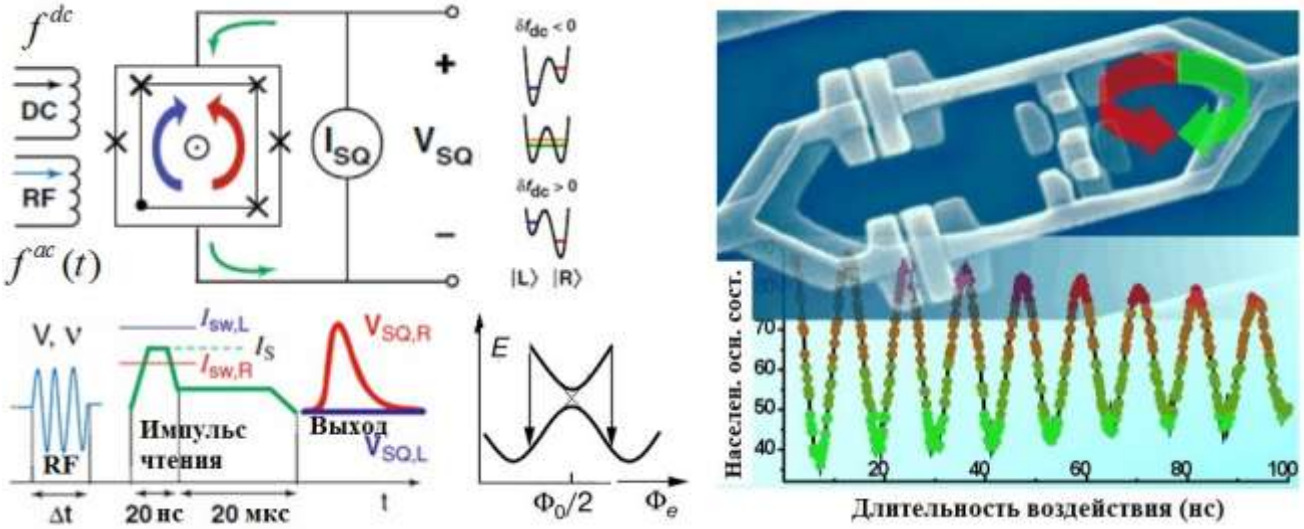


(а) (б)

Рисунок 3.3.2 – (а) Принципиальная схема уровней, участвующих в считывании состояния кубита. (б) Схематическое изображение зависимости потенциальной энергии джозефсоновского контакта в сверхпроводящем кольце от его фазы, и схема считывания состояния (полный магнитный поток в кольце равен $\Phi = 0.85\Phi_0$).

300 ГГц).

В другом подходе к созданию джозефсоновских кубитов вместо высокоиндуктивного одноконтактного интерферометра используется кольцо малой индуктивности (несколько пикогенри) с тремя джозефсоновскими контактами, причем один из них заметно отличается от остальных. Суммарная джозефсоновская фаза последних выступает в качестве обобщенной координаты, величина барьера, разделяющего локальные минимумы потенциала, определяется джозефсоновской энергией выделенного перехода. Для того чтобы получить возможность эффективного контроля за величиной потенциального барьера, выделенный переход можно заменить на двухконтактный интерферометр, позволяет адиабатически менять параметры искусственного джозефсоновского атома *in situ* [22-24].



(а) (б)

Рисунок 3.3.3 – (а) Принципиальная схема трехконтактного кубита на основе низкоиндуктивного интерферометра и схемы считывания. (б) Потенциальная энергия и базисные энергетические уровни потокового кубита для разных значений магнитного смещения.

Собственные функции гамильтониана рассматриваемого *потокового кубита*, соответствующие двум базисным энергетическим уровням, являются симметричной и антисимметричной суперпозициями состояний, локализованных в соседних локальных минимумах потенциала. Среднее значение кругового тока в таких состояниях равно нулю, однако в магнитном поле потенциальная энергия кубита теряет свою симметрию, и возникает круговой ток в кольце интерферометра, направление которого зависит от состояния кубита. Рассматриваемые потоковые джозефсоновские кубиты с чрезвычайно малой величиной индуктивности (L~ 5 пГн) интерферометра имеют время потери когерентности порядка долей миллисекунды. В качестве измерителя, магнитно связанного с исследуемой системой, в первых экспериментах с потоковым кубитом использовался СКВИД с нешунтированными (гестерезисными) переходами, который при

приложении токового импульса переходил в резистивное состояние при одном направлении кругового тока в кубите и оставался в сверхпроводящем состоянии при другом. Отдельно необходимо отметить возможность организации контролируемого взаимодействия между потоковыми кубитам [25, 26]. Причем интеграция с цепями цифровой сверхпроводниковой электроники обеспечивает для квантового регистра возможность реализации считывания/управления на пикосекундных временах [27-29].

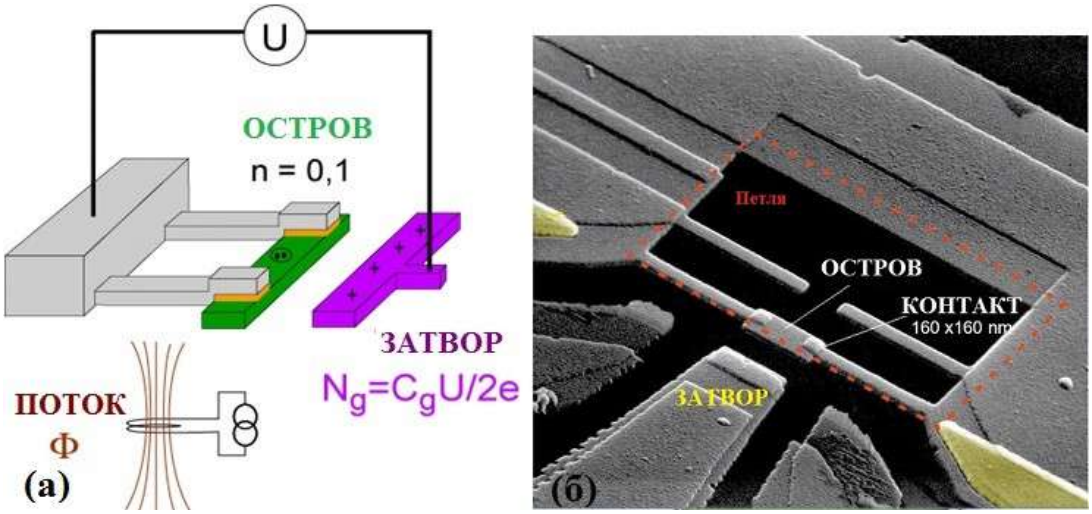


Рисунок 3.3.4 – Принципиальная схема квантрониума и его микрофотография [30].

Серьезное внимание исследователей в последнее время приковано к так называемому *квантрониуму* (quantronium) [30,31], созданному в рамках идей, заложенных в самой первой реализации сверхпроводникового кубита в 1999 году. Эта система состоит из двух сверхпроводящих островков, для которых $E_Q \approx E_C$, включенных в сверхпроводящее кольцо (подобно СКВИДу) и соединеных с третьим большим джозефсоновским контактом с образованием замкнутого контура, который пронизывает внешний магнитный поток Φ_c. Ключевым моментом к снижению зарядового шума является удержание кубита в точке вырождения, когда расстояние между уровнями кубита близко к E_J, при внешнем магнитном потоке вблизи половины кванта $\Phi_c = \Phi_0 / 2$. Для управления таким кубитом используют и постоянное напряжение V_g, прикладываемое к островкам, и магнитный поток, пронизывающий сверхпроводящее кольцо. Для исследования состояний таких систем используют в качестве измерителя классический нелинейный осциллятор, который демонстрирует бифуркационное поведение (бифуркация Андронова-Хопфа) при изменении амплитуды внешнего переменного поля [32]. Выбирая соответствующим образом частоту и амплитуду внешней силы (накачки), можно заставить осциллятор «двигаться» вблизи сепаратрисы, отделяющей в фазовом пространстве положения равновесия осциллятора (разумеется, это возможно на временах, существенно меньших времени релаксации осциллятора). Пусть в таком режиме осциллятор приводится во взаимодействие с кубитом. По-

скольку частота осциллятора будет зависеть от состояния кубита, то он будет «перебрасываться» в то или иное положение равновесия в зависимости от состояний кубита. Такой переброс может быть зарегистрирован, и возможность исследования переходов между дискретными энергетическими уровнями в квантрониуме при помощи бифуркационного джозефсоновского осциллятора в нелинейном режиме продемонстрирована экспериментально в работах [33, 34]. Шунтирование джозефсоновских контактов большой емкостью позволило далее создать кубит (*трансмон*) с высокими значениями времени потери когерентности t_2 (до 100 мкс в трехмерных резонаторах). Переход к полностью планарному и более управляемому варианту топологии (*Xmon*) позволил довести время потери когерентности t_1 до 44 мкс. Топология системы предусматривает наличие четырех линий для связи со внешним миром: копланарный волновод для считывания, передающая линия для связи с другим кубитом, XY-контролирующая линия частоты и Z-линия для контроля фазы.

Особый интерес представляют продемонстрированные неразрушающие измерения состояния потокового кубита, когда для считывания используется высокодобротный *LC*-контур, индуктивно связанный с исследуемой системой [35]. Неразрушающими здесь называются измерения, в процессе которых сохраняется общий закон эволюции системы и сохраняется принципиальная возможность последующих измерений. Если к тому же, независимо от начального состояния системы, распределение измеряемой величины после приготовления в ходе измерения смешанного состояния остается неизменным, то мы имеем дело с измерением еще и невозмущающим (непосредственно возмущаются в ходе такого измерения величины, операторы которых не коммутируют с оператором интересующей нас наблюдаемой). В данном случае от состояния кубита и циркулирующих в нем токов зависит резонансная частота *LC*-контура, что позволяет нам получать информацию о структуре состояний при минимальном неразрушающем обратном воздействии измерительной схемы на сам кубит.

При описании упомянутых систем считывания, включающих связь кубита с линейными и нелинейными осцилляторами, удобно описывать последние в известном формализме операторов рождения и уничтожения. А от такого формализма – один шаг до описания квантовых систем, связанных с электромагнитной волной в резонаторе, что весьма походит на описанные в предыдущем параграфе атомные системы, взаимодействующие с лазерным излучением [36]. Более того, уже экспериментально продемонстрировано существенно квантовое взаимодействие искусственных «джозефсоновских атомов» на основе, например, потоковых кубитов с ансамблями обычных атомных спинов в твердотельной алмазной матрице [37]. На первых порах развития технологии создания твердотельных мезосистем казалось, что серьезным препятствием на пути любого эксперимента станет неконтролируемое взаимодействие с окружением и, как следствие, малое время разрушения когерентных состояний (время «жизни» для кубита). Одна-

ко на сегодняшний день за счет использования резонаторов с малыми потерями для манипулирования состояниями кубитов это время уже достигает сотен микросекунд, что более чем достаточно, в частности, для эффективной реализации простейших квантовых алгоритмов [38-43], включая и алгоритмы исправления ошибок [44].

Нет ничего удивительного в том, что квантовая оптика на чипе с использованием джозефсоновских атомов активнейшим образом развивается в последние годы. Теперь яркие экспериментальные и теоретические работы (например, демонстрирующие телепортацию квантовых состояний в мезосистемах) в «твердотельной» и классической оптике появляются практически одновременно [45, 46], успешно продемонстрирован на «сверхпроводниковом материале» целый ряд основополагающих эффектов квантовой оптики [47-48]. Наконец, сверхпроводниковые системы детектирования слабых сигналов уже сыграли важную роль при изучении/реализации *защищенных на фундаментально уровне квантовых каналов связи* [50-54], где в качестве носителей информации выступают корреляции между квантово-механическими объектами (например, запутанными состояниями фотонов). При этом обеспечивается гарантированное обнаружение попыток несанкционированного доступа к линии передачи информации, так как любая попытка измерения состояния квантово-механического объекта приводит к изменению его состояния (например, нарушению запутанности). В качестве итога можно привести следующую обзорную иллюстрацию, позволяющую систематизировать информацию об упомянутых сверхпроводящих реализациях квантовых битов.

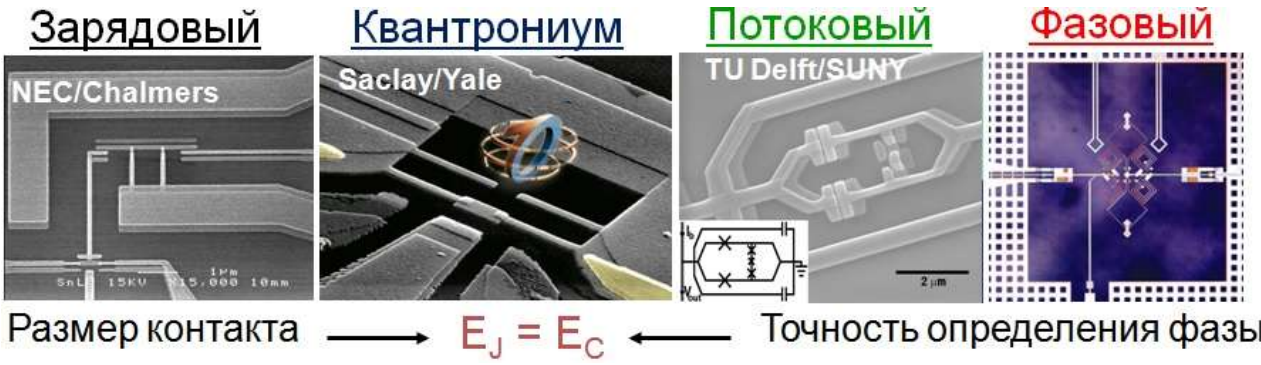


Рисунок 3.3.5 – Микрофотографии представителей различных классов сверхпроводящих кубитов (взяты из [55]). Отношение E_J / E_c возрастает с увеличением размеров перехода и определяет, какая из двух канонически сопряженных величин, $\left[\hat{\varphi}, \hat{Q}\right] = i(2e)$, джозефсоновская фаза или заряд (количество электронов *N*), определяет квантовую динамику системы.

Естественным образом сопрягаются с описанными выше сверхпроводящими интерферометрами квантовые системы с хорошо определенной джозефсоновской фазой. Представим общую методику описания таких систем, основанную на описанной выше аналогии между джозефсоновским контактом и физическим маятником. Объявим «обобщенной координатой» фазу

φ и введём «оператор импульса» $\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$ и оператор «кинетической энергии» $\hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2M}$, $M = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$. Аналогом потенциальной энергии является здесь энергия джозефсоновская. Лагранжиан и гамильтониан системы имеют вид

$$\hat{L} = \hat{T} - U(\varphi), \quad \hat{H} = \hat{p}\dot{\varphi} - \hat{L}$$

Кроме этого можно ввести оператор числа куперовских пар $\hat{n} = -i\frac{\partial}{\partial\varphi}$ (его собственные значения – целые числа) и оператор заряда $\hat{q} = 2ei\frac{\partial}{\partial\varphi}$. Для автономного джозефсоновского контакта, смещённого постоянным током и одноконтактного интерферометра

$$\hat{H}_{JJ} = E_Q\hat{n}^2 - E_J\cos\varphi - \frac{\hbar}{2e}I\varphi,\ \hat{H}_{rf-SQUID} = E_Q\hat{n}^2 - E_J\cos\varphi + \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2 L}(\varphi - \varphi_e)^2$$

Должны быть справедливы коммутационные соотношения, привычные нам по описаниям движения одной нерелятивистской квантовой частицы в переменных «координата-импульс»:

$$[\varphi, \hat{p}] = i\hbar,\ \Delta\varphi\Delta p \geq \hbar/2,\ \ [\varphi, \hat{n}] = i,\ \Delta\varphi\Delta n \geq 1/2$$

Наибольший интерес для нас представляют так называемые потоковые кубиты, то есть сверхпроводящие контура в условиях, когда заряд на берегах гетероструктур флуктуирует, а однозначно определены джозефсоновские фазы, то есть выполняется условие $E_J / E_c >> 1$. Напомним, что сверхпроводящий квантовый интерферометр в приложенном магнитном потоке $\frac{1}{2}\Phi_0$ ведёт себя как частица в двухъямном потенциале, причём классические состояния в каждой яме соответствуют сверхпроводящим токам противоположных знаков. Два классических состояния связываются с помощью квантового туннелирования через барьер между ямами, и контур является макроскопической квантовой двухуровневой системой. Энергетические уровни изменяются в зависимости от приложенного потока, как показано на Рисунке 3 настоящего параграфа. С классической точки зрения уровни пересекаются, когда приложенный поток равен $\frac{1}{2}\Phi_0$. Состояние «симметричная суперпозиция состояний с определенным круговым током» – основное квантово-механическое состояние с энергией, меньшей, чем у классических состояний; состояние «антисимметричная суперпозиция состояний с определенным круговым током» – первое возбуждённое состояние контура с энергией, большей, чем у классических состояний.

Для реализации любого квантового алгоритма обработки сигнала необходимо реализовать связь между отдельными кубитами. Необходимое взаимодействие можно реализовать посредством:

- наведенного магнитного потока [56] (*слабое* взаимодействие между кубитами);
- *общей части сверхпроводящего контура* (*сильное* взаимодействие между кубитами);
- *джозефсоновского контура или полости-резонатора* [57-62] (*сильное перестраиваемое* взаимодействие между кубитами).

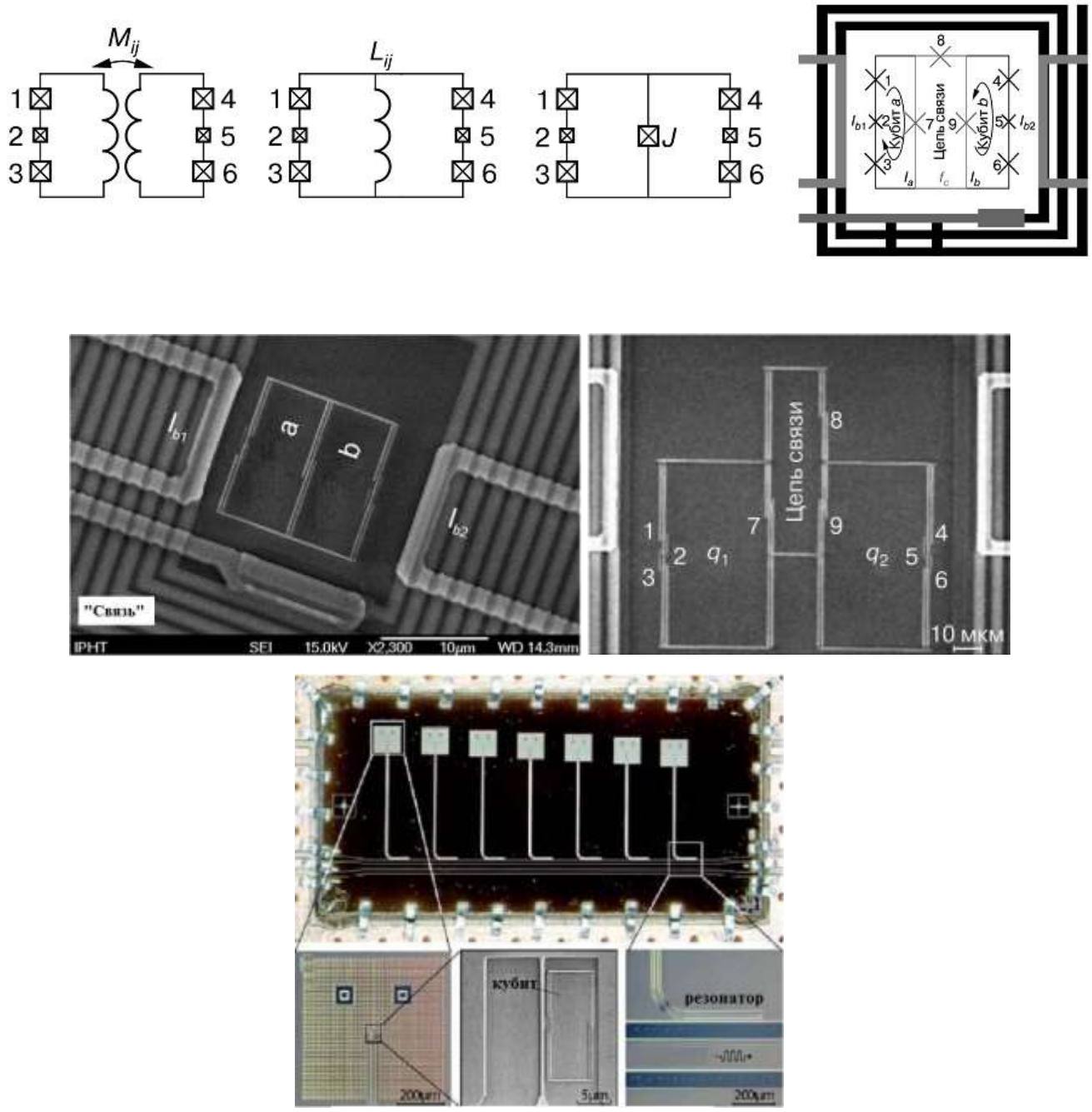


Рисунок 3.3.6 – Различные реализации связей между потоковыми кубитами [55], включая массив из 9 кубитов [59].

Для построения максимально общего метода анализа элементарной ячейки такого квантового регистра необходимо подобрать базисные функции $\phi_1(x_1 \ldots x_n, t)$ и $\phi_2(x_1 \ldots x_n, t)$, которые

должны удовлетворять требованиям нормировки и ортогональности на области O всех возможных значений обобщенных координат $(x_1 \ldots x_n)$:

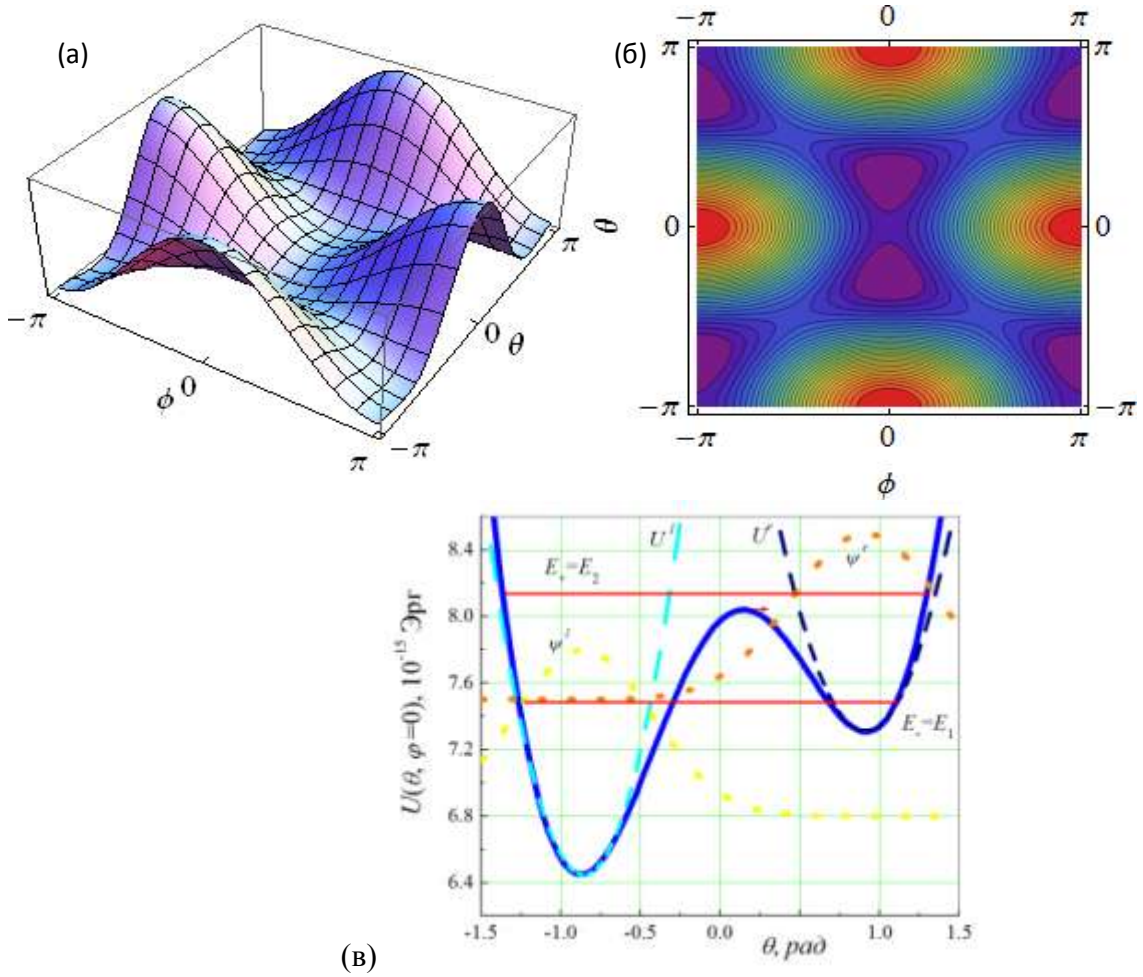


Рисунок 3.3.7 – Типичный вид потенциальной (джозефсоновской) энергии $U(\varphi,\theta)$ (а) и её представление в виде контурного графика (б) для потокового кубита при в так называемой *«точке вырождения»* как функция эффективных джозефсоновских фаз в системе φ и θ.
(в) Сечение потенциальной энергии при фиксированном значении одной из обобщенных координат.

$$\int_O \left|\phi_{1,2}(x_1 \ldots x_n, t)\right|^2 dx_1 \ldots dx_n = 1, \int_O \phi_1(x_1 \ldots x_n, t)\phi_2(x_1 \ldots x_n, t)dx_1 \ldots dx_n = 0 \quad (3.3.2)$$

В частности, разумным представляется использование «спинового базиса» для системы, потенциальная энергия которой имеет два локальных минимума (ямы), разделенных потенциальным барьером. При этом волновая функция, локализованная в левом (правом) минимуме, соответствует (для потокового кубита) определенному направлению течения тока в контуре сверхпроводящего квантового интерферометра (эти направления противоположны для разных минимумов). Спиновым базисом двухуровневой системы будем называть базис, составленный из пары таких волновых функций.

В общем случае спиновый базис кубита не совпадает с набором собственных функций его гамильтониана, который будем называть энергетическим базисом системы. Было показано [А62], что волновая функция стационарного состояния является суперпозицией функций спинового базиса с коэффициентами $c_1^{\pm}(t)$, $c_2^{\pm}(t)$, причем

$$\left|c_1^{\pm}\right|^2+\left|c_2^{\pm}\right|^2=1 \quad \begin{pmatrix} c_1^{\pm} \\ c_2^{\pm} \end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1+\left|H_{21}/\left(E_{\pm}-H_{22}\right)\right|^2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \dfrac{H_{21}}{E_{\pm}-H_{22}} \end{pmatrix}. \tag{3.3.3}$$

Для определения функции Лагранжа потоковых кубитов будем использовать первое правило Кирхгофа, запись которого приведет к системе уравнений, которые будут тождественны системе уравнений Лагранжа [А62]. Введем обобщенные импульсы

$$p_{x_1}=\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1},\ldots p_{x_n}=\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_n}. \tag{3.3.4}$$

Функция Лагранжа системы L имеет вид

$$L\left(x_1,\ldots x_n,\dot{x}_1,\ldots \dot{x}_n\right)=\sum_{k=1}^{n}\frac{p_{x_k}^2}{2M_{x_k}}-U\left(x_1,\ldots x_n\right).$$

Функции времени $M_{x_1},\ldots M_{x_n}$ в терминах механической аналогии можно условно назвать обобщенными массами изображающей частицы, а их нахождение составляет суть первого этапа излагаемого нами метода анализа потоковых кубитов.

Важнейшее упрощение используемого метода состоит в том, что профиль потенциальной энергии $U\left(x_1,\ldots x_n\right)$, обладающий двумя минимумами (двухъямный потенциал), допускает вблизи каждого из двух минимумов, левого (l) или правого (r), аппроксимацию профилем потенциальной энергии линейного гармонического осциллятора, что иллюстрирует Рисунок 7. Аппроксимирующие функции имеют вид [А62]

$$\begin{cases} U^l\left(x_1,\ldots x_n\right)=U_0^l+\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{M_{x_k}}{2}\left(\omega_{x_k}^l\right)^2\left(x_k-\left(x_k\right)_{\min}^l\right)^2 \\ U^r\left(x_1,\ldots x_n\right)=U_0^r+\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{M_{x_k}}{2}\left(\omega_{x_k}^r\right)^2\left(x_k-\left(x_k\right)_{\min}^r\right)^2 \end{cases}. \tag{3.3.5}$$

Функция спинового базиса $\phi_1\left(x_1,\ldots x_n,t\right)$ соответствует левому (l) минимуму, а функция $\phi_2\left(x_1,\ldots x_n,t\right)$ – правому (r). Подчеркнем, что окончательным результатом работы будет рассмотрение кубитов, описываемых потенциальной энергией $U\left(x_1,\ldots x_n\right)$, без каких-либо упрощений этой функции; но сейчас будет проведено вспомогательное рассмотрение, целью которо-

го является нахождение волновых функций спинового базиса системы. В этом рассмотрении временно пренебрегаем теми областями значений координат $(x_1,\dots x_n)$, которые соответствуют потенциальному барьеру между минимумами $U(x_1,\dots x_n)$ и/или содержат точки, отстоящие далеко от каждого из этих минимумов. Потенциальная энергия будет представлена при помощи одной из вспомогательных функций (с индексом *l* или *r*, в зависимости от того, какой минимум рассматривается). После того, как волновые функции будут найдены, все дальнейшие рассуждения будут справедливы для всех значений координат $x_1,\dots x_n$ и для «исходного» вида потенциальной энергии.

Итак, при условии, что потенциальную энергию системы вблизи точек минимумов можно свести к «гармонизированному» виду, задача об отыскании спинового базиса сводится к хорошо известной задаче о линейном гармоническом осцилляторе. В обозначениях

$$a_{x_k}^{r/l}=\sqrt{\frac{\hbar}{M_{x_k}\omega_{x_k}^{r/l}}};\quad \xi_{x_k}^{r/l}=\frac{x_k-(x_k)_{\min}^{r/l}}{a_{x_k}^{r/l}},k=1\dots n. \tag{3.3.6}$$

волновые функции стационарного состояния с квантовыми числами $n_{x_1}\dots n_{x_n}$ можно записать через полиномы Эрмита и выражения типа $\exp\left(-\left(\xi_{x_k}^{r/l}\right)^2\Big/2\right), k=1\dots n$. Для основного состояния, в котором все квантовые числа равны нулю, эти функции тождественны функциям спинового базиса потокового кубита и имеют вид

$$\psi_{0\dots0}^{r/l}(x_1,\dots x_n)\equiv\psi^{r/l}(x_1,\dots x_n)=\prod_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\cdot a_{x_k}^{r/l}}}\exp\left(-\frac{\left(\xi_{x_k}^{r/l}\right)^2}{2}\right). \tag{3.3.7}$$

На втором этапе анализа необходимо представить потенциальную энергию в некоторой области в виде (9) и найти выражения для $\omega_{x_1}^{r/l}\dots\omega_{x_n}^{r/l}$, $a_{x_1}^{r/l}\dots a_{x_n}^{r/l}$ и $\xi_{x_1}^{r/l}\dots\xi_{x_n}^{r/l}$. В результате функции спинового базиса, нормированные на единицу, также будут найдены. Правда, их недостатком является то, что для них не выполнено условие ортогональности, поэтому от спинового базиса нужно будет перейти к ортонормированному базису

$$\phi_{1,2}(x_1,\dots x_n)=\frac{\psi^{l/r}(x_1,\dots x_n)+c\cdot\left(\psi^{l}(x_1,\dots x_n)+\psi^{r}(x_1,\dots x_n)\right)}{\sqrt{1-\left(\psi^{l}\cdot\psi^{r}\right)}}. \tag{3.3.8}$$

Здесь $c=\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{\frac{1-\left(\psi^l\cdot\psi^r\right)}{1+\left(\psi^l\cdot\psi^r\right)}}\right)$. В дальнейшем основные вычисления будут проводиться в удобном спиновом базисе, а затем будет осуществляться переход к базису ортонормированному.

Третий этап применения предлагаемого метода является одинаковым для всех рассматриваемых кубитов. Он заключается в нахождении слагаемых матричных элементов гамильтониана, соответствующих кинетической энергии. Для каждого из двух минимумов оператор кинетической энергии имеет один и тот же вид:

$$\hat{T}=-\sum_{k=1}^{n}\frac{\hbar^2}{2M_{x_k}}\frac{\partial^2}{\partial\left(x_k\right)^2}=-\sum_{k=1}^{n}\frac{\hbar\omega_{x_k}^{r/l}}{2}\frac{\partial^2}{\partial\left(\xi_{x_k}^{r/l}\right)^2}. \qquad (3.3.9)$$

Выражения выше имеют один и тот же вид для всех типов кубитов, что позволяет рассмотреть их уже в этой главе. Входящие в них величины $\omega_{x_1}^{r/l}\ldots\omega_{x_n}^{r/l}$, $a_{x_1}^{r/l}\ldots a_{x_n}^{r/l}$, $\left(x_1\right)_{\min}^{r/l}\ldots\left(x_n\right)_{\min}^{r/l}$ могут зависеть от управляющих полей и времени, но не зависят от координат $\left(x_1,\ldots x_n\right)$. Простое дифференцирование показывает, что действие оператора $\hat{T}$ на волновую функцию спинового базиса приводит к выражению вида

$$\hat{T}\psi^{r/l}\left(x_1,\ldots x_n\right)=-\frac{\hbar}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}\omega_{x_k}^{r/l}\left(\left(\xi_{x_k}^{r/l}\right)^2-1\right)\right)\cdot\psi^{r/l}\left(x_1,\ldots x_n\right).$$

Для матричного элемента H_{12} сложнее всего найти слагаемое, соответствующее кинетической энергии. Правда, положение облегчается тем, что все записанные выше формулы вещественны, и $H_{21}=H_{12}$. Для решения поставленной задачи преобразуем произведение волновых функций $\psi^l\left(x_1,\ldots x_n\right)\cdot\psi^r\left(x_1,\ldots x_n\right)$ к выражению, которое с точностью до обозначений совпадает с гауссовой экспонентой $\exp\left(-\sum_{k=1}^{n}\left(x_k\right)^2\right)$. Относительно просто это можно сделать, если ввести обозначения: β – одна из переменных $x_1,\ldots x_n$; $\beta^{r/l}$ – одна из координат минимумов $\left(x_1\right)_{\min}^{r/l}\ldots\left(x_n\right)_{\min}^{r/l}$; и $\gamma^{r/l}$ – одна из величин $a_{x_1}^{r/l}\ldots a_{x_n}^{r/l}$. И тогда при расчете H_{12} в показателях экспонент возникнут выражения вида $\Theta\left(\beta\right)\equiv\left(\frac{\beta-\beta^r}{\gamma^r}\right)^2+\left(\frac{\beta-\beta^l}{\gamma^l}\right)^2$, которые можно алгебраически преобразовать к виду

$$\Theta(\beta)=\frac{\left(\beta^r-\beta^l\right)^2}{\left(\gamma^l\right)^2+\left(\gamma^r\right)^2}+\frac{\left(\gamma^l\right)^2+\left(\gamma^r\right)^2}{\left(\gamma^{l/r}\right)^2}\cdot\left\{\frac{\beta-\beta^{r/l}}{\gamma^{r/l}}+\frac{\left(\beta^{r/l}-\beta^{l/r}\right)\cdot\gamma^{r/l}}{\left(\gamma^l\right)^2+\left(\gamma^r\right)^2}\right\}^2. \qquad (3.3.10)$$

Введем также обозначения $c_{x_k}=a^r_{x_k}\big/a^l_{x_k}$, $\Delta x_k=\left((x_k)^r_{\min}-(x_k)^l_{\min}\right)\big/a^l_{x_k}$, $z_{0x_k}=c_{x_k}\Delta x_k\Big/\sqrt{c^2_{x_k}+1}$, $\tilde{x}_k=\left(\xi^r_{x_k}\cdot\sqrt{c^2_{x_k}+1}+z_{0x_k}\right)\Big/\sqrt{2}$, $k=1\ldots n$. Тогда в переменных $\tilde{x}_k$, $k=1\ldots n$ произведение двух различных базисных волновых функций можно записать в виде

$$\psi^l(x_1,\ldots x_n)\cdot\psi^r(x_1,\ldots x_n)=\left\{\prod_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{\pi\,a^r_{x_k}\,a^l_{x_k}}}\right\}\cdot\exp\left(\sum_{k=1}^{n}\left[-\frac{(\Delta x_k)^2}{2\left(c^2_{x_k}+1\right)}-\tilde{x}_k{}^2\right]\right).$$

Выражая оператор кинетической энергии через переменные $\tilde{x}_k$ и вводя константу

$$D=\exp\left(\sum_{k=1}^{n}\left[-\frac{(\Delta x_k)^2}{2\left(c^2_{x_k}+1\right)}\right]\right)\cdot\sqrt{\prod_{k=1}^{n}\frac{c_{x_k}}{\left(c^2_{x_k}+1\right)}} \qquad (3.3.11)$$

для слагаемого, соответствующего кинетической энергии

$$\tilde{T}_{12}=\tilde{T}_{21}=\int_O dx_1\ldots dx_n\cdot\psi^l(x_1,\ldots x_n)\hat{T}\psi^r(x_1,\ldots x_n),$$

можно получить окончательное выражение

$$\tilde{T}_{12}=\tilde{T}_{21}=D\cdot 2^{\frac{n}{2}-1}\cdot\sum_{k=1}^{n}\frac{\hbar\omega^r_{x_k}}{c^2_{x_k}+1}\left(c^2_{x_k}-z^2_{0x_k}\right). \qquad (3.3.12)$$

При этом используются формулы

$$\begin{cases}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)\cdot dx=\sqrt{\pi},\ \int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)\cdot x\cdot dx=0\\ \int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)\cdot x^2\cdot dx=\sqrt{\pi}/2\end{cases}. \qquad (3.3.13)$$

Для матричных элементов H_{11} и H_{22} слагаемые, соответствующие кинетической энергии

$$\begin{cases}\tilde{T}_{11}=\int\limits_O dx_1\ldots dx_n\cdot\psi^l(x_1,\ldots x_n)\hat{T}\psi^l(x_1,\ldots x_n)\\ \tilde{T}_{22}=\int\limits_O dx_1\ldots dx_n\cdot\psi^r(x_1,\ldots x_n)\hat{T}\psi^r(x_1,\ldots x_n)\end{cases},$$

вычисляются на основе формул:

$$\tilde{T}_{11}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\hbar\omega_{x_k}^{l}}{4},\ \ \tilde{T}_{22}=\sum_{k=1}^{n}\frac{\hbar\omega_{x_k}^{r}}{4}. \tag{3.3.14}$$

Теперь для корректного расчета кинетического слагаемого матрицы гамильтониана остается только перейти от нормированного на единицу спинового базиса в базис ортонормированный. Это действие сводится к использованию следующих формул:

$$\begin{cases} T_{11}=\left(\tilde{T}_{11}\cdot(1+c)^2+2c\cdot(c+1)\cdot\tilde{T}_{12}+c^2\tilde{T}_{22}\right)\Big/\left(1-\left(\psi^{l}\cdot\psi^{r}\right)\right) \\ T_{22}=\left(\tilde{T}_{22}\cdot(1+c)^2+2c\cdot(c+1)\cdot\tilde{T}_{12}+c^2\tilde{T}_{11}\right)\Big/\left(1-\left(\psi^{l}\cdot\psi^{r}\right)\right) \\ T_{12}=T_{21}=\left(\tilde{T}_{12}\cdot\left(2c^2+2c+1\right)+\left(\tilde{T}_{11}+\tilde{T}_{22}\right)\cdot\left(c^2+c\right)\right)\Big/\left(1-\left(\psi^{l}\cdot\psi^{r}\right)\right) \end{cases}, \tag{3.3.15}$$

Для расчета константы *c* по этой формуле следует использовать выражение скалярного произведения функций базиса друг на друга: $\left(\psi^{l}\cdot\psi^{r}\right)=2^{\frac{n}{2}}D$.

Четвертый этап расчета матрицы гамильтониана сводится к интегрированию произведения пары базисных волновых функций на потенциальную энергию системы, взятую уже не в виде аппроксимации линейным гармоническим осциллятором, а в исходной для данной системы форме. Это объясняется тем, что аппроксимация потенциала вблизи минимумов была нужна только для нахождения ортонормированного базиса. А далее проводится точный расчет матрицы гамильтониана. В ряде случаев для интегрирования соответствующих выражений будет удобно использовать формулу

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)\cdot\cos\left(z\cdot x\right)\cdot dx=\sqrt{\frac{\pi}{4}}\cdot\tilde{f}\left(z\right), \\ &\tilde{f}\left(z\right)=\exp\left(-\frac{z^2}{4}\right)\cdot\mathrm{Re}\left(erf\left(\infty-i\,z/2\right)-erf\left(-\infty-i\,z/2\right)\right), \end{aligned} \tag{3.3.16}$$

в которой аргумент функции ошибок является комплексным,

$$erf\left(z\right)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{z}\exp\left(-x^2\right)\cdot dx,\quad z,\,x\in C, \tag{3.3.17}$$

а сама функция ошибок вычисляется при помощи итерационного ряда.

Итак, перечислим этапы расчета матрицы гамильтониана кубитной системы с потенциальной энергией, обладающей двумя минимумами [А62]:

1. Записать функцию Лагранжа системы, используя выражения для функций $M_{x_1}\ldots M_{x_n}$.

2. Рассмотреть потенциальную энергию системы вблизи точек ее минимумов и представить ее в виде (5).

3. Для расчета слагаемого, отвечающего кинетической энергии, использовать формулы (14), (15).

4. Для каждой пары волновых функций базиса рассчитать интеграл от потенциальной энергии системы в обкладках из этой пары функций и перейти к базису (8) по формулам (15), заменив в них T на V.

3.4. Выводы к Главе 3. Рекомендации по практическому применению результатов

Джозефсоновские гетероструктуры и сверхпроводящие квантовые интерферометры на их основе являются ключевыми элементами таких блоков разрабатываемой КШСС, как

– активная элекически малая приемная антенна,

– широкополосный сверхпроводниковый ВП-АЦП,

– нейросетевой блок обработки сигнала,

– квантовый блок обработки сигнала (последнее особо наглядно видно из приведенной ниже иллюстрации к физической реализации базовых ячеек упомянутых систем).

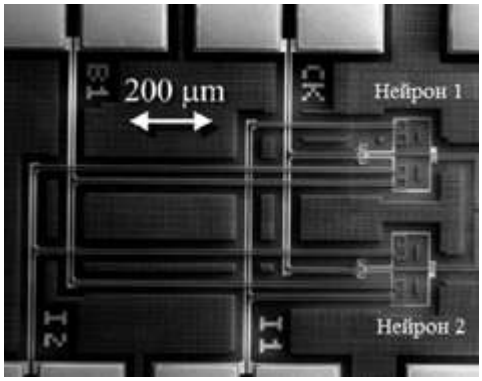
Для эффективной оптимизации свойств перечисленных частей системы на практике необходимо использовать основные результаты настоящей главы. В частности, построенная методика «последовательных приближений» должна быть использована для аналитического описания сверхпроводящих квантовых интерферометров с реалистичным набором параметров (рзобрана на примере асимметричного интерферометра с ненулевой индуктивностью кольца). Это позволит исследовать характеристики многоэлементных цепочек в составе активной приемной антенны в составе КШСС, структура которой подробно разобрана в Главе 7.

Также на практике анализ динамики таких многоэлементных систем (на основе резистивной модели) должен быть согласованно дополнен описанием токового транспорта через джозефсоновские гетероструктуры.

Для важнейших параметров выбранной базовой модели структуры (критический ток и ток-фазовая зависимость) разобраны основы наиболее перспективной стратегии теоретического анализа на основе микроскопического рассмотрения (метод туннельного гамильтониана). Развитие эти стратегий позволит ниже разработать методы оптимизации параметров для обеспечения необходимых свойств многоэлементных и многоконтурных джозефсоновских цепей.

В квантовом пределе (предел низких рабочих температур, менее 0.1 T_C) разработана методика аналитического расчета ортонормированного базиса состояний джозефсоновского потокового квантового бита (кубита), топология которого ближе всего к разобранным классическим сверхпроводниковым системам на основе интерферометров. Этот инструмент должен быть использован как для оптимизации квантового блока КШСС, так и для согласованного совершенствования интерфейсных цепей.

(а)



(б)

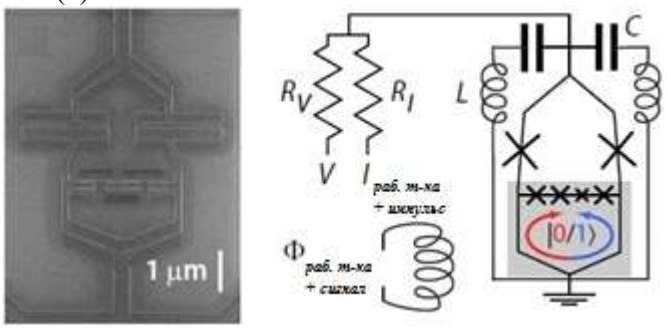


Рисунок 3.4.1 – Типичный вид части искусственной нейронной сети (а) и базового элемента квантового блока обработки сигнала (б) на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров [21].

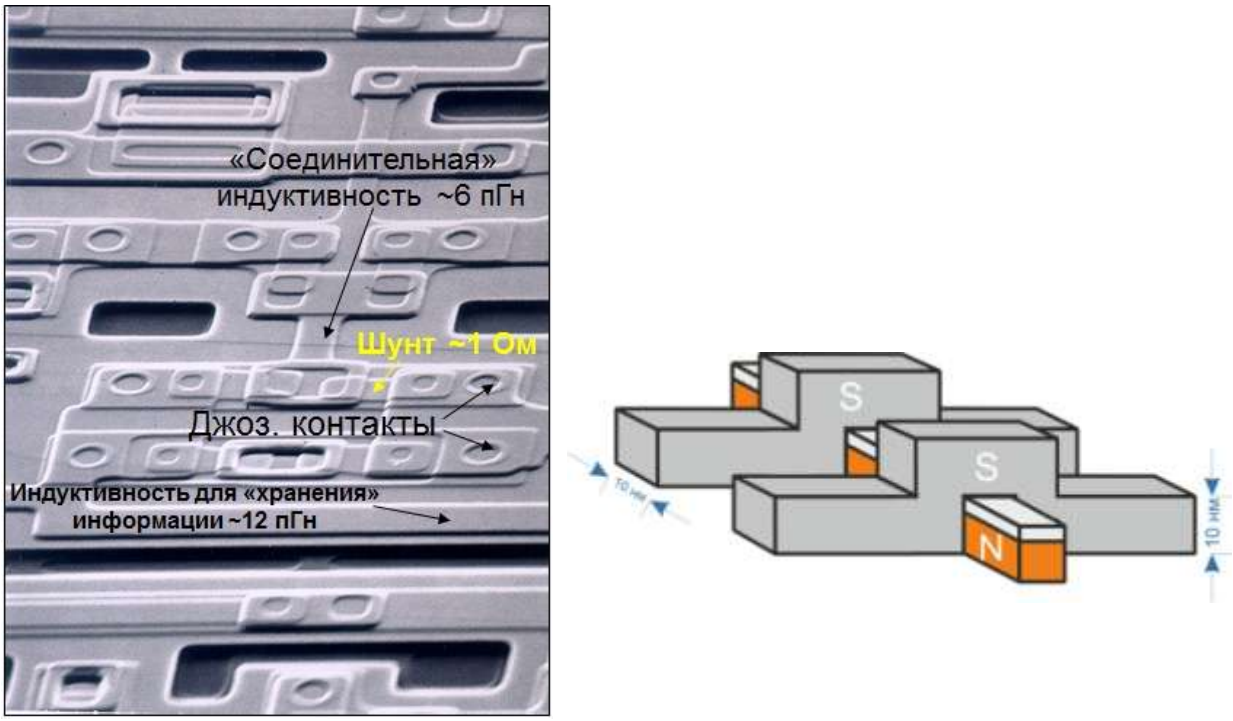
ГЛАВА 4. МИНИАТЮРИЗАЦИЯ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ГЕТЕРОСТРУКТУР И ОПТИМИЗАЦИЯ ИХ ХАРАКТЕРИСТИК

4.1. Джозефсоновские гетероструктуры с нормальной проводимостью в области слабой связи для миниатюризации элементов в системе приема и обработки сигнала

Интерес к развитию джозефсоновской цифровой электроники достаточно давно стимулируется потенциально высокими параметрами цифровых устройств для обработки информации. Но создание конкурентоспособных решений, в том числе для реализации блоков обработки сигнала для КШСС, предполагает достижения уровня технологии, позволяющей уверенно производить сверхпроводниковые большие интегральные схемы (БИС) с числом джозефсоновских переходов на чипе более 10^5 единиц. При этом разброс таких параметров переходов как критический ток I_C и сопротивление в нормальном состоянии R_N не должен превышать 10% в пределах одного чипа. Подчеркнем еще раз, что такая технология открывает огромные возможности для совершенствования целого ряда узлов для других КШСС-блоков, включая многоэлементные структуры на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров (СКВИДов) для высколинейного детектирования магнитной компоненты сигнала, а также работающие до частот порядка нескольких терагерц высокочувствительные приемники электромагнитного излучения.

Долгое время считалось, что джозефсоновские контакты со слабой связью из нормального металла (N) в силу специфики эффекта близости на SN границах не могут конкурировать с туннельными джозефсоновскими переходами (SIS) как по абсолютной величине достижимых в них параметров, так и по их воспроизводимости. Однако в последние несколько лет интерес к структурам SNS типа вновь возрос [1-12]. Прежде всего, это связано с наметившимся переходом к субмикронной технологии в области производства больших интегральных схем (БИС), совершенно необходимой для радикального увеличения степени интеграции в джозефсоновской технологии.

Одна из основных проблем на этом пути – сохранение заметного критического тока перехода. Для обеспечения требуемой на сегодняшний день точности обработки информации в цифровых сверхпроводниковых устройствах величина I_C должна примерно в 500 раз превышать эффективный шумовой ток [2], который при гелиевых температурах (T = 4.2 К) составляет $I_f \approx 0.18$ мкА. Это означает, что величина критического тока должна быть $I_C \geq 100$ мкА, что при типичных плотностях критического тока $J_C \leq 10$ кА/см^2 соответствует размеру джозефсоновского контакта $S \geq 1$ мкм^2. Нетрудно видеть, что при площади контак-



(а) (б)

Рисунок 4.1.1 – Иллюстрация к топологии джозефсонвоских структур на основе (а) туннельной технологии изготовления джозефсоновских элементов и (б) с использованием контактов сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник.

та $S = 0.1 \times 0.1$ мкм^2 плотность критического тока $J_C = I_C/S$ должна превосходить 1000 кА/см^2. Для традиционной технологии изготовления туннельных переходов такие плотности тока практически недостижимы, поскольку, начиная со значений уже на порядок меньших, увеличение J_C сопровождается существенным увеличением разброса критического тока контактов в пределах чипа. Данный разброс связан с уменьшением толщины прослойки изолятора до нескольких периодов кристаллической решетки, что оказывается сравнимо с неоднородностями слоя и неконтролируемыми отклонениями планарных размеров структуры от заданных. Кроме того, как было показано выше, для корректного функционирования джозефсоновского контакта необходимо шунтировать влияние емкости, которая в случая туннельной структуры оказывается значительной. Отработанным решением на сегодняшний день является использование внешних резисторов, подключаемых параллельно контакту. На практике, такое технологическое решение приводит к дополнительному увеличению размера контакта на 10 … 20 мкм^2.

В структурах с непосредственной проводимостью в области слабой связи (простейшим примером здесь является контакт сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник, SNS) требуемые плотности тока легко достижимы. Более того, для приведенной ниже модельной топологии джозефсоновского «мостика переменной толщины»

(длина области слабой связи L, площадь сечения нормальной «перемычки» S) можно предельно грубо оценить характеристики структуры как:

$$R_n \approx \rho_{Cu}\frac{L}{S} \approx 4.2\times10^{-8}\left[Ом\cdot м\right]\frac{10\left[нм\right]}{10\left[нм\right]\times10\left[нм\right]} \approx 4\left[Ом\right],$$

$$I_s \approx \frac{4\pi k_B T_C}{eR_n} \approx \frac{4\pi 1.38\times10^{-23}\left[Дж/К\right]\cdot 4.2\left[К\right]}{1.6\times10^{-19}\left[Кл\right]4\left[Ом\right]} \approx 1\left[мА\right].$$

Также отметим, что форма ВАХ таких структур близка к резистивной в отсутствие дополнительных нормальных шунтов, что дополнительно увеличивает возможности по увеличению степени интеграции.

Перечисленных оснований вполне достаточно для того, чтобы поставить вопросов оптимизации джозефсоновских структур SNS-типа нового поколения для радикального уменьшения размера базовых элементов и узлов КШСС-блоков. Ниже будет представлено описание методики построения программного комплекса для имитационного моделирования характеристик таких структур, критически необходимого для продвижения на указанном направлении исследований. Причем на первом этапе функциональность методов была апробирована для случая, когда в области слабой связи джозефсоновской гетероструктуры находится лишь слой нормального металла сложной топологии. Во втором параграфе главы представлен относительно простой вариант составной слабой связи: два слоя с непосредственной проводимостью, один из которых является магнитным материалом. Наконец, в третьем параграфе получены важные результаты для произвольного числа областей нор-

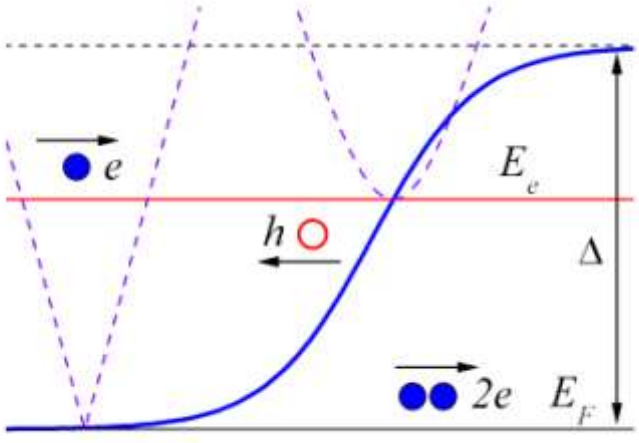


Рисунок 4.1.2 – Схематическая иллюстрация к явлению андреевского отражения на NS-границе. Синяя линия демонстрирует рост энергетической щели в приграничной области, красная – энергию возбуждения, штриховые линии показывают примерный вид дисперсионного соотношения $k(E)$ при разных амплитудах щели [A73].

мального металла и ферромагнетика для различного их расположения относительно сверхпроводящих электродов.

В джозефсоновских структурах с непосредственной проводимостью области слабой связи возникают и становятся приоритетными специфические механизмы переноса заряда, связанные с явлением ***андреевского отражения***.

Так, пусть электрон из металла налетает на границу со сверхпроводником. Очень грубо его состояние с учетом обсуждавшихся выше особенностей системы уравнений Боголюбова – Де Жена можно задать как $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\exp(ik_F x)$. Для того, чтобы попасть в сверхпроводник, то есть перейти в состояние, задаваемое спинором вида $b\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}\exp(ik_F x)$, частице нужно преодолеть потенциальный барьер, образованный потенциалом спаривания, причем, если её энергия меньше величины энергетической щели, она должна отразиться в металл. Но из-за специфической структуры состояний сверхпроводника возможен и третий вариант – электрон может «выбрать» из электронного коллектива «напарника», образовав с ним куперовскую пару. Если же следить только за возбуждениями, заряд которых существенно зависит от их эффективного квазиимпульса, определяемого разностью между кинетической энергией и величиной Δ, то процесс токопереноса можно описать следующим образом: электрон достигает барьера, переходит в основное состояние сверхпроводника, а обратно летит только что образовавшаяся дырка, состояние которой описывается спинором $a\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\exp(ik_F x)$. Отметим, что в силу условия нормировки $|a|^2+|b|^2=1$, а в силу условия непрерывности для «электронной» и «дырочной» части спиноров $1 = 0 + b^2u^2$; $0 = a^2 + b^2v^2$, что дает, например, для «амплитуды андреевского отражения» величину $a^2=|v/u|^2$ *при* $E \geq \Delta$ и 1 *при* $E < \Delta$.

Учитывая закон сохранения импульса, получаем, что отраженная дырка будет лететь «навстречу» к падающему электрону; а из-за серии андреевских отражений от границ нормального металла со сверхпроводниками переносящая заряд частица оказывается локализована по всем пространственным координатам в узкой области внутри нормальной прослойки, что приводит к формированию системы дискретных (андреевских) энергетических уровней. За счет разных фаз у потенциала спаривания (сверхпроводящей щели) в разных S-электродах амплитуды андреевских процессов на разных берегах оказываются разными, а значит, такой механизм позволяет проводить сверхток.

Андреевская модель слабой сверхпроводимости прекрасно описывается с помощью уравнений Боголюбова – де Жена. Такой метод отлично подходит для описания чистых структур, размер которых гораздо меньше длины свободного пробега $l_e >> L$. В грязном случае ($l_e << L$) для корректного описания необходимо вставить в потенциал большое количество барьеров, моделирующих центры рассеяния, что делает точное решение почти невозможным.

Джозефсоновский ток через структуры в грязном пределе гораздо проще описывается при помощи уравнением Узаделя. Так как в рамках этого представления происходит переход от расчета траекторий квазичастиц к полевым уравнениям, теория андреевских отражений перерастает в эффект близости. Сверхпроводящий конденсат может проникать вглубь нормального металла на характерную длину когерентности $\xi = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi T_C}}$, величина которой сильно связана с коэффициентом диффузии для электронов *D*, а значит – и с плотностью центров рассеяния. Для достаточно тонкой нормальной прослойки наведенные «сверхпроводящие корреляции» обеспечивают протекание джозефсоновского тока.

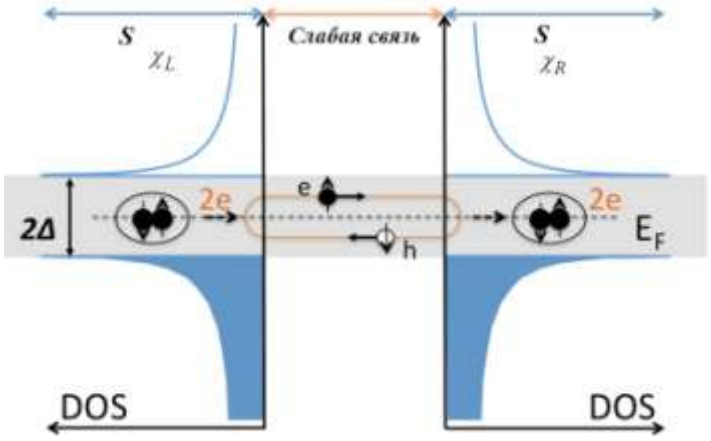


Рисунок 4.1.3 – Иллюстрация к формированию джозефсоновского тока куперовских пар через SNS структуру посредством андреевского отражения.

Для оценок применимости этих приближений можно указать, что длина свободного пробега в меди составляет порядка 15 нм, а для железа этот параметр оказывается существенно меньше 1 нм. При этом даже в рекордных экспериментах размеры изготавливаемых структур достигают порядка 10 нм. В массовых технологиях с высокой повторяемостью размер оказывается не меньше 100 нм, так что там заведомо выполняются условия грязного предела. С другой стороны, «точечные» джозефсоновские контакты (ScS типа) с предельно малыми размерами слабой связи, однако воспроизводимость их характеристик оставляет желать лучшего. При этом транспорт тока через «слабое место» можно в целом ряде случа-

ев (в том числе и не имеющих отношения к использованию эффекта сверхпроводимости) описать как сумму вкладов от независимых «квазиточечных каналов», каждый из которых характеризуется своей проводимостью τ_i. В частности, для описания реальной туннельной джозефсоновской структуры, слой изолятора в которой содержит множество проводящих «включений», общий ток можно представить как $I_J = \sum_i I_J(\tau_i)$.

Стоит повторить, что эффект близости и андреевское отражение – это две стороны одного и того же явления в полевом и корпускулярном представлении соответственно. И уравнения Боголюбова – де Жена, и уравнения Эйленбергера должны давать одинаковые результаты, как в чистом, так и в грязном пределах.

Методику расчета электрофизических характеристик базового элемента всех блоков КШСС рассмотрим на примере SNS-контакта с прослойкой толщиной *d,* соединяющей пару сверхпроводников. Будем считать, что металл чистый, а сверхпроводники эквивалентны. Используем для нализа распространения квазичастиц систему уравнений Боголюбова – де Жена:

$$\begin{pmatrix} H_0(\vec{r}) & \Delta(\vec{r}) \\ \Delta^*(\vec{r}) & -H_0(\vec{r}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{pmatrix},$$

где $H_0(\vec{r}) = -\hbar^2\nabla^2/2m + W(\vec{r}) + U(\vec{r}) - \mu$, $U(\vec{r})$ и μ – электростатический и химический потенциалы соответственно. Потенциал взаимодействия моделируется с помощью $W(\vec{r}) = W\big(\delta(z) + \delta(z-d)\big)$, где ось z перпендикулярна поперечному сечению слоя. E – энергия квазичастицы относительно μ.

В приближении самосогласованного потенциала сверхпроводящих пар $\Delta(\vec{r}) = \Delta\left(e^{i\chi_L}\theta(-z) + e^{i\chi_R}\theta(z-d)\right)$, где Δ – величина сверхпроводящей щели, $\varphi = \chi_R - \chi_L$ – макроскопическая разность фаз, вносимая контактом. Температурная зависимость Δ даётся формулой $\Delta(T) = \Delta(0)\tanh\left(1.74\sqrt{T_C/T-1}\right)$, где, согласно разобранной выше модели Бардина-Купера-Шрифера, $\Delta(0) = 1.76$. $E_F^{(S)} = \mu - U(\vec{r})$ – энергия Ферми для сверхпроводника. $k_F^{(S)} = \sqrt{2mE_F^{(S)}/\hbar^2}$ – модуль волнового вектора Ферми.

Параллельная компонента волнового вектора $\vec{k}_{||}$ сохраняется, и волновая функция $\begin{pmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{pmatrix} = exp\left(i\vec{k}_{||}\vec{r}\right)\psi(z)$ удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\psi(z)|_{z=-0} = \psi(z)|_{z=+0}, \qquad \left.\frac{d\psi(z)}{dz}\right|_{z=+0} - \left.\frac{d\psi(z)}{dz}\right|_{z=-0} = \frac{2mW}{\hbar^2}\psi(0),$$

$$\psi(z)|_{z=d-0} = \psi(z)|_{z=d+0}, \qquad \left.\frac{d\psi(z)}{dz}\right|_{z=d+0} - \left.\frac{d\psi(z)}{dz}\right|_{z=d-0} = \frac{2mW}{\hbar^2}\psi(d).$$

Четыре независимых решения уравнения Боголюбова-де Жена соответствуют четырём типам процессов падения квазичастиц: электроноподобная квазичастица или дырочноподобная квазичастица, падающая из левого или из правого сверхпроводника.

Для падения электроно-подобного возбуждения из левого сверхпроводника с энергией $E > \Delta$ и углом падения θ (измеренным от оси z) $\psi(z)$ имеет следующий вид:

$\psi_1(z)$

$$= \begin{cases} \left(exp(ik^+z) + b_1 exp(-ik^+z)\right)\begin{pmatrix} \bar{u}e^{i\chi_L/2} \\ \bar{v}e^{-i\chi_L/2} \end{pmatrix} + a_1 exp(ik^-z)\begin{pmatrix} \bar{v}e^{i\chi_L/2} \\ \bar{u}e^{-i\chi_L/2} \end{pmatrix}, & z < 0, \\ \left(C_1 exp(iq^+z) + C_2 exp(-iq^+z)\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(C_3 exp(iq^-z) + C_4 exp(-iq^-z)\right)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & 0 < z < d, \\ c_1 exp(ik^+z)\begin{pmatrix} \bar{u}e^{i\chi_R/2} \\ \bar{v}e^{-i\chi_R/2} \end{pmatrix} + d_1 exp(-ik^-z)\begin{pmatrix} \bar{v}e^{i\chi_R/2} \\ \bar{u}e^{-i\chi_R/2} \end{pmatrix}, & z > d. \end{cases}$$

Здесь $\bar{u} = \sqrt{(1 + \Omega/E)/2}$ и $\bar{v} = \sqrt{(1 - \Omega/E)/2}$ – амплитуды БКШ, где $\Omega = \sqrt{E^2 - \Delta^2}$. $k^{\pm} = \left((2m/\hbar^2)(E_F \pm \Omega) - k_{||}^2\right)^{1/2}$ и $q^{\pm} = \left((2m/\hbar^2)(E_F \pm \mathrm{E}) - k_{||}^2\right)^{1/2}$ – перпендикулярные (z) компоненты волновых векторов, где $k_{||} = \sqrt{(2m/\hbar^2)(E_F + \Omega)}\sin\theta$ – сохраняющаяся параллельная компонента. Коэффициенты a_1, b_1, c_1 и d_1 – соответственно амплитуды вероятностей обобщённого андреевского отражения как дырочно-подобной, нормального отражения как электроно-подобной, пропускания в правый электрод как электроно-подобной и пропускания в правый электрод как дырочно-подобной квазичастицы.

Для падения дырочно-подобной квазичастицы из левого сверхпроводника с энергией $E > \Delta$ и углом падения θ $\psi(z)$ имеет следующий вид:

$\psi_2(z)$

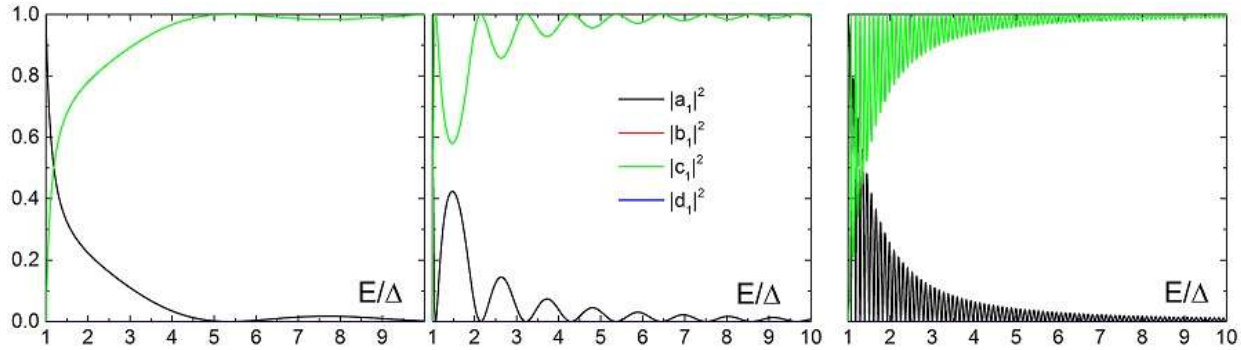
$$= \begin{cases} \left(exp(-ik^-z) + b_2 exp(ik^-z)\right)\begin{pmatrix} \bar{v}e^{i\chi_L/2} \\ \bar{u}e^{-i\chi_L/2} \end{pmatrix} + a_2 exp(-ik^+z)\begin{pmatrix} \bar{u}e^{i\chi_L/2} \\ \bar{v}e^{-i\chi_L/2} \end{pmatrix}, & z < 0, \\ \left(C_1' exp(iq^+z) + C_2' exp(-iq^+z)\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(C_3' exp(iq^-z) + C_4' exp(-iq^-z)\right)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & 0 < z < d, \\ c_2 exp(-ik^-z)\begin{pmatrix} \bar{v}e^{i\chi_R/2} \\ \bar{u}e^{-i\chi_R/2} \end{pmatrix} + d_2 exp(ik^+z)\begin{pmatrix} \bar{u}e^{i\chi_R/2} \\ \bar{v}e^{-i\chi_R/2} \end{pmatrix}, & z > d. \end{cases}$$

Здесь перпендикулярные компоненты волновых векторов имеют тот же вид, но $k_{||} = \sqrt{(2m/\hbar^2)(E_F - \Omega)}\sin\theta$. Аналогично можно записать выражения ψ_3 и ψ_4 для падения электроно-подобных и дырочно-подобных возбуждений из правого сверхпроводника соответственно.

Разобранная постановка задачи даёт следующие результаты для анализа токового транспорта. Сначала рассмотрим случай $|E| < \Delta$ – квазичастица «поймана» в потенциальной яме. Функция $\psi(z)$ будет иметь следующий вид:

$$\psi(z) = \begin{cases} b\,exp(-ik^+z)\begin{pmatrix}\bar{u}\\ \bar{v}\end{pmatrix} + a\,exp(ik^-z)\begin{pmatrix}\bar{v}\\ \bar{u}\end{pmatrix}, & z < 0, \\ \left(C_1 exp(iq^+z) + C_2 exp(-iq^+z)\right)\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix} + \left(C_3 exp(iq^-z) + C_4 exp(-iq^-z)\right)\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}, & 0 < z < d, \\ c\,exp(ik^+z)\begin{pmatrix}\bar{u}e^{i\varphi/2}\\ \bar{v}e^{-i\varphi/2}\end{pmatrix} + d\,exp(-ik^-z)\begin{pmatrix}\bar{v}e^{i\varphi/2}\\ \bar{u}e^{-i\varphi/2}\end{pmatrix}, & z > d, \end{cases}$$

где $\varphi = \chi_R - \chi_L$ – разность фаз контакта.



(а) (б) (в)

Рисунок 4.1.4 – Зависимость квадратов модулей коэффициентов от энергии падающей квазичастицы при $W = 0$ и $\varphi = 0$. (а) $d = 10$; (б) $d = 50$; (в) $d = 500$. W и d нормированы на $\sqrt{2m/\hbar^2}$.

Подставляя этот вид $\psi(z)$ в граничные условия, приведённые выше, получаем однородную систему уравнений относительно коэффициентов $a, b, c, d, C_1, C_2, C_3, C_4$ с параметром E, численно решая которую, находим все возможные E, при которых система разрешима, соответствующие разрешенным уровням энергии квазичастицы в потенциальной яме. Энергия E в данном случае может принимать только подбарьерные значения, то есть $|E| < \Delta(T)$, причём случай $E > 0$ будет описывать электроноподобные квазичастицы, а $E < 0$ – дырочноподобные.

Подбарьерный ток может быть рассчитан по следующей формуле, учитывающей распределение квазичастиц по энергиям:

$$I(\varphi) = -\frac{2e}{\hbar}\sum_p \tanh\left(E_p(\varphi)/2k_BT\right)\frac{dE_p(\phi)}{d\phi}.$$

Полный джозефсоновский ток при заданной температуре может быть рассчитан с помощью формулы Фурусаки-Цукада в терминах амплитуд андреевского отражения с использованием формализма функций Грина:

$$I = \frac{e\Delta}{2\hbar}k_BT\sum_{\omega_n}\frac{1}{2\Omega_n}(k_n^+ + k_n^-)\left(\frac{a_{n1}}{k_n^+} - \frac{a_{n2}}{k_n^-}\right),$$

где k_n^+, k_n^-, a_{n1}, a_{n2} получены соответственно из k^+, k^-, a_1, a_2 путём аналитического продолжения $E \to i\omega_n$, где $\omega_n = \pi k_B \mathrm{T}(2n+1)$ – мацубаровские частоты, $n = 0, \pm1, \pm2, ...$, и $\Omega_n = \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}$.

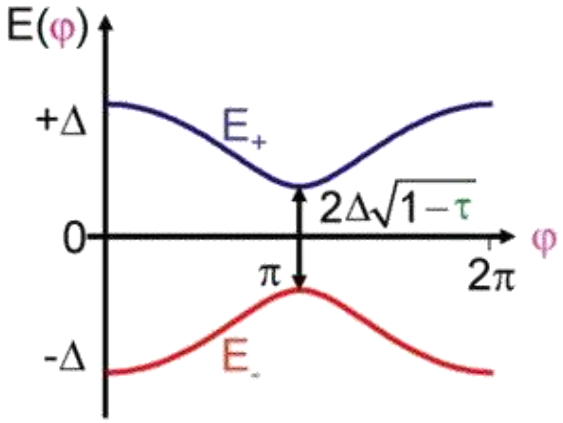


Рисунок 4.1.5 – Схематический вид зависимости энергии андреевских уровней от джозефсоновской фазы для проводимости «нормального канала» τ.

$$E_J = \pm\Delta\sqrt{1-\tau\sin^2(\varphi/2)}\,.$$

Так как электрон-дырочное связанное состояние, совершающее ограниченное движение в «потенциальном ящике» области слабой связи, и обеспечивает протекание джозефсоновского тока, полученное выражение можно трактовать как искомую грубую оценку для энергии последнего [A75].

Зависимость энергии квазичастичного связанного состояния от различных значений проводимости «нормального канала» τ показана на Рисунке 5, весьма похожем на аналогичный схематический рисунок для системы с двухъямной потенциальной энергией, приведенный в главе 2. Соответствие энергии E_J джозефсоновской энергии может быть проверено также при устремлении величины τ к нулю:

$$E_{J-} \approx -\Delta + \frac{\Delta\tau}{4} - \frac{\Delta\tau}{4}\cos(\varphi)\,.$$

Ток через джозефсоновский контакт можно оценить из соображений размерности, взяв производную по φ от полученной энергии (отталкиваясь также и от разобранных в предыдущей главе особенностей макроскопической квантовой интерференции в сверхпроводящих цепях):

$$I_J = \frac{2\pi}{\Phi_0}\frac{\partial E_{J-}}{\partial\varphi} \approx -\frac{\hbar}{2e}\frac{\Delta\tau}{4}\sin(\varphi) \equiv I_C\sin(\varphi)\,.$$

Вопрос о построении при произвольных температурах теоретико-полевого описания (в частности – на основе уравнения Узаделя) эффекта близости в рассматриваемой системе

долгое время был затруднен отсутствием необходимых граничных условий к квазиклассическим уравнениям сверхпроводимости. Для нахождения искомых граничных условий необходимо в непосредственной близости от границы, т.е. на расстояниях порядка *длины свободного пробега электронов в рассматриваемых материалах,* решить систему уравнений Эйленбергера, пренебрегая слагаемыми, пропорциональными ω и $\Delta_{1,2}$. Вдали от границы решения системы должны выходить на изотропные функции Узаделя.

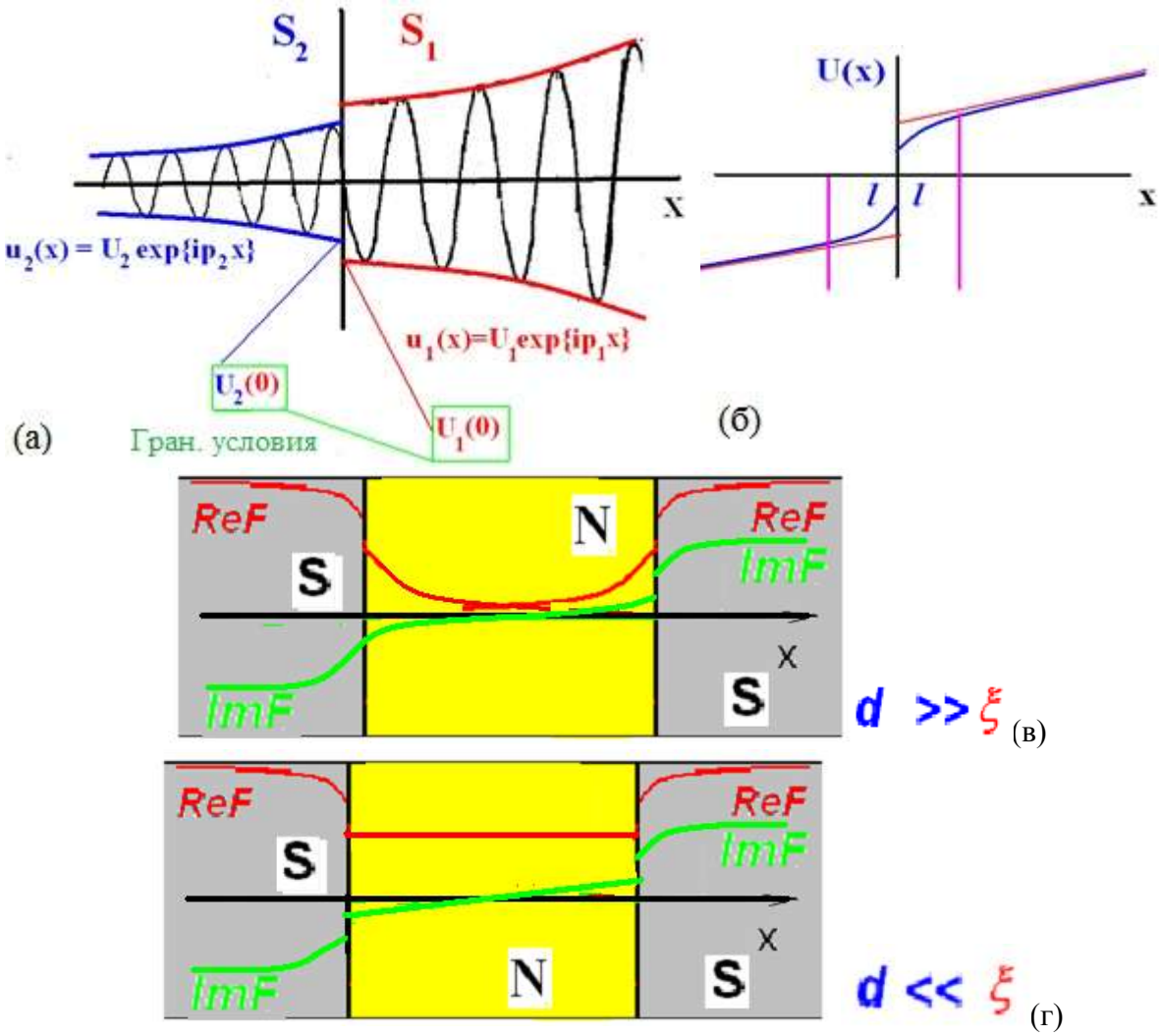


Рисунок 4.1.6 – Иллюстрация к описанию поведения «волновой функции для сверхпроводящих электронов» в рамках микроскопического (черные «осциллирующие» кривые) и квазиклассического (синие/красные огибающие) описания на границе между двумя сверхпроводниками (а и б), а также в длинной (в) и короткой (г) SNS структуре.

Поведение системы в приграничном слое в предположении об изотропности свойств всех материалов (проиллюстрированное на Рисунке 6), описывается условиями Куприянова-Лукичева, физический смысл которых заключается в сравнении величины тока по разные стороны от границы:

$$p_{F1}^2 l_{e1}\hat{G}_1\frac{d}{dx}\left(\hat{G}_1\right)= p_{F2}^2 l_{e2}\hat{G}_2\frac{d}{dx}\left(\hat{G}_2\right), \qquad 2\gamma_{B1}\xi_1\hat{G}_1\frac{d}{dx}\left(\hat{G}_1\right)=\left[\hat{G}_1;\hat{G}_2\right],$$

где $\gamma_{Bi}=\dfrac{RA}{\rho_i\xi_i}$ – безразмерный параметр границы, R – сопротивление контакта, A – его площадь. Качественное описание поведения огибающих $U(x)$ для гриновских функций также представлено в окрестности планарной границы: как видим, можно выделить область, определяемую длиной свободного пробега электронов, на которой происходит резкое изменение этой функции.

Далее будем по умолчанию считать, что для образующих структуру материалов выполнены условия «грязного» предела, толщина сверхпроводящих электродов d_S достаточно велика для того, чтобы изменение критической температуры сверхпроводника вследствие его близости с материалом прослойки было пренебрежимо мало. Также предположим, что сам переход квазиодномерен, то есть его размер W в направлении перпендикулярном сверхтоку значительно меньше джозефсоновской глубины проникновения λ_J. Поскольку $\lambda_J^{-1}\propto\sqrt{j_C}$, где j_C – плотность критического тока перехода, которая в отдельных рассматриваемых ниже случаях может достигать значения плотности тока распаривания S-электродов j_P, то последнее условие фактически сводится к требованию $W<<\xi(T)\sqrt{j_p/j_C}$.

Для особо интересующего нас случая малой длины области «слабой связи» и для разумных параметров материалов и границ находимый из уравнения Узаделя при температуре, близкой к критической, бездиссипативный ток имеет вид [13]:

$$I_s=\frac{2\pi T}{eR_n}\sum_{\omega>0}\frac{\Delta^2\sin(\varphi)}{\sqrt{\left(\omega^2+\Delta^2\right)\left(\omega^2+\mathrm{Re}\,\Phi_2^2\right)}},\mathrm{Re}\,\Phi_2=\Delta\cos(\varphi/2).$$

Это выражение имеет ясный физический смысл: эффект Джозефсона в рассматриваемом приближении происходит в SNS структуре вследствие туннелирования электронов из сверхпроводника с параметром порядка Δ в область прослойки, параметр порядка в которой совпадает с реальной частью параметра порядка электродов и, что особо важно с точки зрения воспроизводимости характеристик структур, не зависит от свойств материала слабой связи. Схематическое изображение поведения действительной и мнимой части аномальной гриновской функции в SNS контакте, представленное на Рисунке 6, дополнительно иллюстрирует этот предельно важный с точки зрения приложений факт. Отметим, что при произвольных температурах зависимость $I_S(\varphi)$ несинусоидальна. В частности, при $T<<T_C$ имеем:

$$I_s(\varphi)=\frac{\Delta(0)}{eR_n}K\left(\sin(\varphi/2)\right)\sin(\varphi/2),$$

где *K(z)* – полный эллиптический интеграл первого рода. С точки зрения применения в устройствах сверхпроводниковой электроники важно отметить, что значение характерного напряжения V_C превосходит примерно на двадцать процентов соответствующее значение для туннельных переходов. Это означает, что в определенной области параметров SNS структуры наряду с большим значением *характерной частоты* обладают такими достоинствами как большое сопротивление в нормальном состоянии R_n, определяемое процессами туннелирования через границы, малые значения емкости и отсутствие зависимости параметров от свойств материала прослойки.

В случае относительно длинного SNS-контакта решение уравнения Узаделя в N-области приводит к синусоидальной ток-фазовой зависимости $I_S(\varphi)$ и экспоненциальной зависимости критического тока I_C от размера области слабой связи:

$$I_c R_n = V_0 \frac{L}{\xi} \exp\left\{-\frac{L}{\xi}\right\}, L >> \xi.$$

Важной частью задачи по оптимизации технологии создания SNS переходов является проблема выбора материала с нормальной проводимостью. Здесь необходимо одновременно удовлетворить двум взаимно противоречивым требованиям. С одной стороны, для обеспечения больших плотностей критического тока при технологически разумной толщине нормальной прослойки этот материал должен обладать большой эффективной длиной когерентности (длиной на которой модуль «наведенного» параметра порядка электронов в сверхпроводящем состоянии уменьшается в нормальном металле в *e* раз) соответственно равной $\xi^*_{NC} = \frac{\hbar v_F}{2\pi k T_C}$, если в N-металле выполнены условия «чистого» предела (длина свободного пробега электронов существенно меньше ξ^*_{NC}), и $\xi^*_{ND} = \sqrt{\frac{\hbar D}{2\pi k T_C}}$ в противоположном («грязном») пределе. Здесь, как обычно, v_F и $D = v_F \ell/3$ – ферми-скорость и коэффициент диффузии для нормального металла. Нетрудно увидеть, что длина когерентности тем больше, чем больше скорость электронов на поверхности Ферми, т.е. чем выше проводимость этого материала.

С другой стороны, комбинация такого материала (Au, Cu, Al) со сверхпроводником, который обычно в нормальном состоянии обладает высоким удельным сопротивлением (примером тому высокоомный ниобий Nb), должна приводить к большим значениям параметра подавления $\gamma \geq 1$, $\gamma = \frac{\rho_S \xi^*_{SD}}{\rho_N \xi^*_{ND}}$, где $\rho_{S,N}$ и $\xi^*_{SD,ND}$ – нормальные удельные сопротивления и длины когерентности находящихся в контакте сверхпроводящего и нормального мате-

риалов. Этот параметр пропорционален отношению числа нормальных электронов, способных за единицу времени диффундировать из N в S материал, к количеству коррелированных электронов, способных за то же время продиффундировать в обратном направлении. Можно сказать, что SN-граница характеризуется двумя константами подавления: γ_B для прямого эффекта близости в нормальном металле и γ для обратного эффекта близости в сверхпроводнике.

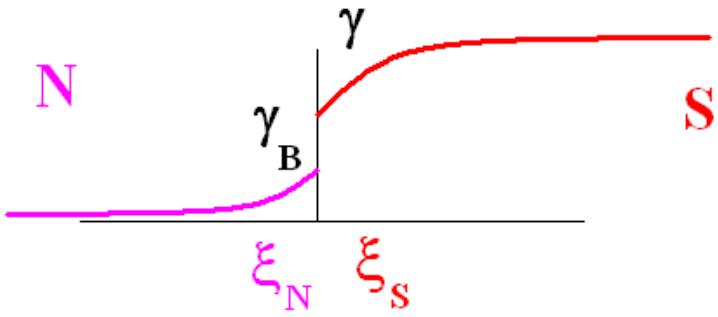


Рисунок 4.1.7 – Иллюстрация к определению длин когерентности и параметров подавления на SN-границе.

Качественно ясно, что в случае больших значений γ в сверхпроводящей части SN интерфейса окажется избыток нормальных электронов, что приведет к существенному подавлению сверхпроводимости вблизи SN границы (см. Рисунок 7) и деградации параметров SNS перехода. В пределе малых γ реализуются так называемые «жесткие граничные условия»: подавление сверхпроводимости в S электроде практически отсутствует и нормальный металл в SNS структуре способен переносить заметный сверхпроводящий ток. Именно по этой причине в качестве возможных кандидатов на роль нормального материала в джозефсоновских гетероструктурах рассматривались легированный аморфный кремний, сплав палладия с золотом и титан.

Отметим, что представленные во введении к настоящей главе оценки для критического тока и нормального сопротивления простейшей джозефсоновской гетероструктуры с непосредственной проводимостью области слабой связи имеют смысл лишь в предположении о выполнении жестких граничных условий на границах сверхпроводящих электродов. Из сказанного выше очевидно, что такие условия могут быть легко выполнены в так называемых «торцевых структурах», где область слабой связи представляет собой полоску из «плохого» сверхпроводника с низкой критической температурой (S') или нормального металла, торцы которой граничат с S-электродами, толщина которых должна существенно превышать толщину находящейся в нормальном состоянии N-пленки.

Изготовление подобных структур [14-16] с хорошо контролируемыми и воспроизводимыми параметрами в течение долгого времени сталкивалось с серьезными трудностями.

SNS-структуры выполнялись первоначально в так называемой «геометрии с перекрытием»: сверхпроводящая пленка напылялась на пленку нормального металла и разрезалась так, чтобы образовать SN-N-NS мостик, в котором N-пленка слабой связи граничила с составными SN-электродами. Именно в такой геометрии обеспечение жестких граничных условий на SN-N границе требовало специального подбора используемых сверхпроводников и нормальных металлов [A35].

Эти условия, о которых говорилось выше, не позволяли использовать хорошо проводящие N-металлы в составе таких переходов. Применение таких металлов как Al, Au, Cu в экспериментальных реализациях мостиков переменной толщины (МПТ), приводило к делокализации области слабой связи, так что ее размер, как правило, не совпадал с геометрическим расстоянием L между SN-электродами. В последнее время развитие методов теневого напыления под несколькими углами через навесную маску [17-19] позволило изготавливать структуры с конечной длиной L' нормальной пленки, образующей реально функционирующую слабую связь. Из описания топологии таких МПТ сразу следует, что наведение сверхпроводящих корреляций в N-область возможно как через параллельные подложке «планарные» SN-границы, имеющие площадь A_{BN}, так и через торцы N-пленки, характеризующиеся площадью A_r. Ранее [17], [20] температурные зависимости критического тока подобных структур экспериментально исследовались, в основном, в области температур, при которых энергия тепловых флуктуаций меньше или порядка энергии Таулеса $E_{\mathrm{Th}}=\hbar D_N/L^2$, где D_N – коэффициент диффузии в нормальном металле. При столь низких температурах составной SN-электрод вел себя как единое целое, т.е. свойства структуры могли быть охарактеризованы лишь длиной L и не зависели от свойств SN-границ. В области высоких температур ситуация может кардинально измениться, особенно, если транспортные и сверхпроводящие характеристики A_{BN} и A_r границ различаются.

Важной задачей нашей работы стало теоретическое исследование влияния параметров границ и особенностей топологии границ на свойства МПТ и использование полученных результатов для описания поисковых экспериментальных исследований структуры Al-Cu-Al. Субмикронные планарные мостики Al-Cu-Al были изготовлены коллегами из Института Физики Твердого Тела РАН при помощи электронной литографии на двойном резисте и последующего теневого осаждения. В высоковакуумной установке на подложку из оксидированного кремния сначала осаждался тонкий слой меди толщиной d_{N}=30 нм для формирования полоски нормального металла; затем под другим углом осаждался слой алюминия толщиной d_{S}=100 нм – для сверхпроводящих берегов джозефсоновского контакта Al-Cu-Al. Подробная схема образца со всеми обозначениями приведена на рисунке ниже. Для последующего обсуждения важно подчеркнуть, что было изготовлено несколько образцов с раз-

личным расстоянием L между сверхпроводящими берегами и неизменными остальными параметрами структур (площадь перекрытия слоев сверхпроводника и нормального металла A_{BN} =200×150 нм^2; ширина перехода W=150 нм). Все исследуемые образцы были изготовлены в одном вакуумном цикле, так что качество границ нормальный металл-сверхпроводник и толщины слоев меди d_N и алюминия d_S были всюду одинаковыми. Транспортные измерения проводились в экранированном криостате по стандартной «четырехточечной схеме» при температурах вплоть до 0.3 К [А35].

Одной из основных проверок работоспособности используемых методов анализа для джозефсоновских гетероструктур с непосредственной проводимостью в области слабой связи стало объяснение необычных (с «изломом») температурных зависимостей для величины критического тока. Как указывалось выше, особенностью рассматриваемых структур является наличие двух типов SN-границ, обеспечивающих транспорт сверхтока и эффект близости: как через торцевой контакт A_r, так и через плоскость A_{BN}. При этом, если в первом случае к торцу N-слоя прилегает, фактически, массивный сверхпроводящий электрод, то во втором мы имеем дело с SN-бислоем, в котором сверхпроводимость в относительно тонком слое алюминия толщиной d_S = 100 нм заметно подавлена за счет обратного эффекта близости.

Для исследования данного эффекта были проведены дополнительные транспортные измерения неструктурированных бислойных пленок Al/Cu с толщинами 100 нм/30нм, которые были изготовлены одновременно с джозефсоновскими переходами на той же подложке в едином цикле осаждения. На Рисунке 9 приведена зависимость сопротивления R от температуры для такого бислоя. Видно, что переход в сверхпроводящее состояние происходит при температуре перехода T^*_C =0.7 K, которая гораздо ниже температуры перехода T_C =1.2 K отдельной пленки алюминия с той же толщиной d_S =100 нм (важные параметры материалов представлены в Таблице 1).

Таблица 4.1.1. Параметры использовавшихся материалов

	ρ, Ом*м	T_C, K	l_e, нм	D, см^2/с	ξ, нм
Al	1.77e-8	1.21	20	152.8	124
Cu	4.2e-8	0	15	81	92

Оказалось, что необычные изломы на кривых $I_C(T)$ для ряда образцов наблюдаются при температурах ниже T^*_C и могут быть объяснены следующим образом: в интервале T^*_C < T < Tc сверхпроводимость алюминиевого слоя в области перекрытия подавлена, и джозефсоновская структура представляет собой длинный торцевой переход с межэлектродным расстоянием L' включающим в себя как длину мостика L, так и длины перекрытия нормального и сверхпроводящего слоев. При понижении температуры ниже T^*_C алюминий над

плоскостью A_{BN} также переходит в сверхпроводящее состояние, формируя новый канал сверхтока и уменьшая эффективный размер области слабой связи. Это приводит к резкому увеличению критического тока.

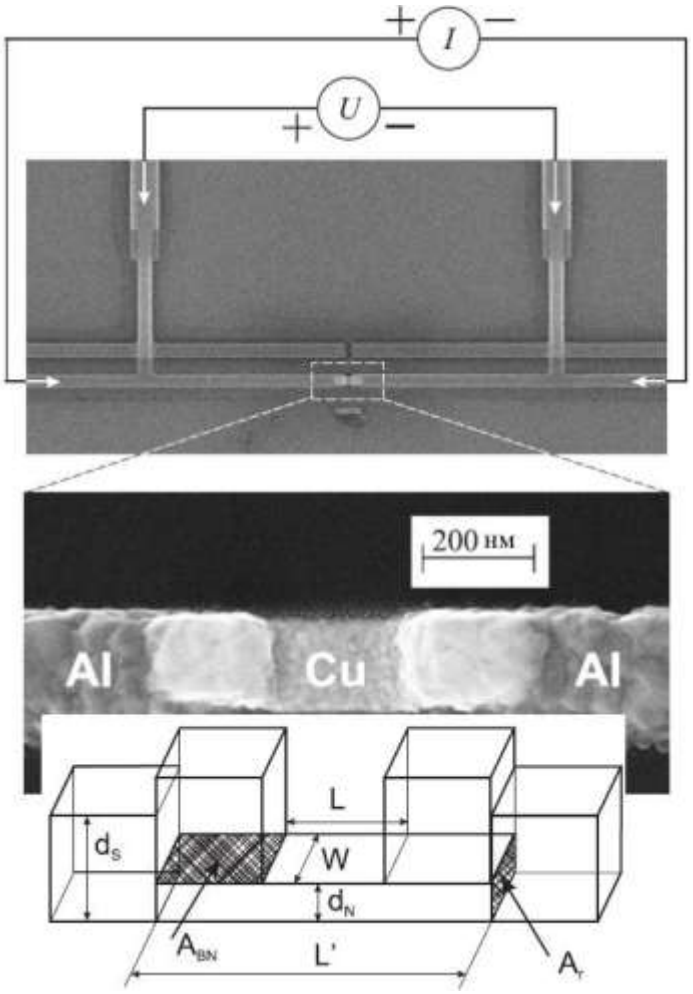


Рисунок 4.1.8 –Изображение в сканирующем электронном микроскопе одного из контактов Al-Cu-Al и схема измерений [A35], совмещенная со схематическим изображениеи S-N-S мостика переменной толщины с конечной длиной N-пленки.

Было выполнено численное моделирование относительно простой SN-N-NS структуры с нормальной прослойкой, лежащей под сверхпроводящими электродами. В основу моделирования была положена система уравнений Узаделя, которая в раскрытом и упрощенном виде выглядит как:

$$G\partial^2 G + \partial G^2 + \partial F \partial F^* + F\partial^2 F^* = 0,$$
$$D(G\partial^2 F - F\partial^2 G) = 2\omega F .$$

Первое уравнение является полным дифференциалом и легко превращается в алгебраическое условие на нормировку функции Грина: $G^2 + FF^* = 1$. Второе же несет основную смысловую нагрузку. Чтобы еще сильнее упростить систему и свести ее к одному уравнению необходимо ввести так называемую *Ф*-параметризация, в которой нормировочные условия выполняются автоматически:

$$G = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Phi\Phi^*}}, F = \frac{\Phi}{\sqrt{\omega^2 + \Phi\Phi^*}} \ .$$

Итогом проведенных преобразований являются уравнения, непосредственно используемые для моделирования вместе с условием самосогласования:

$$\frac{D}{2\omega G_\omega}\partial\left[G_\omega^2 \partial\Phi_\omega\right] - \Phi_\omega = \Delta, \ \ \Delta \ln\frac{T}{T_C} + 2\pi T\sum_\omega\left(\frac{\Delta}{\omega} - \frac{1}{\omega}\right) = 0 .$$

В нормальном материале $T_C = 0$ и условие самосогласования потенциала спаривания имеет единственное решение $\Delta(r) = 0$. Для замыкания системы уравнений использовались граничные условия Куприянова-Лукичева, адаптированные для рассматриваемой топологии:

$$\gamma_{BNS}\xi_N \frac{\partial\Phi_N}{\partial n} = \frac{G_S}{G_N}\left(\Phi_N - \Phi_S\right), \qquad \gamma_{BSN}\xi_S \frac{\partial\Phi_S}{\partial n} = \frac{G_N}{G_S}\left(\Phi_S - \Phi_N\right),$$

$$\gamma_{BSN} = \frac{R_{BSN}A_{BSN}}{\xi_S\rho_S} = \gamma_{BNS}\frac{\rho_S\xi_S}{\rho_N\xi_N},$$

где n – нормаль к границе, направленная вглубь материала, гриновская функция которого дифференцируется в данном выражении.

Варьируемыми параметрами при моделировании были параметры подавления на границах, длина когерентности ξ_N, связанная с коэффициентом диффузии D, и удельное сопротивление нормального металла ρ_N. Подбирая ρ_N и ξ_N, удалось получить «экспериментально измеренную» форму температурной зависимости, а также требуемую амплитуду критического тока, и отношение амплитуд токов для структур разных размеров.

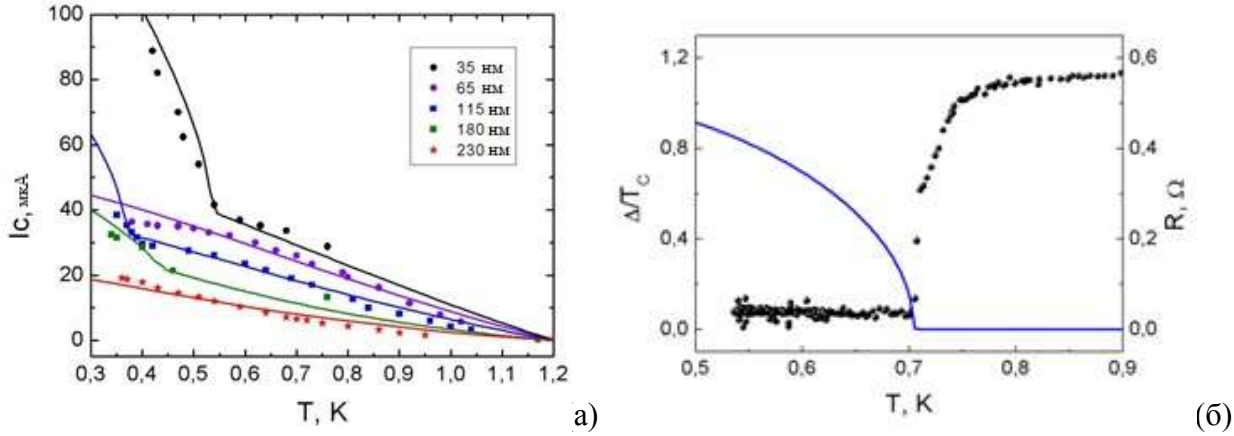


Рисунок 4.1.9 – (а) Зависимости критического тока переходов I_C от температуры для образцов с различными расстояниями между сверхпроводящими берегами L. Символами обозначены результаты эксперимента, непрерывными линиями – результаты численного моделирования [А35]. (б) Зависимости экспериментально измеренного сопротивления R (точки) и численно рассчитанного потенциала спаривания Δ(линия) в бислое Al/Cu толщиной 100 нм/30 нм от температуры T. И результаты эксперимента, и результаты имитационного моделирования характеристик структуры предсказывают переход в сверхпроводящее состояние при температуре T^*_C =0.7 K.

Предложенная методика решения самосогласованной задачи для бислойной SN-структуры позволила:

– определить потенциал спаривания Δ в зависимости от толщин слоев и особенностей эффекта близости;

– показать наличие эффективной температуры перехода в сверхпроводящее состояние;

– оценить «прозрачность» планарной SN границы ($\gamma_{BNS} \approx 1$).

В результате был «найден» излом на зависимости критического тока от температуры, связанный с ростом критического тока при «включении» транспорта заряда через планарную SN-границу: в области нормального металла решалось уравнение Узаделя с указанными выше граничными условиями, причем в качестве потенциала спаривания на торцевой границе со сверхпроводником использовалось объемное значение, а на продольных – заранее рассчитанные для SN-бислоя величины, согласованные с наблюдаемым в эксперименте значением T^*_C.

Результаты модельных расчетов демонстрируют хорошее соответствие с экспериментальными данными и подтверждают приведенные выше рассуждения. Немонотонное поведение температуры излома при увеличении длины мостика связано с неучтенным подавлением сверхпроводящей энергетической щели в массивных торцевых электродах, что должно приводить к уменьшению критического тока. Критическая температура T^*_C в экспериментах с джозефсоновскими переходами оказалась ниже по сравнению с измеренной на SN-бислое. Причиной этого может быть наличие в S-N-S структуре центральной части нормального слоя, не прикрытой сверхпроводником. Увеличение объема нормального металла, соседствующего с тонкой S-прослойкой, приводит к увеличению относительного количества нормальных электронов и более сильному подавлению потенциала спаривания. Это предположение подтверждается наблюдаемым уменьшением T^*_C при увеличении размера центрального нормального слоя вплоть до исчезновения особенности при L= 230 нм.

Таким образом, сочетание экспериментальных и теоретических исследований сверхпроводящего транспорта через планарные гибридные S-N-S структуры

– продемонстрировало принципиальную возможность реализации компактных субмикронных джозефсоновских элементов для КШСС-блоков;

– выявило важную специфику транспорта заряда в перспективных прототипах таких структур (включающую среди прочего возможность «включения» и «выключения» за счет изменения рабочей температуры различных по своим свойствам каналов токопереноса).

Апробированная при сравнении с экспериментальными данными методика анализа характеристик компактных («субмикронных») джозефсоновских структур далее послужила основой для оптимизации наноразмерных сверхпроводниковых гетероструктур [21], предназначенных для когнитивных систем приема и обработки сигнала.

4.2. Компактная фазовая батарея для миниатюризации элементов памяти в системах обработки сигнала

Апробированная методика анализа токового транспорта в сверхпроводящих слоях и межсоединениях была применена для исследования свойств заметно более сложных структур с конкурирующими каналами переноса бездиссипативного тока («сверхтока»). Выше было показано, что для джозефсоновской структуры величина сверхтока зависит от разности фаз комплексного потенциала спаривания по разные стороны от слабой связи $\varphi = \chi_L - \chi_R$. То есть измеряемая макроскопическая величина оказалась прямо связана с фазой «внутреннего» микроскопического параметра системы так называемым ***ток-фазовым соотношением*** (ТФЗ) $I_S(\varphi)$ [1]. Причем в общем случае эта зависимость существенно более сложна, чем в рассмотренных выше простых моделях: ток-фазовые соотношение из симметрийных соображений представляет из себя гармонический ряд Фурье от нечетных функций:

$$I_S(\varphi) = \sum_N I_C \alpha_N \sin(N\varphi); N \geq 1.$$

Обычно каждая следующая гармоника гораздо меньше предыдущих, и достаточно учитывать лишь первую. Однако иногда это приближение оказывается неверным [A61]. Так, в контактах SNS или SINIS с «металлическим» типом проводимости для области слабой связи отклонения ТФЗ от синусоидальной формы становятся тем заметней, чем меньше температура, причем зависимость $I_S(\varphi)$ достигает максимума при фазе $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi$.

Но такие изменения ТФЗ не влияют на «фазу основного состояния» φ_g. Для всех контактов, упомянутых выше, состояние с минимальной энергией в отсутствие тока существует при фазе $\varphi = 0$, а при фазе $\varphi = \pi$ система находится в состоянии неустойчивого равновесия.

Серьезный интерес для оптимизации блоков КШСС представляют (за счет устранения, например, вспомогательных цепей, обеспечивающих задание рабочеего режима) так называемые *фазовые батареи*, для которых в отсутствие внешнего источника тока основное состояние характеризуется произвольной фазой $\varphi_g = \varphi$ $(0 < |\varphi| \leq \pi)$. Такие структуры могут быть созданы при использовании магнитных материалов в области слабой связи джозефсоновской гетероструктуры [2-18]. Напомним, что бездиссипативный ток обычно переносят так называемые синглетные куперовские пары – пары коррелированных электронов с противоположными значениями проекции спина на ось квантования. Как следствие, сверхпроводимость разрушается под действием даже сравнительно слабого магнитного поля, стремящегося выстроить все спиновые магнитные моменты электронов в од-

ном направлении. Но в ферромагнитных материалах энергетически выгодной является параллельная ориентация спинов носителей заряда. Таким образом, можно ожидать, что сверхпроводимость и ферромагнетизм взаимоподавляют друг друга.

Наличие обменного поля должно приводить к снятию вырождения по энергии для электронов с одинаковыми импульсами, но разными спинами. Электрон-фононное взаимодействие эффективно проявляется для частиц одинаковой энергии. В результате куперовскую пару здесь образуют не электроны с импульсами (k ,$–k$), а электроны ($k+q$, $–k+q$), для которых поправку q определеяет величина обменной энергии [A42]. Такое преобразование дает пространственную модуляцию волновой функции синглетного состояния куперовских пар: $\Psi = \psi_\uparrow \psi_\downarrow + \psi_\downarrow \psi_\uparrow \propto \cos[qx + \phi_0]$. В случае бесконечного однородного ферромагнетика усреднение по фазе полностью уничтожает все проявления сверхпроводимости; экспериментально такая «изотропная и однородная s-wave» сверхпроводимость в магнитных материалах так и не была обнаружена.

При этом возможно сосуществование сверхпроводимости и ферромагнетизма вблизи границы раздела между S- и F-материалами. За счет эффекта близости в ферромагнетике возникают межэлектронные корреляции, плотность которых экспоненциальным образом спадает по мере удаления от границы, где $k_F x$ – комплексный показатель экспоненты, $k_F = 1/\xi_F = k_{F1} + \mathrm{i}k_{F2}$, $k_{F1} = 1/\xi_{F1}$, $k_{F2} = 1/\xi_{F2}$.

В случае однородного «грязного» ферромагнетика без спин-орбитального рассеяния и с нормированной энергей обменного поля $H >> T$ величины ξ_{F1} и ξ_{F2} равны и описываются выражением:

$$\xi_{F1} = \xi_{F2} = \left(\frac{\hbar D}{H}\right)^{1/2}.$$

В то же время, известно, что в нормальном металле основной вклад в распаривание вносит тепловая энергия [12]. Выражение для длины когерентности в случае грязного (длина свободного пробега электронов l_e много меньше ξ_N) металла выглядит так:

$$\xi_N = \left(\frac{\hbar D}{2T}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

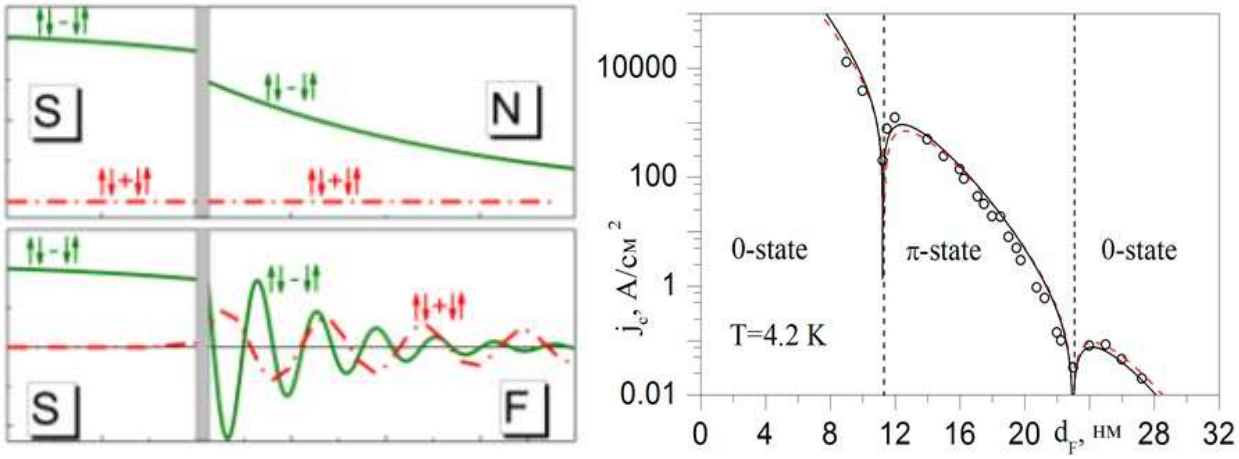
Если же рассмотреть случай относительно малых обменных энергий, т.е. случай, когда тепловая энергия и обменное поле вносят сопоставимые вклады в процесс разрушения куперовских пар ($H \geq T$), то можно прийти к выражению [12]:

$$\xi_{F1,2} = \left(\frac{\hbar D}{\sqrt{T^2 + H^2} \pm T}\right)^{\frac{1}{2}},$$

которое является общим и переходит в формулы выражения для «нормального» и «магнитного» случаев при соответствующих асимптотиках [A42]. Отметим, что длина затухания ξ_{F1} растет с уменьшением температуры, в то время как длина волны для осцилляций плотности сверхпроводящих корреляций $2\pi\xi_{F2}$ уменьшается.

Таким образом, решение уравнений Боголюбова-де-Жена или Узаделя показывает наличие осцилляций аномальной функции Грина с периодом $2\pi\xi_{F2}$, как функции расстояния до границы (экспериментальную демонстрацию таких осцилляций иллюстрирует приведенный ниже рисунок). При этом начальная фаза этого осциллирующего решения определяется состоянием сверхпроводника. Учет существования второй границы ферромагнетика со сверхпроводником показывает, что в джозефсоновском SFS-контакте уже и экспериментально наблюдаемая величина критического тока будет осциллировать как функция толщины F-прослойки. Этот эффект был обнаружен опытным путем и позволил, в частности, создать структуры с отрицательным критическим током и ненулевой спонтанной джозефсоновской фазой, равной π, так называемые π-контакты [9]:

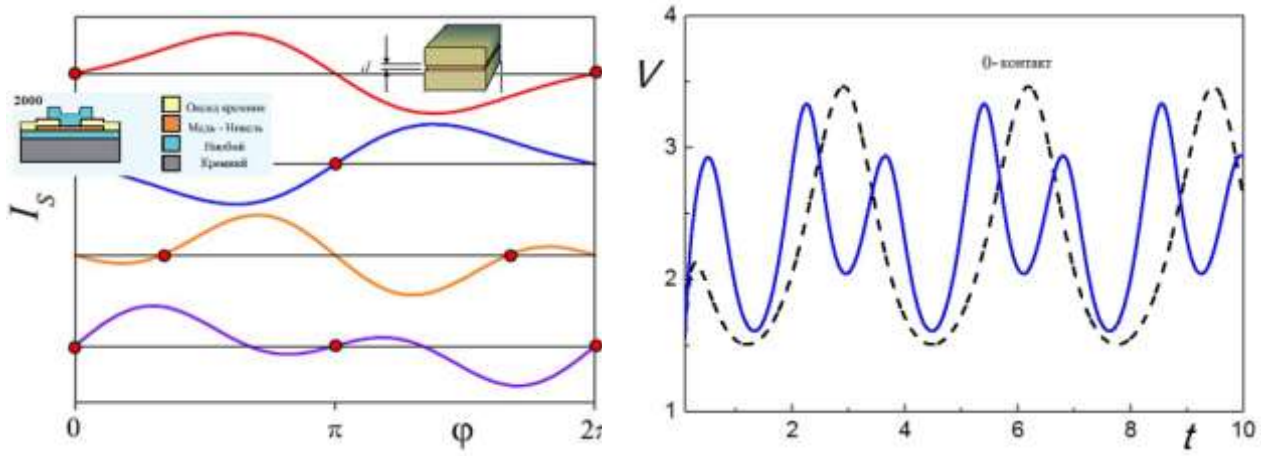
$$I = I_C^{\pi}\sin(\varphi+\pi) = -I_C^{\pi}\sin(\varphi).$$



(а) (б)

Рисунок 4.2.1 – (а) Действительная часть аномальной функции Грина *F* на границе сверхпроводник – ферромагнетик [A42]. (б) Экспериментальный график [12] для осцилляций критического тока как функции толщины ферромагнитной прослойки d_F.

Специфика поведения сверхпроводящих корреляций вблизи SF-границы и сравнение со случаем SN-границы проиллюстрирована на Рисунке 1, *a*. Эксперимент показывает, что характерные периоды пространственных осцилляций параметра порядка имеют размер порядка нескольких нанометров. Ниже будет подробно разобрано, как использование π-контактов с большим критическим током для сдвига фазы на π (фазовых π-инверторов) может существенно уменьшить размеры логических элементов в блоках КШСС и увеличить



(*а*) (*б*)

Рисунок 4.2.2 – (а) Типовые (рассчитанные в рамках простейших моделей) ток-фазовые зависимости для (перечисляем сверху вниз) туннельных контактов (SIS) 0-типа, SFS контактов π-типа, гипотетических 0-π и φ-контактов. На вставках представлены типичные реализации 0-контакта (обычный SIS «сэндвич») и π-контакта (SFS структура). (б) Вид джозефсоновской генерации на φ-контакте (в нормированных величинах амплитуды гармоник A=0.3, B= –0,7). Для сравнения штриховой линией изображена генерация на 0-контакте с единичным значением критического тока и напряжения [A80].

их быстродействие. Очевидно, что свойства описанного «магнитного» контакта будут кардинально меняться при изменении намагниченности (F) слоя, величиной которой, в принципе, можно управлять. Изложенные выше результаты обзора существующих информационных источников вкупе с обобщенными в предыдущем параграфе результатами анализа переноса сверхтока через область с «металлическим» типом сверхпроводимости позволяют заключить:

– наиболее перспективная модель зарядового транспорта в рассматриваемых джозефсоновских гетероструктурах с многокомпонентой областью слабой связи, содержащей ферромагнитные слои, может быть построена на основе уравнения Узаделя с граничными условиями Куприянова-Лукичева.

В рамках настоящей работы были оптимизированы программные комплексы, предназначенные для расчета характеристик джозефсоновского контакта с многокомпонентной прослойкой со сверхпроводящими, ферромагнитными, нормальными и изолирующими слоями в области слабой связи для создания компактных фазовых батарей и ячеек быстрой, компактной, энергоэффективной и высокоемкой джозефсоновской памяти, совместимой с цепями быстрой сверхпроводниковой электроники.

Существование фазовых батарей, сдвигающих фазу на произвольную величину φ (и этим отличающихся от давно созданных π-инверторов) [19-23] было впервые предсказано в работах Минца для системы 0- и π-контактов, случайным образом расположенных вдоль

зигзагообразной границы раздела, образованной двумя пленками высокотемпературных сверхпроводящих купратов. Позже было показано, что нужный эффект может быть достигнут в периодическом массиве 0 и π-контактов, когда в основном состоянии на электроде возникает некоторая усредненная разность фаз φ_g, которая может принимать различные значения в интервале $-\pi \le \varphi_g \le \pi$ в зависимости от размеров (и других характеристик) каждого из элементов [А36]. Наиболее удобным с точки зрения практической реализации оказались, конечно, системы, составленные всего из двух параллельных каналов протекания тока с собственными фазами основного состояния 0 и π. Подобные контакты изготавливались на основе гетероструктур Nb/CuNi/Nb, в которых ферромагнитная прослойка была разбита на два участка с различной толщиной, соответствовашей 0- и π-состояниям. Минимально возможный поперечный размер таких структур составлял несколько микрометров.

Отметим, что фазовую батарею как целое можно охарактеризовать существенно несинуноидальной ток-фазовой зависимостью. В частности, при учете лишь первых двух членов:

$$I_S(\varphi) = A\sin(\varphi) + B\sin(2\varphi)$$

требуется выполнение двух условий на амплитуды гармоник ТФЗ [А36]:

$$|B| > |A|/2, B < 0.$$

В обычных гетероструктурах с областью слабой связи из нормального металла амплитуда первой гармоники больше по модулю, чем амплитуда второй, и условия невыполнимы (типичный вид ток-фазовой зависимости такого SNS-контакта приведен на Рисунке 2, *а*). В джозефсоновских «сэндвичах» с ферромагнитной прослойкой в области перехода между 0 и π состояниями амплитуда первой гармоники меняет знак и близка к нулю, что позволяет выполнить первое условие, но не второе. Ниже приведены результаты экспериментальных исследований ТФЗ интересующих нас структур, подтверждающие сформулированное наблюдение.

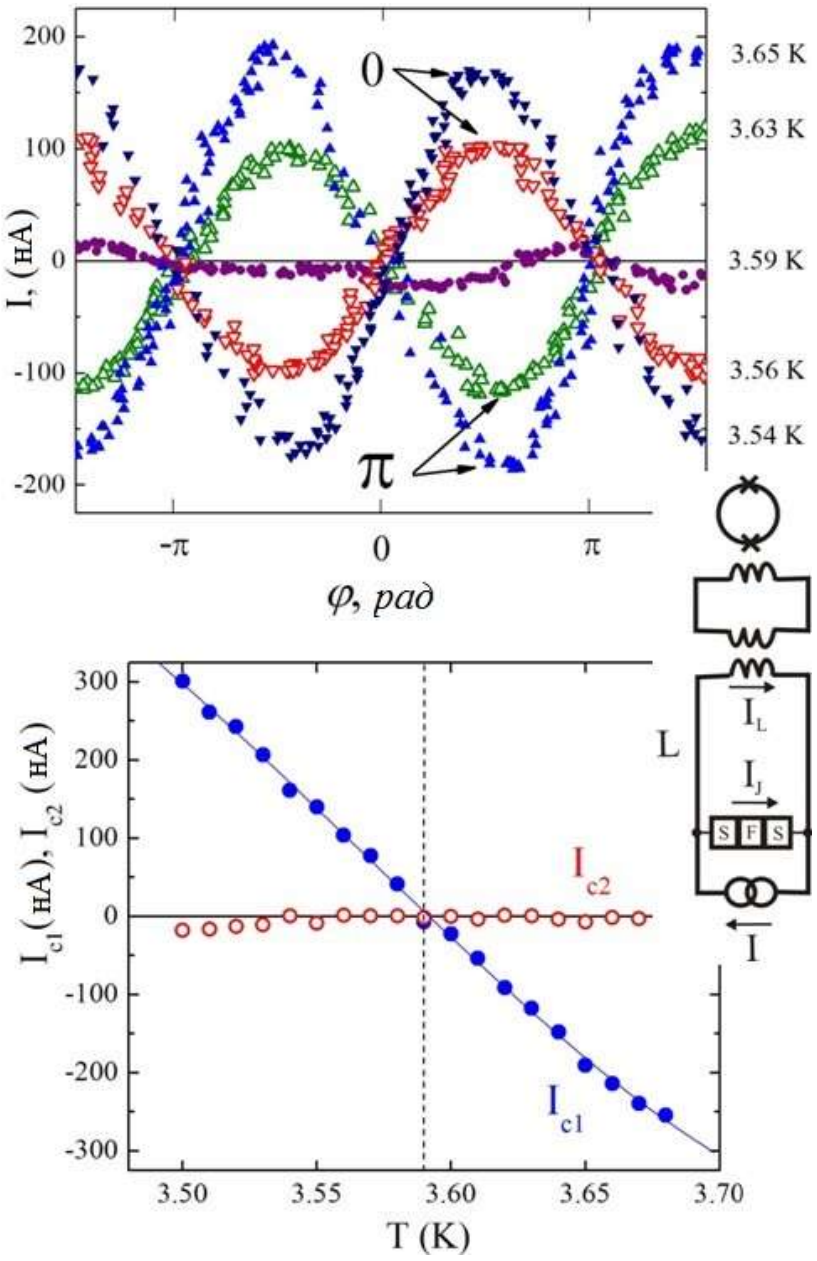
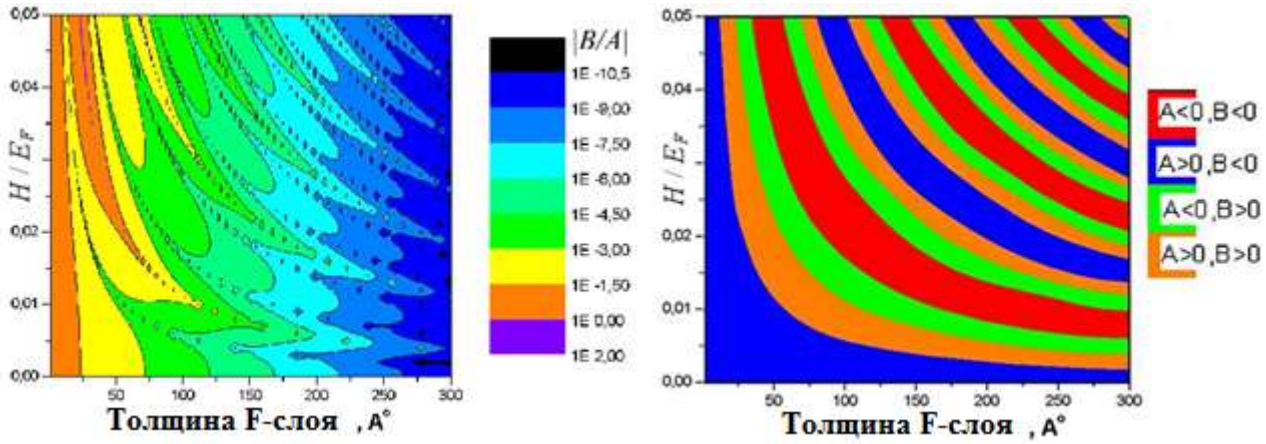


Рисунок 4.2.3 – Обобщение результатов экспериментальных исследований ток-фазовых зависимостей SFS при помощи фазово-чувствительных экспериментов (схема измерений представлена на вставке) [24, 25].

Основные особенности токового транспорта через N и F каналы, и, следовательно, через всю структуру, можно качественно объяснить с использованием «андреевских диаграмм» (причем, как для баллистических траекторий квазичастиц в чистом пределе, так и для диффузных траекторий в грязном пределе) [A34]. Основной вклад в направленное перемещение куперовских пар в этом формализме для SNS структуры определяется последовательными андреевскими отражениями на левой и правой S-границах слабой связи, причем коэффициенты андреевского отражения можно представить в виде $AR(\varphi) = \alpha(\varphi)\exp(i\varphi), \varphi = (\chi_R - \chi_L)$ и $AR(-\varphi) = \alpha(\varphi)\exp(-i\varphi)$. Амплитуда $\alpha(\varphi)$ зависит от

геометрии структуры и материальных параметров [А36]. Разница между процессами переноса куперовских пар слева направо и справа налево и определяет сверхток I_S, пропорциональный $\sin(\varphi)$.



(а) (б)

Рисунок 4.2.4 – Отношение амплитуд 2-ой и 1-ой гармоник |B/A|, а также их знаки на плоскости параметров типичного SFS контакта.

Комбинация отражений «андревское/обычное/андреевское» описывает процесс «более высокого порядка», определяющий вклад в общий ток, пропорциональный $sin(2\varphi)$. Учет этого процесса дает вторую гармонику ТФЗ нормального канала $I_N(\varphi)$ с отрицательной величиной амплитуды ($B_N < 0$). Поскольку эффективный путь квазичастицы (электрона/вакансии) здесь равен $L_2 = 2L_1 \approx 4L$, экспоненциальное затухание второй гармоники в $I_N(\varphi)$ с увеличением длины L происходит гораздо быстрее:

$$A_N \approx \exp(-L/\xi_N), \quad B_N \approx -\exp(-2L/\xi_N).$$

В магнитном слое за счет наличия обменного поля с энергией H происходит изменение фазы волновой функции квазичастицы на величину φ_H, пропорциональную пройденному ею пути, что приводит к осцилляциям критического тока (и амплитуд гармоник ТФЗ) при увеличении длины L. Кроме того, здесь снимается спиновое вырождение для квазичастиц и вместо двух «андреевских циклов» для каждой гармоники приходится рассматривать четыре. Для второй гармоники ТФЗ ферромагнитного канала $I_F(\varphi)$, согласно таким новым «андреевским диаграммам» [А36], осцилляции амплитуды происходят в два раза чаще, чем для первой гармоники:

$$A_F \approx \exp(-L/\xi_{F1})\cdot\cos(L/\xi_{F2}), \quad B_F \approx -\exp(-2L/\xi_{F1})\cdot\cos(2L/\xi_{F2}).$$

Нули этих двух осциллирующих функций не совпадают: когда амплитуда первой гармоники меняет знак, амплитуда второй всегда положительна. В этом случае возможно реализа-

ция бистабильного джозефсоновского контакта, однако фазами устойчивых безтоковых состояний будут в этом случае только 0 и π (0-π контакт).

Этот результат согласуется с предсказаниями аналитической теории Кулика-Омельянчука в пределе $\xi_F << L << \xi_N$; W, d_F, $d_N << \xi_N$, а также с целым рядом экспериментальных данных [1]. Напомним, что в данном параграфе d_N и d_F – толщины слоев (размер вдоль оси z) соответственно нормального металла и ферромагнетика; W – ширина слоев (размер вдоль оси y), причем будем считать, что распределение тока по ширине однородно. Длина би-канала L (расстояние между S-электродами) – произвольная в широких пределах.

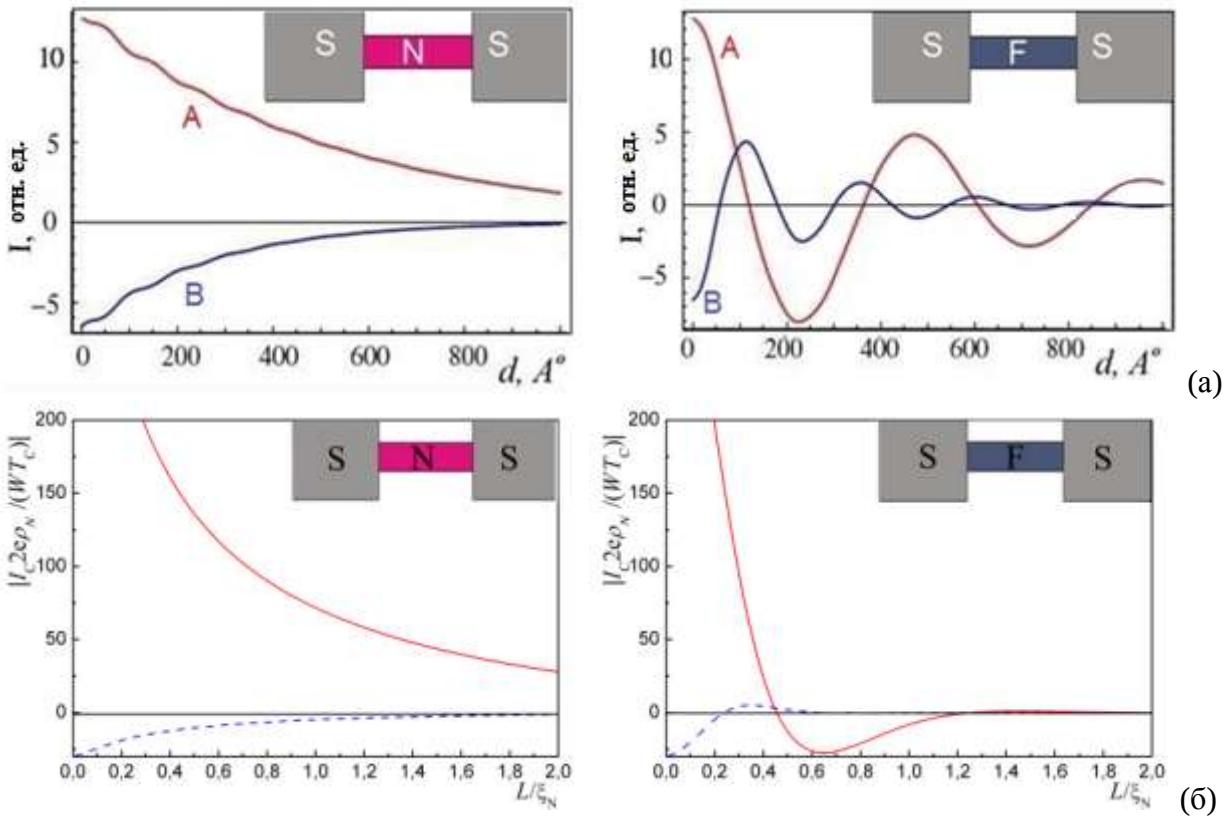


Рисунок 4.2.5 – (а) Характерный вид зависимости первой (красным) и второй (синим) гармоник ТФЗ от толщины области слабой связи в SNS и SFS структурах в чистом пределе. Здесь $T = 0.1T_C$, $H/T_C = 2$.

(б) Характерный вид зависимости первой A (красным) и второй B (синим) гармоник ТФЗ от расстояния между электродами L в SNS и SFS структурах в грязном пределе. Здесь $\xi_F = \xi_N$, $d_N/\xi_N = 1$, $\gamma_{BS} = 0.1$; $\rho_N = \rho_F$; $T = 0.7T_C$, $H/T_C = 100$.

Численное моделирование, проведеное в рамках простейшей микроскопической теории, подверждает выводы проведенных выше качественных рассуждений, причем как в случае «чистых», так и «грязных» материалов. В частности, это иллюстрируют результаты модельных расчетов на основе представленного в предыдущем параграфе подхода. Здесь использовались предположения Стоунера (чистый предел с абсолютно жесткими гранич-

ными условиями) [26, 27] для одномерного уравнения Боголюбова – Де Жена в случае SNS и SFS структур, а также численное решение уравнения Узаделя. Проведенные при этом переходе усреднения не могут поменять соотношения для длин пробегов квазичастиц, соответствующих разным гармоникам, но баллистические траектории необходимо заменить на диффузные.

Из приведенного анализа вытекает, что для одновременного выполнения обоих условий для существования фазовой батареи принципиально необходимо сосуществование двух параллельных каналов токопереноса с разными знаками критического тока [А34]. Это означает необходимость вернуться (на новом уровне анализа, необходимом для радикальной оптимизации размеров устройства) к джозефсоновским гетероструктурам с продольно ориентированной NF или FNF прослойкой в области слабой связи. В таких контактах реальное влияние магнитных слоев на процесс разрушения куперовских пар несколько ослаблено, так как диффузная траектория квазичастиц проходит и в N-, и в F-областях. Известные теоретические исследования особенностей токового транспорта не выходили за рамки линейного приближения и учитывали существование только первой гармоники в ТФЗ [А36]. Для решения задач, важных для практических применений, в рамках настоящей работы потребовалось:

- Развить численный метод анализа джозефсоновских структур произвольной топологии с нормальным металлом, ферромагнетиком и диэлектриком в области слабой связи для обеспечения возможности:

– вычисления основных характеристик гетероструктуры (например, ток-фазовой зависимости).

– определения оптимальной геометрии структуры и состава используемых материалов для обеспечения её требуемых характеристик.

- Выполнить поиск оптимального способа реализации фазовых батарей в джозефсоновких структурах с ферромагнетиком в области слабой связи, подбор подходящих топологий и их сравнение.
- Обеспечить сопряжение модельных вычислений с результатами эксперимента в рамках работ по созданию технологичного π-контакта.

Подчеркнем, что разработанный метод предназначен для исследования достаточно общего случая многослойной планарной гетероструктуры, слабая связь которой сформирована FNF или FN слоями, граница между которыми ориентирована вдоль направления протекания тока между сверхпроводящими электродами джозефсоновского контакта. Схематические изображения простейших вариантов подобных структур представлены на Рисунке 6 ниже.

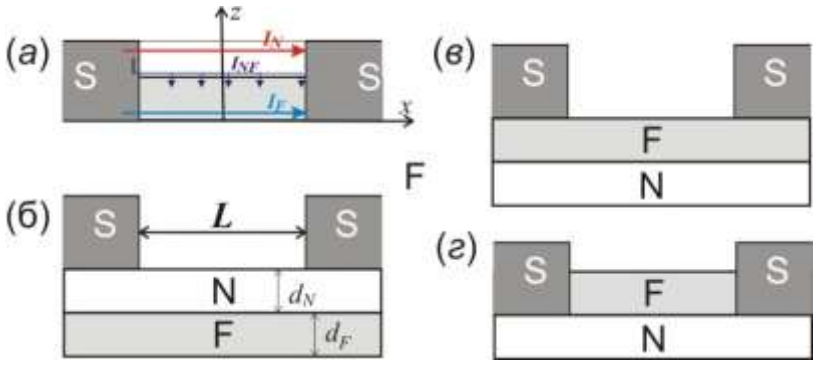


Рисунок 4.2.6 – Схематичное изображение топологий (а) S-FN-S, (б) SNF-NF-FNS, (в) SFN-FN-NFS, (г) SN-FN-NS структур [A80].

Для описания таких элементов, входящих в состав всех блоков КШСС, в грязном пределе используется, как и в предыдущих параграфах, система уравнений Узаделя. Границы между системами сверхпроводников, нормальных металлов, ферромагнетиков и изолятором описываются с помощью условий Куприянова-Лукичева [6]. В общем случае для двух материалов с эффективными мацубаровскими частотами ω_1 и ω_2 они записываются в виде:

$$\gamma_{Bi}\xi_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} = \frac{G_j}{G_i}\left(\Phi_i - \frac{\omega_i}{\omega_j}\Phi_j\right), \quad \gamma\xi_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} = \left(\frac{G_j}{G_i}\right)^2 \xi_j \frac{\omega_i}{\omega_j}\frac{\partial \Phi_j}{\partial x},$$

где $\gamma_{Bi} = \frac{RA}{\rho_i \xi_i}$, $\gamma = \frac{\rho_j \xi_j}{\rho_i \xi_i}$ – безразмерные параметры границы, i,j – индексы, отвечающие конкретным слоям, R – сопротивление контакта, A – его площадь [A80]. Снова достаточно задать только первое граничное условие и характеристики материалов; второе представленное здесь условие является следствием первого. Действительно, из

$$\gamma_{B2}\xi_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = \frac{G_1}{G_2}\left(\Phi_2 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\Phi_1\right),$$

$$\gamma_{B1}\xi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{G_2}{G_1}\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\Phi_2 - \Phi_1\right)$$

прямым образом вытекает требуемое граничное условие. В подобной форме далее неоднократно будут записаны граничные условия для разных вариантов реализации составной слабой связи.

Для описания структур с произвольной геометрией необходимо записать граничные условия на всех границах между различными материалами [A80]. Сделаем это для относительно простой структуры с продольно ориентированным FN бислоем, торцы которого касаются S-электродов.

Связь между ферромагнитной и нормальной прослойками в такой S-FN-S структуре запишем в виде:

$$\gamma_{\beta FN}\xi_F \frac{\partial \Phi_F}{\partial z} = \frac{G_N}{G_F}\left(\Phi_F - \frac{\tilde{\omega}}{\omega}\Phi_N\right), \tag{4.2.1}$$

$$\gamma_{\beta NF}\xi_N \frac{\partial \Phi_N}{\partial z} = -\frac{G_F}{G_N}\left(\Phi_N - \frac{\omega}{\tilde{\omega}}\Phi_F\right), \tag{4.2.2}$$

где $\gamma_{\beta FN} = \gamma_{\beta NF}\dfrac{\xi_N \rho_N}{\xi_F \rho_F}$ - параметр, характеризующий слой изолятора между слоями.

В ферромагнетике обменное поле *H* изменяет эффективную энергию электронов, что может быть описано в выбранном формализме через замену мацубаровской частоты $\omega = \pi T(2n+1)$ на эффективную частоту $\tilde{\omega} = \omega + iH$.

По левую и правую стороны от бислоя находятся сверхпроводящие электроды. В рамках рассматриваемой модели будем пренебрегать подавлением потенциала спаривания Δ в сверхпроводнике, что позволяет решать задачу о расчете функций Грина только внутри нормально-ферромагнитного бислоя с жестко заданными граничными условиями [A36]. Это приближение годится для моделирования при значительных толщинах диэлектрика. Даже если это не так, характеристики зарядового транспорта в этом случае качественно не изменятся, и полученные результаты можно будет использовать с некоторой количественной поправкой [A80]. Таким образом, можно записать жесткие граничные условия слева для границ SN, SF:

$$\gamma_\beta \xi_N \frac{\partial \Phi_N}{\partial x} = \frac{G_{S0}}{G_N}\left(\Phi_N - \Delta e^{i\chi_1}\right); \tag{4.2.3}$$

$$\gamma_\beta \xi_F \frac{\partial \Phi_F}{\partial x} = \frac{G_{S0}}{G_F}\left(\Phi_F - \frac{\tilde{\omega}}{\omega}\Delta e^{i\chi_1}\right). \tag{4.2.4}$$

Справа, на границах NS, NF имеем:

$$\gamma_\beta \xi_N \frac{\partial \Phi_N}{\partial x} = -\frac{G_{S0}}{G_N}\left(\Phi_N - \Delta e^{i\chi_2}\right), \tag{4.2.5}$$

$$\gamma_\beta \xi_F \frac{\partial \Phi_F}{\partial x} = -\frac{G_{S0}}{G_F}\left(\Phi_F - \frac{\tilde{\omega}}{\omega}\Delta e^{i\chi_2}\right), \tag{4.2.6}$$

где $G_{S0} = \dfrac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}}$, $\Phi_{S0} = \Delta e^{i\chi_i}$ – функции Грина однородного сверхпроводника, χ_1, χ_2 – фазы потенциала спаривания в электродах.

Остаются нижняя и верхняя поверхности рассматриваемых структур. При практической реализации элементов КШСС на чипе проводящий слой здесь будет граничить с тол-

стым слоем изолятора. На NI-, FI-границах условия для параметризованной функции Грина принимает совсем простой вид:

$$\frac{\partial \Phi_N}{\partial z} = 0, \qquad \frac{\partial \Phi_F}{\partial z} = 0.$$

Промежуточный итог: система уравнений оказывается замкнутой, и для интересующего нас моделирования характеристик базовых элементов КШСС достаточно решить *двухмерную* краевую задачу с граничными условиями третьего рода.

Основной сложностью при моделировании подобных систем является нелинейность уравнения Узаделя

$$\xi^2 \frac{1}{G} \partial\left[G^2 \partial \Phi_\omega\right] - \frac{\tilde{\omega}}{\pi T_C} \Phi_\omega = 0, \; G_\omega = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Phi_\omega \Phi^*_{-\omega}}}. \qquad (4.2.7)$$

Для численного решения таких уравнений используются итерационные методы, в которых производится линеаризация относительно Φ_ω, а потом уже используются стандартные методы решения линейных систем, таких как метод Гаусса или *n*-диагональной прогонки. Встает вопрос о выборе способа линеаризации. Наиболее известен дифференциальный метод малых приращений, однако он ведет к резкому увеличению размеров выражений и сложности программного кода. В выбранном подходе линейность базовой системы уравнений достигается за счет введения дополнительной функции G_ω, которая уже использовалась для удобства записи выражений, задается ее начальное значение [A80]. При каждом вычислении матрицы Φ_ω гриновская функция G_ω считается заранее заданной, после чего по вычисленным значениям Φ_ω производится расчет новой G_ω. Подобные итерации проводятся до тех пор, пока изменение нормальной функции за один шаг не окажется меньше малой величины ε.

Итак, базовая структура разработанного численного метода имеет вид:

А) Задаем параметры системы, создаем сетку (n_x, n_y) размером $N_X N_Y$ для значений функций G_ω, Φ_ω и заполняем её затравочными значениями массива $G_\omega(n_x, n_y)$.

Б) Начинаем цикл суммирования по мацубаровским частотам $\omega = \pi T(2n+1)$. Все дальнейшие вычисления проходят для фиксированной ω.

В1) Решаем двухмерную краевую задачу. Для составления системы уравнений используется численная схема типа крест, полученная из уравнения Узаделя:

$$\frac{\Phi_\omega(n_x+1,n_z)-2\Phi_\omega(n_x,n_z)+\Phi_\omega(n_x-1,n_z)}{h_x^2}+\frac{\Phi_\omega(n_x,n_z+1)-2\Phi_\omega(n_x,n_z)+\Phi_\omega(n_x,n_z-1)}{h_z^2}+$$

$$+\frac{1}{G_\omega^2(n_x,n_z)}\left(\begin{array}{l}\dfrac{(G_\omega^2(n_x+1,n_z)-G_\omega^2(n_x,n_z))(\Phi_\omega(n_x+1,n_z)-\Phi_\omega(n_x,n_z))}{h_x^2}+\\ +\dfrac{(G_\omega^2(n_x,n_z+1)-G_\omega^2(n_x,n_z))(\Phi_\omega(n_x,n_z+1)-\Phi_\omega(n_x,n_z))}{h_z^2}\end{array}\right)-\frac{2\tilde{\omega}}{DG}\Phi_\omega(n_x,n_z)=0 .$$

Для замкнутости дополняем систему граничными условиями, также записанными в разностном виде. Полученная система линейных уравнений размерности $N_X N_Y$ решается с помощью специального метода Гаусса для N_Y-диагональных матриц [А80].

В2) Необходимо сразу решить такую же задачу для отрицательной мацубаровской частоты $-\omega$. Это возможно благодаря тому, что нормальные гриновские функции для противоположных частот прямым образом связаны друг с другом. Действительно,

$$G_\omega=\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\Phi_\omega\Phi^*_{-\omega}}}. \qquad (4.2.8)$$

$$G_{-\omega}=\frac{-\omega}{\sqrt{\omega^2+\Phi_{-\omega}\Phi^*_{\omega}}}=-G^*_\omega. \qquad (4.2.9)$$

Заново решаем систему равнений для частоты $-\omega$ и матрицы $-G^*_\omega$.

Г) По результатам расчетов по пунктам В1 и В2 строим новую матрицу

$$G_\omega(n_x,n_z)=\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\Phi_\omega(n_x,n_z)\Phi^*_{-\omega}(n_x,n_z)}}.$$

Если в каждой точке (n_x,n_y) только что построенная функция G_ω отличается от старой меньше, чем на заданную величину ε, то можно считать алгоритм сошедшимся и по полученным функциям $G_\omega(x,y)$ и $\Phi_\omega(x,y)$ анализировать характеристики системы. Иначе нужно вернуться в точку В) и повторить вычисления.

Д) Имея функции Грина, являющиеся решением краевой задачи, вычисляем ток через структуру. Общее выражение для джозефсоновского тока имеет вид:

$$I(\varphi)=\frac{i\pi TW}{2e}\int_0^{d_N+d_F}\frac{1}{\rho_i}\sum_\omega\frac{dz}{\tilde{\omega}_{ni}^2+\Phi_\omega\Phi^*_{-\omega}}\left(\Phi_\omega\frac{\partial\Phi^*_{-\omega}}{\partial x}-\Phi^*_{-\omega}\frac{\partial\Phi_\omega}{\partial x}\right), \qquad (4.2.10)$$

где T – температура, W – толщина прослойки в третьем направлении, φ – фаза джозефсоновского перехода, индекс i задает снова тип материала. Вычисляя такой ток при джозефсоновских фазах от 0 до 2π, можно получить ток-фазовую зависимость и, найдя на ней максимум, узнать критический ток перехода.

Наиболее информативными оказываются значения гармоник ТФЗ, которые получаются из зависимости $I(\varphi)$ после преобразования Фурье:

$$A=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} I(\varphi)\sin(\varphi)d\varphi,\ B=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} I(\varphi)\sin(2\varphi)d\varphi,\ C=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} I(\varphi)\sin(3\varphi)d\varphi. \qquad (4.2.11)$$

Результаты расчетов необходимо проверить на предмет отсутствия четных по фазе φ компонент в разложении ток-фазовой зависимости: такое обсуждавшееся выше свойство ТФЗ, предсказанное теоретически из общих соображений, было многократно проверено экспериментально. Для удобства в последующих рассуждениях будем считать, что границы характеризуются конечной прозрачностью. Это позволяет ограничиться учетом только первых двух гармоник в ТФЗ, пренебрегая влиянием высших (амплитуда которых быстро затухает с увеличением порядкового номера).

При необходимости можно рассчитать также и пространственное распределение тока по структуре, используя следующие выражения для его компонент [A80]:

$$I_x(\varphi,x,z)=\frac{i\pi TW}{2e\rho_i}\sum_\omega \frac{dz}{\tilde{\omega}_n^2+\Phi_\omega\Phi_{-\omega}^*}\left(\Phi_\omega\frac{\partial\Phi_{-\omega}^*}{\partial x}-\Phi_{-\omega}^*\frac{\partial\Phi_\omega}{\partial x}\right). \qquad (4.2.12а)$$

$$I_z(\varphi,x,z)=\frac{i\pi TW}{2e\rho_i}\sum_\omega \frac{dx}{\tilde{\omega}_n^2+\Phi_\omega\Phi_{-\omega}^*}\left(\Phi_\omega\frac{\partial\Phi_{-\omega}^*}{\partial z}-\Phi_{-\omega}^*\frac{\partial\Phi_\omega}{\partial z}\right). \qquad (4.2.12б)$$

Суммируя результаты моделирования и оптимизации, стоит отметить, что (в отличие от SFS структур типа «сэндвич») на основе структур с составной продольно-ориентированной прослойкой возможно создание *компактной* фазовой батареи. Для этого необходимо обеспечить существование параллельно подключенных «нормального» и «ферромагнитного» каналов, в которой сверхток $I_S(\varphi)$ разделен на две отдельные части $I_N(\varphi)$ и $I_F(\varphi)$. Когда $L\approx\xi_N$ и температуры достаточно низки, ток-фазовая зависимость $I_N(\varphi)$ обладает относительно большой второй гармоникой с отрицательной амплитудой B_N. Если, вдобавок, размер контакта будет больше эффективной длины когерентности ферромагнетика $L>\xi_1$, то в SFS-канале проявятся затухающие осцилляции критического тока, как функции длины области слабой связи L [A34].

В этом режиме вторая гармоника SFS канала пренебрежимо мала по сравнению с первой. Таким образом, большая разница между эффективными длинами когерентности в нормальном металле и ферромагнетике позволяет выполнить условие $\xi_1<L<\xi_N$. В этом случае первая гармоника ТФЗ $A=A_N+A_F$ может быть малой, если A_N и A_F обладают

сравнимой величной и разным знаком, в то время как вторая гармоника $B \approx B_N$ будет отрицательной, таким образом, выполняя условия существования фазовой батареи.

Наиболее простой для «стартового» анализа и обсуждения свойств S-FN-S слабой связи является структура, представленная на Рисунке 6, *а*. Результаты численного моделирования показали, что характер изменения критического тока с увеличением длины L существенно зависит от толщины NF-прослойки d_N+d_F [А34]. В случае малых толщин ($d_N \sim d_F << \xi_N$) и высокой прозрачности границы за счет эффекта близости в F и N слоях формируется единый коллектив частиц, переносящих ток. В результате измеряемые характеристики перехода походят на характеристики SFS контакта с сильно разбавленным ферромагнетиком. Для такого ферромагнетика характерны очень большие значения эффективной длинны когерентности и пространственного периода осцилляций критического тока. Этот результат совпадает с предсказаниями аналитического рассмотрения для S-FN-S структуры в рамках линеаризованного уравнения Узаделя [А36].

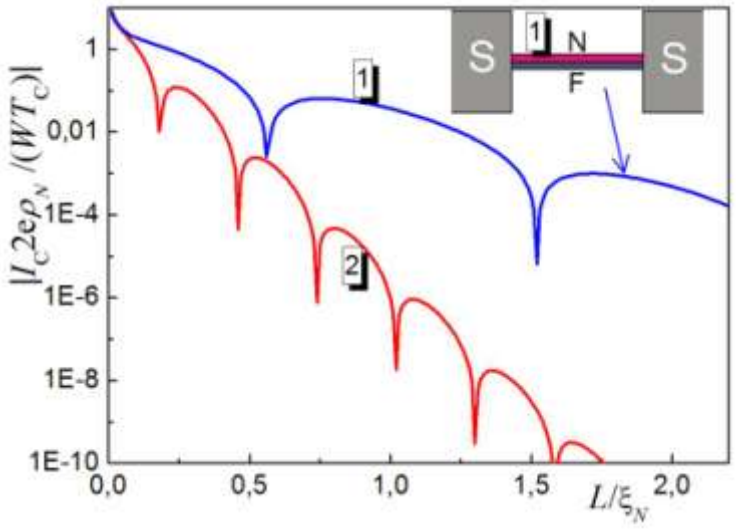
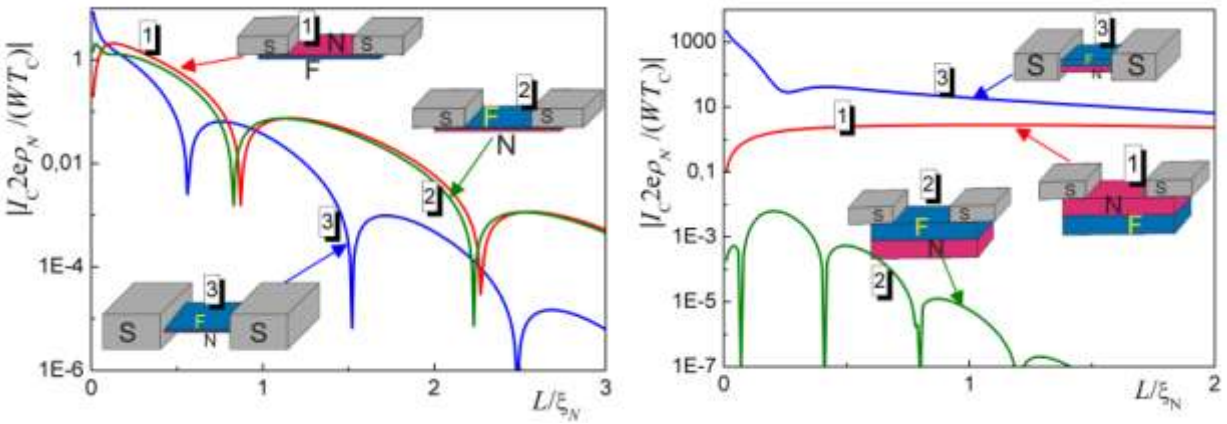


Рисунок 4.2.7 – Зависимость амплитуды критического тока I_C от расстояния между электродами L для SFS (2) и S-FN-S (1) структур в пределе малых толщин прослоек [А29]. Здесь $\xi_F = 0.1\xi_N$, $d_N/\xi_N = d_F/\xi_N = 0.01$, $\gamma_{BS} = 0.1$; $\gamma_{BNF} = 1$; $\rho_N = \rho_F$; $T = 0.7T_C$, H/ $T_C = 10$.

Если нормальный и ферромагнитный слои достаточно толстые ($d_N, d_F > \xi_N \sim 100$ нм), то существуют два почти независимых канала протекания тока: нормальный канал (ток I_N) и ферромагнитный канал (ток I_F). Эффект близости в этом случае будет работать только в небольшой области около NF границы (~0,1…0,5·ξ_N), уменьшающейся с уменьшением её прозрачности, и, следовательно, протекающий в этой области ток I_{NF} может быть относительно мал. В этом случае возможна даже ситуация, когда направления токов I_N и I_F в этих каналах противоположны, в результате чего осцилляции критического тока с увеличением

длины L становятся апериодическими, а область параметров, в которой критический ток через переход отрицателен (область существования π-контакта), практически исчезает. В отличие от работ, оперирующих с линеаризованным уравнением Узаделя, рассматриваемый здесь метод позволяет вычислять не только критический ток, но и ток-фазовые зависимости (ТФЗ) как для компонент I_N и I_F , так и для перехода в целом. На рисунке выше сплошной и штриховой линиями показаны поведения соответственно амплитуд первой (A) и второй (B) гармонических компонент ТФЗ перехода. Величина амплитуды второй гармоники B крайне мала и, поэтому, её роль пренебрежима всюду за исключением областей, где первая гармоника близка к нулю [А36].

Используя разработанную методику, можно объяснить результаты расчетов для случая, когда толщина d_F ферромагнитной прослойки заметно больше толщины d_N нормальной прослойки. Если расстояние L между сверхпроводящими электродами стремится к нулю, общая плотность тока будет определяться только барьерами на SN и SF границах и толщинами слоев. При близкой прозрачности барьеров транспортный ток в такой структуре течет преимущественно через ферромагнетик. С увеличением L ток I_F будет убывать быстрее, чем ток I_N, так как длина когерентности в магнитных средах существенно меньше, чем в нормальных металлах, и при определенной длине L_C амплитуды этих токов сравниваются [А34]. При дальнейшем увеличении L будет наблюдаться доминирование тока через N слой, и поэтому осцилляции полного критического тока I_C пропадут. Аналогичные рассуждения можно повторить отдельно для первой (A) и второй (B) гармоник ТФЗ.



(а) (б)

Рисунок 4.2.8 – Зависимость критического тока I_C от расстояния между электродами L для SNF-NF-FNS (1), SFN-FN-NFS (2) и S-NF-S (3) структур в пределах (а) тонких N и F-слоев ($d_N = d_F = 0.01\xi_N$); толстых N и F-слоев ($d_N = \xi_N$, $d_F = 3\xi_N$) [А29]. Здесь $\xi_F = 0.1\xi_N$, $\gamma_{BN} = \gamma_{BF} = \gamma_{BNF} = 0.1$; $\rho_N = \rho_F$; $T = 0.7T_C$, H/ $T_C = 10$.

Существенным недостатком рассмотренной S-FN-S структуры является сложность ее точной практической реализации. Показанные на Рисунках 6, *б* и *в*, структуры с первоначально формируемым би-слоем из N и F пленок, на который затем наносятся сверхпроводящие электроды, представляются удобными в этом отношении, однако их транспортные свойства обладают существенной спецификой. В случае малых толщин N- и F-слоев *(d_N~d_F<<ξ_N)* за счет эффекта близости в области слабой связи формируется единый коллектив частиц, переносящих ток, из-за чего измеряемые характеристики перехода походят на характеристики SFS контакта с сильно разбавленным ферромагнетиком. Причем перенос тока общим коллективом коррелированных квазичастиц не зависит от взаимного расположения нормального металла и ферромагнетика. В противоположном пределе (d_N~d_F>ξ_N) сформируются два отдельных почти независимых канала протекания тока, свойства которых определяются только материалом слоя, в котором сформирован канал. Эффект близости в этом случае будет проявляться в небольшой области около NF границы и в случае достаточно большого ее сопротивления может быть почти полностью подавлен. В этом пределе свойства SNF-NF-FNS (1) и SFN-FN-NFS (2) структур существенно различаются.

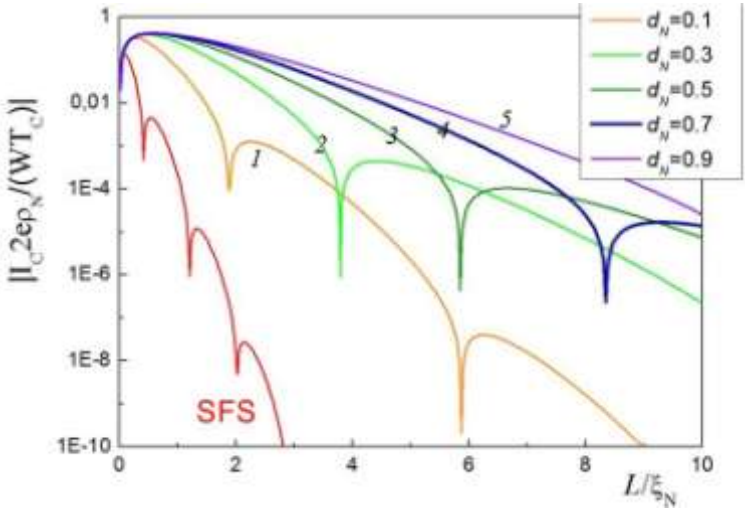


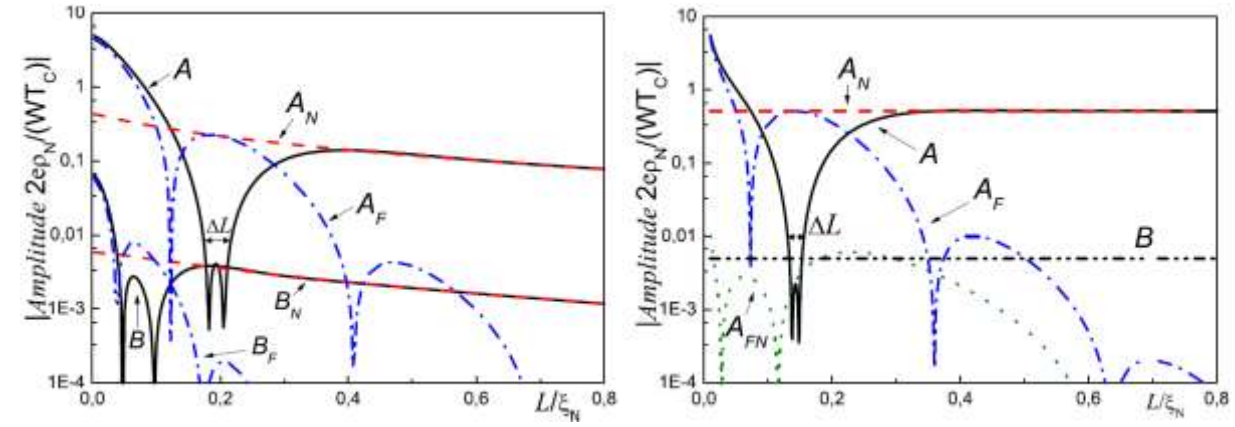
Рисунок 4.2.9 – Зависимость амплитуды критического тока I_C SFS сэндвича и S-FN-S структуры от расстояния между электродами L при разных толщинах N-прослойки [A29]. Параметры: $\xi_F = 0.1\xi_N$, $d_F/\xi_N = 0.5$, $\gamma_{BN} = \gamma_{BNF} = 0.1$, $\rho_N = \rho_F/10$, $T = 0.7T_C$, $H/T_C = 10$.

В случае, когда с S-электродами непосредственно контактирует N слой, основной ток будет локализован в N-канале. Если толщина приграничного слоя, в котором течет ток I_{NF}, относительно значима, возникают осцилляции полного критического тока, однако период этих осцилляций теперь намного больше, чем он был бы в случае только одного F-канала (слоя). Это позволяет формировать π-контакты с характерным напряжением, более высоким, чем у типичных SFS сэндвичей. Решение уравнения Пуассона для скалярного потенциала $\rho_{N,F}^{-1}\nabla^2 U = 0$ позволяет показать, что для разумных топологий нормальное сопро-

тивление растет с ростом расстояния L между S-электродами: $R_N \propto \rho L/(d_F + d_N)W$. Это дает оценку для характерного напряжения π-контакта: $V_C \propto \frac{T_C}{2e}\frac{L}{d_F + d_N}\exp\left(-\frac{L}{\xi_N}\right)$. При оптимальном подборе параметров структуры характерное напряжение V_C может достигать величины 0.5 мкВ.

Если с S-электродами контактирует непосредственно F-слой (Рисунок 6, *в*), то в этом случае возможно получение соизмеримых по величине токов через ферромагнитный и нормальный слои. Однако, поскольку ток в нормальную область попадает всегда через F слой, то есть проходит путь S-F-N-F-S, он приобретает черты, типичные для тока через ферромагнетик. В результате такая структура будет свойства близкие к свойствам SFS сэндвича, причем с неизбежно толстой F прослойкой.

Все интересные свойства, обнаруженные для показанного на Рисунке 6, *а* контакта, могут быть реализованы в топологии, которая изображена на Рисунке 6, *г*. Это достигается за счет того, что имеет место прямой контакт N-канала с S-электродами, причем эффективная длина этого канала близка к длине F-канала. В качестве примера ниже показана зависимость амплитуд первой и второй гармоник полного тока, а также токов I_N и I_F, для случая малого влияния эффекта близости на NF границе (осцилляции тока I_N отсутствуют).



(а) (б)

Рисунок 4.2.10 – (а) Первая *A* (сплошная линия) и вторая *B* гармоники в ТФЗ S-FN-S структуры в зависимости от расстояния между электродами *L*. Отдельно представлены расчитанные амплитуды гармоник в ТФЗ нормального (штриховая линия) и ферромагнитного (штрихпунктирная) каналов. Здесь $\xi_F = 0.1\xi_N$, $d_N/\xi_N = 0.1$, $d_F/\xi_N = 1.06$, $\gamma_{BN} = 0.1$; $\gamma_{BF} = 1$; $\gamma_{BNF} = 2$; $\rho_N = \rho_F$; $T = 0.7T_C$, $H/T_C = 10$. ΔL – область существования φ-контакта. (б) Результаты аналитического решения уравнения Узаделя для тех же параметров [А36]. Пунктирной линией показан вклад в общий ток от учета влияния наведенной сверхпроводимости в N-слое на слой фееромагнетика в би-канале.

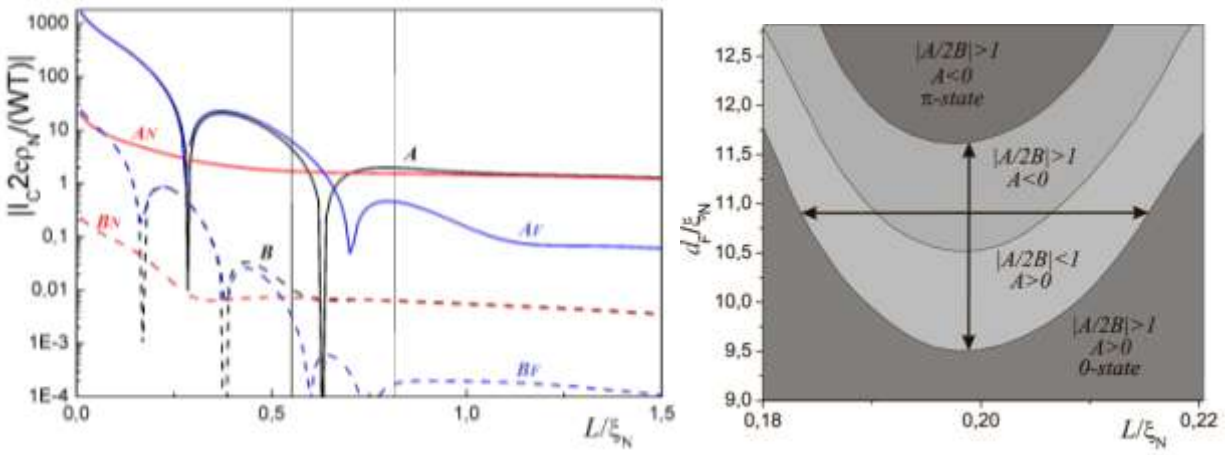
К сожалению, здесь – как и во всех джозефсоновских структурах с магнитной прослойкой – не слишком просто попасть в эксперименте в область параметров, где можно добиться изменения знака первой гармоники. Однако и тут помогает использование сложной прослойки: это техническое решение позволяет увеличить устойчивость упомянутой области к разбросу параметров в несколько раз. Действительно, если изменение знака первой гармоники происходит в точке, где токи через нормальный металл и ферромагнетик равны по модулю и противоположны по направлению, то это приводит к объединению окрестностей 0-π и π-0 переходов в одну относительно «большую» область параметров, где возможна реализации фазовой батареи [А36].

Поскольку период осцилляций критического тока и амплитуд гармоник ТФЗ с увеличением длины L может быть сделан достаточно большим для структур с FN би-каналом, диапазон ΔL, в котором ТФЗ имеет требуемый вид, также может быть достаточной величины для воспроизводимого формирование «φ-контактов».

Это соображение подтверждают приведенные ниже оценки. При использовании меди с длиной когерентности ρ_N = 100 нм в качестве нормальной прослойки (удельное сопротивление ρ_N примерно равно $5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) в качестве материала для F-канала можно взять сильно разбавленный ферромагнетик с длиной когерентности порядка ξ_F ~10 нм. В качестве такого слабого ферромагнетика можно использовать, например, сплав $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ с температурой Кюри для тонких пленок порядка 10 К [А38]. Сверхпроводящие электроды в первых экспериментальных реализациях гетероструктур с NF би-слоями были сформированы из алюминия с характерной критической температурой T_C = 1,21 К. Подстановка перечисленных величин в результаты численных расчетов позволяет оценить размеры структуры, на которых возможна реализация φ-контакта, а также допустимый диапазон их отклонений**:** расстояние между S-электродами L ~ 15 нм ± 5нм, толщина ферромагнетика d_F ~ 100 нм ± 40 нм, толщина нормального металла d_N > 50 нм. Положив ширину перехода W=140 нм, получим, что для φ-контакта критический ток примерно равен ~1 мА [А36].

С точки зрения проблем практической реализации предлагаемых фазовых батарей в составе блоков обработки сигнала в КШСС важно подчеркнуть:

и размеры структуры, и та точность, с которой эти размеры необходимо выдерживать лежат в области возможного для современной сверхпроводниковой технологии. Фазовая плоскость, позволяющая составить представление о требованиях на допустимый разброс параметров изготовления гетероструктур (выбрана структура на Рисунке 6, *а*), представлена на Рисунке 11, *б*.



(а) (б)

Рисунок 4.2.11 – (а) Распределение полного тока через S-FN-S структуру, показанную на рисунке 6*г*, по нормальному N (красным) и ферромагнитному F (синим) каналам в зависимости от расстояния между электродами *L*. Сплошной линией указаны первые гармоники с амплитудами *A*, штриховой – вторые, *B*. Здесь $\xi_F = 0.1\xi_N$, $d_N/\xi_N = 1$; $d_F/\xi_N = 2$, $\gamma_{BN} = \gamma_{BF} = \gamma_{BNF} = 0.1$, $\rho_N = \rho_F$; $T = 0.7T_C$, $H/T_C = 10$ [А36].

(б) (L, d_F) фазовая диаграмма для относительной величины второй гармоники $|2B/A|$ в S-FN-S структуре. Выделена светлым область относительно большой второй гармоники $|2B/A|>1$. Стрелками обозначена область объединения окрестностей 0-π и π-0 переходов. Здесь $\xi_F = 0.1\xi_N$, $d_N/\xi_N = 0.1$, $d_F/\xi_N = 1.06$, $\gamma_{BN} = 0.1$; $\gamma_{BF} = 1$; $\gamma_{BNF} = 2$; $\rho_N = \rho_F$; $T = 0.7T_C$, $H/T_C = 10$. ΔL – область существования φ-контакта.

Использование структур с NF би-каналом позволяет воспроизводимо формировать π-контакты с характерным напряжением, более высоким, чем у типичных SFS сэндвичей. Кроме того, структуры с NF би-каналом дают возможность реализации фазовых батарей, использование которых позволит, например, существенно оптимизировать конструкцию потоковых квантовых битов – базовых элементов для квантовых блоков КШСС – и существенно уменьшить чувствительность к флуктуациям прикладываемых к ним магнитных полей, увеличивая тем самым время потери когерентности.

Адекватность практических рекомендаций, полученных в рамках разработанного метода, подтверждает качественное совпадение с предсказаниями теории. Объединяя результаты численного и аналитического рассмотрения можно заключить, что для функционирования S-FN-S структуры с би-каналом в области слабой связи в качестве бистабильного элемента необходимо, чтобы толщины нормального и ферромагнитного слоев лежали в «нанометровом диапазоне». Как видим, такой джозефсоновский бистабильный элемент (фазовая батарея, для которой $\varphi_g = \pm\varphi$) окажется на порядок меньше известных на сегодняшний день прототипов, размеры которых составлют несколько микрометров.

4.3. Учет влияния неоднородностей в области слабой связи джозефсоновской гетероструктуры при проектировании ячеек различных блоков в системах приема и обработки сигнала

Чрезвычайно важным с практической точки зрения представляется обобщение сформулированных выше принципов анализ транспорта заряда через продольно ориентированные би-слои из нормального металла и ферромагнетика на случай большого количества таких FN-границ, ориентированных вдоль направления протекания сверхтока. Действительно, в реальности при изготовлении достаточно компактной гетероструктуры неоднородность используемых материалов (в первую очередь при создании области слабой связи) будет оказывать существенное влияние на специфику переноса заряда. С этой точки зрения проводимые исследования крайне важны для решения задачи оптимизации свойств субмикронных джозефсоновских контактов с ферромагнитными прослойками, содержащими достаточно большое количество, например, включений «нормального» металла.

Не менее важен для нас и переход к анализу максимально реалистичных моделей F-слоев, включив в рассмотрение учет существования доменной структуры. Актуальность этой частной задачи наглядно подчеркивает существование до сих пор не устраненных до конца расхождений между результатами экспериментов и теоретическими моделями, игнорирующими существование доменных границ в области слабой связи.

Стоит вспомнить, что свойства джозефсоновских SFS структур зависят от величины действительной и мнимой частями введенной выше комплексной длины когерентности ξ (далее будем полагать, что в общем случае $\xi^{-1} = \xi_1^{-1} + i\xi_2^{-1}$) в сравнении с геометрическими размерами области слабой связи [1-10].

Причем в F-материалах в грязном пределе, когда нормированная обменная энергия H существенно превышает критическую температуру πT_C, действительная и мнимая части должны совпадать: $\xi_1 \approx \xi_2$. Но в реально существующих структурах это совершенно не так. Обычно значительное отличие между значениями ξ_1 и ξ_2 объясняют наличием сильного парамагнитного рассеяния с переворотом спина и выходом за рамки применимости «грязного предела» и уравнений Узаделя [12, 13]. Но недавно было показано [A47], что к такому же эффекту может привести и существование доменных стенок в ферромагнитном слое, а в ряде важных частных случаев само определение эффективных длин когерентности в структуре должно быть пересмотрено.

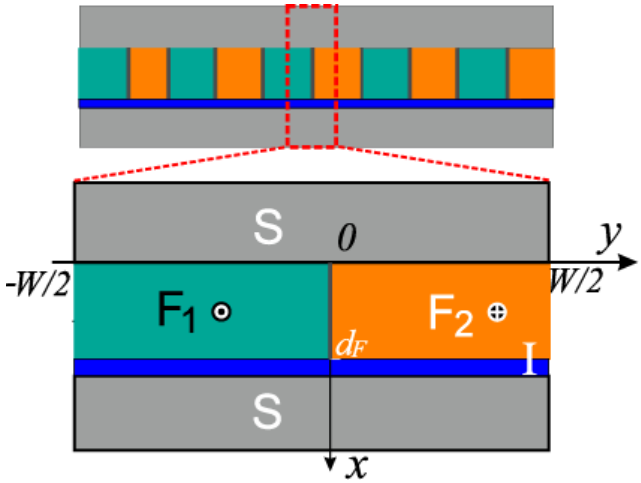


Рисунок 4.3.1– Топология рассматриваемой SIFS структуры в целом и её «элементарной ячейки» (в увеличнном масштабе) [A47].

Оптимизируем и конкретизируем описанную в предыдущем параграфе методику анализа токового транспорта, уточняя при необходимости используемые понятия и обозначений. Будем рассматривать для определенности модельную структуру, схематически изображенную на рисунке и состоящую из сверхпроводникового электрода S, напыленного на этот электрод изолятора I, слоя магнитного материала F и «верхнего» сверхпроводящего электрода S. Пусть F-слой толщиной d_F разделен на отдельные домены шириной W с антипараллельным направлением намагниченности для «соседей». За счет периодичности структуры можно без потери общности рассмотреть лишь её сегмент, выделенный на иллюстрирующем Рисунке 1 и состоящий из двух половин доменов и доменной стенки. Также полагаем, что все материалы структуры являются грязными, эффективная константа электронно-фононного спаривания равна нулю в N- и F-материалах, а температура системы T достаточно близка к критической температуре электродов (или параметры подавления на SF границах $\gamma_{BS} = R_{BS}A_{BN}/\rho_F\xi_F$ достаточно велики) для того, чтобы использовать линеаризованные уравнения Узаделя. Доменная стенка характеризуется параметрами подавления $\gamma = 1$ и $\gamma_{BF} = R_{BF}A_{BF}/\rho_F\xi_F$. R_{BS}, R_{BF} и A_{BN}, A_{BF} – сопротивления и плолащади SF и F_1F_2 границ, ξ_S и $\xi_F = (D_F/2\pi T_C)^{1/2}$ – длины когерентности, ρ_S и ρ_F – удельные сопротивления, а D_F – коэффициент диффузии в ферромагнетике.

При выполнении этих условий анализ наведенных сверхпроводящих корреляций в область слабой связи SIFS гетероструктуры $(0 \le x \le d_F)$ в рамках разработанной функциональной методики сводится к решению линеаризованных уравнений Узаделя

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right\}F_F-\tilde{\Omega}_+F_F = 0, 0\le y\le\frac{W}{2},$$
$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right\}F_F-\tilde{\Omega}_-F_F = 0, -\frac{W}{2}\le y\le 0,$$

где $\Omega=\omega/\pi T_C, \tilde{\Omega}_\pm=|\Omega|\pm ih\cdot sgn(\Omega)$, $h=H/\pi T_C$, $\omega=\pi T(2n+1)$ – мацубаровская частота. Пространственные координаты в рамках решения данной задачи кажется разумным нормировать на характерную длину «затухания сверхпроводимости» в ферромагнетике ξ_F. Оси x, y и начало координат также указаны на Рисунке 1.

Уравнения Узаделя в рамках данной методики снова замыкаютя граничными условиями Куприянова-Лукичева в виде:

$$\gamma_{BS}\frac{\partial}{\partial x}F_F=-G_0\frac{\Delta}{\omega}, x=0, -\frac{W}{2}\le y\le\frac{W}{2},$$
$$\frac{\partial}{\partial x}F_F=0, x=d_F, -\frac{W}{2}\le y\le\frac{W}{2}.$$

На FF границе $(y=0, 0\le x\le d_F)$ и в центре доменов $(y=\pm W/2, 0\le x\le d_F)$ также имеем

$$\gamma_{BF}\frac{\partial}{\partial y}F_F(x,+0)=F_F(x,+0)-F_F(x,-0),$$
$$\frac{\partial}{\partial y}F_F(x,+0)=\frac{\partial}{\partial y}F_F(x,-0),$$
$$\frac{\partial}{\partial y}F_F(x,\frac{W}{2})=\frac{\partial}{\partial y}F_F(x,-\frac{W}{2})=0.$$

Здесь $G_0=\omega/\sqrt{\omega^2+\Delta^2}$, Δ – модуль параметра порядка в сверхпроводящих электродах. Критическая плотность тока J_C для SIFS структуры определяется сверхпроводящими корреляциями *s*-типа на IF границе:

$$\frac{eJ_CR_N}{2\pi T_C}=\frac{T}{WT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0\Delta}{\omega}\Phi(y),$$

где $\Phi(y)=(F_{F,+\omega}(d_F,y)+F_{F,-\omega}(d_F,y))/2$, и полный ток I_C могут быть получены из интегрирования $J_C(y)$ по всей ширине контакта (R_N – нормальное сопротивление перехода):

$$\frac{eI_CR_N}{2\pi T_C}=\frac{T}{WT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0\Delta}{\omega}\int_{-W/2}^{W/2}\Phi(y)dy.$$

Далее, для контроля адекватности получаемых из численного решения результатов, приведем основные вехи аналитического рассмотрения указанной задачи [13].Такое

исследование эффективно двумерной краевой задачи для слоя ферромагнетика $(0 \le x \le d_F)$ разумно построить на разложении искомых гриновских функций в ряд Фурье

$$F_F(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(y)\cos\frac{\pi n x}{d_F}, 0 \le y \le \frac{W}{2},$$

$$F_F = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n(y)\cos\frac{\pi n x}{d_F}, -\frac{W}{2} \le y \le 0,$$

где введены обозначения

$$A_n(y) = \frac{Z}{q_+^2} + a_n \cosh(q_+\left(y - \frac{W}{2}\right)),$$

$$B_n(y) = \frac{Z}{q_-^2} + b_n \cosh(q_-\left(y + \frac{W}{2}\right)),$$

$$a_n = -\left[\frac{1}{q_+^2} - \frac{1}{q_-^2}\right]\frac{Zq_-S_-}{\delta}, q_\pm = \sqrt{\tilde{\Omega}_\pm + \left(\frac{\pi n}{d_F}\right)^2},$$

$$b_n = \left[\frac{1}{q_+^2} - \frac{1}{q_-^2}\right]\frac{Zq_+S_+}{\delta}, Z = \frac{\Delta G_0}{\gamma_{BS} d_F \omega},$$

$$\delta = q_-q_+\gamma_{BF}S_+S_- + q_-C_+S_- + q_+S_+C_-,$$

$$C_\pm = \cosh(\frac{q_\pm W}{2}), S_\pm = \sinh(\frac{q_\pm W}{2}).$$

Важные в данном случае функции мацубаровских частот для $x = d_F$ являются четными, $q_-(-\omega) = q_+(\omega)$, что дает решения вида:

$$\Phi(y \ge 0) = \frac{Z}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\left[\frac{1}{q_+^2} + \frac{1}{q_-^2} - \left[\frac{1}{q_+^2} - \frac{1}{q_-^2}\right]\frac{\delta_+}{\delta}\right],$$

$$\Phi(y \le 0) = \frac{Z}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\left[\frac{1}{q_+^2} + \frac{1}{q_-^2} - \left[\frac{1}{q_+^2} - \frac{1}{q_-^2}\right]\frac{\delta_-}{\delta}\right],$$

$$\delta_\pm = q_-S_-\cosh(q_+\frac{2y \mp W}{2}) - q_+S_+\cosh(q_-\frac{2y \mp W}{2}).$$

Для экспериментально измеримой величины критического тока

$$\frac{eI_CR_N}{2\pi T_C} = \frac{T}{2WT_C}\sum_{\omega>0}\frac{ZG_0\Delta}{\omega}S(\omega),$$

$$S(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\left[\frac{W}{q_+^2} + \frac{W}{q_-^2} - \frac{2S_-S_+\left(q_-^2 - q_+^2\right)^2}{\delta q_+^3 q_-^3}\right]$$

можно прийти к представлению в виде суммы всего из двух слагаемых, отвечающих

(i) за вклад в транспорт заряда от независимых доменов

$$\frac{eI_{C1}R_N}{2\pi T_C} = \frac{T}{T_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS}\omega^2} * Re\frac{1}{\sqrt{\tilde{\Omega}_+}\sinh\left(d_F\sqrt{\tilde{\Omega}_+}\right)},$$

(ii) за вклад в транспорт заряда от доменной стенки

$$\frac{eI_{C2}R_N}{2\pi T_C} = \frac{4h^2T}{Wd_FT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS}\omega^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^n S_- S_+}{q_+^3 q_-^3\delta}$$

Отметим здесь принципиальное сходство с результатом для «однодоменной» SIFS структуры [14-16], подтверждающее отсутствие зависимости в рассматриваемом пределе критического тока от взаимной ориентации коллинеарных векторов намагниченности в доменах.

В пределе больших значений параметра подавления на границе между доменами $\gamma_{BF} >> \max\left\{1,(Wq_\pm)^{-1}\right\}$ выражение для вклада от доменной стенки заметно трансформируется:

$$\frac{eI_{C2}R_N}{2\pi T_C} = \frac{4h^2T}{Wd_FT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BF}\gamma_{BS}\omega^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^n}{q_+^4 q_-^4}.$$

Интересующий нас ряд может быть найден аналитически при помощи теории вычетов:

$$\frac{eI_{C2}R_N}{2\pi T_C} = \frac{2hT}{WT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BF}\gamma_{BS}\omega^2}S_1,$$

$$S_1 = Re\left[\frac{i}{\tilde{\Omega}_+^{3/2}}\left(\frac{1}{\cosh\left(d_F\sqrt{\tilde{\Omega}_+}\right)}+\frac{d_F\sqrt{\tilde{\Omega}_+}}{\sinh\left(d_F\sqrt{\tilde{\Omega}_+}\right)}\right)\right].$$

Из этого выражения следует, что и в данном пределе характерные пространственные масштабы для затухания сверхпроводящих корреляций в области слбой связи ξ_1, ξ_2 отвечают случаю «однодоменной» SIFS структуры ($I_{C2} \sim (\gamma_{BF}W)^{-1}$).

Для случая малого подавления $\gamma_{BF} << \max\left\{1,(Wq_\pm)^{-1}\right\}$ имеем

$$\frac{eI_{C2}R_N}{2\pi T_C} = \frac{8h^2T}{Wd_FT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS}\omega^2}S_2,$$

$$S_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^n S_- S_+}{q_+^3 q_-^3\left(q_- C_+ S_- + q_+ S_+ C_-\right)}.$$

Здесь для широких доменов $W >> Re(q_\pm)$

$$\frac{eI_{C2}R_N}{2\pi T_C} = \frac{4h^2T}{Wd_FT_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS}\omega^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-1)^n}{q_+^3 q_-^3\left(q_- + q_+\right)},$$

вклад доменной стенки в критический ток уменьшается как W^{-1}, а подавление наведенной сверхпроводимости происходит на размерах порядка ξ_1.

Наконец, в пределе тонких доменов, когда $W << Re(q_{\pm})$, представление критического тока как суммы слагаемых I_{C1} и I_{C2} не имеет смысла, и общий критический ток равен:

$$\frac{eI_C R_N}{2\pi T_C} = \frac{T}{2T_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS} d_F \omega^2} S_3,$$

$$S_3 = \sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\left[\frac{\left(q_-^2+q_+^2\right)\gamma_{BW}+4}{\left(q_-^2 q_+^2\gamma_{BW}+q_-^2+q_+^2\right)}\right],$$

где введен новый эффективный параметр подавления $\gamma_{BW} = \gamma_{BF} W/2$. Очевидно, что для $\gamma_{BW} >> 1$ $I_C = I_{C1}$, в то время как в пределе $\gamma_{BW} \to 0$ из критический ток равен

$$\frac{eI_C R_N}{2\pi T_C} = \frac{T}{T_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS}\omega^2\sqrt{\Omega}\sinh\left(d_F\sqrt{\Omega}\right)},$$

не зависит от величины обменной энергии и уменьшается с ростом d_F на характерных длинах SINS контактов.

Рассматриваемый предел особенно интересен, так как именно здесь стоит ожидать для антипараллельной намагниченности малых доменов усреднения эффективного обменного поля с приближением длины подавления сверхпроводящих корреляций к значениям, характерным для немагнитного металла N: $\xi_F = \sqrt{D_F/2\pi T_C}$.

Для произвольных значений γ_{BW} по аналогии с найденными выше аналитическими выражениями для рядов можно получить выражение для критического тока в виде

$$\frac{eI_C R_N}{2\pi T_C} = \frac{T}{2T_C}\sum_{\omega>0}\frac{G_0^2\Delta^2}{\gamma_{BS}\omega^2}\frac{\gamma_{BM}}{\sqrt{1-\gamma_{BM}^2 h^2}} S_4,$$

$$S_4 = \frac{q}{\sqrt{\Omega+p}\sinh\left(d_F\sqrt{\Omega+p}\right)} - \frac{p}{\sqrt{\Omega+q}\sinh\left(d_F\sqrt{\Omega+q}\right)},$$

$$p = \frac{1-\sqrt{1-\gamma_{BW}^2 h^2}}{\gamma_{BW}}, q = \frac{1+\sqrt{1-\gamma_{BW}^2 h^2}}{\gamma_{BW}}.$$

Для $\gamma_{BW} h \le 1$ сверхпроводящие корреляции *s*-типа (с нулевым моментом импульса куперовских пар) экспоненциально убывают внутри проводящей слабой связи без осцилляций, причем здесь есть два характерных масштаба для такого подавления: $\xi_{11} = \xi_F(\Omega+p)^{-1/2}$, $\xi_{12} = \xi_F(\Omega+q)^{-1/2}$. При величине γ_{BW}, стремящейся к нулю, ξ_{11} стремится к значению $\xi_F\Omega^{-1/2}$ для SINS структуры, в то время как ξ_{12} обращается в ноль. С ростом γ_{BW}, ξ_{11} уменьшается, в то время как ξ_{12} растет, пока они не «сойдутся» на значении

$\xi_{11} = \xi_{12} = \xi_F(\Omega + h)^{-1/2}$ при $\gamma_{BW} h = 1$. Дальнейший рост параметра $\gamma_{BW} h$ ведет к появляению затухающих осцилляций критического тока как функции толщины F-слоя.

Важнейшим результатом приведенного здесь для примера аналитического рассмотрения является следующее выражение:

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{\sqrt{\gamma_{BW}^2 h^2 - 1}}{\sqrt{(\gamma_{BW}\Omega + 1)^2 + \gamma_{BW}^2 h^2 - 1} + \Omega\gamma_{BW} + 1}.$$

Как видим, действительная и мнимая части комплексной длины когерентности ξ в общем случае не обязаны быть соизмеримыми, их отношение монотонно растет при изменении величины $\gamma_{BW} h$ от нуля до единицы, пока не достинет в пределе очень широких доменов ($\gamma_{BW} \to \infty$) значения, полученного для случая SIFS контакта с однодоменным ферромагнетиком:

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{h}{\left(\sqrt{\Omega^2 + h^2} + \Omega\right)}.$$

Это и позволяет объяснить результаты экспериментальных работ по определению вида зависимости $I_C(d_F)$ в туннельных контактах рассматриваемого типа.

Для произвольных толщин магнитных доменов поведение зависимостей $I_C(d_F)$ было исследовано численно при помощи методов, подробно разобранных в предыдущем параграфе. Для примера представлены расчтеы величины критического тока для $H = 10\pi T_C$, $\gamma_{BF} = 0$ и набора значений нормированной величины W/ξ_F.

Как видим, величина I_C монотонно убывает с ростом толщины F-слоя для размеров домена W, не превышающих некоторой критической величины, которая в данном случае оказалась равна $0.78\xi_F$, а далее происходит переход к «осциллирующему» виду $I_C(d_F)$.

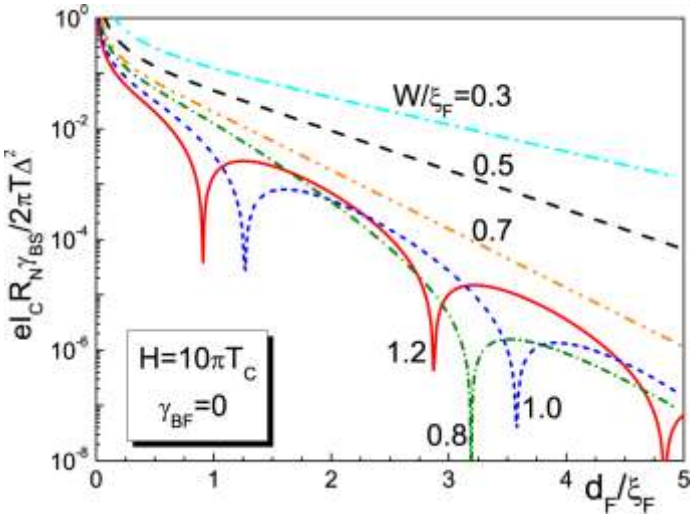


Рисунок 4.3.2 – Зависимость критического тока I_C от расстояния между электродами для $T = 0.5T_C$, $H/T_C = 10\pi$ и разных размеров домена W [A47].

Важный для экспериментальной реализации базовых джозефсоновских элементов КШСС итог можно сформулировать следующим образом: полученные в ряде численных моделирований кривые были для удобства последующей оптимизации SIFS контактов аппроксимированы общей «инвариантной» функцией

$$I_C(d_F) = A\exp(-d_F/\xi_1)\cos(d_F/\xi_2 + \tilde{\varphi}).$$

На первом шаге определения адекватной аппроксимационной модели удобно найти величину ξ_2 из «позиций» первого, d_{F1}, и второго, d_{F2}, переходов между 0- и π-состояниями как

$$\xi_2 = (d_{F2} - d_{F1})/\pi .$$

На втором шаге необходимо определить фазу всей аппроксимационной функции из условия равенства критического тока нулю в точке 0-π перехода $I_C(d_{F1}) = 0$.

$$\tilde{\varphi} = \pi/2 - d_{F1}/\xi_2$$

На третьем шаге – характерную длину затухания ξ_1 из отношения абсолютных значений критического тока, взятых для в двух точках с одинаковой фазой $\tilde{\varphi}$:

$$\xi_1 = \pi\xi_2 \ln\left[\frac{I_C(d_{F1} + \xi_2\pi/2)}{I_C(d_{F2} + \xi_2\pi/2)}\right].$$

Наконец, нормировочная константа A

$$A = \frac{I_C(d_{F1} + \xi_2\pi/2)}{\exp(-d_F/\xi_1)\cos(d_F/\xi_2 + \varphi)}$$

вычислялась прямым расчетом величины критического тока в определенной точке между $0\text{-}\pi$ переходами на зависимости $I_C(d_F)$.

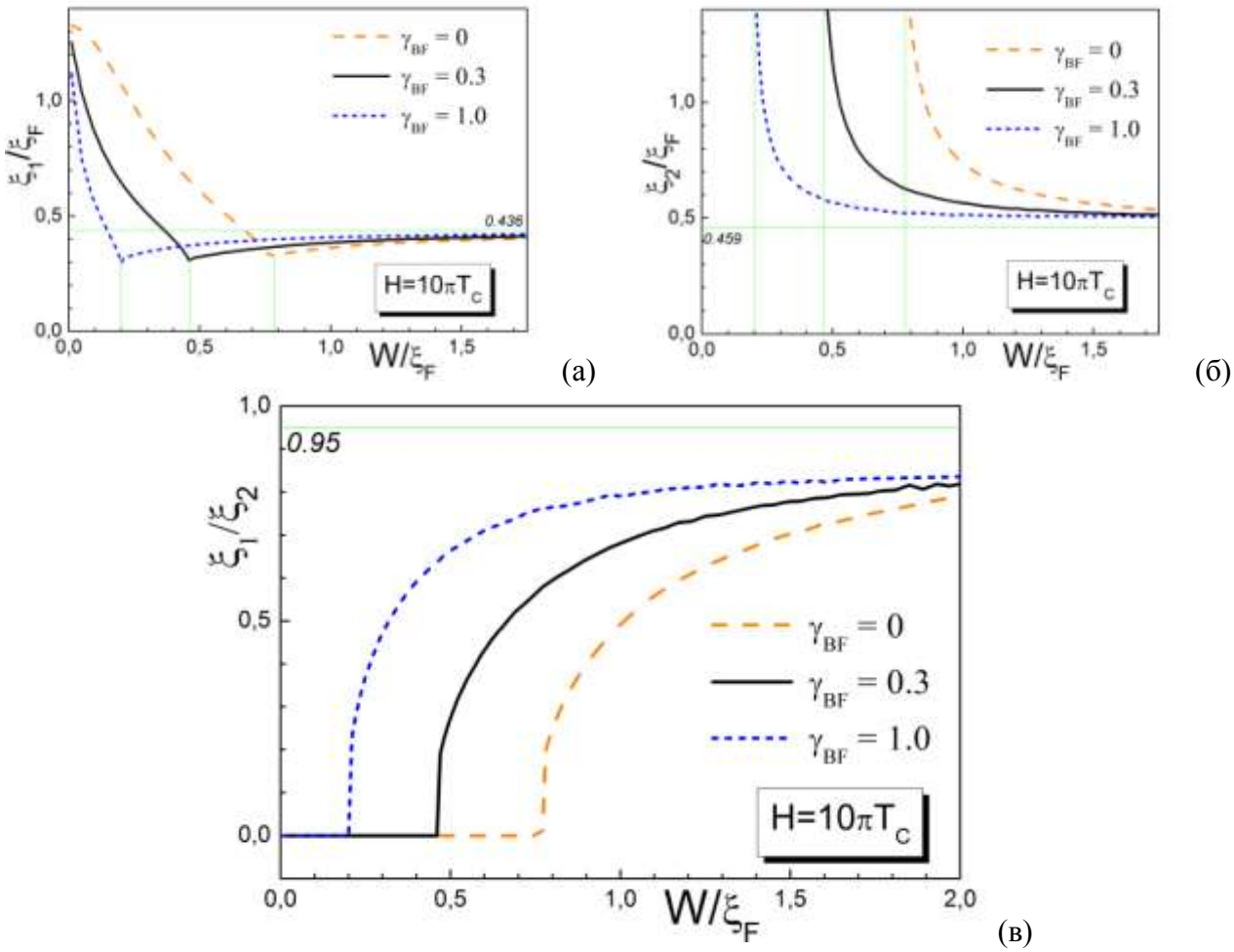


Рисунок 4.3.3 – Характерные размеры ξ_1 , ξ_2 и их отношение для $T = 0.5T_C$, $H/T_C = 10$ и разных параметров подавления на доменной стенке [А47].

Если толщина F-слоя при которой наблюдался второй 0-π переход превышала величину $10\,\xi_F$, то тогда использовалась более простая аппроксимационная функция

$$I_C(d_F) = A\exp(-d_F/\xi_1).$$

Результаты построения критически важной с практической точки зрения аппроксимационной модели представлены на рисунках ниже, изображающих зависимости характерных длин ξ_1, ξ_2 и их отношения ξ_1/ξ_2 от размера домена. Расчеты проводились при $T = 0.5T_C$, $H = 10\pi T_C$ и разных параметрах подавления на F_1F_2 границе: $\gamma_{BF} = 0;0.3;1$. Тонкие вертикальные линии на Рисунке 3 показывают, когда происходит переход от «режима» монотонного убывания функции $I_C(d_F)$ к затухающим осцилляциям последней. Тонкие горизонтальные линии показывают, к каким значениям стремятся ξ_1, ξ_2 на бесконечности, что соответствует длинам затухания для «однодоменной» SIFS структуры с обменной энергией $H = 10\pi T_C$ при температуре $T = 0.5T_C$.

Также огромный интерес представляет перенос подходов, эффективность которых наглядно продемонстриована в настоящей главе, на описание процессов токопереноса в более сложных стековых структурах, где вместо одного магнитного слоя с массивным сверхпроводящим электродом контактирует набор нормальных (сверхпроводящих) и магнитных слоев. Важная особенность таких стеков – возможность реализации концепции «эффективного обмена», когда управляя взаимной ориентацией намагниченности F-слоев, мы резко меняем пространственные масштабы, на которых проникают за пределы сверхпроводника куперовские пары. Суть интересующих нас с точки зрения реализации элементов КШСС физических процессов разберем на примере модельной задачи, в которой S-слой контактирует с набором «антиферромагнитно упорядоченных» слоев, границы которых, равно как вектора намагниченности **M*i***, параллельны поверхностям сверхпроводящих электродов.

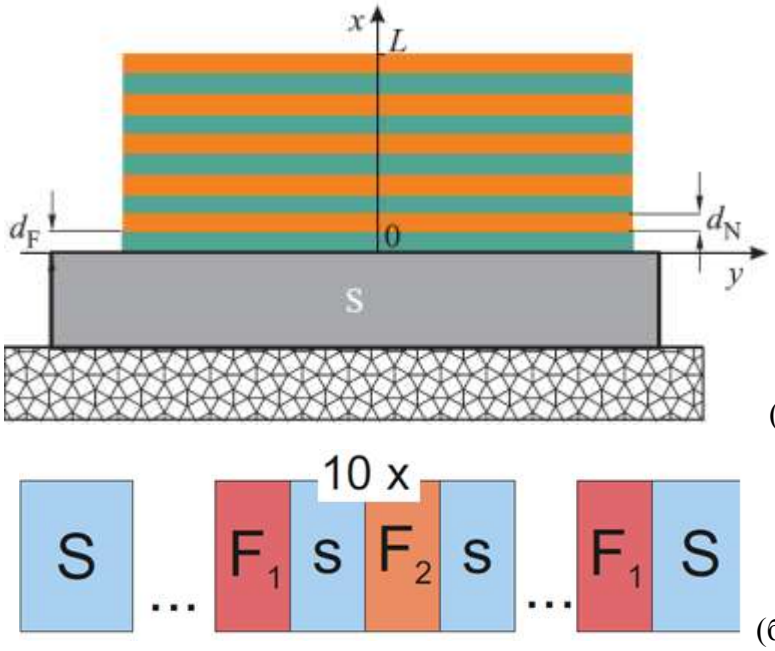


Рисунок 4.3.4 – (а) Схематическое изображение рассматриваемой стековой структуры и (б) её модернизация с магнитной сверхрешеткой в области слабой связи, перспективная для практических применений.

В данном случае, на первом шаге применения разработанной методики, привычные уже уравнения Узаделя для модифицированных функций вместе с уравнением самосогласования представим как

$$\xi_F^2 \frac{\pi T_c}{\tilde{\omega}_k G_{Fk}} \frac{\partial}{\partial x}\left[G_{Fk}^2 \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{Fk} \right] - \Phi_{Fk} = 0,$$

$$\Delta \ln \frac{T}{T_C} + \pi T \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\Delta}{|\omega|} - \frac{1}{\omega} \Phi_S G_S \right) = 0,$$

Φ_S, Φ_{Fk} – аномальные функции Грина в S и F пленках, $G_{Fk} = \tilde{\omega}_k / \sqrt{\tilde{\omega}_k^{\,2} + \Phi_{Fk}(\omega)\Phi^*_{Fk}(-\omega)}$,

$G_S = \omega / \sqrt{\omega^2 + \Phi_S(\omega)\Phi^*_S(-\omega)}$, $\tilde{\omega}_k = \omega + iH_k$. H_k – обменная энергия в k-том F-слое,

$\xi_F = \sqrt{D_F / 2\pi T_c}$ и D_F – длины когерентности и коэффициенты диффузии в F пленках.

Граничные условия на SF границе ($x = 0$) имеют вид

$$\frac{\xi_S G_S^2}{\omega}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_S = \gamma_S \frac{\xi_F G_{Fk}^2}{\tilde{\omega}_k}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_{Fk},$$

$$\gamma_{BS}\frac{\xi_{F1} G_{F1}}{\tilde{\omega}}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_{F1} = -G_S\left(\frac{\Phi_S}{\omega} - \frac{\Phi_{F1}}{\tilde{\omega}_1}\right),$$

где $\gamma_S = \rho_S \xi_S / \rho_F \xi_F$ и $\gamma_{BS} = R_{BS} A_{BS} / \rho_F \xi_F$ – традиционно используемые в программном комплексе параметры подавления, R_{BS} и A_{BS} – сопротивление и площадь SF границы. На $F_{k1}F_{k2}$ границах граничные условия представимы в виде

$$\frac{\xi_F G_{Fk1}^2}{\tilde{\omega}_{k1}}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_{Fk1} = \gamma \frac{\xi_F G_{Fk2}^2}{\tilde{\omega}_{k2}}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_{Fk2},$$

$$\gamma_B \frac{\xi_F G_{Fk2}^2}{\tilde{\omega}_k}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_{Fk2} = \frac{\gamma_B}{\gamma}\frac{\xi_F G_{Fk1}^2}{\tilde{\omega}_{k1}}\frac{\partial}{\partial x}\Phi_{Fk1} =,$$

$$= \pm G_{Fk2} G_{Fk1}\left(\frac{\Phi_{Fk1}}{\tilde{\omega}_{k1}} - \frac{\Phi_{Fk2}}{\tilde{\omega}_{k2}}\right)$$

$$\gamma_B = R_B A_B / \rho_F \xi_F, \quad \gamma = \rho_F \xi_F / \rho_F \xi_F,$$

$$x = L = n(d_F) \rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\Phi_F = 0.$$

Здесь снова для простоты полагаем $\gamma = 1$; $\gamma_B = R_B A_B / \rho_F \xi_F$, R_B и A_B – сопротивление и площадь границ между слоями ферромагнетика (нормального металла).

Функции Φ_S, Φ_{Fk} – решения основной граничной задачи разработанного метода – являются комплексными; из основ квантовой механики вытекает, что в безтоковом состоянии параметр порядка Δ является функцией действительной. Тогда из уравнения самосогласования и граничных условий следуют требования на симметрию гриновских функций

$$\Phi_S(\omega) = \Phi^*_S(-\omega),$$

$$\Phi_{Fk}(\omega) = \Phi^*_{Fk}(-\omega),$$

позволяющие ограничиться поиском решений лишь для положительных ω.

При произвольных значениях параметров стековая структура исследовалась при помощи разработанной методики. При заданной постановке проблемы наиболее

информативным оказалось вычисление функции Узаделя $Re(F_1)$ для первой мацубаровской частоты $(\omega = \pi T, n = 0)$: это позволяло при минимальных затратах машинного времени охарактеризовать специфику проникновения сверхпроводящих корреляций в многослойную структуру, состоящую из набора слоев нормальных и ферромагнитных материалов. При всех вычислениях для простоты считалось, что слои имеют одинаковые толщины, $\xi_N = \xi_F = \xi,$, параметры подавления на всех границах одинаковы, то есть $\gamma_S = \gamma = 1$ и $\gamma_{BS} = \gamma_B$, температура $T = 0.5T_C$.

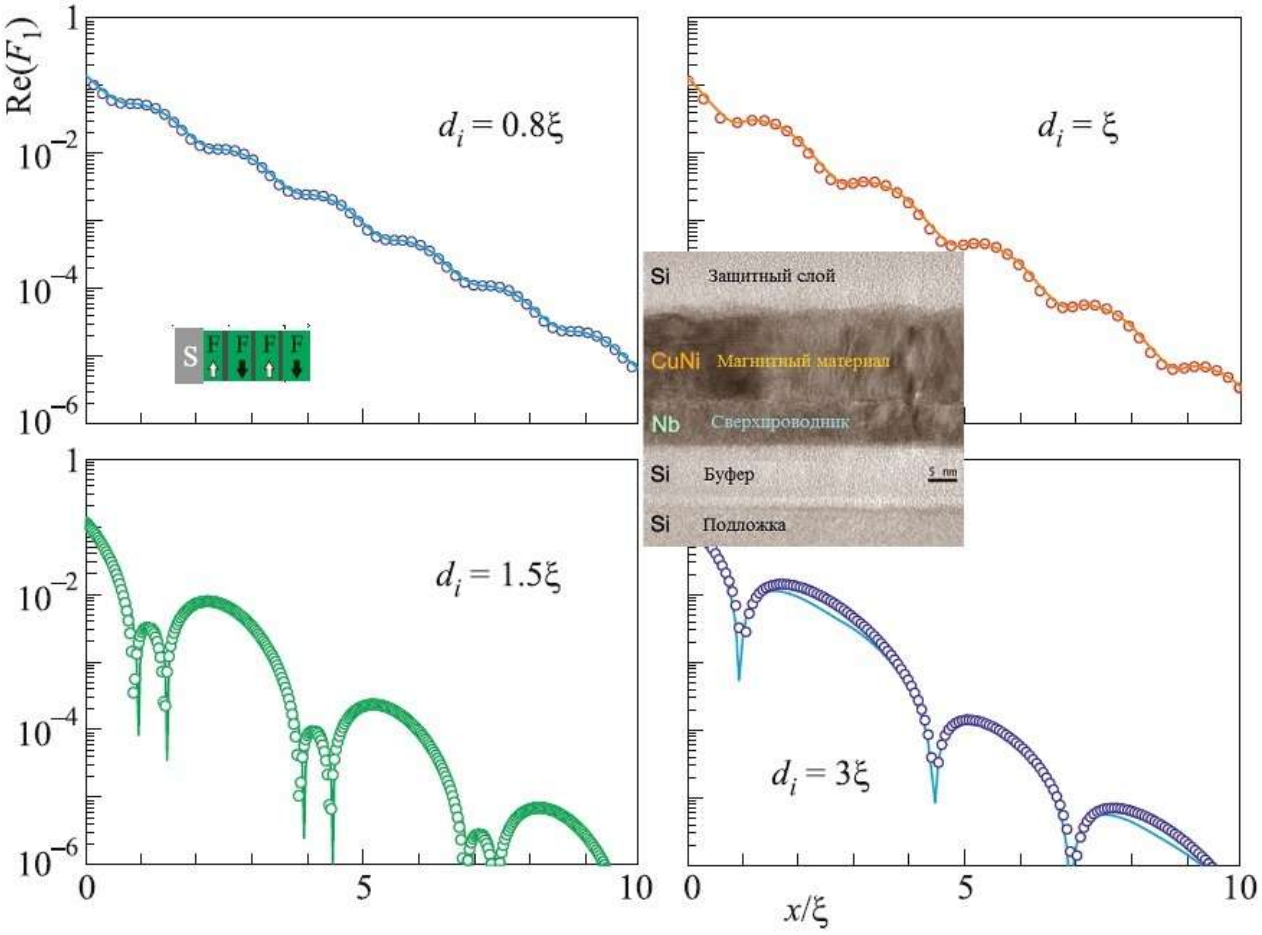


Рисунок 4.3.5 – Аппроксимация результатов имитационного моделирования характеристик джозефсоновской стековой структуры (сто ферромагнитно упорядоченных слоев) для различных толщин одного слоя [A51]. На вставке приведено изображение в просвечивающем электронном микроскопе поперечного среза простейшего прототипа (SF-бислоя), изготовленного в Институте Электронной Инженерии и Нанотехнологий при Академии Наук РМ.

Оказалось, что при антиферромагнитной ориентации векторов намагниченности F-слоев имеет место практически полная компенсация действия обменного поля на куперовские пары, и характер «затухания» сверхпроводящих корреляций за пределами массивного сверхпроводника оказывается таким же, как и в многослойной SNN..N

структуре. Но главное – опять все полученные кривые оказалось возможно аппроксимировать общей функцией функцией вида [A51]

$$\Psi(x) = \exp\left(-\frac{x}{\xi_1}\right)\left(\tilde{A} + \tilde{B}\cos\left(\frac{x}{\xi_2} + \varphi\right)\right).$$

Такой подход эквивалентен предположению о существовании двух параллельных каналов наведения сверхпроводимости в рассматриваемую многослойную структуру. Первый из каналов описывает «неосциллирующая часть» и доминирует при малых толщинах используемого магнитного материала, когда куперовские пары (состоящие из электронов с противоположными спинами) эффективно усредняют действующее на них обменное поле. С ростом тощины отдельного слоя этот канал проникновения сверхпроводящих корреляций за пределы S-слоя начинает подавляться. Второй канал образован куперовскими парами, локализованными в одной из многочисленных F-пленок. Тогда эффективное обменное поле такой пленки разрушает пары, давая осциллирующий затухающий вклад в аппроксимационную функцию.

Для нахождения параметров аппроксимации $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, φ, ξ_1 и ξ_2 был разработан простой алгоритм. На первом шаге этого алгоритма определяются координаты x_i, $i = 0,1..$ экстремумов функций $Re(F_1)$, а затем определяются обсуждавшиеся выше пространственные масштабы ξ_1 и ξ_2 из условий

$$\xi_2 = \frac{(x_1 - x_3)}{2\pi},\ \xi_1 = \frac{2\pi\xi_2}{\ln\left(F(x_1)/F(x_2)\right)}.$$

На втором шаге из условия на производную функции $\Psi(x)$ в точках экстремумов:

$$-\frac{A}{B\sqrt{1+\xi_1/\xi_2}} = \sin\left(\frac{x_i}{\xi_2} + \varphi + \chi\right),\quad \chi = \arccos(\xi_1/\sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}).$$

$$\varphi = -\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x_1 + x_2}{2\xi_2} + \chi\right).$$

На третьем шаге нужно учесть, что в точках с координатами $x_{mid} = (x_1 + x_2)/(2\xi_2) + \chi$ второе слагаемое в $\Psi(x)$ обращается в ноль:

$$\tilde{A} = F(x_{mid})\exp(\frac{x}{\xi_1}),\ \tilde{B} = \frac{(F(x_0)\exp(\frac{x_0}{\xi_1}) - A)}{\cos\left(\frac{x_0}{\xi_2} + \varphi\right)}.$$

Рост толщины отдельного F-слоя структуры сопровождается увеличением «скорости затухания» в нем сверхпроводящих корреляций, падает роль свойств «структуры в целом»,

что проявляется в уменьшении параметра $\widetilde{A}$ и в росте амплитуды $\widetilde{B}$. С ростом d_i падает величина ξ_1, но возрастает длина ξ_2, от значений примерно равных удвоенному периоду структуры $2d_i$ до величины, отвечающей значению ξ_2 в первом F-слое. В пределе больших d_i все процессы в стеке фактически определяется свойствами этого первого магнитного слоя, так что $\widetilde{A} \to 0$, а ξ_1, и ξ_2 стремятся к соответствующим для него величинам. В результате аппроксимационная функция переходит в известную формулу, моделирующую поведение наведенной сверхпроводимости в SF бислое. К сожалению, описанный подход перестает работать в области больших толщин магнитных слоев d_i, превышающих период осцилляций $2\pi\xi_2$ функции $Re(F_1)$. При выбранных параметрах этот переход имеет место при толщинах $d_i \approx 4\xi_1$, начиная с которых на зависимостях $Re(F_1)(x)$ можно выделить уже два различных периода осцилляций.

Проведенные расчеты показали, что многослойные стековые структуры с FF..F, FNFN...FN или NFNF...NF с ферромагнитными и нормальными материалами в области слабой связи дают возможность влиять на проникновение в «запрещенную» область сверхпроводящих корреляций из электродов. Для этого достаточно управлять взаимными намагниченностями F-слоев, что позволяет в перспективе получить устройство с заранее заданными свойствами. Отметим здесь, что нормальный металл можно рассматривать как F-слой с пренебрежимо малой энергией обменного поля. Выведенные аппроксимационные зависимости дают возможность прогнозировать материальные константы используемых «искусственных материалов», в которых эффективная обменная энергия $H_{ef}(x)$ является фукцией координаты, направленной перпендикулярно к многочисленным границам стека. Добавляя в систему второй сверхпроводящий электрод, т.е. используя структуры вида S/ *n*×(F1/*s*/F2/*s*)/ S (см. Рисунок 4, *б*), можно получить элемент, допускающий эффективное управление критическим током при помощи внешнего магнитного поля. Результаты численных расчетов дают основания рассчитывать на изменение как минимум на порядок величины критического тока структуры в целом при переходе за счет эффекта близости вспомогательных *s*-слоев в нормальное/сверхпроводящее состояние при переключении в ферромагнитную/антиферромагнитную ориентацию намагниченностей F-слоев структуры.

4.4. Выводы к Главе 4

Выполнен численный двумерный анализ транспорта тока через джозефсоновские гетероструктуры с нормальным и ферромагнитным би-каналом слабой связи и рассчитаны ток-фазовые зависимости. Представлена качественная физическая интерпретация полученных результатов. Рассмотрены возможные топологии таких структур, особенности транспорта тока в них и вид ток-фазовых зависимостей.

Предложенная методика решения самосогласованной задачи для бислойной SN-структуры позволила:

– определить потенциал спаривания Δ в зависимости от толщин слоев и особенностей эффекта близости;

–- показать наличие эффективной температуры перехода в сверхпроводящее состояние;

– оценить «прозрачность» планарной границы сверхпроводника и нормального металла.

Обобщение разработанных подходов на случай структур с NF би-каналом между S-электродами позволяет воспроизводимо формировать контакты со сдвинутой на величину π ток-фазовой зависимостью (π-контакты) с характерным напряжением, более высоким, чем у типичных SFS сэндвичей. Кроме того, структуры с NF би-каналом дают возможность реализации элементов субмикронного размера с произвольным значением фазы в основном бестоковом состоянии. Использование таких батарей позволит, например, существенно оптимизировать конструкцию потоковых квантовых битов – базовых элементов для квантовых блоков КШСС – и существенно уменьшить чувствительность к флуктуациям прикладываемых к ним магнитных полей, увеличивая тем самым время потери когерентности. Подробный анализ открывающихся возможностей представлен в главе 6.

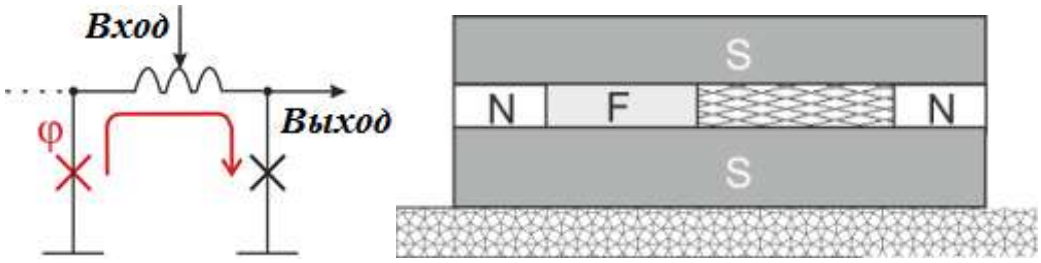


Рисунок 4.4.1 – Принципиальная схема логической ячейки со встроенным заданием рабочей точки на основе φ-0 интерферометра, а также схематическое изображение топологии основного элемента такой ячейки [A80].

Добавив в кольцо φ-интерферометра обычный джозефсоновский 0-контакт можно получить ячейку фазовой логики (φ-ячейку) со встроенной асимметрией, представленную на рисунке выше (там же представлено схематическое изображение топологии, позволяющей реализовать 0-φ интерферометр на базе джозефсоновских переходов с NF би-каналом в

области слабой связи). Очевидно, что дополнительно включая в кольцо φ-интерферометра 0-контакт(ы) мы вносим в систему дополнительные линейные и нелинейные индуктивности, что позволяет (одновременно с улучшением функционала устройства и отказом от вспомогательных линий задания рабочей точки) уменьшить требования на нормированную минимальную соединительную индуктивность.

Также упомянутые фазовые батареи могут быть использованы как высокочувствительные детекторы в системах интегральной сверхпроводниковой фотоники. Действительно, при малых амплитудах первой гармоники $|A|<2|B|$ и отрицательной второй $B<0$ на потенциальной энергии

$$E_J(\varphi)=\int_0^t IUdt=\int_0^t I\frac{\hbar}{2e}\frac{d\varphi}{dt}dt=\frac{\hbar}{2e}\int_0^{\phi}(A\sin\varphi+B\sin 2\varphi)d\varphi=\frac{\hbar}{2e}(A+\frac{B}{2}-A\cos\varphi-\frac{B}{2}\cos 2\varphi)$$

формируется минимум в нетривиальной точке $0<|\varphi|<\pi$. В противоположном случае $B>0$, формируется две потенциальные ямы в точках 0 и π, глубины которых изменяются в зависимости от отношения A/|B|. Качественно поведение джозефсоновской энергии перехода проиллюстрировано на рисунке ниже.

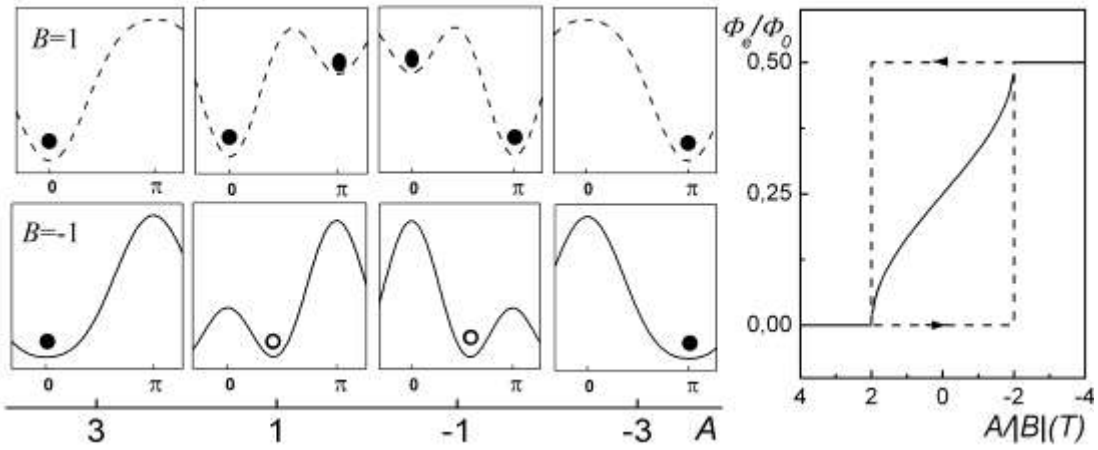


Рисунок 4.4.2 – Вид джозефсоновской энергии перехода для разных амплитуд первой и второй гармоники в ТФЗ (нормированных на единичный критический ток). Зависимость спонтанного потока в кольце большой индуктивности с одним джозефсоновским переходом для случаев $B<0$ (сплошная линия; φ-контакт) и $B>0$ (штриховая линия; 0-π-контакт).

Создав структуру с относительно малой первой гармоникой и сделав ее частью сверхпроводящего кольца (одноконтактного интерферометра), можно измерить зависимость спонтанного магнитного потока через сквид в зависимости от температуры Ф(Т), по аналогии с тем, как это было сделано при исследовании спонтанных токов в структурах, содержащих джозефсоновские π-контакты [24]. При изменении температуры структура претер-

певает переход из 0 в π состояние, в котором поток изменяется от нуля до половины кванта магнитного потока $\Phi_0/2$ (в π-состоянии). Если вторая гармоника меньше нуля, то при каждой температуре будет формироваться своя устойчивая фаза перехода, а значит изменение Ф(Т) должно быть плавным и непрерывным. Напротив, если включить в кольцо джозефсоновский 0-π контакт, изменение заключенного в кольце потока будет происходить резким скачком, а сама зависимость окажется гистерезисной [А80].

Созданный для оптимизации такого элемента программный комплекс при исследовании токового транспорта в сверхпроводниковых гетероструктурах со сложной топологией составной слабой связи позволил построить новый метод анализа влияний неоднородностей. Выполненные работы позволили среди прочего объяснить поведение наведенных сверхпроводящих корреляций в реальных контактах SFS типа.

Разработана и апробирована методика, позволяющая рассчитывать и оптимизировать характеристики джозефсоновских гетероструктур даже с достаточно сложной (и по составу, и по топологии) областью слабой связи. В частности, в компактных стековых структурах со сверхпроводящим электродом (S) и чередующимися нормальными (N) и ферромагнитными (F) слоями исследовано наведение сверхпроводимости посредством генерации двух параллельно существующих каналов. Причем, один из этих каналов характеризуется плавным монотонным «спаданием сверхпроводимости», в то время как для второго имеют место затухающие осцилляции критического тока как функции длины структуры, что открывает новые возможности для развития технологии изготовления управляемых джозефсоновских элементов.

ГЛАВА 5. КОМПАКТНЫЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКИЕ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛИ, ВЕНТИЛИ И ЭЛЕМЕНТЫ ПАМЯТИ

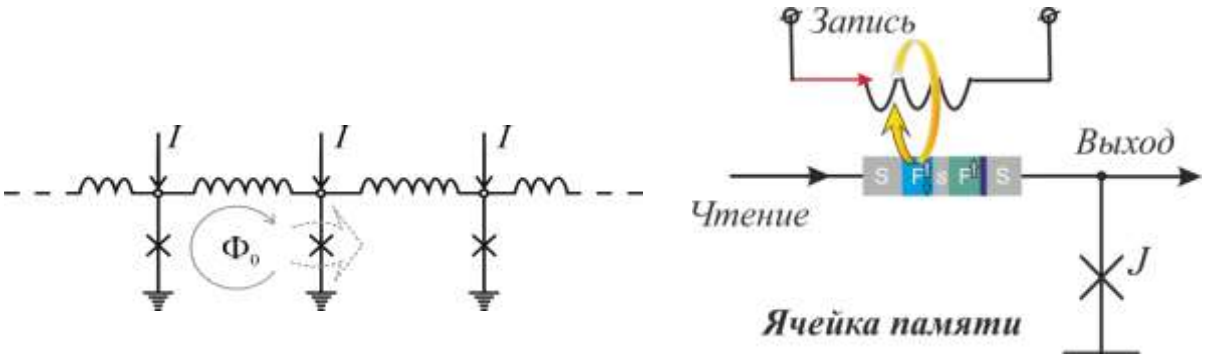
5.1. Джозефсоновский высокочастотный элемент памяти

При переходе от исследования собственно джозефсоновских контактов к простейшим устройствам на их основе, быстро становится очевидным, что низкая степень интеграции существующих сверхпроводниковых интегральных схем порождена отнюдь не только большими размерами самой шунтированной гетероструктуры. Дополнительные трудности для процесса миниатюризации создает представление информации в виде наличия/отсутствия одного кванта магнитного потока в простейшем сверхпроводящем контуре с одной или двумя областями слабой связи (квантовом интерферометре).

Проиллюстрируем эти требования при помощи простых физических соображений. Как было отмечено выше, суммарный магнитный поток в таком контуре, соответствующий суммарному скачку фазы на джозефсоновских контактах и градиенту фазы на индуктивностях связующих сверхпроводников, будет равен целому числу квантов магнитного потока, так что набег фазы сверхпроводящего параметра порядка по контуру будет кратен 2π.

Механическим аналогом замкнутого сверхпроводящего контура является пружина, закрепленная с двух концов. Приложение внешнего магнитного потока соответствует скручиванию пружины с соответствующим увеличением запаса энергии. Включение двух джозефсоновских контактов в замкнутый контур эквивалентно замене жестких граничных условий на более «мягкие», когда пружина подсоединяется к двум маятникам вдоль оси их крепления. Отклонение одного из маятников от положения равновесия приведет не только к скручиванию пружины, но и к отклонению от положения равновесия второго маятника, в соответствии с конечным моментом его инерции и жесткостью пружины [А42]. Таким образом, лишь часть энергии перейдет в энергию, запасенную в пружине. Очевидно, что при малой жесткости пружины (большой индуктивности связующих сверхпроводников) маятники (джозефсоновские контакты) оказываются слабо связанными. В этом случае положение, при котором один из маятников отклонен на угол, превышающий «угол неустойчивого равновесия», π, а другой – на величину меньше π (состояние, соответствующее наличию магнитного потока в контуре с джозефсоновскими контактами), будет устойчивым. Увеличивая количество связанных параллельно джозефсоновских контактов (количество маятников в цепочке), и прикладывая ток питания (вращающий момент), можно передавать магнитный поток из одного контура в другой вдоль по цепи за счет силы Лоренца (распространение волнового пакета в дискретной цепи маятников). Такая система называется джозефсоновской передающей линией, а описанный процесс соот-

ветствует процессу передачи информации в схемах цифровой сверхпроводниковой электроники.



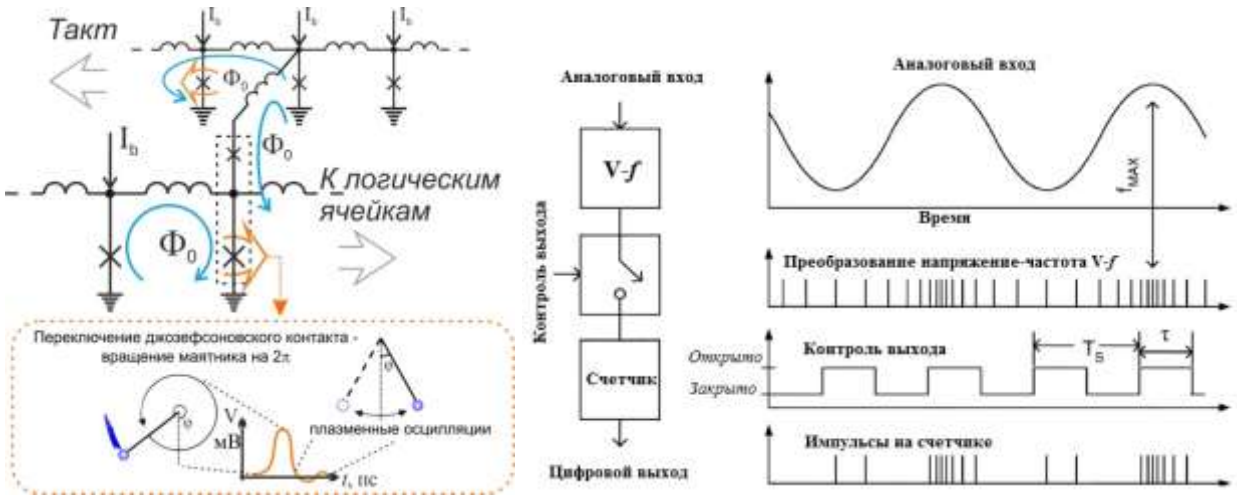
(а) (б)

Рисунок 5.1.1 – (а) Пример джозефсоновской передающей линии на основе сверхпроводящего контура, содержащего два джозефсоновских контакта. Круговой стрелкой показан циркулирующий ток, соответствующий магнитному потоку Φ_0 в элементарном контуре. Этот поток «передается» от контура к контуру за счет перераспределения токов, если, например, для одного из контактов протекающий ток превысит критическое значение. (б) Модель джозефсоновской ячейки памяти, содержащей структуру с перестраиваемой эффективной обменной энергией в области слабой связи. Величина критического тока такого переключателя в зависимости от установленного в ходе операции «Запись» эффективного обменного поля либо не достигает («0»), либо превышает («1») значение критического тока в линии *Чтение*. Вошедший одноквантовый импульс, переносящий информацию, либо выходит через SFIsFS контакт («0»), либо проходит в линию Выход («1»).

В цифровых джозефсоновских схемах, основанных на комбинации квантовых интерферометров с джозефсоновскими передающими линиями, используется *тактовый импульсный принцип работы*. Кванты магнитного потока и связанные с их движением быстрые «одноквантовые» импульсы напряжения (БОК-импульсы, для которых $\int V dt = \Phi_0$) на джозефсоновских контактах используются как «тактовые импульсы», то есть делят время работы на такты. Квант магнитного потока, появившийся в элементарной ячейке схемы в течение такта рассматривается как логическая «1», а отсутствие кванта – как логический «0» [1, 2, A76].

Для оптимизации степени интеграции подобных систем важно, что уменьшение величины связующей индуктивности в интерферометре (увеличение жесткости пружины) будет соответствовать уменьшению дискретности цепи, что приведет к распределению магнитного потока на несколько соседних контуров, поэтому величину «элементарной» индуктивности L выбирают таким образом, чтобы квант потока был локализован преимущественно в одном контуре. Сформулированное в виде неравенства $I_C L/\Phi_0 > 1$, это требование с учетом реальных плотностей критического тока джозефсоновских переходов $j_C \approx 1$ кА/см^2 приводит к характерной ве-

личине геометрической индуктивности контура порядка $L \geq 10$ пГн. Из этого условия и следует ограничение на минимальный размер элементарных схем сверхпроводниковой электроники. При этом в реальных схемах параллельно функциональным слоям сверху и снизу лежат сплошные экранирующие сверхпроводящие слои, защищающие схемы от внешних магнитных наводок. Наличие этих слоев приводит к концентрации магнитного поля вблизи контуров и эффективному уменьшению их индуктивности, что в свою очередь приводит к необходимости дополнительного увеличения размеров схем и уменьшению степени их интеграции.



(*а*) (*б*)

Рисунок 5.1.2 – (а) Принципиальная схема простейшего компаратора, функционирующего на основе принципов быстрой одноквантовой логики. Приведены иллюстрации к расчету характеристик одноквантовых импульсов (длительность, напряжение) на основе разработанных для джозефсоновских гетероструктур подходов.

(б) Концепции функционирования совместимой с БОК логикой последовательной АЦП (с избыточной дискретизацией); используется связь между напряжением на джозефсоновском контакте и частотой следования одноквантовых импульсов.

Реальный размер элементарного контура, состоящего из двух связанных параллельно джозефсоновских контактов, составляет $S_{cell} \geq 200$ мкм^2. Это дает оценку характерной степени интеграции, выраженной в количестве джозефсоновских контактов на чипе: например, для размера чипа 5×5 мм^2 разумное количество элементов можено оценить как $N_{el} = 1.25\times10^5$ контактов. На практике степень интеграции оказывается на порядок ниже, так что реальные схемы содержат порядка $1\ldots1.5\cdot10^4$ контактов. Так, 8-битовое арифметическое-логическое устройство, функционирование которого на частоте 20 ГГц было относительно недавно продемонстрировано [1], содержало всего $N = 7710$ контактов.

Низкая степень интеграции также препятствует созданию работоспособной памяти на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров. Рекордная ёмкость сверхпроводникового запоминающего устройства с произвольной выборкой составляет всего 4 кбит [2, 3]. В качестве

выхода из сложившейся ситуации на сегодняшний день используется гибридная сверхпроводниковая-полупроводниковая память [4-6]. Экспериментально была продемонстрирована работа гибридного устройства с произвольной выборкой, емкостью 64 кбит. К сожалению, использование гибридного подхода, предполагающее передачу данных между чипами со сверхпроводниковыми логическими схемами и полупроводниковой памятью, заметно ухудшает быстродействие и увеличивает суммарное энергопотребление систем. В частности, тактовая частота цифровой схемы, в которой необходимо осуществлять обмен данными между вычислительным блоком и блоком памяти, будет ограничена на уровне порядка 4 ГГц за счет времени, которое потребуется для прохождения сигнала со скоростью света по образующейся петле для характерного размера чипа 1 см [A42].

Из сказанного выше следует, что основной причиной низкой степени интеграции цифровых сверхпроводниковых схем является необходимость хранения и передачи кванта магнитного потока Φ_0, что накладывает ограничение на величину геометрической индуктивности элементарного контура с джозефсоновскими контактами. Решением данной проблемы может стать использование описанного выше джозефсоновского π-контакта. В случае, когда критический ток π-контакта, т.е. джозефсоновского элемента с ток-фазовым соотношением (6), заметно превышает критические токи других контактов схемы, он будет функционировать как нелинейная индуктивность $L_J = \Phi_0/(2\pi I_C^{\pi}\cos(\varphi))$ и обеспечивать дополнительное падение фазы сверхпроводящего параметра порядка на π.

В ряде работ [7-9] была экспериментально продемонстрирована возможность полной замены геометрической индуктивности контура логического элемента на π-контакт с сохранением диапазона параметров устойчивого функционирования схемы. При этом размеры сверхпроводниковой памяти, элементарной ячейкой которой является контур с одним или двумя джозефсоновскими контактами, могут быть также заметно сокращены с использованием π-контактов. Возможность создания схем с пренебрежимо малой геометрической индуктивностью значительно увеличивает их компактность, а с учетом упомянутой выше возможности соединения джозефсоновских контактов в стеки, открывает реальную перспективу масштабирования элементной базы сверхпроводниковой электроники в субмикронную область [A42]. В то же время для некоторых схем, включая рассмотренную выше джозефсоновскую передающую линию, сдвиг фазы на π не представляет дополнительных преимуществ. Для уменьшения их геометрических размеров при сохранении высоких значений индуктивности могут использоваться обычные контакты с большим критическим током (или стек из нескольких контактов) [10-13]. Несмотря на то, что в предлагаемых модификациях схем π-контакт все время остается в сверхпроводящем состоянии, его нормальное сопротивление R_N и джозефсоновская индуктивность L_J формируют низкочастотный фильтр с характерной временной константой $\tau_\pi = |L_J|/R_N = \Phi_0/|2\pi I_C^{\pi} R_N \cos(\varphi))|$. Быстродействие схемы не

уменьшается из-за включения в нее пи-контакта, если величина произведения $I_C R_N$ π-контакта была порядка соответствующей величины обычных джозефсоновских контактов. Экспериментальная реализация π-контактов с требуемыми параметрами долгое время представлялась затруднительной, однако описанные в предыдущей главе подходы к оптимизации таких структур позволяют решить эту проблему.

Естественным развитием работ по созданию компактных постоянных запоминающих устройств для КШСС, совместимых со сверхпроводниковыми блоками обработки информации, явились попытки создания *джозефсоновских ячеек памяти*, в которых хранение информации не связано с наличием/отсутствием кванта потока в контуре и реализуется за счет использования ферромагнитных материалов, способных сохранять свою намагниченность. Обсуждавшийся выше «антагонизм» сверхпроводимости и ферромагнетизма в течение долгого времени мешал создавать компактные магнитно-сверхпроводниковые элементы памяти, управляемые слабыми магнитными и токовыми сигналами, типичными для устройств сверхпроводниковой электроники.

Исторически первой была реализована ячейка памяти [13], включающая непосредственный контакт между сверхпроводником (или областью слабой связи джозефсоновского контакта с наведенной сверхпроводимостью) и простейшим магнитным вентилем. В качестве такого управляющего элемента использовалась структура, состоящая из двух слоев ферромагнитных (F) материалов с разными коэрцитивными силами, разделенных прослойкой неферромагнитного материала, что позволяло за счет внешних полей управлять взаимными ориентациями намагниченности F-слоев. Очевидно, что куперовские пары в окрестности области контакта с вентилем будут разрушаться, причем в случае параллельной (ферромагнитной) ориентации намагниченностей в слоях плотность критического тока сверхпроводника (джозефсоновского контакта) будет подавлена значительно сильнее, чем в случае антипараллельной (антиферромагнитной) ориентации. Для реализации вентиля необходимо обеспечить в ферромагнитных пленках большие значения магнитных моментов, чтобы созданное пленками магнитное поле могло существенным образом изменять сверхпроводящие свойства структуры. Соответственно, для управления протекающим током приходилось создавать большие магнитные поля перемагничивания (порядка 20…40 мТл) [А66]. В дальнейшем от непосредственного контакта сверхпроводниковых цепей с магнитным материалом удалось отказаться: «ферромагнитная точка», намагниченностью которой управляли через отдельную токопроводящую линию, воздействовала на находящийся недалеко джозефсоновский контакт только за счет создаваемого ею магнитного поля [14].

Несомненно, более компактным элементом оказался магнитный джозефсоновский контакт, содержащий магнитные многослойные структуры непосредственно в области слабой свя-

зи [15]. В частности, было показано [16, 17], что переход от ферромагнитной к антиферромагнитной ориентации намагниченностей F-слоев в туннельных SF(барьер)FS контактах действительно может привести как к усилению критического тока, так и к смене его знака (переходу в π-состояние). Можно проследить определенную аналогию между этим эффектом и явлением гигантского магнитного сопротивления, активно использующегося при создании элементов памяти в полупроводниковой электронике.

Для уменьшения величины магнитных полей, требуемых для управления критическим током джозефсоновского контакта, в свое время перешли к использованию ферромагнетиков с малой коэрцетивной силой: для структуры сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник (SFS) с использованием слоя $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ (температура Кюри всего около 15 К) в области слабой связи была продемонстрирована возможность переключения между двумя состояниями с существенно разными значениями критического тока при помощи слабых магнитных полей ~1 Гс [18]. Далее мы покажем, что на основе такой структуры (с кластерным типом магнетизма) в принципе возможна реализация запоминающего устройства с использованием только одного магнитного слоя, двумя устойчивыми состояниями которого являются состояния «Намагничено» и «Размагничено»: разные значения эффективного обменного поля в F-слое приводят к разной степени подавления наведенной сверхпроводимости в области слабой связи и разным значениям критического тока джозефсоновского контакта.

Принципиальная схема относительно компактного джозефсоновского элемента памяти, в основе работы которого лежат переключения между двумя состояниями с разными критическими токами, представлена на Рисунке 1, *б*. Рассматриваемое техническое решение подразумевает, что в устойчивом состоянии с высоким критическим током («Открытое состояние») при прохождении одноквантового импульса магнитный джозефсоновский контакт не переключается в резистивное состояние и не мешает волне токов распространяться по цепочке интерферометров. В «Закрытом состоянии» (маленький критический ток) элемент перейдет в резистивное состояние и «выпустит» квант потока из передающей линии. Как видим, в данном случае размер самого элемента памяти совпадает с размером контакта.

Интеграция джозефсоновской памяти на магнитных джозефсоновских контактах с блоками КШСС, обеспечивающими обработку сигнала, обещает успех, если исследуемые структуры удовлетворяют двум требованиям:

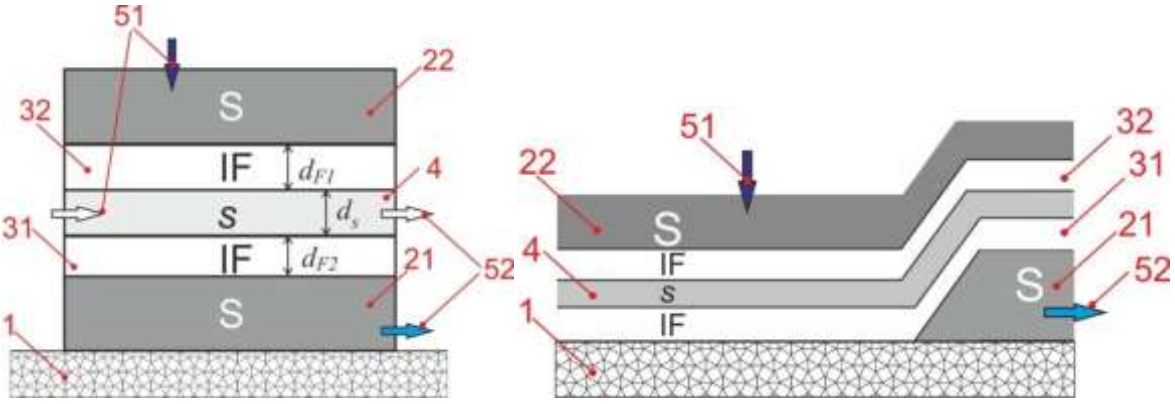
- обеспечивают возможность быстрого перемагничивания ферромагнитного слоя малым магнитным полем для операции «Запись»;
- обладают малым временем переключения джозефсоновского контакта (величина $I_C R_n$ магнитного контакта должна быть порядка соответствующей величины обычного контакта) для реализации операции «Считывание» [A42].

Важным репером для последующих наших рассуждений станет следующая связь (формула Амбегаокара и Баратова) между характерным напряжением, свойствами сверхпроводящих электродов и температурой простейшего SIS «сэндвича»:

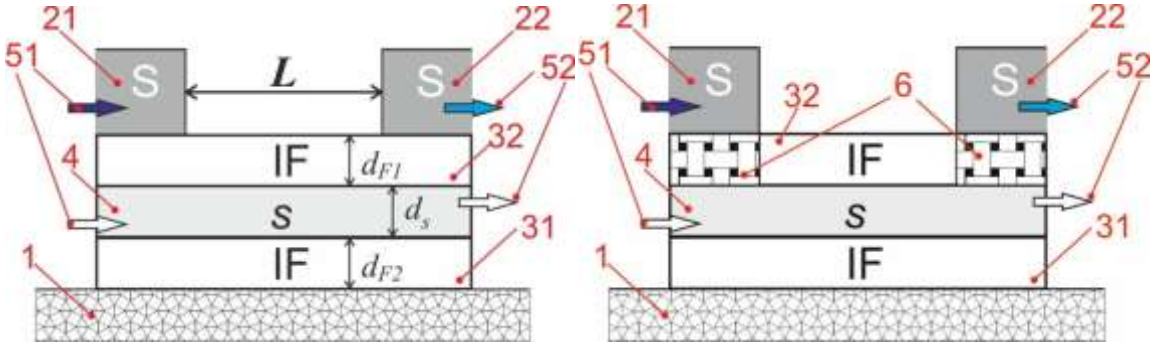
$$I_C R_n = \frac{\pi\Delta}{2e} th\left(\frac{\Delta}{2T}\right). \qquad (5.1.1)$$

Использование изолирующей прослойки увеличивает сопротивление джозефсоновского контакта R_n, однако расплатой за это является уменьшение критического тока I_C. Это ведет, как видно из выражения (2), к уменьшению характерной частоты элемента $\sim I_C R_n$ до значений из диапазон (1…2 ГГц). Малые значения характерных частот существенно ограничивают возможности применения запатентованных SIFS структур, как в качестве пи-контактов, так и в качестве элементной базы быстрой джозефсоновской памяти. Один из способов увеличения критического тока структуры заключается в использовании неколлинеарно намагниченных ферромагнитных слоев [19-21]. В этом случае внутри области слабой связи формируются триплетные сверхпроводящие корреляции (для которых спиновая часть волновой функции имеет вид $|\uparrow\uparrow\rangle$ или $|\downarrow\downarrow\rangle$), слабо подавляемые обменным полем ферромагнетика, что позволяет увеличить критический ток структуры, сохраняя значение нормального сопротивления R_n. К недостаткам такого подхода можно отнести необходимость появления дополнительных триплет-образующих слоев, а, значит, и увеличению количества интерфейсов в структуре, каждый из которых уменьшает критический ток [А42].

Перспективным вариантом решения перечисленных проблем представляется *высокочастотный сверхпроводящий элемент памяти*, выполненный в планарной, торцевой или мостиковой геометрии. Он состоит из двух сверхпроводящих электродов и области слабой связи, включающей магнитные слои с непосредственной, туннельной или резонансной проводимостью и сверхпроводящий слой между ними [А66].



(а) (б)



(в) (г)

Рисунок 5.1.3 – Топологии джозефсоновских гетероструктур на подложке (1) с двумя магнитными (31 и 32) и одним промежуточным сверхпроводящим слоем (4) между сверхпроводящими электродами (21 и 22) с токоподводами (51, 52) в планарной (а) и торцевой (б) топологиях. (в) и (г) Джозефсоновские мостики переменной толщины, в том числе и для случая, когда часть второго слоя магнитного материала, находящаяся непосредственно под сверхпроводящими электродами, заменена на изолятор или нормальный металл [А66].

Отличие от известных ранее джозефсоновских гетероструктур SFS-типа состоит в том, что при изменении направления намагниченности одного из магнитных слоев в сверхпроводящей пленке, локализованной в области слабой связи между магнитными слоями, происходит существенное восстановление (подавление) сверхпроводимости в этой пленке. Этот эффект может сопровождаться в том числе и фазовым переходом определенной области либо из нормального состояния в сверхпроводящее, либо, напротив, из сверхпроводящего в нормальное. Это приводит, соответственно, к образованию или разрушению вместо одного – двух последовательно соединенных джозефсоновских переходов, что сопровождается, соответственно, резким увеличением или уменьшением общего критического тока. Следует подчеркнуть, что векторы намагниченности в F-материалах направлены параллельно плоскости слоев, и могут быть развернуты внешним магнитным полем [А66].

Для создания нужной гетероструктуры в планарной геометрии слой сверхпроводника необходимо нанести на подложку, а первый магнитный слой, промежуточный слой сверхпроводника, второй магнитный слой и второй слой сверхпроводника в указанной последовательности нанесены поверх него, при этом площади упомянутых слоев совпадают. В случае геометрии торцевой слой сверхпроводника и первый магнитный слои наносятся на подложку, а промежуточный слой сверхпроводника, второй магнитный слой и второй слой сверхпроводника в указанной последовательности – поверх упомянутых слоев.

В качестве сверхпроводника при практической реализации интересующего нас элемента памяти может быть использован ниобий или сплав на его основе; в качестве нормального металла – элемент из группы Cu, Au, Al, Pt. Для создания магнитного слоя разумно выбрать магнитно-мягкий ферромагнетик, примером которого могут послужить сплавы Pd_xFe_{1-x}, Pd_xNi_{1-x},

Pd_xCo_{1-x} Pt_xFe_{1-x}, Pt_xNi_{1-x}, Pt_xCo_{1-x} с содержанием ферромагнитных металлов менее 10 атомных процентов. В качестве магнитных слоев могут применяться и слои диэлектрика, например, аморфного кремния, легированные либо только магнитными атомами (Fe, Co, Ni), либо атомами магнитных и немагнитных (Nb, W) металлов.

Технический результат предлагаемого решения состоит в увеличении изменения амплитуды критического тока перехода под действием малого магнитного потока по сравнению с описанными выше реализациями. Это позволяет таким джозефсоновским контактам функционировать как в «Открытом», так и в «Закрытом» состояниях. Дополнительный технический результат – достаточно высокая характерная частота джозефсоновской гетероструктуры, и, как следствие, достаточно высокое быстродействие элемента памяти на её основе.

Для оптимизации характеристик выбранной структуры (Рисунок 4), включающей в себя многокомпонентную прослойку из трех слоев – изолятора (I), ферромагнетика (F), сверхпроводника (s) – между сверхпроводящими электродами было необходимо решить самосогласованную задачу о протекании сверхтока. В процессе решения такой задачи должен быть также решен вопрос о формировании сверхпроводящего порядка в области слабой связи с учетом подавление сверхпроводимости в подводящих электродах.

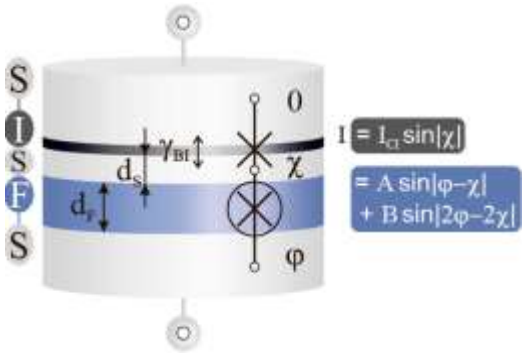


Рисунок 5.1.4 – Схематичное изображение S-IsF-S структуры [A61], а также эквивалентную схема из сосредоточенных элементов для последующего анализа больших интегральных схем, содержащих исследуемые контакты.

Для построения методики самосогласованного описания сверхпроводящих стековых систем в грязном пределе, когда длина свободного пробега квазичастиц гораздо меньше длины когерентности материала $l << \xi$, использовалась подробно разобранная ранее система уравнений Узаделя:

$$i\hbar D\partial_r\left(\hat{G}_\omega(r)\partial_r\hat{G}_\omega(r)\right)=\left[\omega\sigma_3+\hat{\Delta}(r),\hat{G}_\omega(r)\right],$$
$$\Delta\ln\frac{T}{T_C}-\pi T\sum_\omega\left(\frac{\Delta}{\omega}-F_\omega\right)=0, \qquad (5.1.2)$$

$$\hat{\Delta}=\begin{pmatrix}0 & \Delta\\ -\Delta^* & 0\end{pmatrix},\hat{G}_\omega=\begin{pmatrix}G_\omega & F_\omega\\ F_\omega^* & -G_\omega\end{pmatrix}, \qquad (5.1.3)$$

где $G(r)$ и $F(r)$ – нормальная и аномальная функции Грина, характеризующие соотношение квазичастиц и куперовских пар соответственно, $\Delta(r)$ – потенциал спаривания, $\omega = \pi T(2n+1)$ – мацубаровская частота, $D = v_F l/3$ – коэффициент диффузии. Эти уравнения также позволяют описывать существование куперовских пар в несверхпроводящих материалах, полагая $T_C = 0$ и $\Delta(r) = 0$ [A41].

Данные матричные уравнения раскрываются и упрощаются за счет описанного выше перехода к *Ф*-параметризациии и замены $D = 2\pi T_C \xi^2$

$$\text{(F-материал)}\quad \xi^2 \frac{1}{G}\partial\left[G^2\partial\Phi_\omega\right] - \frac{\tilde{\omega}}{\pi T_C}\Phi_\omega = 0, \tag{5.1.4}$$

$$\text{(S-материал)}\quad \xi^2 \frac{1}{G}\partial\left[G^2\partial\Phi_\omega\right] - \frac{\omega}{\pi T_C}\Phi_\omega = \Delta, \tag{5.1.5}$$

$$\Delta \ln\frac{T}{T_C} + 2\pi T\sum_\omega\left(\frac{\Delta}{\omega} - \frac{1}{\omega}G_\omega\Phi_\omega\right) = 0. \tag{5.1.6}$$

Учет магнитных свойств вещества (характеризуемых обменным полем *H* определенной направленности) опять производится за счет введения эффективной мацубаровской частоты $\omega = \pi T(2n+1) \rightarrow \tilde{\omega} = \omega + iH$.

Основная особенность магнитного материала проявляется при записи *Ф*-параметризации

$$G_\omega = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Phi_\omega\Phi^*_{-\omega}}}, F_\omega = \frac{\Phi_\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Phi_\omega\Phi^*_{-\omega}}} \tag{5.1.7}$$

Здесь для полноты системы нужно решать уравнения для частот ω и $-\omega$ одновременно. Таким же образом поменяется и нормировочное условие $G_\omega^2 + F_\omega F^*_{-\omega} = 1$.

Границы между сверхпроводящими электродами и островом, ферромагнетиком и изолятором описываются с помощью условий Куприянова-Лукичева. В общем случае двух материалов с эффективными мацубаровскими частотами ω_1 и ω_2 они записываются в виде [A41]:

$$\gamma_{Bi}\xi_i\frac{\partial\Phi_i}{\partial x} = \frac{G_j}{G_i}\left(\Phi_i - \frac{\omega_i}{\omega_j}\Phi_j\right), \tag{5.1.8}$$

$$\gamma\xi_i\frac{\partial\Phi_i}{\partial x} = \left(\frac{G_j}{G_i}\right)^2\xi_j\frac{\omega_i}{\omega_j}\frac{\partial\Phi_j}{\partial x}, \tag{5.1.9}$$

где безразмерные характеристики подавления на границе задаются выражениями

$$\gamma_{Bi} = \frac{RA}{\rho_i\xi_i},\ \gamma = \frac{\rho_j\xi_j}{\rho_i\xi_i}. \tag{5.1.10}$$

Для решения интересующих нас задач достаточно задать только первое граничное условие и характеристики материалов.

Граничные условия на туннельном барьере I определяются большим параметром подавления $\gamma_{\beta I}$:

$$\gamma_{\beta I}\xi_S \frac{\partial \Phi_S}{\partial x} = -\frac{G_s}{G_S}\left(\Phi_S - \Phi_s\right) \tag{5.1.11}$$

$$\gamma_{\beta I}\xi_S \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} = \frac{G_S}{G_s}\left(\Phi_s - \Phi_S\right), \tag{5.1.12}$$

При контакте сверхпроводников с ферромагнетиком сопротивление границы достаточно мало, и граничные условия принимают вид [A41]:

на sF-границе $$\gamma_{\beta sF}\xi_S \frac{\partial \Phi_s}{\partial x} = -\frac{G_F}{G_s}\left(\Phi_s - \frac{\omega}{\tilde{\omega}}\Phi_F\right), \tag{5.1.13}$$

$$\gamma_{\beta Fs}\xi_F \frac{\partial \Phi_F}{\partial x} = \frac{G_s}{G_F}\left(\Phi_F - \frac{\tilde{\omega}}{\omega}\Phi_s\right). \tag{5.1.14}$$

и на FS-границе $$\gamma_{\beta FS}\xi_F \frac{\partial \Phi_F}{\partial x} = -\frac{G_S}{G_F}\left(\Phi_F - \frac{\tilde{\omega}}{\omega}\Phi_S\right), \tag{5.1.15}$$

$$\gamma_{\beta SF}\xi_S \frac{\partial \Phi_S}{\partial x} = \frac{G_F}{G_S}\left(\Phi_S - \frac{\omega}{\tilde{\omega}}\Phi_F\right). \tag{5.1.16}$$

Таким образом, система уравнений замыкается, что позволяет приступить к её анализу.

Основной сложностью при моделировании подобных систем является нелинейность уравнения Узаделя, а также наличие условий самосогласования. Для численного решения таких уравнений используются итерационные методы, в которых производится линеаризация относительно Φ_ω, а потом уже используются стандартные методы решения линейных систем, таких как метод Гаусса или *n*-диагональной прогонки. В настоящем алгоритме вводится дополнительная функция G_ω, которая уже использовалась для удобства записи выражений и задается ее начальное значение. При каждом вычислении матрицы Φ_ω гриновская функция G_ω считается заранее заданной, после чего по вычисленным значениям Φ_ω производится расчет новой G_ω. Подобные итерации проводятся до тех пор, пока изменение нормальной функции за один шаг не окажется меньше малой величины ε.

Необходимость самосогласованного решения приводит к появлению дополнительного внешнего цикла. Все описанные выше действия производятся при некоторой затравочной функции потенциала спаривания $\Delta_0(x)$, после чего по рассчитанным функциям Грина восстанавливается новая функция $\Delta(x)$. Это процесс повторяется, пока амплитуда потенциала спаривания не сойдется к итоговому значению, т.е. ее максимальное отклонение за один итерационный цикл не будет превышать уровень точности ε_Δ.

Итак, базовая структура разработанного алгоритма весьма походит на вариант, описанный в предыдущем параграфе:

А) Задаем параметры системы, создаем сетку размером N для значений функций Δ, G_ω и Φ_ω, заполняем её затравочными значениями массива $\Delta(n_x)$.

Б) Начинаем цикл по уравнению самосогласования.

В) Начинаем цикл суммирования по мацубаровским частотам $\omega = \pi T(2n+1)$. Все дальнейшие вычисления проходят для фиксированной ω.

Г1) Решаем одномерную краевую задачу. Для составления системы уравнений используется разностная схема, в которую выливается уравнение Узаделя:

$$\frac{\Phi_\omega(n_x+1)-2\Phi_\omega(n_x)+\Phi_\omega(n_x-1)}{h^2}+\frac{(G_\omega^2(n_x+1)-G_\omega^2(n_x))}{G_\omega^2(n_x,n_z)}\frac{(\Phi_\omega(n_x+1)-\Phi_\omega(n_x))}{h^2}- \\ -\frac{2\tilde{\omega}}{DG}\Phi_\omega(n_x)=-\frac{2\tilde{\omega}}{DG}\Delta(n_x). \tag{5.1.18}$$

Для замкнутости дополняем систему граничными условиями, также записанными в разностном виде. Полученная система линейных уравнений решается методом прогонки.

Г2) Необходимо сразу решить такую же задачу для отрицательной мацубаровской частоты $-\omega$. Это опять оказывается возможным благодаря тому, что нормальные гриновские функции для противоположных частот прямым образом связаны друг с другом:

$$G_\omega=\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\Phi_\omega\Phi^*_{-\omega}}}. \tag{5.1.19}$$

$$G_{-\omega}=\frac{-\omega}{\sqrt{\omega^2+\Phi_{-\omega}\Phi^*_{\omega}}}=-G^*_\omega. \tag{5.1.20}$$

Д) По результатам пунктов В1 и В2 строим новую матрицу

$$G_\omega(n_x)=\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\Phi_\omega(n_x,n_z)\Phi^*_{-\omega}(n_x,n_z)}}. \tag{5.1.21}$$

Если в каждой точке только что построенная функция G_ω отличается от старой меньше, чем на заданную величину ε, то можно считать цикл сошедшимся и по полученным функциям $G_\omega(x)$ и $\Phi_\omega(x)$ рассчитывать потенциал спаривания. Иначе нужно вернуться к пункту алгоритма Г1) и повторить вычисления.

Е) Имея функции Грина $G_\omega(\mathrm{x})$ и $\Phi_\omega(\mathrm{x})$, являющиеся решением краевой задачи, из уравнения самосогласования необходимо построить функцию потенциала спаривания в следующей итерации. Для лучшей сходимости такого итерационного цикла используется временной подход, в котором в уравнение самосогласования добавляется временной член, стремящийся к нулю при выполнении условий сходимости:

$$-\alpha\frac{\partial(\Delta_{i+1}-\Delta_i)}{\partial t}=\Delta_i\ln\frac{T}{T_C}+2\pi T\sum_\omega\left(\frac{\Delta_i}{\omega}-\frac{1}{\omega}G_\omega\Phi_\omega\right) \tag{5.1.22}$$

Если после очередной итерации максимальное отклонение рассчитанного потенциала спаривания Δ от «затравочной функции» не превышает малую величину ε_{Δ}, то цикл считается сошедшимся.

Ж) Результатом расчета для выбранной структуры становятся массивы полученных значений Δ, G_{ω} и Φ_{ω}. На их основе вычисляется ток чрез структуру:

$$I(\varphi)=\frac{i\pi TWd}{2e}\frac{1}{\rho_j}\sum_{\omega}\frac{1}{\tilde{\omega}_{ni}^2+\Phi_{\omega}\Phi_{-\omega}^{*}}\left(\Phi_{\omega}\frac{\partial\Phi_{-\omega}^{*}}{\partial x}-\Phi_{-\omega}^{*}\frac{\partial\Phi_{\omega}}{\partial x}\right), \qquad (5.1.23)$$

где опять T – температура, W – толщина прослойки в «третьем» направлении, φ – джозефсоновская фаза. Проверкой точности проведенных вычислений является равенство тока через структуру в каждой точке системы. Вычисляя такой ток при джозефсоновских фазах от 0 до 2π можно получить ток-фазовую зависимость. Максимум на ТФЗ определяет критический ток SIsFS контакта.

Можно заключить, что на основе уравнений Узаделя с граничными условиями Куприянова-Лукичева был разработан и оптимизирован алгоритм самосогласованного расчета критического тока, ток-фазовой зависимости и других характеристик одномерной джозефсоновской структуры, включающей многокомпонентную прослойку из ферромагнитного, сверхпроводящего и изолирующего слоев.

Использование описанной методики позволило рассчитать зависимости величины нормированных значений критических токов для структур, предлагаемых в качестве базовых для постоянных запоминающих устройств в составе КШСС, а также от температуры, нормированной на критическую температуру используемых сверхпроводящих материалов. Сплошной линией на приведенном рисунке представлена температурная зависимость нормированного критического тока для случая, когда обменная энергия в обоих слоях ферромагнетика (или магнитного изолятора) пренебрежимо мала. Штриховой линией – для случая, когда обменная энергия в обоих слоях ферромагнетика (или магнитного изолятора) равна по величине и отлична от нуля, причем векторы намагниченности, лежащие в плоскости магнитных слоев, параллельны. Штрих-пунктирной – для случая, когда обменная энергия в обоих слоях ферромагнетика (или магнитного изолятора) равна по величине, а векторы намагниченности, лежащие в плоскости магнитных слоев, антипараллельны [А66].

Аналогичное резкое изменение величины нормированных значений критических токов можно увидеть и при анализе зависимости от функции толщины промежуточного сверхпроводящего слоя, нормированной на длину когерентности в используемом сверхпроводнике. Отметим здесь рост критического тока при уменьшении толщины s-слоя, начиная с определенной толщины последнего для антипараллельной ориентации намагниченностей. Этот результат рас-

чета можно толковать как взаимное ослабление влияний двух «противоположно направленных магнитных полей» на процессы распада куперовских пар.

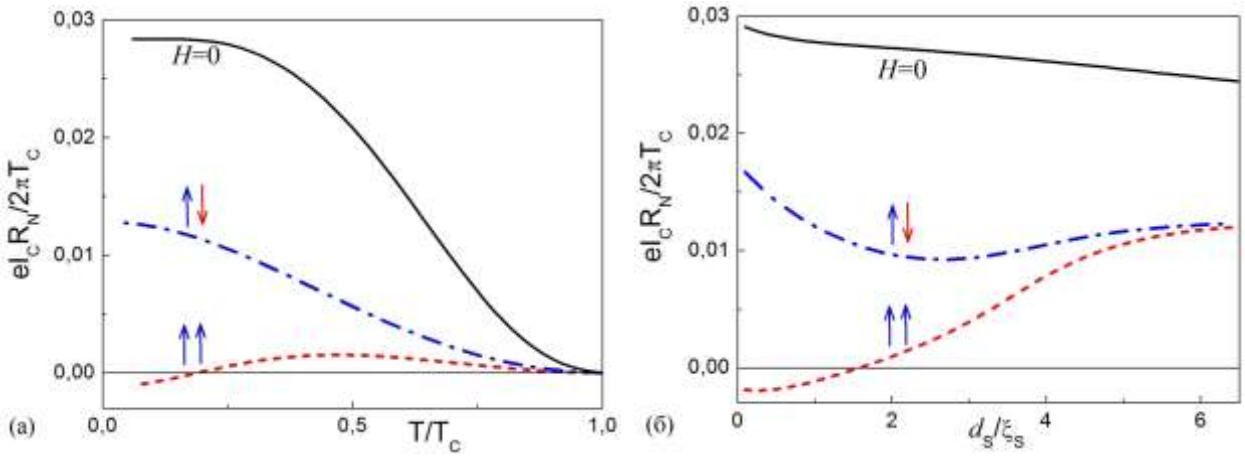


Рисунок 5.1.5 – Нормированный критический ток S-FsF-S структуры как функция от безразмерных величин температуры при $d_S=2\xi_S$ (а) и толщины промежуточного *s*-слоя (б) [A66].

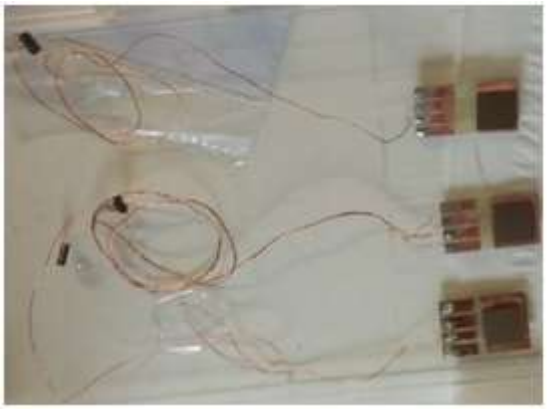
Обратим внимание на возможность перехода всей системы в π-состояние. Штрих-пунктирная линия соответствует «антиферромагнитному» случаю, и здесь стоит отметить немотонное поведение величины критического тока (точка экстремума отмечает переход к предела магнитного метаматериала, когда противоположные направления магнитных моментов в слоях «усредняются», компенсируя друг друга).

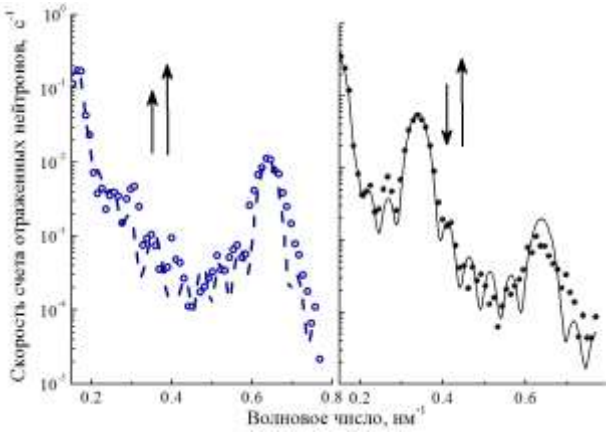
Из приведенных данных видно: переключения между двумя вариантами взаимной ориентации векторов намагниченности в F-слоях ведут к существенному восстановлению (подавление) сверхпроводимости в сверхпроводящей пленке, *s*, локализованной в области слабой связи между упомянутыми магнитными материалами. При оптимальном подборе параметров можно добиться фазового перехода промежуточного s-слоя из нормального состояния в сверхпроводящее или из сверхпроводящего в нормальное. В частности, переход s-слоя в нормальное состояние означает в терминах модели сосредоточенных элементов, что вместо двух последовательно соединенных джозефсоновских контактов (SIFs и sFIS) с относительно большими значениями критического тока мы получим один с комплексной -IFNFI- областью слабой связи и очень маленьким критическим током [A66]. Такая конструкция позволит реализовать механизм полувыборки (когда последовательное приложение даже большого количества слабых сигналов в данном случае не приведет к ошибочному срабатыванию элемента памяти) в матрице памяти, аналогично тому, как это сделано в технологии магниторезистивной памяти на магнитных туннельных переходах [22-24].

В качестве материала *s*-слоя разумно выбрать ниобий, рабочую лошадку современной сверхпроводниковой электроники. Критическая температура при переходе от объемного материала к тонким пленкам в данном случае меняется от 8.5 К до 4 К, длина когерентности – от 42

нм до 6 нм. Таким образом, разумная толщина прослоек из ниобия в экспериментальных реализациях выбранного прототипа элемента магнитной джозефсоновской памяти должна варьироваться в диапазоне от 8 нм до 20 нм. Возможность переключения между «ферромагнитной» и «антиферромагнитной» ориентациями за счет приложения относительно слабых полей была продемонстрирована на примере слоистых метаматериалов, содержащих два типа типа слоев кобальта (1.5 и 2.0 нм) при помощи рефлектометрии поляризованных нейтронов на установке NREX (Институт Макса Планка, Гархинг, Германия, см. Рисунок 6). Появление выраженного дополнительного пика на графике для случая «антиферромагнитной» ориентации намагниченностей в F-слоях подтверждает возможность управления эффективным обменным полем в области слабой связи в относительно слабых магнитных полях.

Введение вспомогательного слоя изолятора позволит увеличить характерное напряжение структуры (подробное обсуждение этого технического решения представлено в следующем параграфе). Для того чтобы обеспечить компактность предлагаемого магнитного контакта в качестве материала для магнитных слоев с резонансной проводимостью, может быть использован описанный выше аморфный кремний, допированный атомами железа или никеля. При таком допировании в области слабой связи формируются «магнитные слои», управлять взаимной ориентацией намагниченностей которых можно при помощи слабых внешних полей. Использование в качестве основы разработанных в НИИФП им. В.Ф. Лукина джозефсоновских контактов Nb/α-Si/Nb (SDS типа) с внутренним шунтированием позволит добиться однозначности вольт-амперной характеристики и малой инерционности контакта без внешнего шунтирования [A42].


(а)



(б)

Рисунок 5.1.6 – Внешний вид образцов со слоистыми материалами (см. Рисунок 4.3.4) для исследования процессов переключения между «ферромагнитной» и «антиферромагнитной» ориентациями (изготовлено в Институте Электронной Инженерии и Нанотехнологий при Академии Наук РМ). (б) Результаты рефлектометрии на поляризованных нейтронах изготовленных сверхрешеток Nb/Co(1.5 нм)/ Nb/Co(2.0 нм)/… для «ферромагнитной» и «антиферромагнитной» ориентации в по внешних полях 0 и 30 Э соответственно.

5.2. Управляемый фазовый инвертер для миниатюризации ячеек в системе обработки сигнала

Для создания элементной базы для цепей обработки информации в КШСС может быть также использована возможность переключения джозефсоновского контакта из 0 в π состояние (т.е. из состояния с положительным критическим током в состояние с «криттоком» отрицательным). Для анализа такой перспективной возможности рассмотрим особенности токового транспорта в структурах, содержащих сверхпроводящие и ферромагнитные слои в области слабой связи [1-4]. Остановимся подробно на простейшем варианте, когда два сверхпроводящих электрода S облегают составную -IsF- область слабой связи, содержащую слой диэлектрика I, вспомогательную s-прослойку и металлический ферромагнетик F. При определенном подборе параметров эта гетероструктура может быть описана как последовательное соединение туннельного SIs контакта с «ферромагнитным» sFS переходом. Свойства такой SIsFS структуры сильно зависят от «эффективной» толщины сверхпроводниковой *s*-пленки d_s, а также от соотношения критических токов I_{CSIs} и I_{CsFS} SIs и sFS частей соответственно. Если d_s гораздо больше длины когерентности ξ_S, а также $I_{CSIs} << I_{CsFS}$, то реальным «слабым местом» в системе будет являться туннельный барьер. В этом случае характерное напряжение SIsFS контакта может достигать значений, привычных на сегодняшний день для SIS «сэндвичей». При этом фаза основного состояния φ_g структуры как целого определяется sFS контактом, то есть здесь, подбирая толщину ферромагнетика, мы можем получить как 0-, так и π- состояния джозефсоновского элемента с высокими рабочими частотами. Но во внешнем магнитном поле H_{ext} SIsFS струткура в любом случае будет вести себя как единый джозефсоновский контакт, поскольку размер d_s слишком мал, чтобы эффективно экранировать H_{ext}. Описанная выше модель сосредоточенных элементов окажется уже неактуальной. Это обеспечивает возможность переключать обсуждаемый элемент между устойчивыми состояниями, характеризуемыми разными значениями критического тока, с помощью внешнего поля.

Снова при разработке методики будем считать, что условия «грязного предела» выполнены для всех материалов структуры. Для простоты также предположим, что все сверхпроводящие пленки идентичны и могут быть описаны одной критической температурой T_C и длиной когерентности ξ_S. Транспортные свойства sF и FS границ считаем одинаковыми, показатели подавления сверхпроводимости вводим стандартным образом [A41]:

$$\gamma = \frac{\rho_S \xi_S}{\rho_F \xi_F}, \quad \gamma_B = \frac{R_{BF} \mathsf{A}_B}{\rho_F \xi_F}. \tag{5.2.1}$$

Здесь R_{BF} и A_B – сопротивление и площадь sF и FS границы соответственно, ρ_S и ρ_F – удельные сопротивления S и F материалов. Для S слоев уравнения Узаделя перепишем в виде:

$$\frac{\xi_S^2}{\Omega G_m}\frac{d}{dx}\left(G_m^2\frac{d}{dx}\Phi_m\right)-\Phi_m=-\Delta_m, G_m=\frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2+\Phi_m\Phi_m^*}}, \tag{5.2.2}$$

$$\Delta_m\ln\frac{T}{T_C}+\frac{T}{T_C}\sum_{\omega=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Delta_m}{|\Omega|}-\frac{\Phi_m G_m}{\Omega}\right)=0, \tag{5.2.3}$$

где индекс $m=S$ при $x\le -d_s$ и $x\ge d_F$; $m=s$ при $-d_s\le x\le 0$. В слое ферромагнетика $(0\le x\le d_F)$ стандартным образом учтем наличие обменного поля с энергией H [A41]:

$$\xi_F^2\frac{d}{dx}\left(G_F^2\frac{d}{dx}\Phi_F\right)-\tilde{\Omega}\Phi_F G_F=0. \tag{5.2.4}$$

Будем использовать мацубаровские частоты $\Omega=T(2n+1)/T_C$, нормированые на πT_C, $\tilde{\Omega}=\Omega+iH/\pi T_C$, $G_F=\tilde{\Omega}/(\tilde{\Omega}^2+\Phi_{F,\omega}\Phi^*_{F,-\omega})^{1/2}$, $\xi^2_{S,F}=(D_{S,F}/2\pi T_C)$ и $D_{S,F}$ – коэффициенты диффузии в S и F металлах соответственно. Потенциал спаривания Δ_m и функции Грина в Ф-параметризации Φ_m и Φ_F здесь также нормированы на πT_C. Для оси Ox выбрано направление, перпендикулярное границам SI, FS и sF (начало координат пусть находится на sF границе). Граничные условия при $x=-d_s$, $x=0$ и $x=d_F$ записываются как [A41]:

$$\begin{aligned} G_S^2\frac{d}{dx}\Phi_S&=G_s^2\frac{d}{dx}\Phi_s,\\ \gamma_{BI}\xi_S G_s\frac{d}{dx}\Phi_s&=-G_S(\Phi_S-\Phi_s), \end{aligned} \tag{5.2.5}$$

где $\gamma_{BI}=R_{BI}\mathsf{A}_B/\rho_S\xi_S$, R_{BI} и A_B – сопротивление и площадь уже SI границы, $\gamma_{BI}>>1$;

$$\begin{aligned} \frac{\xi_S}{\Omega}G_s^2\frac{d}{dx}\Phi_s&=\gamma\frac{\xi_F}{\tilde{\Omega}}G_F^2\frac{d}{dx}\Phi_F,\\ \gamma_B\xi_F G_F\frac{d}{dx}\Phi_F&=-G_s\left(\frac{\tilde{\Omega}}{\Omega}\Phi_s-\Phi_F\right), \end{aligned} \tag{5.2.6}$$

$$\begin{aligned} \frac{\xi_S}{\Omega}G_S^2\frac{d}{dx}\Phi_S&=\gamma\frac{\xi_F}{\tilde{\Omega}}G_S^2\frac{d}{dx}\Phi_F,\\ \gamma_B\xi_F G_F\frac{d}{dx}\Phi_F&=G_S\left(\frac{\tilde{\Omega}}{\Omega}\Phi_S-\Phi_F\right). \end{aligned} \tag{5.2.7}$$

Вдали от границ решение должно соответствовать случаю равномерно протекающего через сверхпроводник тока [A41]:

$$\Phi_S(\mp\infty)=\Phi_\infty\exp\{i(\chi(\mp\infty)-ux/\xi_S)\}, \tag{5.2.8}$$

$$\Delta_S(\mp\infty)=\Delta_0\exp\{i(\chi(\mp\infty)-ux/\xi_S)\}, \tag{5.2.9}$$

$$\Phi_\infty = \frac{\Delta_0}{1+u^2/\sqrt{\Omega^2+|\Phi_S|^2}}, \tag{5.2.10}$$

$$\varphi = \varphi(\infty) - 2ux/\xi_S, \varphi(\infty) = \chi(\infty) - \chi(-\infty). \tag{5.2.11}$$

Здесь введены следующие важные «локальные» обозначения: $\varphi(\infty)$ – джозефсоновская фаза для контакта как целого, измеряемая в эксперименте, Δ_0 – модуль параметра порядка вдали от всех границ при заданной температуре, $u = 2mv_s\xi_S$, v_s – скорость «сверхтекучего» конденсата куперовских пар. Отметим, что граничные условия в данной задаче включают мацубаровскую частоту Ω, что ведет к зависимости от Ω и фазы функций Грина Φ_S, которая может и отличаться от фазы потенциала спаривания Δ_S на FS границах $\chi(d_F)$ и $\chi(0)$. Поставленная краевая задача может быть решена численно при помощи описанных выше подходов для вычисления тока

$$\frac{2eI_S(\varphi)}{\pi T\mathsf{A}_B} = \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} \frac{iG_{m,\omega}^2}{\rho_m\tilde{\Omega}^2}\left[\Phi_{m,\omega}\frac{\partial\Phi^*_{m,-\omega}}{\partial x} - \Phi^*_{m,-\omega}\frac{\partial\Phi_{m,\omega}}{\partial x}\right]. \tag{5.2.12}$$

В приближении малопрозрачного туннельного барьера на SIs границе сопротивление джозефсоновского контакта R_n полностью определяется сопротивлением туннельного барьера, что позволяет получить очень простое решение в области $x \le -d_s$:

$$\Phi_S(x) = \Delta_S(x) = \Delta_0. \tag{5.2.13}$$

Можно положить $\chi(-\infty) = \chi(-d_s - 0) = 0$. При этом на sF и FS границах подавление сверхпроводимости в рассматриваемом случае необходимо учитывать:

$$\gamma_{BI}\xi_S G_s \frac{d}{dx}\Phi_s = -\frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2+\Delta_0^2}}(\Delta_0 - \Phi_s). \tag{5.2.14}$$

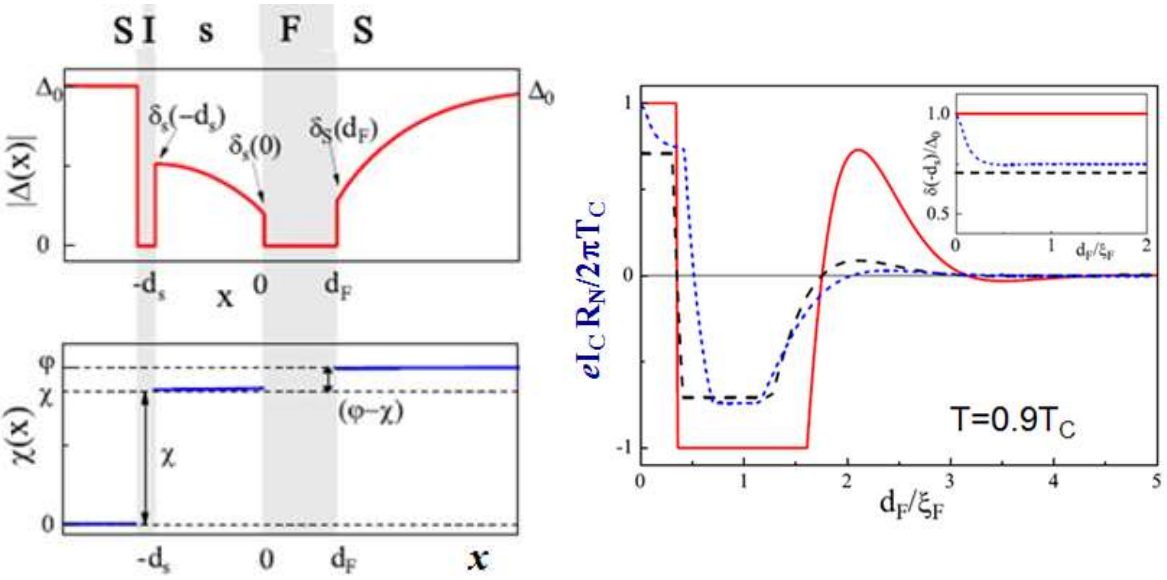
Дальнейшее аналитическое исследование SIsFS структуры разумно выполнить для некоторых важных частных случаев [A41].

Для случая высокой (близкой к критической) температуры уравнения Узаделя в слое ферромагнетика могут быть линеаризованы, причем

$$\Gamma_{BI} = \frac{\gamma_{BI}\xi_S}{\xi_S(T)} >> 1, \tag{5.2.15}$$

При контакте с ферромагнетиком сверхпроводимость сильно подавлена, то есть

$$\Gamma p >> 1, \Gamma q >> 1; \Gamma = \frac{\gamma\xi_S(T)}{\xi_S}, \xi_S(T) = \frac{\pi\xi_S}{2\sqrt{1-T/T_C}} \tag{5.2.16}$$



(а) (б)

Рисунок 5.2.1 – (а) Поведение амплитуды и фазы потенциала спаривания [A41] для следующих параметров структуры: $T = 0.9T_C$, $h = H/\pi T_C = 10$, $\Gamma_{BI} = 200$ и $\Gamma = 5$.

(б) Зависимости нормированного критического тока от толщины F-слоя, рассчитанные в пределе относительно толстого промежуточного F-слоя без учета подавления сверхпроводимости в окрестности туннельного барьера за счет эффекта близости с FS электродом (сплошная линия), в случае $d_s=2\xi_s$ (штриховая) и при помощи численного моделирования (короткие штрихи).

$$p^{-1} = \frac{8}{\pi^2} Re \sum_{\omega=0}^{\infty} \frac{1}{\Omega^2 \sqrt{\tilde{\Omega}} \coth \dfrac{d_F \sqrt{\tilde{\Omega}}}{2\xi_F}},$$
$$q^{-1} = \frac{8}{\pi^2} Re \sum_{\omega=0}^{\infty} \frac{1}{\Omega^2 \sqrt{\tilde{\Omega}} \tanh \dfrac{d_F \sqrt{\tilde{\Omega}}}{2\xi_F}}. \qquad (5.2.17)$$

Для больших обменных полей и толстых F-слоев ($h = H/\pi T_C >> 1$ и $d_F >> \sqrt{2/h}\xi_F$) суммы в записанных выше выражениях можно представить в следующем удобном виде:

$$\beta = \frac{p-q}{p+q} = \sqrt{8} \sin\left(\frac{d_F}{\xi_F}\sqrt{\frac{h}{2}} + \frac{3\pi}{4}\right) \exp\left(-\frac{d_F}{\xi_F}\sqrt{\frac{h}{2}}\right), \qquad (5.2.18)$$

$$p + q = 2\sqrt{2h}\left(T/T_C\right)^2, \quad pq = 2h\left(T/T_C\right)^4. \qquad (5.2.19)$$

В общем случае фазы параметра порядка в s-слое и S-электродах являются функциями координаты x, что хорошо видно на прилагаемой иллюстрации, полученной в результате численных расчетов.

Малость величин $(\Gamma q)^{-1}$ и $(\Gamma p)^{-1}$ позволяет считать фазы гриновских функций в сверхпроводящих электродах постоянными (для левого электрода эту фазу разумно положить

равной нулю; для промежуточного s-слоя и правого электрода – ввести обозначения χ и φ соответственно).

Численное моделирование характеристик структуры показывает существование двух принципиально различных с точки зрения практических применений в составе КШСС режимов работы для разных соотношений d_s и «критической» толщины $d_{sc} = (\pi/2)\xi_S(T)$.

Для величин d_s, превышающих критическое значение, в промежуточном s-слое выживают его «природные» сверхпроводящие корреляции (обозначим этот режим как *mode 1*). При $d_s \le d_{sc}$ здесь остаются только куперовские пары, проникающие из S электродов (*mode 2*).

Для первого из упомянутых режимов протекающий через SIs, sF, и FS границы ток ток может быть соответственно выражен как:

$$\frac{I_S(-d_s)}{J_G} = \frac{\delta_s(-d_s)}{\Gamma_{BI}\Delta_0}\sin(\chi), I_G = \frac{\pi\Delta_0^2 \mathsf{A}_B}{4e\rho_S T_C \xi_S(T)},$$

$$\frac{I_S(0)}{I_G} = \frac{I_S(d_F)}{I_G} = \frac{\Gamma(p-q)}{2\Delta_0^2}\delta_s(0)\delta_S(d_F)\sin(\varphi-\chi),$$

где $\Delta_0 = \sqrt{8\pi^2 T_C(T_C - T)/7\zeta(3)}$, A_B – площадь сечения, и $\zeta(z)$ – дзета функция Римана. Здесь введены параметры порядка на sF и FS границах соответственно

$$\delta_s(0) = \frac{2b(p-q)\cos(\varphi-\chi) - 2a(p+q)}{\Gamma\left[(p+q)^2 - (p-q)^2\cos^2(\varphi-\chi)\right]},$$

$$\delta_S(d_F) = \frac{2b(p+q) - 2a(p-q)\cos(\varphi-\chi)}{\Gamma\left((p+q)^2 - (p-q)^2\cos^2(\varphi-\chi)\right)},$$

$$a = -\delta_s(-d_s)\sqrt{1 - \frac{\delta_s^2(-d_s)}{2\Delta_0^2}}, b = \frac{\Delta_0}{\sqrt{2}},$$

причем $\delta_s(-d_s)$ может быть найдена из трасцендентного уравнения:

$$K\left(\frac{\delta_s(-d_s)}{\Delta_0\eta}\right) = \frac{d_s\eta}{\sqrt{2}\xi_s(T)}, \eta = \sqrt{2 - \frac{\delta_s^2(-d_s)}{\Delta_0^2}}.$$

Здесь $K(z)$ – полный эллиптический интеграл первого рода. Подстановка $\delta_s(-d_s) = 0$ в последнее уравнение как раз и дает выражение для критической толщины промежуточного s-слоя: $d_{sc} = (\pi/2)\xi_S(T)$. Для анализа ток-фазовой зависимости структуры необходимо исключить фазу χ, пользуясь обычным для наших задач условием равенства токов на последовательно расположенных границах. Для относительно больших толщин *s*-слоя ($d_s >> d_{sc}$) величина «промежуточного» потенциала спаривания $\delta_s(-d_s)$ близка к значению в глубине электродов Δ_0, и можно положить $a = -b$, что дает [A41]:

$$\delta_S(d_F) = \delta_s(0) = \frac{\sqrt{2}\Delta_0}{\Gamma\left((p+q)-(p-q)\cos(\varphi-\chi)\right)},$$

$$I_S(0) = I_S(d_F) = \frac{J_G\beta\sin(\varphi-\chi)}{\Gamma\left(1-\beta\cos(\varphi-\chi)\right)}$$

вместе с уравнением для определения «промежуточной» фазы χ

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_{BI}}\sin(\chi) = \frac{\beta\sin(\varphi-\chi)}{1-\beta\cos(\varphi-\chi)}, \beta = \frac{p-q}{p+q},$$

дает необходимые для практического использования характеристики SIsFS структуры, рассматриваемой как пара последовательно соединенных SIs и sFS котактов. Для практического использования SIsFS структур крайне важно отметить, что в рассматриваемом режиме её свойства почти не зависят от величины d_s и определяются переходом с меньшим критическим током: из последнего трансцендентного уравнения следует, что фаза χ зависит от отношения критических токов SIS и sFS контактов ($I_{CSIs} \propto \Gamma_{BI}^{-1}$ контакта и $I_{CsFS} \propto \mid \beta \mid \Gamma^{-1}$). Множитель β близок к единице для малых d_F и демонстрирует затухающие осцилляции с ростом этой величины. Это ведет к тому, что существуют такие точки d_{Fn}, для которых $\beta = 0$, $I_S \equiv 0$ и происходит переход из 0- в π-состояние.

Здесь важно подчеркнуть, что переход к описанию сложной стековой структуры при помощи «резистивной модели для сосредоточенных контактов» (параметры которых выводятся из микроскопического описания), позволяет радикально упростить анализ и оптимизацию интересующих нас джозефсонвоских устройств.

В наиболее интересном для нас с точки зрения практической реализации КШСС-блоков случае условие $\Gamma_{BI}^{-1} = \mid \beta \mid \Gamma^{-1}$ должно быть выполнено, и, как видно из скачков фазы параметра порядка на приведенной иллюстрации, слабая связь должна локализоваться на туннельном барьере. Это означает, что [A41]

$$\chi \approx \varphi - \frac{2q\Gamma}{(p-q)\Gamma_{BI}}\sin(\varphi)$$

в 0-состоянии ($d_F < d_{F1}$) и

$$\chi \approx \pi + \varphi - \frac{2q\Gamma}{(p-q)\Gamma_{BI}}\sin(\varphi)$$

в π-состоянии ($d_F > d_{F1}$).

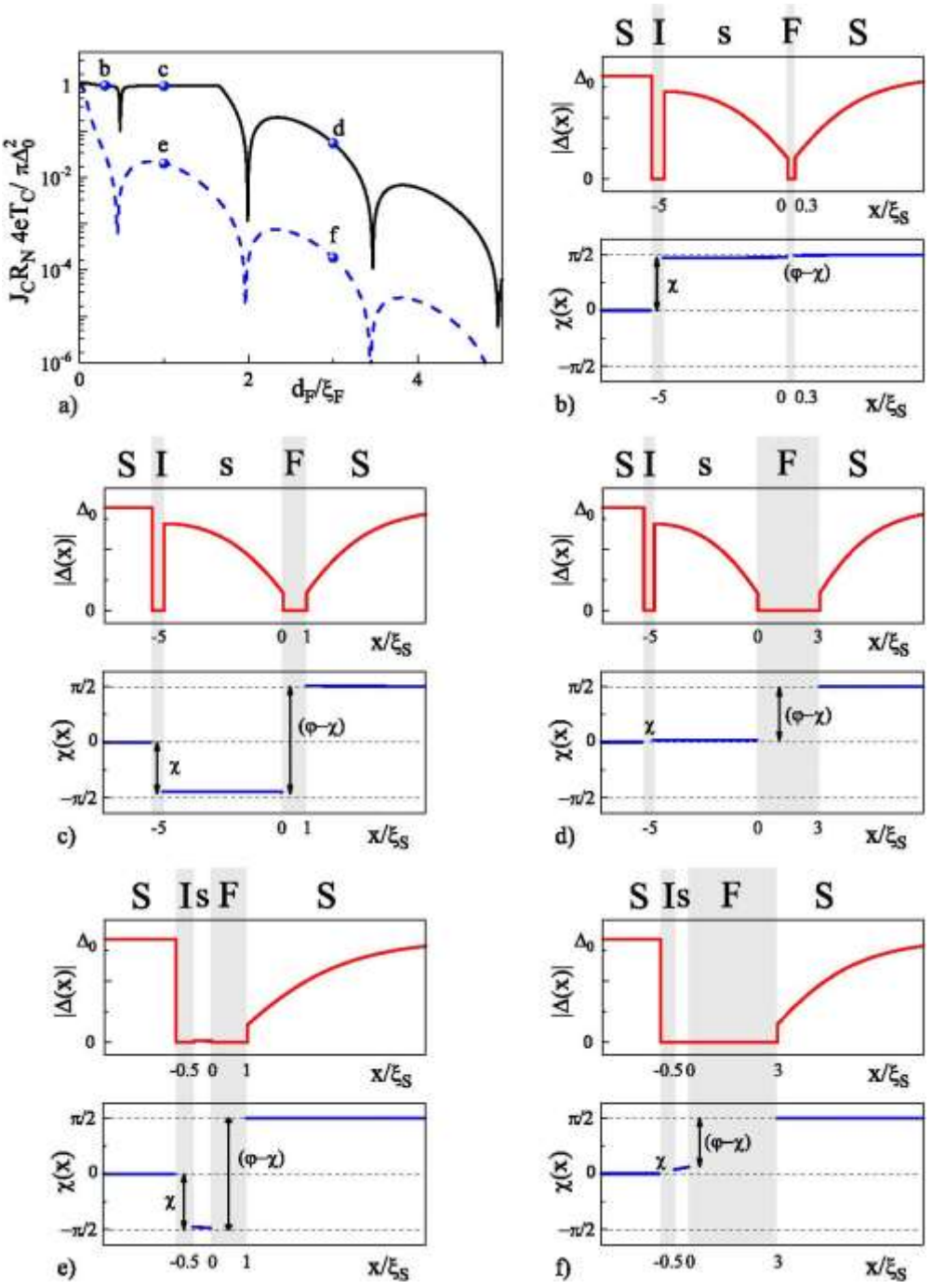
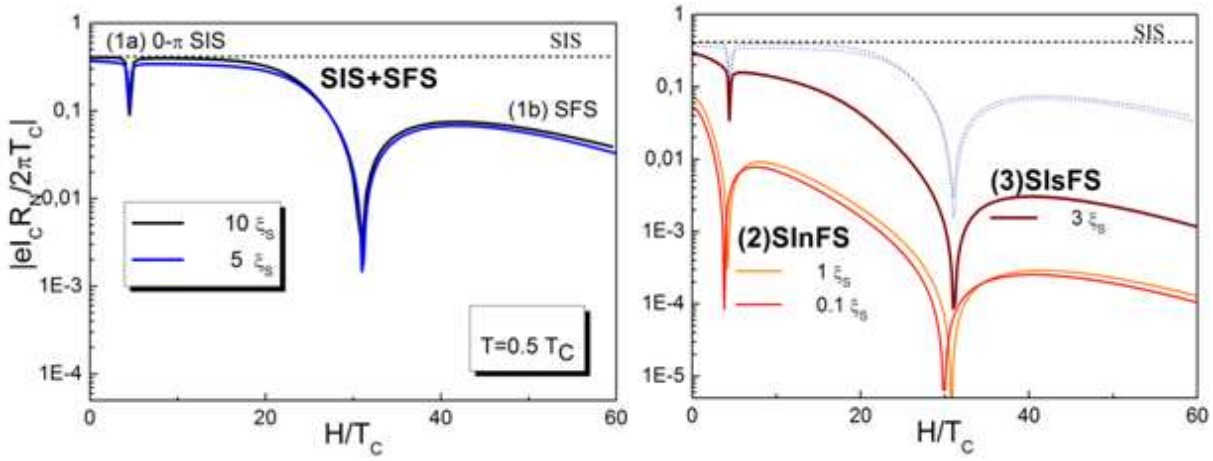


Рисунок 5.2.2 – Нормированный критический ток SIsFS структуры, а также зависимости амплитуды и фазы потенциала спаривания для выбранных параметров контакта [A41].

Выражения для сверхпроводящего тока имеет вид:

$$J_S(\varphi) = \pm \frac{J_G}{\Gamma_{BI}} \left[\sin\varphi - \frac{\Gamma}{\Gamma_{BI}} \frac{1 \mp \beta}{2\beta} \sin(2\varphi) \right].$$

Для 0- (положительный критический ток) и π- состояний (отрицательный критический ток). Очевидно, что при $d_F < d_{F1}$ ТФЗ контакта содержит только первую гармоническую компоненту, что типичо для туннельных SIS структур. Вторая гармоника является малой

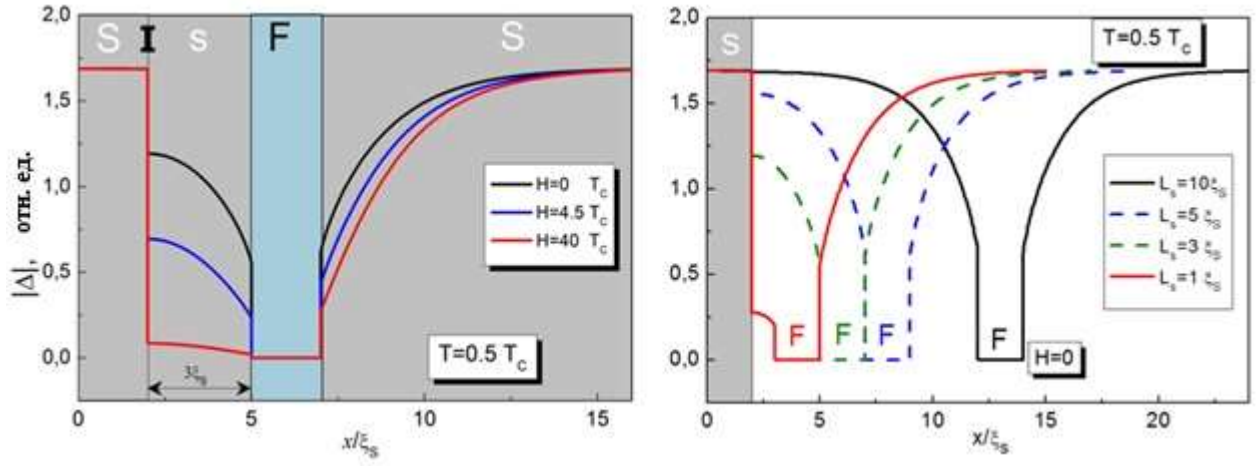


(а) (б)

Рисунок 5.2.3 – Произведение абсолютной величины критического тока на нормальное сопротивление $I_C R_N$ для SIsFS как функции обменной энергии H в F слое для различных толщин сверхпроводящего s-острова при $T = 0.5T_C$, $d_F=2\xi_F$, $\gamma=1$, $\gamma_B=0.3$, $\gamma_{BI}=1000$.

поправкой к ток-фазовой зависимости, ее амплитуда имеет порядок малости $\frac{\Gamma}{\Gamma_{BI}}$ и отрицательный знак. При $d_F > d_{F1}$ сверхток меняет свой знак, причем SIsFS контакт обладает почти одинаковой абсолютной величиной критического тока в 0- и π-состояниях.

Как видно из результатов расчета, представленных в наглядном виде на иллюстрации к тексту, для разумного набора параметров – $T = 0.5T_C$, $H = 10\pi T_C$, $\gamma = 1$, $\gamma_B=0.3$, $\gamma_{BI}=1000$ – критическая толщина слоя близка к $3\xi_S$. Когда толщина сверхпроводящего s-слоя меньше этого значения (*mode 2*), сверхпроводимость в этой области оказывается полностью подавленной, и

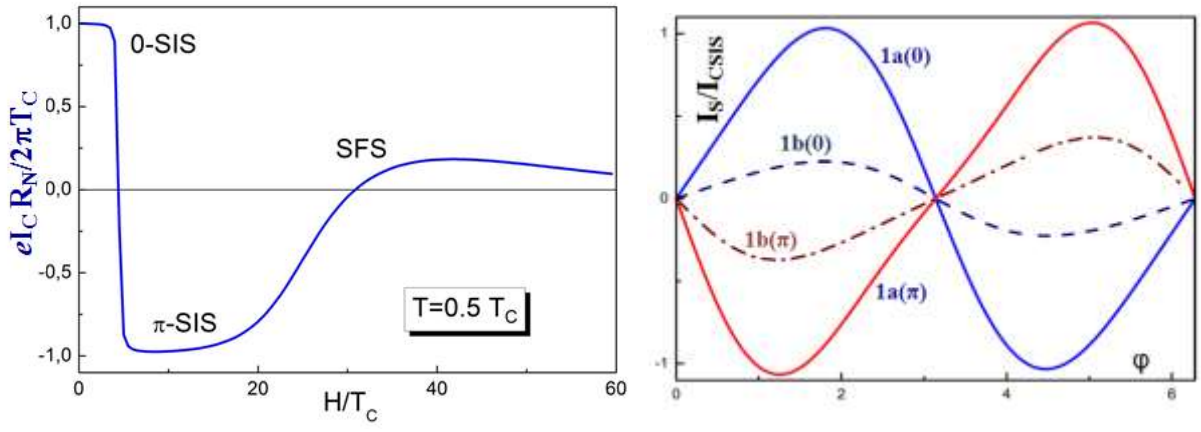


(а) (б)

Рисунок 5.2.4 – (а) Распределение потенциала спаривания как функции координаты x, отсчитанной от левого края SIsFS структуры при $T = 0.5T_C$, $L_F=2\xi_S$, $\gamma=1$, $\gamma_B=0.3$, $\gamma_{BI}=1000$ для набора толщин сверхпроводниковой прослойки и разных величин обменного поля H. Данные графики демонстрирует влияние эффекта близости со стороны ферромагнетика на подавление сверхпроводимости на «острове» s.

зависимость критического тока от величины эффективного обменного поля ведет себя как в гетероструктурах с нормальными и ферромагнитными слоями в области слабой связи. Наконец, в промежуточной области параметров, когда d_S близка к d_{SC}, малые изменения размеров сверхпроводящего острова существенно меняют всю зависимость $I_C(H)$, что делает весьма затруднительным практическое использование таких SIsFS структур. Так, по мере увеличения обменного поля H (или толщины F-слоя d_F) при постоянных размерах острова сверхпроводимость на нем может исчезнуть.

Разработанный алгоритм самосогласованного анализа транспортных характеристик одномерной джозефсоновской структуры, включающей многокомпонентную прослойку из ферромагнитного, сверхпроводящего и изолирующего слоев, позволил рассчитать также зависимость критического тока SIsFS структуры от толщины ферромагнетика. Видно, как с изменением толщины F-слоя происходит изменение знака критического тока, т.е. переход из 0-состояния в π-состояние. Важно подчеркнуть, что в данном случае гетероструктура может быть изготовлена в π-состоянии с сохранением значения произведения абсолютной величины критического тока на нормальное сопротивление I_CR_n. Для практических применений это означает, что характерная джозефсоновская частота π-контакта будет оставаться на уровне, характерном для туннельных SIS переходов, что является уникальным свойством рассматриваемых SIsFS структур. В обычных SFS переходах для того, чтобы достичь π-состояния, надо либо существенно увеличивать толщину ферромагнитного слоя ($d_F \gtrsim$ (2-3) ξ_F), либо существенно увеличивать сопротивление SF-границы. В обоих случаях величина I_CR_N в π-состоянии резко падает. Наконец, отметим, что адекватность полученных результатов расчета, включая и предсказанную возможность создания π-контакта с высоким значением I_CR_n была успешно проверена экспериментально.



(а) (б)

Рисунок 5.2.5 – Зависимость $I_S(\pi/2)$ для SIsFS структуры как функция толщины F слоя, рассчитанная численно при $T=0.5T_C$, $H = 10\pi T_C$, $L_s=10\xi_s$. Также приведены характерные ток-фазовые зависимости для 0- и π-состояний.

Обменное поле H является внутренним микроскопическим параметром ферромагнетика, слабо поддающимся контролю. Но в последнее время в современной сверхпроводниковой спинтронике все чаще стали использоваться мягкие ферромагнитные сплавы с кластерным типом ферромагнетизма [5-7]. В этих материалах магнитные свойства обеспечиваются независимыми от друга ферромагнитнымии кластерами, растворенными в объеме нормального металла. При частичном перемагничивании материала возможна переориентация части кластеров. Более того, в связи с тем, что плотность подобных кластеров значительно превышает обратную длину когерентности в ферромагнетике ξ_F^{-1}, эффективное воздействие ферромагнитного сплава на токовый транспорт описывается усредненной по объему величиной эффективного обменного поля:

$$H_{eff} = H\frac{n_\uparrow V_\uparrow - n_\downarrow V_\downarrow}{n_\uparrow V_\uparrow + n_\downarrow V_\downarrow + n(V - V_\uparrow - V_\downarrow)}$$

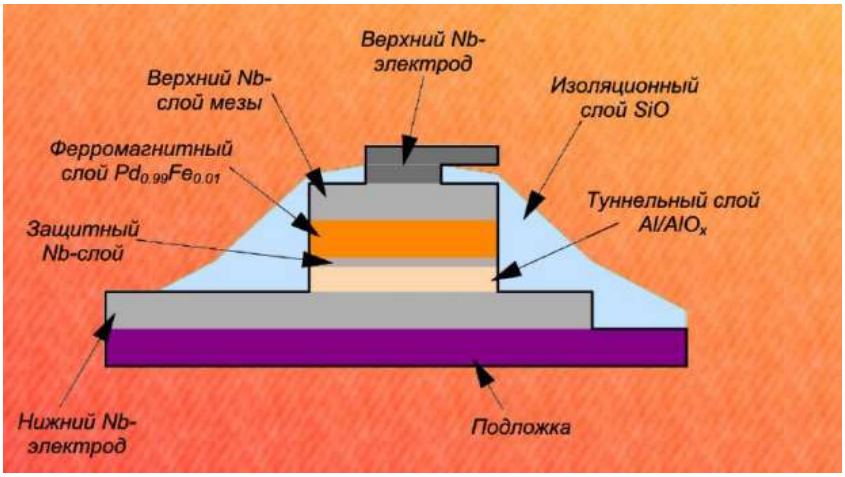
где H – обменное поле внутри кластера, n – концентрация электронов внутри физически малого объема V, а n↓ и V↓ - соответствующие величины для концентрации и объема спин поляризованных частей. Это означает, что эффективное обменное поле в подобных материалах является контролируемым и может управляться импульсами внешнего магнитного поля [A38]. В ходе дальнейших расчетов, в качестве переменного параметра использовалась именно величина эффективного обменного поля H_{eff}.

Сложная составная структура области слабой связи также влияет на эффективное обменное поле. Так, в случае тонких прослоек центрального сверхпроводникового s и ферромагнитного F слоев $d_F, d_s << \xi_S$ сверхпроводимость в s-слое подавлена, а токовый транспорт через получившуюся NF прослойку слабой связи определяется эффективным значением

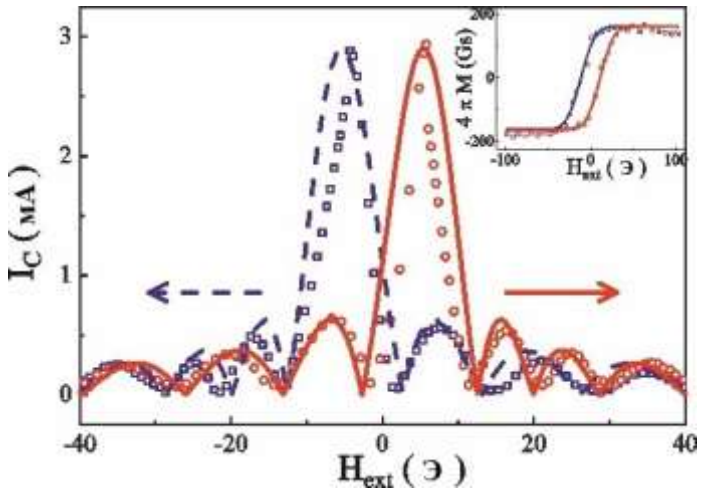
$$H^*_{eff} = H\frac{n_\uparrow V_\uparrow - n_\downarrow V_\downarrow}{n_\uparrow V_\uparrow + n_\downarrow V_\downarrow + n(V - V_\uparrow - V_\downarrow)}\frac{d_F}{d_F + d_s}.$$

В общем случае произвольных толщин эффективный обмен, равно как и соответствующие токовые характеристики могут быть получены из решения уравнений Узаделя, поэтому данный эффект был учтен в рамках созданного численного метода.

Работоспособность такого подхода была проверена при сравнении результатов расчета с данными эксперимента, представленными в работе [A44]. В качестве магнито-мягкого материала с кластерным типом ферромагнетизма использовался сплав $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$. Соответственно, в качестве SIsFS структуры – базового элемента запоминающих устройств в блоках КШСС – выступала многослойка Nb-Al/AlOx-Nb- $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb с асимметричным подведением сверхпроводящих электродов, топология которой представлена на Рисунке 6, *а*.



(а)



(б)

Рисунок 5.2.6 – (а) Принципиальный вид топологии Nb-Al/AlOx-Nb- $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb перехода. (б) Зависимость критического тока от магнитного поля: сплошные линии – результат расчета при помощи разработанного алгоритма; точки – результат эксперимента [А38].

В эксперименте измеряли зависимость критического тока такой джозефсоновской гетероструктуры от напряженности внешнего магнитного поля, I_C (H_{ext}), прикладывая монотонно растущее (убывающее) магнитное поле. Как и следовало ожидать, эта зависимость описывается формулой Фраунгофера: $I_C(H_{ext}) = I_{C0}\left|\frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0}\right|$.

При этом поток Ф через область слабой связи зависел как от величины приложенного магнитного поля, так и от величины эффективного обменного поля. В результате положение максимумов критического тока зависело от того, росла или убывала напряженность магнитного поля в эксперименте. Численный расчет зависимости $I_C(H_{\text{ext}})$ проводился в рамках разработанного алгоритма самосогласованного анализа транспортных характеристик одномерной джозефсоновской структуры, включающей многокомпонентную прослойку из ферромагнитного, сверхпроводящего и изолирующего слоев. Была предусмотрена возможность изменения соотношения между спин-поляризованными частями электронной концентрации (и, как следствие,

эффективного обменного поля) за счет переворота магнитного момента отдельного кластера при превышении приложенного поля некоторой критической величины H_{crit}. Сравнение полученных расчетных данных с результатами эксперимента представлено на Рисунке 6. Отличное согласие между теорией и экспериментом не только подтвердило адекватность разработанного алгоритма, но и открыло возможность определения (как подгоночного параметра) энергии обменного поля в исследуемой SIsFS структуре.

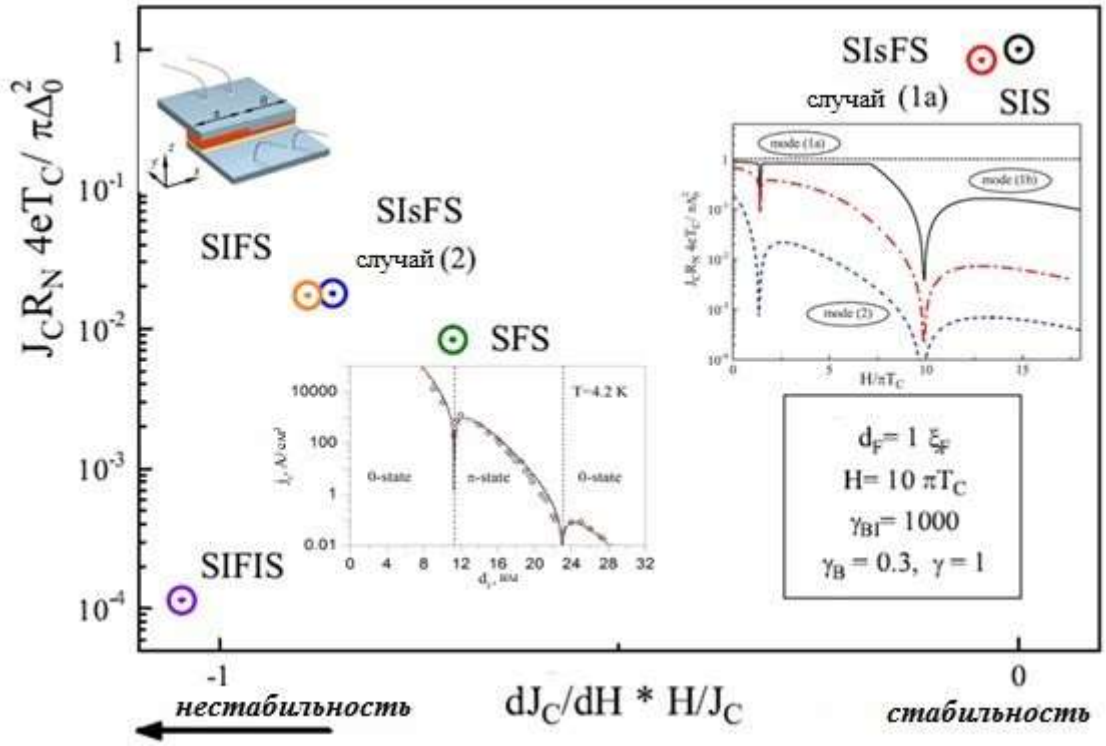


Рисунок 5.2.7 – Абсолютная величина произведения $I_C R_N$ для исследуемой SIsFS структуры и стабильность этого параметра при изменении эффективного обменного поля в F-слое для двух важных предельных случаев: (*случай 1a*) параметр порядка на острове *s* отличен от нуля, и сверхпроводимость в этой прослойке полностью подавлена (*случай 2*). Для сравнения приведены аналогичные расчетные данные для структур сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник (SIS), сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник (SFS), сверхпроводник–изолятор–ферромагнетик–сверхпроводник (SIFS) и т.д. [A41].

Для того, чтобы характеризовать стабильность предлагаемого базового элемента запоминающих устройств по отношению к флуктуациям эффективного обменного поля H удобно ввести параметр $\eta = (dI_C/I_C)/(dH/H)$, который описывает относительное изменение критического тока при приращении эффективного обменного поля. Чем больше величина η, тем сильнее отклоняется от «равновесного» значения величина критического тока при вариациях H. На приведенной ниже иллюстрации представлено сравнение SIsFS-контактов с

обычными SFS, SIFS и SIFIS структурами как по «магнитной вариативности» η, так и по характерному напряжению, величина которого определяет быстродействие структуры. Вычисления были проведены в рамках описанных выше методов для набора параметров $T = 0.5T_C$, $H = 10\pi T_C$, $d_F = \xi_F$, $\gamma_{BI} = 1000$, $\gamma_B = 0.3$, $\gamma = 1$.

В присутствии двух туннельных барьеров SIFIS структура обладает наименьшей характерной частотой и наихудшей «стабильностью» (воспроизводимостью при практической реализации). SIFS и SIsFS структуры в режиме *случай 2* имеют почти одинаковые характеристики. У обычных SFS контактов $I_C R_N$ в два раза меньше чем у туннельных аналогов. Наконец, SIsFS структуры при оптимальном наборе параметров достигают уровня быстродействия и воспроизводимости туннельных SIS структур, которые массово используются при создании цепей сверхпроводниковой электроники. Как видим из вставки к Рисунку 7, существует область параметров, для которой абсолютная величина произведения $I_C R_N$ практически не меняется при малых изменениях эффективного обменного поля [A41]. Это дает возможность создавать в эксперименте джозефсоновские контакты с малым разбросом параметров, причем такие параметры отдельно взятого перехода остаются неизменными даже после большого количества циклов записи/перезаписи. Именно эта черта делает SIsFS структуры многобещающими для эффективной интеграции в блоки обработки информации для КШСС.

Полученные результаты анализа токового транспорта для одномерной джозефсоновской структуры, включающей многокомпонентную прослойку из ферромагнитного, сверхпроводящего и изолирующего слоев, открывают возможность для эффективного исследования динамики таких SIsFS структур. Для наиболее перспективного с точки зрения практических применений, когда размер сверхпроводящего промежуточного *s*-слоя достаточно велик, гетероструктуру можно рассматривать как последовательное соединение SFs и sIS переходов. Эволюцию во времени джозефсоновской фазы каждой части в рамках развиваемой здесь концепции можно исследовать в рамках резистивной модели, основное уравнение которой подробно обсуждалось ранее. Наглядная иллюстрация к процессу считывания состояния, принятого за логическую единицу, приведена на Рисунке 8.

Учтем, что эффективной обменной энергией в ферромагнитном слое в практических применениях необходимо управлять посредством достаточно слабых внешних полей (~1Гс), а это значит, что характерные физические размеры гетероструктуры должны быть достаточно велики. Тогда представим и SFS, и SIS переходы как цепочку параллельно соединенных джозефсоновских элементов, соединенных малыми (после перевода в безразмерный вид) сверхпроводящими индуктивностями l (суммарная индуктивность соединительных элементов в этой модели определяется кинетической индуктивностью острова), как это показано на Рисунке 8, *б*.

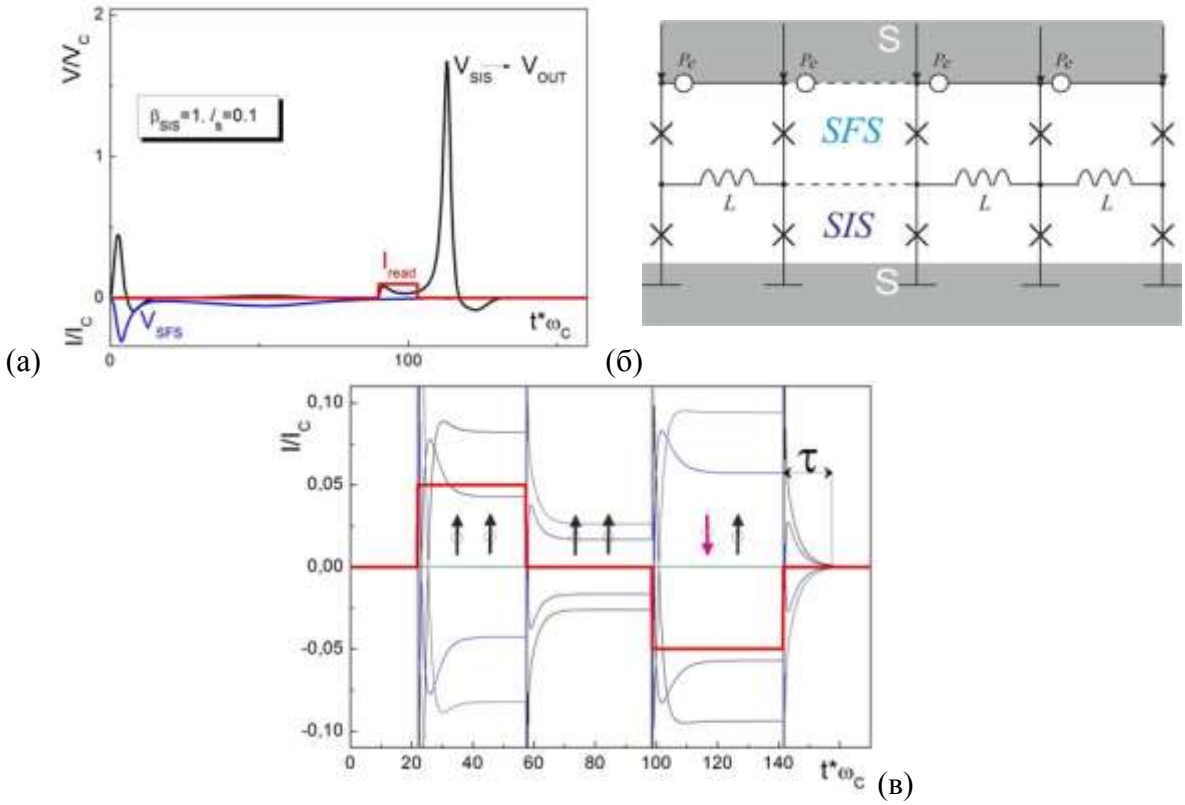


Рисунок 5.2.8 – (а) Динамика процессов в предложенной ячейке памяти, содержащей исследуемый управляемый джозефсоновский элемент. В ходе операции «Запись» эффективное обменное поле в области утсановлено таким образом, что критический ток SIsFS превышает («1») значение критического тока контактов в линии *Чтение*. Тогда вошедший одноквантовый импульс, переносящий информацию, проходит в линию Выход [A42].
(б), (в) Эквивалентная схема распределенного SIsFS контакта и круговые токи во внешнем магнитном поле (сплошной красной линией представлена зависимость приложенного потока от времени). Для случая (↑↑) все кластеры, формирующие эффективное обменное поле, выстроены в одном направлении (вдоль поля); для случая (↑↓) количество кластеров с двумя противоположными значениями моментов совпадает.

Исследование динамики распределенной SIsFS структуры, проведенное при помощи программного комплекса PSCAN, позволило провести предварительное моделирований двух базовых операций для элемента памяти («Запись» и «Считывание»). С особым вниманием изучались переходные процессы, возникающие при скачкообразном включении транспортного тока и скачкообразном изменении намагниченности F-слоя, что соответствует выполнению двух упомянутых операций в цифровых сверхпроводящих цепях.

Оказалось, что для случая малой кинетической индуктивности «s-острова» (что, видимо, верно для реальных тестовых образцов) характерное время установления круговых токов в системе после перемагничивания F-слоя (изменения эффективного приложенного магнитного потока) определяется малым характерным временем SIS контакта τ (см. Рисунок 8, *в*). Таким об-

разом, можно заключить, что характерное время для операции «Запись» (а именно моделированию этой операции и отвечает исследование токового отклика в SIsFS структуре на резко меняющийся магнитный поток) будет определять времена перемагничивания F-слоя, а не времена установления режимов в джозефсоновской гетероструктуре. Для моделирования хода операции «Считывание» исследовалась динамика ячейки, представленной ранее. Отклик системы на включение транспортного тока также определяется характерной частотой SIS-части, что подтверждает возможность использования SIsFS структур в качестве элементов памяти сверхпроводящих блоков обработки сигнала.

Необходимо отметить, что для SIsFS структуры как элемента памяти присущ ряд существенных недостатков. Также как и контакты SIS типа, SIsFS элементы обладают большой емкостью и требуют внешнего шунтирования. Использование металлического слоя ферромагнетика приводит к сильному подавлению сверхпроводимости в электродах, а формирование сложной составной прослойки с прецизионно тонкими слоями (нанослоями) требует применения двух разных технологий формирования для I- и F-слоев. Кроме того, существенным недостатком при использовании любых джозефсоновских структур с одним магнитным слоем в качестве базы для элементов памяти является сложность реализации надежного механизма «полувыборки» (проведения операции над элементом только в случае одновременной подачи двух управляющих сигналов) [A42].

Развивая начатое выше сравнение SIsFS контакта с известными конкурирующими техническими решениями, следует вернуться к обсуждению концепции сверхпроводникового спинового вентиля. Такой элемент в составе интегральной схемы размещается на подложке, на которую последовательно наносят сверхпроводящую пленку с критической температурой и размещенную на ней через слой изолятора структуру, управляющую величиной T_C. Собственно управляющий вентиль состоит из двух слоев F-материалов, разделенных прослойкой-спейсером из материала без магнитных свойств [8].

С недавнего времени известны джозефсоновские контакты и спиновые вентили [9, 10], в которых на подложке образована область слабой связи в виде многослойной тонкопленочной FNF-структуры, связанной определенным образом с электродами из сверхпроводника S. Слои ферромагнитного материала выполнены с возможностью разворота векторов намагниченности друг относительно друга в плоскости слоистой структуры из антиферромагнитного в ферромагнитное состояние. В таких магнитных джозефсоновских контактах/спиновых вентилях возможно более эффективное управление критическим током/критической температурой посредством внешнего магнитного поля за счет организации ряда независимых каналов токопереноса, однако характерное напряжение и, как следствие, характерная джозефсоновская частота здесь

слишком малы для эффективного использования в устройствах сверхпроводниковой электроники.

Очень серьезный интерес представляет джозефсоновский вентиль на основе структур ферромагнетик-сверхпроводник-изолятор-ферромагнетик-сверхпроводник ($F_1SF'SF_2$) с использованием слабого ферромагнетика PdFe в качестве F′-слоя [11]. В таком вентиле можно ожидать возникновения триплетной компоненты сверхтока, слабо подавляемой обменным магнитным полем в гетероструктутре, причем критическим током такого устройства можно управлять, меняя взаимную ориентацию векторов намагниченности в слоях F_1 и F_2. Недостатком такой структуры будет низкое характерное напряжение, а также малое изменение критического тока при изменении взаимной ориентации векторов намагниченности в слоях F_1 и F_2.

Известная на сегодняшний день гетероструктура сверхпроводник-изолятор-ферромагнетик-сверхпроводник (SIFS) подразумевает использование магнито-мягких материалов. Здесь приложение относительно малых полей позволяет заметно изменять величину критического тока контакта. Использование изолирующей прослойки увеличивает нормальное сопротивление джозефсоновского контакта R_N при уменьшении критического тока I_C. Кроме того, для существенного изменения величины критического тока необходимо, чтобы приложенный эффективный магнитный поток через область слабой связи джозефсоновской структуры был достаточно велик (близок к одному кванту магнитного потока $\Phi_0 = h/2e$), что мешает уменьшать геометрические размеры SIFS-перехода.

Разработанная методика анализа токового транспорта через SIsFS структуру позволяет предложить и оптимизировать более совершенный вариант обсуждаемых технических решений – *джозефсоновский управляемый фазовый инвертор*. Этот элемент, выполненный в планарной геометрии, состоит из двух сверхпроводящих электродов и области слабой связи [А67]. Последняя включает магнитный слой с непосредственной или резонансной проводимостью, а также слой изолятора. Для практической реализации в составе интегральной схемы необходимо также реализовать два вспомогательных сверхпроводящих подвода для задания тока через магнитную область. Но ключевой особенностью предлагаемой топологии является сверхпроводящий слой между слоями изолятора и магнитного материала в области слабой связи. За счет этой особенности, отличающей предлагаемое решение от известных ранее джозефсоновских SFS структур, при протекании тока по магнитному слою происходит выделение энергии внутри области слабой связи. Также связанные с этим процессом неравновесные эффекты ведут к локальному увеличению концентрации квазичастиц. Это приводит к увеличению эффективной рабочей температуры перехода, что дает нам резкое изменение величины и знака критического тока всего элемента [А67].

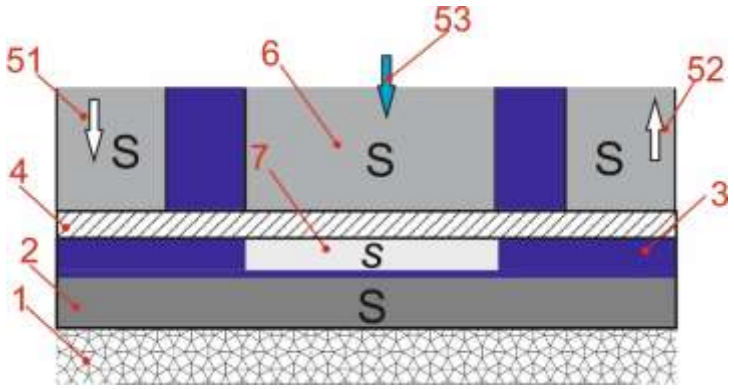


Рисунок 5.2.9 – Джозефсоновская гетероструктура для высокочастотного управляемого фазового инвертора (то есть джозефсоновского контакта, способного переключаться между 0- и π-состояниями), выполненная в планарной геометрии, образована на подложке 1 и содержит многослойную тонкопленочную структуру, состоящую из первого сверхпроводящего слоя электрода S 2; изолирующей прослойки переменной толщины 3; промежуточного слоя 4 из сверхпроводящего материала s; слоя 4 магнитного материала; сверхпроводящих токоподводов 51 и 52 для подключения области слабой связи к источнику тока; второго сверхпроводящего электрода S 6 и подводов для задания тока через гетероструктуру 53 [A67].

Характерные особенности практической реализации предлагаемой структуры в планарной геометрии таковы: слой сверхпроводника нанесен на подложку; слой изолятора, промежуточный слой сверхпроводника, магнитный слой и второй слой сверхпроводника в указанной последовательности нанесены поверх первого S-слоя. Отношение толщины к длине когерентности в сверхпроводящих материалах принадлежит диапазону значений от 0.4 до 0.5. Толщина слоя из магнитного материала (Pd_xFe_{1-x}, Pd_xNi_{1-x}, Pd_xCo_{1-x}, Pt_xFe_{1-x}, Pt_xNi_{1-x}, Pt_xCo_{1-x}), равно как и толщина промежуточного сверхпроводящего слоя составляет 1-100 нм, что находится в диапазоне технологически осуществимого для современной тонкопленочной электроники [A67]. Принципы создания вспомогательных подводов для задания тока в магнитный слой хорошо известны.

Технический результат предложенного решения состоит в изменении величины критического тока джозефсоновской гетероструктуры под действием малого токового сигнала по сравнению с известными реализациями. Также необходимо отметить переключения между состояниями с разными знаками критического тока, что открывает возможности для использования в устройствах сверхпроводниковой электроники. Дополнительный технический результат состоит в возможности обеспечить достаточно высокую характерную частоту для джозефсоновской гетероструктуры, и, как следствие, достаточно высокое быстродействие элемента памяти на её основе.

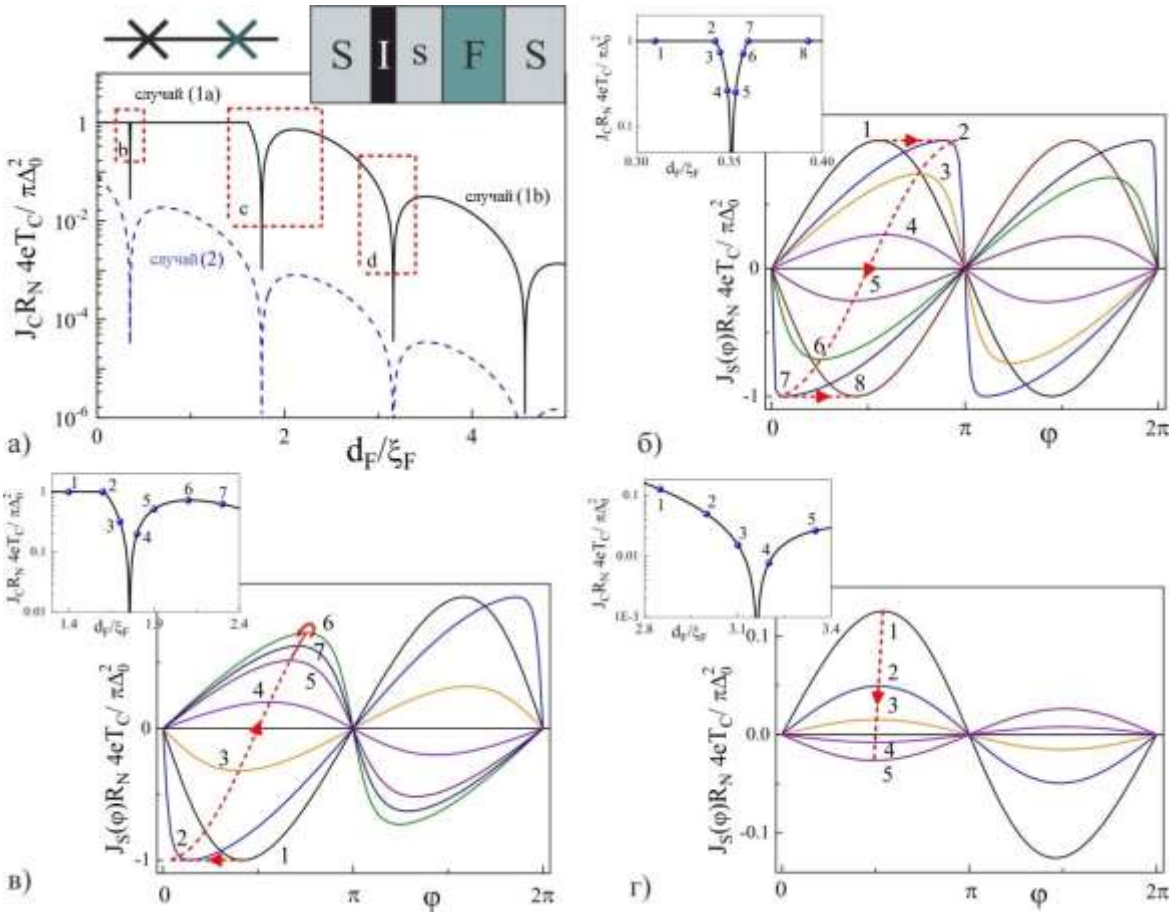
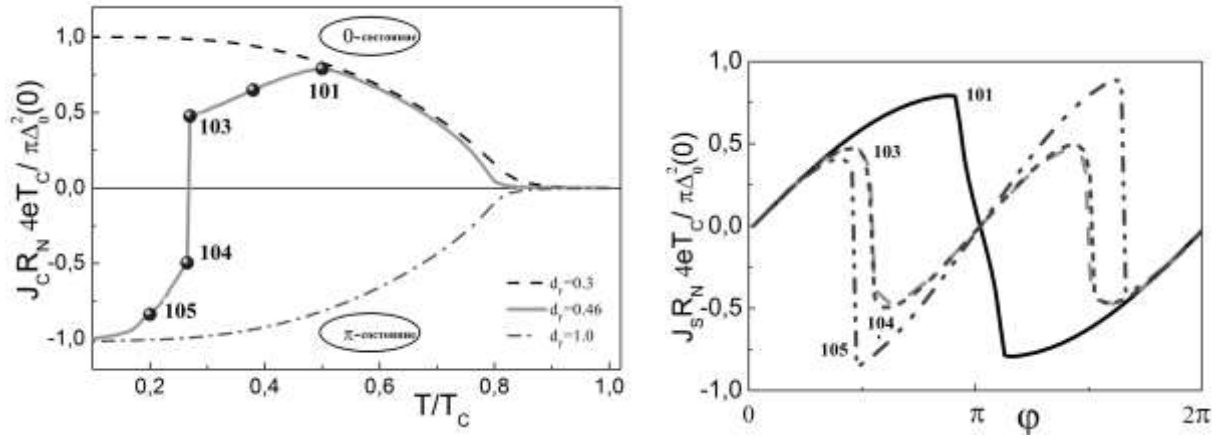


Рисунок 5.2.10 – величина $I_C R_N$ как функция толщины F слоя (а) и эволюция ток-фазовых зависимостей в процессе 0-π перехода (б, в, г), температура $T = 0.9T_C$, энергия обменного взаимодействия в F-слое $H = 10\pi T_C$ [A41].

Для объяснения особенностей токового транспорта в предлагаемом элементе мы использовали разработанный алгоритм для самосогласованного анализа транспортных его характеристик. Особенно подробно исследовались изменения ток-фазовой зависимости с изменением толщины F-слоя в окрестностях трех точек перехода из 0- в π-состояние. На рисунке ниже на зависимости критического тока от толщины ферромагнитного слоя три такие области обозначены латинскими литерами b, c и d. На вставках к соответствующим частям большого Рисунка 10 эти области на функции $I_C(d_F)$ представлены в увеличенном виде, а цифрами указаны точки, для которых построены соответствующие ток-фазовые зависимости $I_S(\varphi)$. Видно, что в процессе 0-π переходов, обозначенных литерами b и c, ТФЗ существенно отклоняется от синусоидального вида (когда критические токи последовательно соединенных SIS и SFS контактов оказываются равны. В «случае d» критический ток SFS контакта всегда мал), что может быть использовано для различных цепей в блоках обработки сигнала КШСС [A41].

Дополнительной иллюстрацией к принципу функционирования управляемого инвертора является Рисунок 11. На этом рисунке штриховой линией представлена температурная зависимость нормированного критического тока для случая, когда толщина магнитного слоя 4 доста-

точно мала (отношение этой толщины к длине когерентности в сверхпроводящих материалах равна 0.3 и менее): в этом случае критический ток для любых температур положителен, реализован случай так называемого 0-состояния; произведение критического тока на нормальное сопротивление достаточно велико и близко к значениям, типичным для структур сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник. Штрих-пунктирной – для случая, когда толщина магнитного слоя 4 достаточно мала (отношение этой толщины к длине когерентности в сверхпроводящих материалах равна 1 и более): в этом случае критический ток для любых температур отрицателен, реализован случай так называемого π-состояния; произведение абсолютной величины критического тока на нормальное сопротивление достаточно велико и близко к значениям, типичным для структур сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник.



(а) (б)

Рисунок 5.2.11 – Зависимости величины нормированного значения критического тока патентуемой структуры от температуры, нормированной на критическую температуру используемых сверхпроводящих материалов и характерный вид ТФЗ [А67].

Сплошной линией представлена температурная зависимость нормированного критического тока для случая, когда толщина магнитного слоя 4 подобрана так, чтобы обеспечить возможность эффективного переключения между состояниями с положительным и отрицательным значениями критического тока (отношение этой толщины к длине когерентности в сверхпроводящих материалах равно 0.46). В этом случае критический ток резко меняет величину и даже знак при изменении нормированной температуры на 0.2 (то есть менее, чем на 10% отрабочей величины). Также здесь приведены ток-фазовые зависимости для случая, когда происходит переключение между состояниями с положительным и отрицательным значениями критического тока (отношение толщины магнитного слоя к длине когерентности в сверхпроводящих материалах равно 0.46). Сплошной линией представлена температурная зависимость нормированного критического тока для нормированной температуры, равной 0.5 (точка 101 на температурной зависимости). Штриховыми линиями – для случаев, соответствующих точкам 103 и 104 на тем-

пературной зависимости на приведенном рисунке. Штрих-пунктирной – для нормированной температуры, равной 0.2 (точка 105 на температурной зависимости) [А67].

Из приведенных данных видно, что предложенное техническое решение позволяет достичь существенного изменения величины критического тока при изменении температуры. Обеспечить требуемое изменение температуры в эксперименте возможно за счет энерговыделения при пропускании тока через проводящий магнитный слой 4. Из-за низкой теплопроводности используемых материалов при температурах жидкого гелия требуемое для переключения между состояниями с разным знаком критического тока изменение температуры можно обеспечить за счет джоулевой энергии, выделяемой в нормальной области проводящего магнитного слоя. Отдельно отметим возможность изменения эффективной температуры за счет инжекции квазичастиц из предназначенных для этой цели специальных электродов. Использование сверхпроводящего материала для создания вспомогательных токоподводов обеспечивает (также как и использование нормального материала с введением дополнительных слоев диэлектрика на границе с магнитным слоем) возможность переключения между 0- и π-состояниями при приложении токов, величина которых порядка нескольких мА, что вполне допустимо для современной криогенной техники.

Таким образом, расчет критического тока SIsFS структур позволил определить область параметров (толщина промежуточного сверхпроводящего слоя в области слабой связи порядка $3\xi_S$, где ξ_S – длина когерентности в используемых сверхпроводящих материалах), для которой значения произведения абсолютной величины критического тока на нормальное сопротивление $I_C R_N$ составляет ~2мВ. Такая величина характерного напряжения существенно превышает типичные значения для известных реализаций джозефсоновских пи-контактов.

Определение величины обменного поля в SF-структуре исследуемого SIS'FS джозефсоновского перехода доказало возможность управления величиной критического тока такой структуры за счет приложения магнитных полей напряженностью порядка 10 Э.

Расчет динамических характеристик SIsFS структуры показал, при каких условиях характерное время джозефсоновских процессов при выполнении операций «Запись» и «Считывание» определяется характерным временем SIS контакта (от 30 до 50 пс), причем ожидаемый уровень диссипации энергии здесь сравним с лучшими достижениями в области создания быстродействующей джозефсонвоской памяти [12].

5.3. Джозефсоновские элементы для оперативных запоминающих устройств

Общей проблемой описанной выше магнитной сверхпроводящей памяти является ограниченная скорость записи информации. В то время как считывание информации определяется джозефсоновскими частотами, запись производится за счет перемагничивания F-слоев, а характерное время для таких процессов измеряется наносекундами. Для решения этой проблемы нужен элемент оперативного запоминающего устройства, не требующий перемагничивания ферромагнитного слоя при его переключении, а, значит, открывающий принципиально новый подход к организации логического базиса.

На сегодняшний день подробно описаны упоминавшиеся выше джозефсоновские контакты с магнитной прослойкой переменной толщины в области слабой связи: джозефсоновская фаза в основном безтоковом состоянии для таких переходов равна либо $+\varphi$, либо $-\varphi$ ($0< \varphi< \pi$) и посредством внешнего магнитного поля можно переключать элемент между двумя этими состояниями, изменяя его критический ток. При этом относительная величина изменения критического тока мала, а сам джозефсоновский контакт достаточно велик.

Джозефсоновские гетероструктуры с магнитными слоями в области слабой связи являются на сегодняшний день основными кандидатами на роль ключевых элементов оперативной энергоэффективной памяти, совместимой с цепями сверхпроводниковой электроники [1-14]. Среди многочисленных концепций реализации упомянутого элемента-ключа стоит выделить предложения, подразумевающие использование распределенных магнитных контактов с пространственно неоднородной плотностью критического тока. Использование в слабой связи

– либо магнитного слоя переменной толщины (Рисунок 1, *а*),

– либо нормального «подслоя» (N), занимающего лишь часть полной площади контакта (Рисунок 1, *б*) [A44, A46],

– либо би-слоя нормальный металл/ферромагнетик (N/F) с NF-границей, ориентированной вдоль направления протекания бездиссипативного тока (Рисунок 1, *в*) [A34, A36]

обеспечивает при определенных условиях знакопеременную плотность критического тока. При этом система как целое для определенных соотношений между двумя существенно различающимися токовыми каналами и для достаточно больших, сравнимых с джозефсоновской длиной λ_J, размеров ведет себя как бистабильный φ-контакт (фазовая батарея). Два устойчивых фазовых состояния такого элемента (в любой реализации) могут быть использованы как логические «0» и «1» элемента памяти. Наличие двух значений критического тока (переход в резистивное состояние, сопровождаемый импульсом напряжения на контакте, здесь зависит от «выбора» системой одного из устойчивых состояний) дает возможность реализовать операцию «Считывание»; приложением магнитного поля можно перевести φ-контакт из одного устойчивого состо-

яния в другое, реализовав операцию «Запись». Здесь необходимо особо подчеркнуть: операция «Запись» может быть выполнена с использованием относительно слабых (до нескольких эрстед) полей за характерное джозефсоновское время, измеряемое пикосекундами.

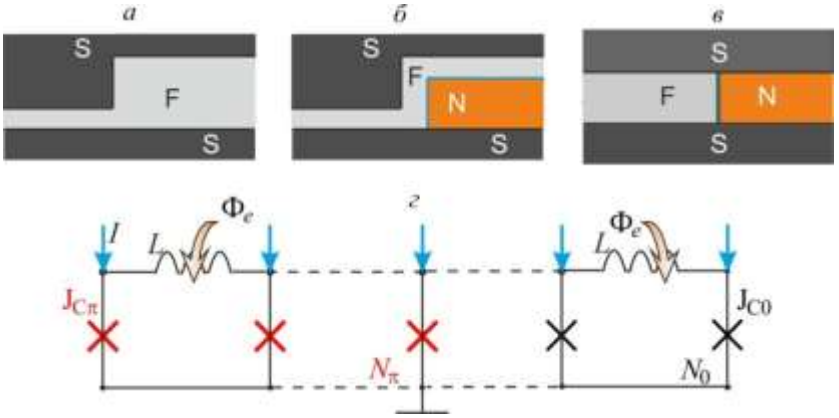


Рисунок 5.3.1 – (а), (б), (в) Схематические изображения длинных джозефсоновских структур, содержащих сверхпроводящие (S) и магнитные (F) слои, а также слои нормального металла (N). (г) Принципиальная схема используемой модели на основе параллельной цепочки джозефсоновских 0- и π- переходов [A52].

Простейшая модель для качественного описания динамических характеристик описанного φ-контакта – это асимметричный двухконтактный интерферометр с разными знаками критического тока джозефсоновских переходов и достаточно большой соединительной индуктивностью. Серьезные успехи на пути к более полной теоретической картине физических явлений в системе были достигнуты при анализе уравнения типа синус-Гордон со скачкообразным изменением плотности критического тока [4, 5]. Однако определенным недостатком полученных выражений для вида ток-фазовой зависимости (ТФЗ) было использование при выводе предположения о малости изменения джозефсоновской фазы структуры в направлении, перпендикулярно направлению протекания бездиссипативного тока.

В рамках развиваемого в этой работе подхода можно предложить усовершенствованный вариант разработанных ранее моделей на основе параллельной цепочки джозефсоновских контактов (Рисунок 1, *г*). Часть переходов здесь является обычными 0-контактами, а часть – π-контактами с отрицательным критическим током, прочно вошедшими в современную сверхпроводниковую электронику, что позволяет учесть квази-непрерывное изменение джозефсоновской фазы вдоль пространственно неоднородной структуры. На основе модифицированной модели магнитного джозефсоновского перехода с пространственно неоднородной областью слабой связи выполнена оптимизация операций «Запись» и «Считывание».

Будем использовать для описания сосредоточенных джозефсоновских элементов резистивную модель, полагая, что полный ток через контакт состоит из трех компонент: 1) тока, протекающего без диссипации энергии; 2) резистивной компоненты тока; 3) емкостного слага-

емого, возникающего за счет формирования сверхпроводящими электродами (S) эффективного конденсатора:

$$I = I_C \sin\phi + \frac{\hbar}{2eR_N}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\hbar C}{2e}\frac{d^2\phi}{dt^2}, \qquad (5.3.1)$$

где I_C – критический ток, т.е. максимальный бездиссипативный ток, который может протекать через контакт, R_N – нормальное сопротивление контакта, C – емкость контакта, $\hbar$ – постоянная Планка, e – заряд электрона, t – время. Вид бездиссипативного слагаемого тока, $I_C \sin\varphi$, отражает электронейтральность системы в целом и 2π-периодичность фазы параметра порядка (стационарный эффект Джозефсона). Напряжение на каждом «виртуальном» джозефсоновском контакте пропорционально производной локальной джозефсоновской фазы по времени $V = \frac{\hbar}{2e}\frac{\partial\phi}{\partial t}$ (нестационарный эффект Джозефсона), откуда следует вид второго, V/R_N, и третьего, $C\frac{\partial V}{\partial t}$, слагаемого в (1).

Распределенный контакт мы будем моделировать как параллельную цепочку джозефсоновских контактов, соединенных малой индуктивностью L ($\lambda^{-1} \equiv l = 2\pi L I_C/\Phi_0 << 1$, Φ_0 – квант магнитного потока). Тогда для элементов распределенного контакта запишем систему дискретных уравнений синус-Гордон:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2\phi_1}{\partial t^2} = i + \left(\frac{\phi_2 - \phi_1 - \varphi_e}{l}\right) - j_c\sin\phi_1 - \alpha\frac{\partial\phi_1}{\partial t},\ \frac{\partial^2\phi_k}{\partial t^2} = i + \left(\frac{\phi_{k+1} - \phi_k + \phi_{k-1}}{l}\right) - j_c\sin\phi_k - \alpha\frac{\partial\phi_k}{\partial t},\\
&\frac{\partial^2\phi_N}{\partial t^2} = i - \left(\frac{\phi_N - \phi_{N-1} - \varphi_e}{l}\right) - j_c\sin\phi_N - \alpha\frac{\partial\phi_N}{\partial t},
\end{aligned} \qquad (5.3.2)$$

где $j_c = \begin{cases} j_{c,\pi}, k \le N_\pi \\ j_{c,0}, k > N_\pi \end{cases}$, N и N_π – общее количество элементов и количество π-контактов соответственно, φ_e – внешний безразмерный поток, α – безразмерное затухание в системе. Число контактов можно связать с размерами реальной системы при помощи соотношения $l = \left(d/(N-1)\right)^2$, где d – линейный размер перехода, выраженный в джозефсоновских длинах λ_J, причем за единичную плотность тока будет принята плотности критического тока в 0-области $j_{c,0}$. Для построения ТФЗ распределенного контакта необходимо для каждого значения тока питания i, не превышающего критический ток структуры, найти значение установившейся средней фазы $\psi = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\phi_k$. Здесь ϕ_k – установившееся фаза на k-ом переходе, получаемая из системы уравнений (2) при помощи широко известного метода Рунге-Кутта. Проблема этого подхода заключалась в том, что из решения уравнений для динамики фазы можно найти только устойчивые со-

стояния, удовлетворяющие условию $\frac{\partial i}{\partial \psi} > 0$. Данная проблема была решена с помощью аппроксимации полученных устойчивых точек зависимостью вида [A52]:

$$I(\psi) = \sum_{j=1}^{M} (A_j \sin(j\psi) + B_j \cos(j\psi)) \qquad (5.3.3)$$

Алгоритм аппроксимации без внешнего магнитного поля содержал три шага.

1) Для M = 1 решалось матричное уравнение $\mathbf{A}\boldsymbol{\psi} = \hat{\mathbf{i}}$, где в общем виде $\boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} \sin\psi_1 & ... & \sin(M\psi_1) \\ ... & ... & ... \\ \sin\psi_M & ... & \sin(M\psi_M) \end{pmatrix}$, $\hat{\mathbf{i}}^T = \begin{pmatrix} i_1 \\ ... \\ i_M \end{pmatrix}$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_1 \\ ... \\ A_M \end{pmatrix}$, а i_j и ψ_j – получены из решения системы дифференциальных уравнений (2).

2) Для полученных коэффициентов **A** рассчитывалось квадратичное отклонение для каждого точного решения.

3) Если суммарное квадратичное отклонение оказывалось больше заданного значения точности, то происходил возврат к первому шагу алгоритма с увеличением M на единицу. Если отклонение оказывалось меньше заданного значения точности, то считалось, что функция $I(\psi)$ является ТФЗ распределенного контакта с заданной точностью. При наличии внешнего магнитного поля алгоритм оставался тем же, но кроме синусоидальных гармоник, также рассматривались и четные относительно джозефсоновской фазы компоненты.

Проведенное численное моделирование позволило учесть влияние квази-непрерывного изменения джозефсоновской фазы вдоль пространственно неоднородной структуры на вид ТФЗ, особенно заметное в присутствии внешнего магнитного поля. Так, на Рисунке 2, *а* приведены рассчитанные зависимости амплитуд первых двух гармонических компонент (как нечетных, так и четных) от нормированного внешнего потока в ячейку $\varphi_e = 2\pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0}$ (параметры взятой для примера модели: N = 80, N_π = 40, $j_{c,\pi}$ = –0.7 $j_{c,0}$ и l = 0.001, размеры 0- и π-областей системы, d_0 и d_π, равны приблизительно 1.25). Для сравнения укажем, что решение непрерывного уравнения синус-Гордон относительно джозефсоновской фазы $\frac{\Phi_0}{2\pi l_J}\varphi'' - j_c(x)\sin(\varphi) = -j$, ($l_J$ – удельная индуктивность и j – плотность тока питания) путем разложения по малому параметру – отклонению фазы от среднего значения ψ – до второго порядка дает следующий вид ток-фазовой зависимости [12]:

$$I(\psi) \propto \left(\sin\psi + \frac{\Gamma_0}{2} \sin 2\psi + h\Gamma_h \cos\psi \right). \qquad (5.3.4)$$

$$\Gamma_0 = -\frac{d_0^2 d_\pi^2}{3} \frac{\left(j_{c,0} - j_{c,\pi}\right)^2}{\left(j_{c,0} d_0 + j_{c,\pi} d_\pi\right)^2}, \quad \Gamma_h = \frac{d_0 d_\pi}{2} \frac{j_{c,0} - j_{c,\pi}}{j_{c,0} d_0 + j_{c,\pi} d_\pi}. \qquad (5.3.5)$$

Выбранные для примера параметры моделируемой системы (длина распределённого контакта приблизительно $2.5\lambda_J$, для амплитуд нечетных гармонических компонент выполнено условие $|A_2| > A_1/2$, $A_2 < 0$) соответствуют бистабильному джозефсоновскому потенциалу, для которого в отсутствии внешнего магнитного поля минимумы разделены барьером U_b**,** практически исключающим переходы между устойчивыми состояниями под действием флуктуаций.

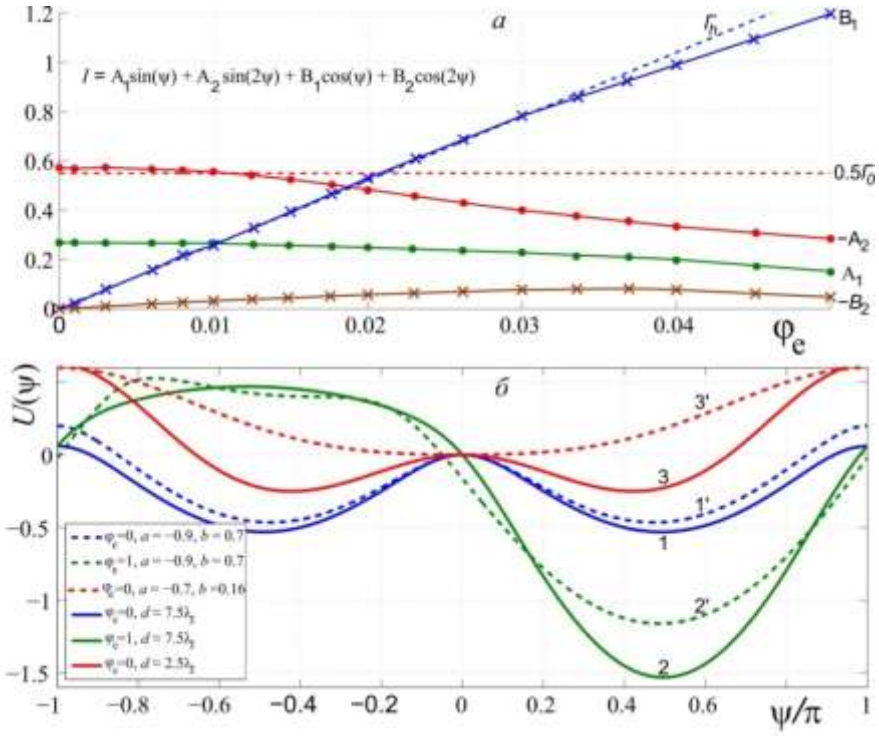


Рисунок 5.3.2 – (а) Зависимость амплитуд первых двух гармоник (как нечетных, так и четных) от внешнего безразмерного потока для $N = 80$, $N_\pi = 40$, $j_{c,\pi}$=-0.7 $j_{c,0}$ и $l = 0.001$. Штриховые линии иллюстрируют аналогичные результаты для компонент ТФЗ распределенного контакта, полученные на основе выражения $\Gamma_0 = -\frac{(N-1)l}{12}\left(\frac{j_{c,0} - j_{c,\pi}}{j_{c,0} + j_{c,\pi}}\right)^2$ [A52].

(б) Джозефсоновский потенциал как функция фазы и его эволюция под действием приложенного потока. Штриховыми линиями представлены аналогичные результаты для двухконтактного интерферометра, содержащего 0- и π-переходы. Параметры модели указаны на рисунке.

Систему с двумя устойчивыми состояниями можно рассматривать как элементарную ячейку памяти, хранящую бит информации. Для реализации операции «Запись» в такой ячейке необходимо приложить определенный внешний магнитный поток: на Рисунке 2, *б* представлена

эволюция джозефсоновского потенциала под действием приложенного потока, в результате которой система окажется в устойчивом состоянии «+φ». Из представленных на рисунке кривых 1 и 1', 2 и 2' видно, что на качественном уровне описать поведение системы можно, даже используя «предельно сосредоточенную» модель двухконтактного интерферометра, содержащего 0- и π-переходы (пусть отношение критических токов в такой модели есть параметр *a*, безразмерная индуктивность плеч – *b*). При этом по виду кривых 3 и 3' можно заключить, что, например, требования на «эффективный размер системы» для реализации би-стабильного состояния, задаваемые величиной параметра *b*, оказываются существенно завышенными.

Разработанный метод анализа динамических характеристик бистабильной джозефсоновской системы открывает возможность оптимизации описанной операции «Запись» с учетом влияния на ТФЗ квази-непрерывного изменения джозефсоновской фазы вдоль пространственно неоднородной структуры. Систематизированные результаты такой оптимизации представлены на Рисунке 3, *а*. Как и следовало ожидать, минимальная длительность «прямоугольного» импульса τ, необходимая для проведения операции, обратно пропорциональна величине приложенного магнитного потока. Также величина τ растет с увеличением нормированной плотности критического тока в π-области, что связано с увеличением амплитуды второй нечетной гармонической компоненты в ТФЗ и потенциального барьера U_b в «исходном» состоянии. Наконец, увеличивает минимальную требуемую для операции «Запись» длительность воздействия также и увеличение показателя затухания плазменных осцилляций в джозефсоновских контактах модели α.

Изменение джозефсоновской фазы системы в ходе операции вызывает в соответствии с нестационарным джозефсоновским соотношением возникновение импульса напряжения на контакте и связанной с этим напряжением диссипации энергии порядка $E_C = I_C \Phi_0 / 2\pi \approx 10^{-19}$ Дж:

$$E_{dis} = E_C \alpha \int_{-\infty}^{\tau} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t'} \right)^2 dt' \qquad (5.3.6)$$

Из Рисунка 3, *б* видно, что при увеличении длительности импульса энергия диссипации стремится к постоянному значению, которое соответствует полному затуханию колебания фазы в системе, причем амплитуда импульса сильнее влияет на величину диссипируемой энергии, чем его длительность. Для более низкого энерговыделения нужно использовать слабые длинные импульсы, но это приведет к увеличению времени записи. Кроме того, системы с низкими по модулю плотностями критического тока в π-области быстрее выходят на постоянное (и несколько меньшее) значение «энергии диссипации».

Реализация операции «Считывание» базируется на существовании двух критических значений тока питания для ячейки памяти на основе φ-контакта (на Рисунке 4, *а* представлены рассчи-

танные зависимости этих значения от внешнего магнитного потока). Превышение первого критического значения I_{C1} переведет весь джозефсоновский элемент в резистивное состояние, формируя регистрируемый импульс напряжения, только если изначально он находился в устойчивом состоянии «+φ». Рисунок 4, *б* иллюстрирует связь между минимальной длительностью «прямоугольного» импульса *тока* τ, необходимой для проведения операции «Считывание», и амплитудой воздействия I_R для различных параметров системы, влияние которых аналогично подробно разобранному случаю операции «Запись».

Таким образом, результаты проведенной оптимизации показывают, что характерное время для операций «Считывание» и, что особенно важно, «Запись» определяется джозефсоновскими процессами и, как следствие, на много порядков меньше времени записи в типичных криогенных магнитных ячейках памяти, что позволяет использовать бистабильный φ-контакт в качестве перспективного элемента сверхбыстрых оперативных запоминающих устройств (ОЗУ). Отдельно необходимо отметить, что традиционное отношение к джозефсоновским π-контактам как к элементам «медленным» на настоящее время не совсем отвечает действительности. Для S-IsF-S структур, содержащих дополнительный сверхпроводящий слой в области слабой связи уже продемонстрирована возможность реализации π-контактов с характерным напряжением, $I_C R_N$, и характерной частотой, близкими к типичным для туннельных переходов значениями. Аналогичным образом добавление вспомогательного сверхпроводящего слоя с туннельным барьером I в область слабой связи представленных на Рисунке 1 структур позволит решить проблему быстродействия. При этом рассчитанная диссипация энергии в рассматриваемых процессах демонстрирует достижимую высокую энергоэффективность ячейки памяти: менее единицы характерной джозефсоновской энергии (составляющей порядка 10^{-19} Дж) на одну операцию.

Недостатком такого подхода является сложность реализации необходимой «бистабильности», возможной, как было показано выше, лишь в структурах с пространственно разделенными параллельными 0- и π- областями протекания тока, а также ограничение масштабируемости структуры джозефсоновской глубиной проникновения. Теоретически реализация φ-контакта размером порядка 100 нм тоже возможна, однако требует точного попадания в узкую допустимую область параметров, и экспериментально такая структура реализована еще не была. Ожидаемые характеристики такой структуры представлены в рамках настоящей диссертации в параграфе 4.2.

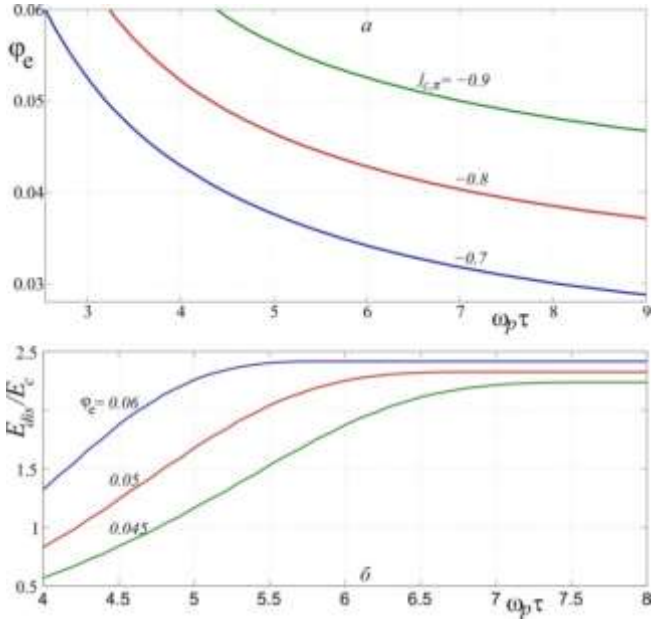


Рисунок 5.3.3 – (а) Зависимости амплитуды импульса магнитного потока от его минимальной длительности, необходимой для операции «Запись», при различных плотностях критического тока в π-области.

(б) Зависимости нормированной «энергии диссипации» для операции «Запись» для различных амплитуд импульса магнитного потока (безразмерное затухание α всюду равно единице) [A52].

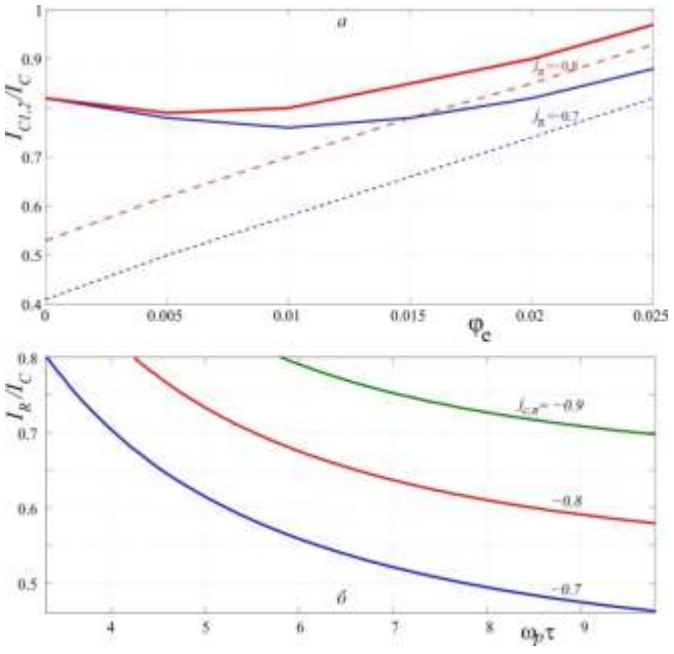


Рисунок 5.3.4 –(а) Зависимости двух значений критического тока φ-контакта от внешнего магнитного потока при различных плотностях критического тока в π-области.

(б) Зависимости амплитуды импульса магнитного потока от его минимальной длительности, необходимой для операции «Запись», при различных плотностях критического тока в π-области [A52].

Другая возможность организовать оперативную память базируется на возможности возникновения системы доменов сверхпроводящей фазы в S-слое внутри области слабой связи [A56].

Инжекция джозефсоновских токов в систему в разных направлениях может как разрушать, так и создавать домены фазы внутри системы, изменяя критический ток структуры. Данный контакт является масштабируемым, естественным образом обладает значительным характерным напряжением и не требует перемагничивания F-слоя и приложения внешнего магнитного поля для записи состояний [A70].

Предлагаемое техническое решение – джозефсоновское оперативное запоминающее устройство на доменах фазы – лишено указанных выше недостатков и позволяет реализовать переключение между состояниями с существенно различными значениями критического тока I_C джозефсоновской гетероструктуры, обладающей высокой характерной частотой, причем не требует перемагничивания ферромагнитного слоя для записи состояний.

Такой «вентиль» включает в свой состав два расположенных друг под другом электрода из сверхпроводящего материала с токоподводами и область слабой связи между ними в виде тонкопленочной слоистой структуры. Последняя содержит: тонкий промежуточный слой сверхпроводящего материала с дополнительными токоподводами, отделенный от нижнего сверхпроводящего электрода слоем диэлектрика; нанесенный на часть сверхпроводящего слоя слой нормального металла; слой магнитного материала, нанесенный на оставшуюся не закрытой слоем нормального металла поверхность тонкого промежуточного слоя сверхпроводящего материала.

Отличие от известных ранее джозефсоновских SFS структур состоит в том, что при протекании тока в тонком промежуточном слое сверхпроводящего материала происходит формирование двух сверхпроводящих фазовых доменов, разделенных областью материала, перешедшего в нормальное состояние (доменной стенкой). Это явление возникает за счет обратного эффекта близости при внесении упомянутого тонкого слоя сверхпроводящего материала с дополнительными токоподводами в пространственно-неоднородную область слабой связи джозефсоновского контакта, содержащую слои магнитного материала и нормального металла. Двум состояниям вентиля соответствует (i) отсутствие и (ii) наличие доменной стенки в тонком промежуточном слое сверхпроводящего материала [A70].

Нижний сверхпроводящий электрод структуры может быть нанесен на подложку, а слой магнитного материала и слой нормального металла, промежуточный слой сверхпроводящего материала, слой изолятора, верхний сверхпроводящий электрод в указанной последовательности нанесены поверх него (но допустимо и «инвертированное» расположение слоев, представленное на рисунке ниже). Также в указанной топологии слой нормального металла может быть

заменен слоем магнитного материала меньшей толщины. В качестве сверхпроводника здесь допустимо использовать ниобий или сплав на его основе, в качестве нормального металла – элемент из группы Cu, Au, Al, Pt. В качестве магнитного материала подойдут Fe, Ni, Co, пермаллой или магнито-мягкие ферромагнитные сплавы (например, Pd_xFe_{1-x}, Pd_xNi_{1-x}, Pd_xCo_{1-x} Pt_xFe_{1-x}, Pt_xNi_{1-x}, Pt_xCo_{1-x} с содержанием ферромагнитных металлов менее 10 атомных процентов).

Технический результат предложенного решения состоит в создании возможности переключения между устойчивыми состояниями вентиля без изменения намагниченности в слое магнитного материала, что обеспечивает достаточно малое время на реализацию операции записи. Дополнительный технический результат состоит в увеличении изменения амплитуды критического тока перехода под действием малого тока по сравнению с предыдущими геометриями, что открывает возможности для миниатюризации сверхпроводящих элементов памяти. Еще один дополнительный технический результат состоит в возможности использовать только один слой магнитного материала для реализации элемента памяти с двумя устойчивыми состояниями, что существенно упрощает технологию его изготовления. Наконец, предлагаемое техническое решение дает возможность обеспечить достаточно высокую характерную частоту джозефсоновской гетероструктуры, и, как следствие, достаточно малое время считывания состояния для элемента памяти на её основе [A70].

Рассматриваемая структура с толщиной тонкого промежуточного слоя сверхпроводящего материала (s-слоя) в диапазоне от 20 до 60 нм может быть использована в качестве управляющего элемента ячейки памяти. Для этого нужно, чтобы величина критического тока области между сверхпроводящим электродом и тонким промежуточным слоем сверхпроводящего материала при локализации токоподвода к s-слою вблизи области магнитного материала, I_{CF}, была меньше нуля. Записать «состояние с доменной стенкой» в тонком промежуточном слое сверхпроводящего материала можно за счет задания тока между упомянутым выше s-слоем и сверхпроводящим электродом при помощи токоподвода к s-слою, локализованного рядом со слоем нормального металла (либо заменяющим последний слоем магнитного материала меньшей толщины). Для записи «состояния без доменной стенки» в тонком промежуточном слое сверхпроводящего материала необходимо инжектировать ток между упомянутым выше промежуточным слоем и сверхпроводящим электродом. В этом случае мы используем токоподвод к s-слою, локализованный рядом со слоем магнитного материала (либо слоем магнитного материала большей толщины в топологии, не предусматривающей нанесение слоя нормального металла). Разумные оценки для определения энергии всей системы в различных состояниях можно получить на основе резистивной («макроскопической») модели двух- и трехконтактного сверхпроводящего квантового интерферометра.

Неразрушающее считывание может быть реализовано инжекцией тока между двумя сверхпроводящими электродами. В этом случае область слабой связи локализована на туннельном барьере, который и определяет критический ток при считывании. В случае отсутствия доменов в промежуточном s-слое плотность тока через туннельный барьер распределена равномерно. В случае существования доменов в s-слое ток через разные части туннельного барьера, взаимодействующие со слоем магнитного материала и слоем нормального металла, течет в разные стороны, что приводит к уменьшению полного критического тока [A70].

Важным преимуществом такого подхода к организации памяти является отсутствие внешних полей или необходимости использования сильного спин-поляризованного тока. Все процессы управляются токами, типичными для сверхпроводниковой электроники, а переключение происходит на временах, определяемых характеристиками сверхпроводящего материала.

На рисунках изображены возможные варианты реализации гетероструктуры с одним магнитными слоем (в том числе и имеющем переменную толщину). Например, в планарном варианте структура также может содержать один слой нормального металла (опционально), один тонкий промежуточный слой сверхпроводящего материала и один слой изолятора между сверхпроводящими. Для иллюстрации идеи на Рисунке 5 представлена энергия джозефсоновского тока в системе, нормированная на критическую энергию области между сверхпроводящим электродом и тонким промежуточным слоем сверхпроводящего материала, E_{JF}, как функция величины тока, пропускаемого при реализации операции «Запись» между сверхпроводящим электродом и токоподводом в s-слое. Здесь возможны три варианта пропускания тока через различные токоподводы, описанные на подписи к рисунку. Величина пропускаемого тока нормирована на графике на абсолютное значение критического тока области между сверхпроводящим электродом и тонким промежуточным слоем сверхпроводящего материала при локализации токоподвода к s-слою вблизи области магнитного материала, I_{CF}.

Для удобства описания введены следующие обозначения для: нижнего сверхпроводящего слоя электрода S – 2; слоя изолятора I – 3; тонкого (толщиной d_s) промежуточного слоя сверхпроводящего материала s – 4; единственного слоя магнитного материала F толщиной d_F – 6; слоя нормального металла (имеющего границу 8 с магнитным слоем 6) – 5. Также здесь должны быть изготовлены токоподводы 9 и 12 для подключения сверхпроводящих электродов к источнику тока; токоподводы 10 и 11 для подключения области слабой связи к источнику тока. Слой магнитного материала 6 занимает от 30 до 70 процентов от поверхности промежуточного слоя сверхпроводящего материала (для топологии, предусматривающей нанесения слоя нормального металла), либо же всю поверхность промежуточного слоя сверхпроводящего материала (для топологии, предусматривающей нанесения слоя магнитного материала переменной толщины) [A70].

Если постепенно увеличивать пропускаемый ток вплоть до критической величины, система перейдет в наиболее энергетически выгодное состояние, в котором и останется после «выключения» внешнего воздействия. Использование описанных выше алгоритмов самосогласованного расчета позволило показать, что без доменных стенок в *s*-слое энергия от выбора токоподводов (10) или (11) к указанному тонкому промежуточному слою сверхпроводящего материала не зависит. Критический ток всей структуры при использовании токоподводов (9) и (12) определяет разница между

– абсолютными величинами критического тока области между сверхпроводящим электродом и тонким промежуточным слоем сверхпроводящего материала при локализации токоподвода к s-слою (10) вблизи области магнитного материала, I_{CF},

– и области между сверхпроводящим электродом и тонким промежуточным слоем сверхпроводящего материала при локализации токоподвода (11) к s-слою вблизи области нормального металла (или заменяющего его слоя магнитного материала меньшей толщины), I_{CN}.

При наличии доменных стенок в s-слое энергия системы при локализации токоподвода (10) к указанному тонкому промежуточному слою сверхпроводящего материала вблизи слоя магнитного материала всегда максимальна. Такой выбор задания токов всегда переводит вентиль в состояние с отсутствием доменной стенки в тонком промежуточном слое сверхпроводящего материала. С другой стороны, при наличии доменных стенок в s-слое энергия системы при локализации токоподвода (11) к указанному тонкому промежуточному слою сверхпроводящего материала вблизи слоя нормального металла всегда минимальна, и такой выбор задания токов всегда переводит вентиль в «состояние с доменной стенкой». Критический ток всей структуры определяет разница между абсолютными величинами I_{CN} и критического тока доменной стенки, I_{CD}, причем в данном случае критический ток будет больше, чем в случае, когда доменная стенка в s-слое отсутствовала, что позволит реализовать операцию считывание при использовании токоподводов (9) и (12). Для достаточно больших толщин s-слоя (более чем в четыре раза превосходящих длину когерентности в используемом сверхпроводящем материале) доменная стенка не возникает [A70].

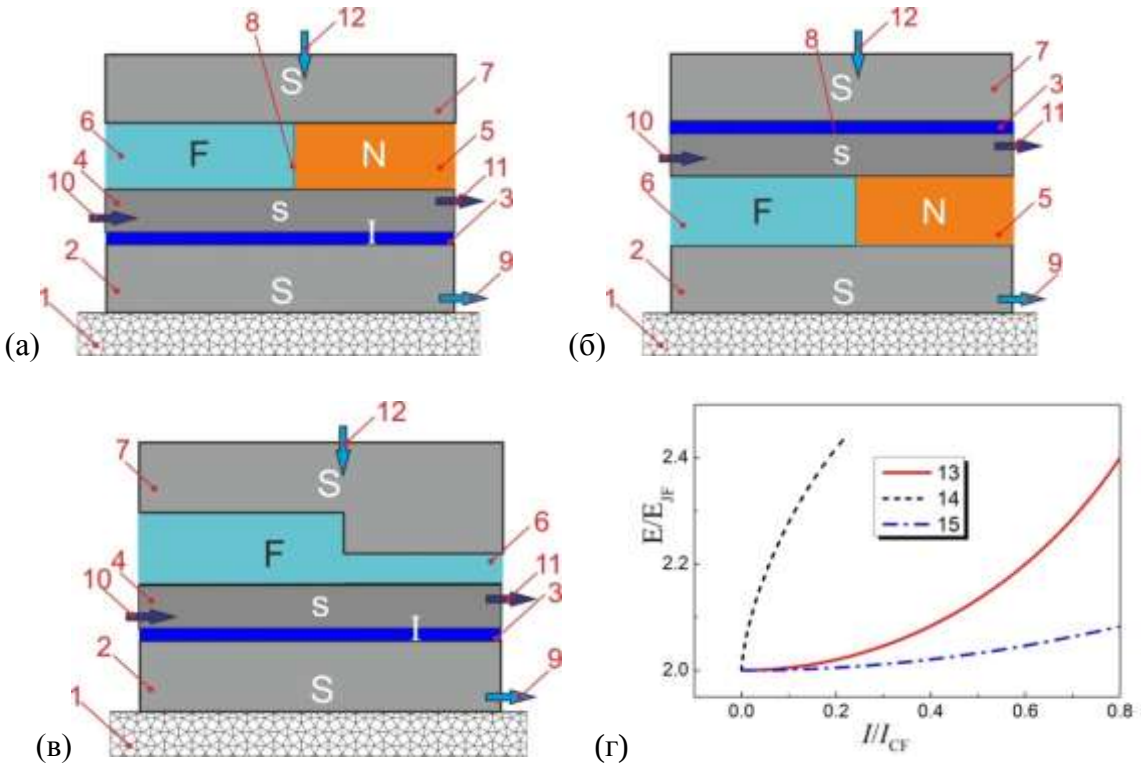


Рисунок 5.3.5 – (а), (б), (в) Возможные топологии джозефсоновского оперативного запоминающего устройства на доменах фазы и (г) зависимость энергии джозефсоновского тока [А56] в системе от величины тока, пропускаемого при реализации операции записи между сверхпроводящим электродом и токоподводом в s-слое, локализованном

– рядом со слоем нормального металла для состояния с доменной стенкой (13);

– рядом со слоем магнитного материала для состояния с доменной стенкой (15);

– для состояния без доменной стенки (14, в данном случае выбор положения токоподводов к s-слою не имеет значения).

5.4. Выводы к Главе 5

Объединение в одном самосогласованном процессе моделирования «микроскопического» описания джозефсоновских гетероструктур с составной областью слабой связи и «макроскопического» описания джозефсоновских же систем с нетривиальными ток-фазовыми заивсимостями в итоге позволило выявить пути для дополнительного существенного увеличения степени интеграции для всех блоков обработки сигнала в составе КШСС. Речь идет о том, чтобы заменить в ячейках, хранящих информацию, «громоздкие» сверхпроводящие квантовые интерферомтеры на аналогичные по функционалу, но куда более компактные управляемые джозефсоновские контакты.

Обобщение и оценка полученных теоретических, расчетных и экспериментальных результатов позволили сформулировать обоснованные рекомендации по созданию и использованию

(1) элемента постоянного запоминающего устройства на основе SIsFS структуры (особенно плодотворной представляется замена слоев изолятора и ферромагнетика на магнитные изоляторы для построения джозефсоновского вентиля с высокоуровневыми характеристиками);

(2) 0-π переключателя с высокой характерной частотой на основе той же SIsFS структуры, пригодного для использования в квантовых блоках обработки сигнала (за счет подавления проникновения квазичастиц в сверхпроводящие электроды);

(3) высокочастотного элемента памяти на основе джозефсоновской гетероструктуры с двумя (как минимум) магнитными слоями для защиты от ложных срабатываний;

(4) элемента оперативной памяти на основе наноразмерных аналогов СКВИДов, где реализация операции «Запись» возможна при помощи одноквантовых импульсов тока пикосекундной длительности.

Также отметим перспективы использования гетероструктур с одним магнитным слоем, разделенным на части за счет разной «связи» со сверхпроводниками (подход развит в работах М. Ю. Куприянова, И. И. Соловьева, В.В. Рязанова и соавторов). Примером может послужить гетероструктура SF-NFS-типа, представляющая собой два сверхпроводящих (S) электрода, разделенных областью слабой связи, состоящей из расположенной на нижнем S-электроде ступеньки из нормального (N) металла и нанесенного на нее и оставшуюся свободную поверхность нижнего электрода ферромагнитного (F) слоя. На основе развиваемого сочетания «макроскопического» и «микроскопического» подходов определены методики расчета зависимости критического тока I_C структуры в целом от величины вектора намагниченности F-слоя $\boldsymbol{M}$ при различных его направлениях в плоскости контакта. Это важно, так как форма зависимостей в таком перестраиваемом элементе существенно зависит как от ориентации вектора $\boldsymbol{M}$, так и от пространственного распределения плотности критического тока J_C, что может быть использо-

вано для создания перспективных переключателей. Отличие от известных ранее джозефсоновских SFS структур состоит в том, что при изменении направления намагниченности единственного слоя магнитного материала по отношению к границе ступени, сформированной нормальным металлом, происходит резкое увеличение или уменьшение общего критического тока.

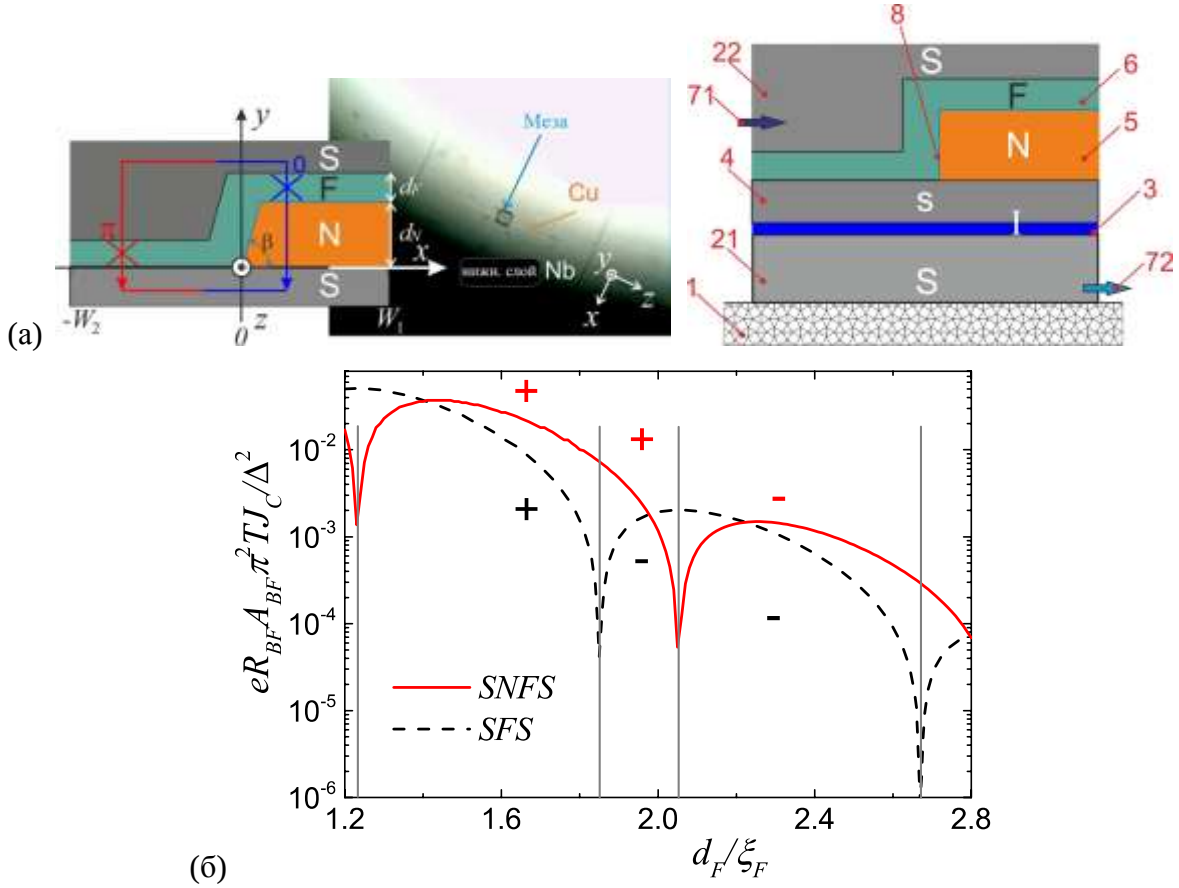


Рисунок 5.4.1 –(а) Принципиальная схема ключевой части, микрофотография прототипа в процессе изготовления и структура оптимизированного переключаемого элемента ПЗУ. Такой элемент состоит из расположенных на подложке друг под другом сверхпроводящих электродов (21 и 22) с токоподводами (71 и 72) и область слабой связи между ними в виде тонкопленочной слоистой структуры, содержащей: промежуточный сверхпроводящий слой (4), отделенный от нижнего сверхпроводящего электрода (21) слоем изолятора (3); нанесенный на часть промежуточного сверхпроводящего слоя (4) слой нормального металла (5); слой магнитного материала (6), нанесенный как на слой нормального металла (5), так и на оставшуюся не закрытой последним поверхность промежуточного сверхпроводящего слоя. (б) Зависимость критических токов частей сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник (SFS) и сверхпроводник-ферромагнетик-нормальный металл-сверхпроводник от толщины слоя магнитного материала для предложенной ДГС, причем показано, что при определенном подборе параметров реализуется ситуация, когда критическая плотность тока одной части положительная, а другой – отрицательная, что дает возможность использовать получившийся 0–π интерферометр с подавленным критическим током в ячейках памяти [А44].

ГЛАВА 6. КВАНТОВЫЕ И НЕЙРОСЕТЕВЫЕ БЛОКИ ОБРАБОТКИ СИГНАЛА

6.1. Оптимизация характеристик базовых ячеек квантовых блоков обработки сигнала

Рисунок 6.1.1 – Схематическое изображение: (а) трехконтактного потокового кубита; (б) четырехконтактного потокового кубита; (в) тихого кубита. Крестами на схемах обозначены джозефсоновские контакты с критическими токами $I_C;\alpha I_C$ и емкостями $C;\alpha C$; $\Phi_z;\Phi_x;\Phi_e$ – задаваемые магнитные потоки [A62].

Принципиальная схема трехконтактного потокового кубита [1-10] – обсуждавшейся ранее ячейки квантового блока обработки сигнала – представлена на Рисунке 1, *а*. Такая система состоит из трех джозефсоновских контактов в квантовом пределе, включенных последовательно в сверхпроводящий контур, который пронизывает магнитный поток, обозначаемый по традиции Φ_z. Два «реперных» контакта в кубите одинаковы и характеризуются определённой площадью, критическим током I_C, емкостью C и джозефсоновской энергией $E_J=\hbar I_C/(2e)$, тогда как для третьего все эти параметры отличаются в $\alpha=(E_J)_3/(E_J)_1\in[0.5;1]$ раз.

Четырехконтактный (4JJ) кубит, показанный на Рисунке 1, *б*, отличается тем, что роль выделенного джозефсоновского контакта играет двухконтактный интерферометр, контур которого пронизывает внешний магнитный поток Φ_x. В этом случае возникает возможность контролировать величину α. В частности, если оба перехода малого сверхпроводящего контура одинаковы и характеризуются параметрами $I_C/2$, $C/2$ и $E_J/2$, то $\alpha=\cos(\pi\Phi_x/\Phi_0)$, $|\pi\Phi_x/\Phi_0|<\arccos(1/2)$. В остальном динамика рассматриваемых систем аналогична, так как двухконтактный интерферометр ведет себя как изолированный джозефсоновский контакт с фазой $\varphi_{eff}=(\varphi_3+\varphi_4)/2$.

Для оптимизации характеристик таких квантовых ячеек, наиболее близких по топологии к элементам разобранных ранее блоков, воспользуемся описанным выше подходом к анализу матричного представления оператора полной энергии. Везде при анализе характеристик квантовой ячейки (потокового кубита) будем считать, что индуктивность всех сверхпроводящих контуров достаточно мала: $LI_C<<\Phi_0$. Только в этом случае магнитный поток, пронизывающий

контуры, примерно равен внешнему заданному магнитному потоку Φ_z (или Φ_x). Для краткости будем использовать обозначение $f_z \equiv \Phi_z/\Phi_0 - 1/2$ и при $f_z = 0$ будем говорить о «точке вырождения», соответствующей двухъямному симметричному виду сечения потенциальной энергии многоконтактного интерферометра плоскостью заданной фазы. Отметим, что при $|f_z| > (f_z)_{crit}, (f_z)_{crit} \sim 0.1$ один из минимумов потенциальной энергии кубита исчезает.

Для определенности можно считать, что в интересующем нас случае $I_C \sim 400\,нА$, $E_J \sim 10^{-15}\,эрг$. При последовательном соединении контактов в сверхпроводящем кольце их фазы складываются, а суммарная джозефсоновская фаза жестко связана с магнитным потоком, пронизывающим кольцо, и в силу такого явления макроскопической квантовой интерференции

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi \cdot (f_z + 1/2). \tag{6.1.1}$$

Исключая на первом этапе из числа независимых переменных фазу φ_3 и записывая для потокового 3JJ кубита условие равенства токов через все три джозефсоновских контакта (первое правило Кирхгофа), можно в рамках используемой в настоящей работе резистивной модели получить систему уравнений, которая фактически является системой уравнений Лагранжа в переменных φ_1 и φ_2:

$$\begin{cases} M\ddot{\varphi}_1 + \alpha M \cdot (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + E_J \cdot \sin\varphi_1 + \alpha E_J \cdot \sin(2\pi \cdot f_z - \varphi_1 - \varphi_2) = 0 \\ M\ddot{\varphi}_2 + \alpha M \cdot (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + E_J \cdot \sin\varphi_2 + \alpha E_J \cdot \sin(2\pi \cdot f_z - \varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{cases}. \tag{6.1.2}$$

Здесь $M = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$. Перейдем, как уже было при рассмотрении сверхпроводящих квантовых интерферометров, к новым переменным

$$\theta = (\varphi_1 + \varphi_2)/2, \varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)/2. \tag{6.1.3}$$

После такой замены функция Лагранжа имеет вид $L(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) = M \cdot (\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 \cdot (1 + 2\alpha)) - U(\theta, \varphi)$ с потенциальной энергией

$$U(\theta, \varphi) = E_J \cdot (2 + \alpha - 2 \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi + \alpha \cdot \cos(2\pi \cdot f_z - 2\theta)), \tag{6.1.4}$$

где аналогами обобщенных масс выступают комбинации

$$M_\theta = 2M \cdot (1 + 2\alpha), M_\varphi = 2M. \tag{6.1.5}$$

Второй этап применения разработанной методики к исследованию характеристик потокового кубита будет основан на анализе потенциальной энергии в новых переменных. Первое, что необходимо сделать – это найти минимумы потенциальной энергии. Затем вблизи этих точек функция $U(\theta, \varphi)$ будет разложена в ряд Тейлора с точностью до квадратичных слагаемых включительно.

Потенциальная энергия потокового кубита 2π -периодична по обоим аргументам, поэтому везде ниже будет рассматриваться только $2\pi\times 2\pi$ область значений координат θ, φ, в центре которой находятся точки двух минимумов. Это не исказит результаты расчетов, так как экспоненты из формул для определения базисных состояний все равно быстро стремятся к нулю вне указанных областей.

Найдем минимумы функции $U(\theta,\varphi)$ для различных значений трех параметров E_J, α и f_z. Простое дифференцирование показывает, что обоим минимумам отвечает значение $\varphi_{\min}^{r/l}=0$. Далее отметим, что в точке вырождения $f_z=0$, $\theta_{\min}^{r/l}=\pm\theta_*$, $\theta_*=\arccos\left(\frac{1}{2\alpha}\right)$. Можно сказать, что при $\alpha=1/2$ два минимума потенциала сливаются в один, то есть $\theta_{\min}^{l}=\theta_{\min}^{r}=0$; далее рассматриваем случай $\alpha>1/2$.

Чтобы рассчитать $\theta_{\min}^{r/l}$ при $f_z\neq 0$, нужно продифференцировать $U(\theta,\varphi)$ по соответствующей координате и приравнять производную нулю. Далее следует рассматривать величину f_z как малый параметр: $\sin(2\pi\cdot f_z)\approx 2\pi\cdot f_z$, $\cos(2\pi\cdot f_z)\approx 1$. В слагаемом первого порядка малости разумно сделать замену $\theta_{\min}^{r/l}$ на $\pm\theta_*$: $\alpha\cdot 2\pi\cdot f_z\cdot\cos\left(2\theta_{\min}^{r/l}\right)\approx\alpha\cdot 2\pi\cdot f_z\cdot\cos(2\theta_*)$, чтобы упростить расчеты. Здесь и далее придется многократно использовать формулы

$$\begin{cases}\cos(\pm\theta_*)=1/(2\alpha),\ \sin(\pm\theta_*)=\sqrt{4\alpha^2-1}/(2\alpha),\\ \cos(\pm 2\theta_*)=(1-2\alpha^2)/(2\alpha^2),\ \sin(\pm 2\theta_*)=\sqrt{4\alpha^2-1}/(2\alpha^2)\end{cases} \tag{6.1.6}$$

После указанных преобразований координаты двух минимумов нужно будет искать в виде $\theta_{\min}^{r/l}=\pm\theta_*+\delta\theta$, $|\delta\theta|<<1$, считая, что $\sin\delta\theta\approx\delta\theta$, $\cos\delta\theta\approx 1$. Снова преобразуем выражение для производной $\frac{\partial U}{\partial\theta}$ по тригонометрическим формулам и отбросим слагаемые второго порядка малости, пропорциональные $E_C=(2e)^2/(2C)$ для определения координат минимумов:

$$\theta_{\min}^{r/l}=\pm\theta_*+2\pi\cdot f_z\cdot\frac{2\alpha^2-1}{4\alpha^2-1},\ \varphi_{\min}^{r/l}=0. \tag{6.1.7}$$

Далее рассмотрим потенциальную энергию вблизи дна одной из потенциальных ям. Снова применяя тригонометрические формулы для синуса и косинуса от суммы и разности и упрощающие допущения для функций синуса и косинуса от аргументов f_z и $\delta\theta$, а также отбрасывая малые слагаемые, пропорциональные $f_z\cdot\delta\theta$, получим:

$$\cos\left(2\pi\cdot f_z-2\theta_{\min}^{r/l}\right)=\frac{1-2\alpha^2}{2\alpha^2}\pm\frac{\pi\cdot f_z}{\alpha^2\cdot\sqrt{4\alpha^2-1}}. \tag{6.1.8}$$

С помощью этой формулы можно проварьировать по фазе φ потенциальную энергию, когда $\theta = \theta_{\min}^{r/l}$ и $|\varphi| << 1,\ \cos\varphi \approx 1 - \varphi^2/2$:

$$U\left(\theta_{\min}^{r/l}, \varphi\right) = E_J \cdot \left(2 - \frac{1}{2\alpha} \pm \frac{\pi \cdot f_z}{\alpha}\sqrt{4\alpha^2 - 1} + \frac{\varphi^2}{2\alpha} \cdot \left(1 \mp 2\pi \cdot f_z \cdot \frac{2\alpha^2 - 1}{\sqrt{4\alpha^2 - 1}}\right)\right). \qquad (6.1.9)$$

Далее нужно зафиксировать значение $\varphi = 0$ и вычислить производную $\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}(\theta, 0)$. В точке $\theta = \theta_{\min}^{r/l}$ она с учетом (32) и (34) преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}\left(\theta_{\min}^{r/l}, 0\right) = 2E_J \cdot \left(2\alpha - \frac{1}{2\alpha} \pm \frac{\pi \cdot f_z \cdot \left(2\alpha^2 + 1\right)}{\alpha \cdot \sqrt{4\alpha^2 - 1}}\right). \qquad (6.1.10)$$

Теперь для разложения потенциальной энергии в ряд Тейлора вблизи в окрестности минимумов достаточно домножить последнее уравнение на $\left(\theta - \theta_{\min}^{r/l}\right)^2/2$. Если использовать обозначения $s = E_J/E_C$, $E_C = (2e)^2/(2C)$, $2E_J/M_\theta = 2E_J^2/\left(\hbar^2(1+2\alpha)s\right)$, $2E_J/M_\varphi = 2E_J^2/\left(\hbar^2 s\right)$ и ввести «высоту» и «характерную частоту» для правой/левой потенциальной ямы

$$U_0^{r/l} = E_J \cdot \left(2 - \frac{1}{2\alpha} \pm \frac{\pi \cdot f_z}{\alpha}\sqrt{4\alpha^2 - 1}\right), \qquad (6.1.11)$$

$$\hbar\omega_\theta^{r/l} = E_J\sqrt{\frac{2\alpha - 1}{s\alpha}} \cdot \left(1 \mp \pi \cdot f_z \frac{2\alpha^2 + 1}{\left(4\alpha^2 - 1\right)^{3/2}}\right), \qquad (6.1.12)$$

$$\hbar\omega_\varphi^{r/l} = \frac{E_J}{\sqrt{s\alpha}}\left(1 \mp \pi \cdot f_z \frac{2\alpha^2 - 1}{\sqrt{4\alpha^2 - 1}}\right), \qquad (6.1.13)$$

то потенциальная энергия примет требуемый вид с $\varphi_{\min}^{r/l} = 0$. Теперь точно известны величины $a_\theta^{r/l}$, $a_\varphi^{r/l}$, $\xi_\theta^{r/l}$ и $\xi_\varphi^{r/l}$, обобщенные массы, постоянный сдвиг потенциальной энергии, частоты $\omega_\theta^{r/l}$, $\omega_\varphi^{r/l}$.

Более того, теперь явно известны все требуемые базисы в пространстве состояний кубита. С учетом формулы $\left(\psi^l \cdot \psi^r\right) = 2D$ это означает, что теперь расчет кинетической энергии по формулам можно проводить напрямую. Следовательно, для 3JJ и 4JJ кубитов третий этап применения разработанной методики также завершен.

Осталось проинтегрировать выражения для потенциальной энергии системы. С учетом формул для $\tilde{x}_1$ и $\tilde{x}_2$ и обозначений $z_1 = a_\theta^r\sqrt{\frac{2}{c_\theta^2+1}}$, $z_2 = \frac{\theta_{\min}^r + c_\theta^2\cdot\theta_{\min}^l}{c_\theta^2+1}$, $z_3 = a_\varphi^r\sqrt{\frac{2}{c_\varphi^2+1}}$, $z_4 = -2z_1$ и $z_5 = 2\pi\cdot f_z + \frac{2z_{0\theta}a_\theta^r}{\sqrt{c_\theta^2+1}} - 2\theta_{\min}^r$ можно переписать потенциальную энергию системы в виде

$$U(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2) = E_J\cdot\left(2+\alpha-2\cos\left(z_1\tilde{x}_1+z_2\right)\cos z_3\tilde{x}_2+\alpha\cos\left(z_4\tilde{x}_1+z_5\right)\right), \qquad (6.1.14)$$

и для величины $\tilde{V}_{12} = \tilde{V}_{21} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\theta\cdot\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varphi\cdot\psi^l(\theta,\varphi)U(\theta,\varphi)\psi^r(\theta,\varphi)$ путем прямого интегрирования выражения получить

$$\tilde{V}_{12} = E_J D\cdot\left(4+2\alpha-\cos z_2\,\tilde{f}(z_1)\tilde{f}(z_3)+\alpha\cos z_5\,\tilde{f}(z_4)\right). \qquad (6.1.15)$$

Для величин $\tilde{V}_{11/22} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\theta\cdot\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varphi\cdot\psi^{l/r}(\theta,\varphi)U(\theta,\varphi)\psi^{l/r}(\theta,\varphi)$ расчеты проводятся аналогично с использованием обозначений $z^{l/r} = \frac{2\pi\cdot f_z}{4\alpha^2-1}\pm 2\theta_*$:

$$\begin{cases}\tilde{V}_{11} = E_J\left(2+\alpha-\frac{1}{2}\cos\theta_{\min}^l\cdot\tilde{f}\left(a_\theta^l\right)\tilde{f}\left(a_\varphi^l\right)+\frac{\alpha}{2}\cos z^l\,\tilde{f}\left(2a_\theta^l\right)\right)\\ \tilde{V}_{22} = E_J\left(2+\alpha-\frac{1}{2}\cos\theta_{\min}^r\cdot\tilde{f}\left(a_\theta^r\right)\tilde{f}\left(a_\varphi^r\right)+\frac{\alpha}{2}\cos z^r\,\tilde{f}\left(2a_\theta^r\right)\right)\end{cases}. \qquad (6.1.16)$$

Матричный элемент гамильтониана в спиновом базисе вычисляется по формуле

$$\tilde{H}_{ij} = \tilde{T}_{ij} + \tilde{V}_{ij}, \quad i,\ j = 1,\ 2 \qquad (6.1.17)$$

и легко переводится в спиновый базис.

Сравним результаты, вытекающие из нашей работы, с результатами других авторов. Нужно подчеркнуть, что даже расстояние между базисными уровнями кубита до сих пор не было с достаточной точностью найдено из теоретических расчетов: в сравнениях с экспериментом эту «энергетическую щель», равную $E_2 - E_1$, обычно рассматривают в качестве подгоночного параметра. Выше уже было получено аналитическое выражение этой величины через матрицу гамильтониана, адекватность которого может быть проверена путем сравнения с результатами численного моделирования. Численные расчеты были основаны на прямом вычислении интегралов для $\tilde{T}_{ij}, \tilde{V}_{ij}, \quad i,\ j = 1,\ 2$ двумерным методом прямоугольников.

Зависимости энергий стационарных состояний трехконтактного потокового кубита от параметров f_z и α изображены на Рисунках 2, *а* и 2, *б*. Первый из рисунков демонстрирует полное согласие с данными литературы, представленными для сравнения; второй – частичное, для всех значений α, кроме области $\alpha \approx 0.5$. Это связано с тем, что, в отличие от наших рассмотре-

ний, численные расчеты проводились с учетом наличия не менее четырех уровней энергии потокового кубита.

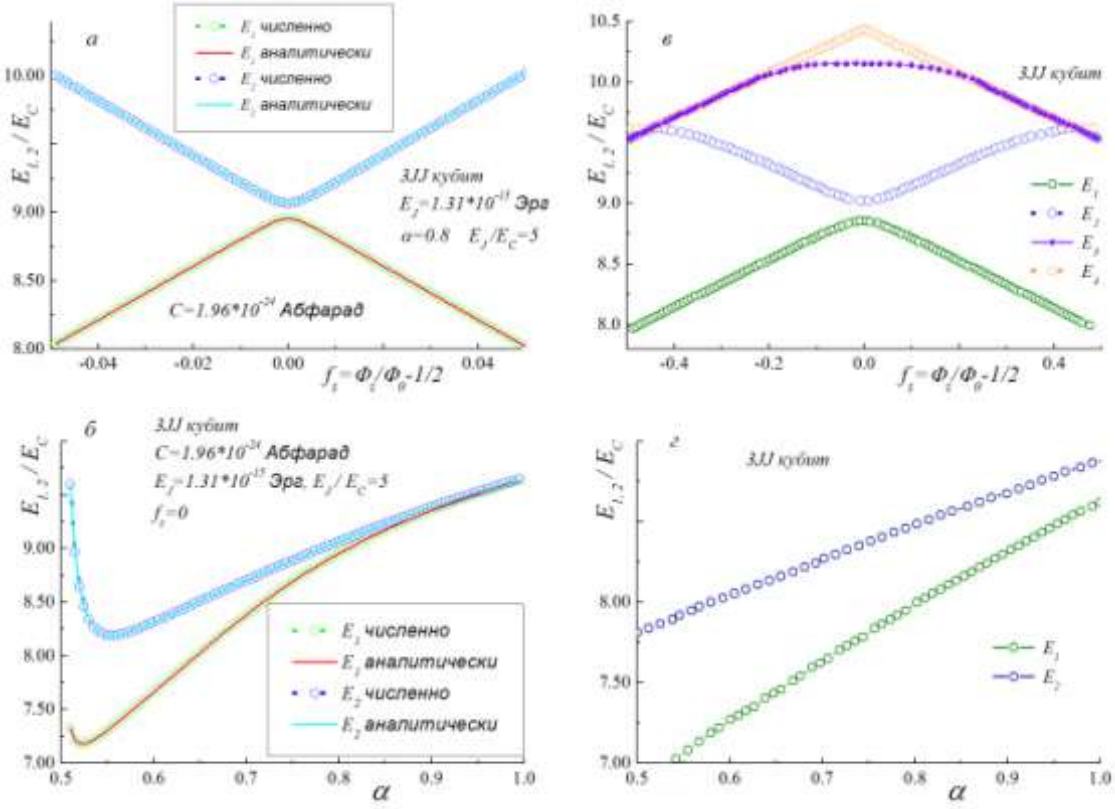


Рисунок 6.1.2 – Зависимости энергий стационарных состояний (4) 3JJ кубита (а) от f_z и (б) от α при $E_J = 1.31 \cdot 10^{-15}$ *Эрг*, α=0.8 и s=5, и $C = 1.96 \cdot 10^{-24}$ *Абфарад*; для сравнения приведены зависимости первых четырех энергетических уровней от потока внешнего потока при α =0.8 (в) и от параметра α при f = 0 (г) по данным работы [4].

Проблема выбора оптимальной конструкции потокового кубита пока еще остается открытой. В частности, необходимость задания постоянного магнитного потока смещения, равного $\Phi_0/2$ в каждый из кубитов является препятствием на пути масштабирования вычислительных систем. Решением этой проблемы могло бы стать использование модифицированной базовой ячейки квантового блока обработки сигнала – тихого потокового кубита. Рассмотрим далее управляемый магнитным потоком двухконтактный интерферометр (Рисунок 1*в*), содержащий два джозефсоновских контакта с ток-фазовой зависимостью вида

$$I_S(\varphi) = A \cdot \sin\varphi - B \cdot \sin(2\varphi),\ A > 0,\ B > A/2 > 0 \qquad (6.1.18)$$

Такие искусственные атомы на основе разобранных выше бистабильных джозефсоновских контактов в квантовом пределе рассматриваются как перспективная модификация потоковых кубитов в связи с возможностью минимизации интенсивности неконтролируемого взаимодействия их с внешней средой [12-17]. Кроме того, стандартным рабочим значением магнитного потока для тихих кубитов считается поток $|\varphi_e| << 1$, $\varphi_e \equiv 2\pi \cdot \Phi_e / \Phi_0$, в частности, $\varphi_e = 0$, что намного

удобнее, чем в случае 3JJ кубита, когда внешний поток должен в точности равняться $\Phi_0/2$, а малое отклонение от этого значения на порядок изменяет расстояние между энергетическими уровнями. Везде далее считается, что индуктивность интерферометра пренебрежимо мала ($|2\pi LA/\Phi_0| << 1$).

Пусть направления отсчета джозефсоновских фаз переходов выбраны так, что $\varphi_e = \varphi_1 - \varphi_2$, и в силу этого $\varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_e$, и потенциальная энергия задается координатой φ_1. С учетом выбранного ТФЗ сила тока через контакт с номером *j* есть

$$I_j\left(\varphi_j, \ddot{\varphi}_j\right) = A_j \cdot \sin\varphi_j - B_j \cdot \sin\left(2\varphi_j\right) + \frac{\hbar}{2e} C_j \ddot{\varphi}_j, \quad j = 1, 2. \tag{6.1.19}$$

Сумма этих токов для *j=1* и для *j=2* должна равняться нулю в силу первого правила Кирхгофа и выбора направления отсчета фаз. Используя это условие, упрощение $|\ddot{\varphi}_e| << |\ddot{\varphi}_{1,2}|$ и удобные обозначения

$$\begin{cases} E_{A1} = \dfrac{\hbar A_1}{2e},\ E_{B1} = \dfrac{\hbar B_1}{2e},\ E_{A2} = \dfrac{\hbar A_2}{2e},\ E_{B2} = \dfrac{\hbar B_2}{2e} \\ E_A = E_{A1} + E_{A2},\ E_B = E_{B1} + E_{B2},\ M_1 = \left(\dfrac{\hbar}{2e}\right)^2 C_1,\ M_2 = \left(\dfrac{\hbar}{2e}\right)^2 C_2 \end{cases}, \tag{6.1.20}$$

можно получить функцию Лагранжа системы в виде

$$L\left(\varphi_1, \dot{\varphi}_1\right) = \frac{M_1 + M_2}{2}\left(\dot{\varphi}_1\right)^2 - U\left(\varphi_1\right) \tag{6.1.21}$$

с потенциальной энергией

$$U\left(\varphi_1\right) = -E_{A1}\cos\varphi_1 + \left(E_{B1}/2\right)\cos 2\varphi_1 - E_{A2}\cos\left(\varphi_1 - \varphi_e\right) + \left(E_{B2}/2\right)\cos\left(2\varphi_1 - 2\varphi_e\right). \tag{6.1.22}$$

Обобщенная масса системы равна здесь $M_\theta = M_1 + M_2$. На этом завершен первый этап расчетов в рамках разработанной для оптимизации потоковых кубитов методики.

Точки минимума потенциальной энергии при нулевом потоке $\varphi_e = 0$:

$$\theta_{\min}^{r/l} = \theta_0^{r/l} = \pm\arccos\left(E_A/2E_B\right). \tag{6.1.23}$$

При $\varphi_e = 0$ в точке $E_A = 2 \cdot E_B$ два минимума потенциальной энергии совпадают; аналогичное рассмотрение было справедливо и для 3JJ кубитов: в этом случае минимумы были различимы лишь при $\alpha > 1/2$.

Рассмотрим, не уменьшая дополнительно общность анализа, область малых значений внешнего магнитного потока $|\varphi_e| << 1$. Координаты точек минимума потенциальной энергии $U(\theta)$ будем искать при $|E_A| < 2 \cdot |E_B|$ в виде

$$\theta_{\min}^{r/l} = \theta_0^{r/l} + \delta\theta, \quad |\delta\theta| << 1. \tag{6.1.24}$$

Если использовать упрощающие допущения $\sin\varphi_e \approx \varphi_e$, $\cos\varphi_e \approx 1$, $\sin\delta\theta \approx \delta\theta$, $\cos\delta\theta \approx 1$ и пренебречь слагаемыми порядка $\delta\theta \cdot \varphi_e$, то можно показать, что величина смещения положения экстремума потенциальной энергии пропорциональна φ_e:

$$\delta\theta = \varphi_e \cdot \frac{E_{A2}\cos\theta_0^{r/l} - 2E_{B2}\cos 2\theta_0^{r/l}}{E_A\cos\theta_0^{r/l} - 2E_B\cos 2\theta_0^{r/l}}. \qquad (6.1.25)$$

Далее для нахождения параметров гармонического осциллятора, описывающего рассматриваемую систему, необходимо учесть, что $E_A\cos\theta_0^{r/l} - 2E_B\cos 2\theta_0^{r/l} = \left(4E_B^2 - E_A^2\right)/\left(2E_B\right)$:

$$\frac{d^2U}{d\theta^2}\left(\theta_0^{r/l} + \delta\theta\right) = \frac{4E_B^2 - E_A^2}{2E_B} + \frac{\varphi_e \cdot \left(\left(E_A/E_B\right)^2 + 2\right)}{\sqrt{4E_B^2 - E_A^2}} \cdot \left(E_{A2}E_{B1} - E_{A1}E_{B2}\right). \qquad (6.1.26)$$

Сравнивая это выражение, умноженное на $\left(\theta - \theta_{\min}^{r/l}\right)^2/2$, с «гармонизированным» видом, получаем:

$$\left(\omega_\theta^{r/l}\right)^2 = \left\{\left(\frac{4E_B^2 - E_A^2}{2E_B} + \frac{\varphi_e \cdot \left(\left(E_A/E_B\right)^2 + 2\right)}{\sqrt{4E_B^2 - E_A^2}} \cdot \left(E_{A2}E_{B1} - E_{A1}E_{B2}\right)\right) \Big/ M_\theta\right\}. \qquad (6.1.27)$$

При $|\varphi_e| << 1$ частоту гармонического осциллятора можно считать абсолютно независящей от потока φ_e, если только тихий кубит является симметричным ($E_{A1} = E_{A2}, E_{B1} = E_{B2}, E_{C1} = E_{C2}$):

$$\omega_\theta^{r/l} = \sqrt{4E_B^2 - E_A^2/2EM_\theta}. \qquad (6.1.28)$$

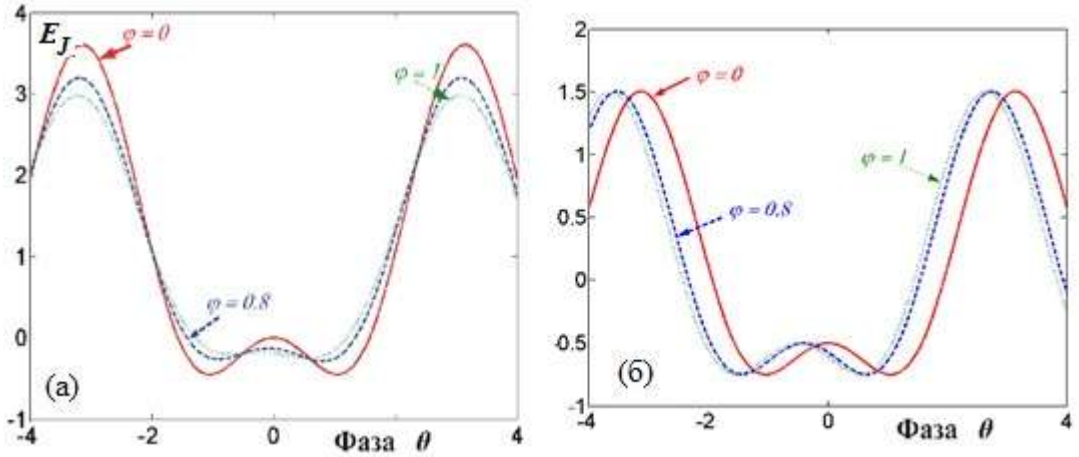


Рисунок 6.1.3 – Джозефсоновская (нормированная) энергия двухконтактного интерферометра с пренебрежимо малой индуктивностью как функция разностной фазы θ при различных значениях внешнего магнитного потока для почти симметричного интерферометра при $B_1/A_1 = B_2/A_2 = 1$, $A_2/A_1 = 0.8$ (*а*), для асимметричного интерферометра при $B_1/A_1 = B_2/A_2 = 1$, $A_2/A_1 = 0.001$ (*б*).

Таким образом, можно ожидать, что в случае симметричного тихого кубита потенциальная энергия гармонического осциллятора не будет заметно отличаться для разных значений потока φ_e. Справедливость этого замечания очевидна из приведенных ниже кривых, изобра-

жающих потенциальную энергию рассматриваемой системы для различных интересующих нас параметров. Выражения для величин U_0^l и U_0^r, определяющих минимальную потенциальную энергию в каждой из ям, имеют вид:

$$U_0^{r/l} = -\frac{E_A^2}{4E_B} - \frac{E_B}{2} \pm \frac{\varphi_e}{2E_B^2} \cdot \sqrt{4E_B^2 - E_A^2} \cdot (E_A E_{B2} - E_B E_{A2}) \cdot \qquad (6.1.29)$$

Чтобы окончательно завершить расчет матричных элементов для тихих кубитов, нужно проинтегрировать выражения для потенциальной энергии системы. Для вычисления матричного элемента $\tilde{V}_{12} = \tilde{V}_{21} = \int_{-\infty}^{\infty} d\theta \cdot \psi^l(\theta) U(\theta) \psi^r(\theta)$ введем обозначения $z_1 = a_\theta^r \sqrt{\frac{2}{c_\theta^2 + 1}}$ и $z_2 = \frac{\theta_{\min}^r + c_\theta^2 \cdot \theta_{\min}^l}{c_\theta^2 + 1}$, и представим потенциальную энергию в виде функции $\tilde{x}_1 = \left(\xi_\theta^r \cdot \sqrt{c_\theta^2 + 1} + z_{0\theta}\right) \Big/ \sqrt{2}$:

$$U(\tilde{x}_1) = -\left\{ \begin{array}{l} E_{A1} \cos(z_1 \tilde{x}_1 + z_2) - \frac{E_{B1}}{2} \cos 2(z_1 \tilde{x}_1 + z_2) + \\ + E_{A2} \cos(z_1 \tilde{x}_1 + z_2 - \varphi_e) - \frac{E_{B2}}{2} \cos(2(z_1 \tilde{x}_1 + z_2) - 2\varphi_e) \end{array} \right\}. \qquad (6.1.30)$$

С учетом вспомогательной формулы

$$\psi^l(\theta)\psi^r(\theta) = \frac{D}{a_\theta^l} \sqrt{\frac{c_\theta^2 + 1}{c_\theta^2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-(\tilde{x}_1)^2\right), \qquad (6.1.31)$$

получаем окончательное выражение для $\tilde{V}_{12} = \tilde{V}_{21}$ в спиновом базисе:

$$\begin{array}{l} \tilde{V}_{12} = -\frac{D}{\sqrt{2}} \cdot (E_{A1} \cdot \cos z_2 + E_{A2} \cdot \cos(z_2 - \varphi_e)) \tilde{f}(z_1) + \\ + \frac{D}{2\sqrt{2}} \cdot (E_{B1} \cdot \cos 2z_2 + E_{B2} \cdot \cos(2z_2 - 2\varphi_e)) \tilde{f}(2z_1) \end{array}. \qquad (6.1.32)$$

Расчет матричных элементов $\tilde{V}_{11/22} = \int_{-\infty}^{\infty} d\theta \cdot \psi^{l/r}(\theta) U(\theta) \psi^{l/r}(\theta)$ дает

$$\tilde{V}_{11/22} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \tilde{f}\left(a_\theta^{l/r}\right) \cdot \left(-E_{A1} \cos\theta_{\min}^{l/r} - E_{A2} \cos\left(\theta_{\min}^{l/r} - \varphi_e\right)\right) + \\ + \tilde{f}\left(2a_\theta^{l/r}\right) \cdot \left(\frac{E_{B1}}{2} \cos 2\theta_{\min}^{l/r} + \frac{E_{B2}}{2} \cos\left(2\theta_{\min}^{l/r} - 2\varphi_e\right)\right) \end{array} \right\} \qquad (6.1.33)$$

Для матрицы гамильтониана теперь достаточно использовать формулу $\tilde{H}_{ij} = \tilde{T}_{ij} + \tilde{V}_{ij}$, $i, j = 1, 2$.

Для иллюстрации нашей методики рассчета исследуем зависимости энергий стационарных состояний тихого кубита от параметров φ_e и $E_A/(2E_B)$. На Рисунке 4, *а* показана зависимость энергий $E_1 \equiv E_-$ и $E_2 \equiv E_+$ стационарных состояний симметричного тихого кубита от внешнего магнитного потока, пронизывающего контур. Из рисунка видно, что зависимость ве-

личины $E_2 - E_1$ от φ_e гораздо менее резкая, чем в случае 3JJ кубита. Кроме того, в симметричном тихом кубите функция $U(\theta)$ сохраняет свою симметрию для разных значений φ_e, что показывают вставки на Рисунке 4, *а*. Противоположная ситуация имела место в случае 3JJ кубита, в котором магнитный поток f_z управляет асимметрией двухямной потенциальной энергии. Вместе с тем можно показать, что в несимметричном тихом кубите функция $U(\theta)$ перестает быть симметричной при $\varphi_e \neq 0$, как и в 3JJ кубите при $f_z \neq 0$; при этом зависимость $E_1 \equiv E_-$ и $E_2 \equiv E_+$ от φ_e качественно ничем не будет отличаться от разобранной выше.

Зависимость энергий стационарных состояний тихого кубита от параметра $E_A/(2E_B)$ для случая симметричного кубита (Рисунок 4, *б*) показывает, что разница энергий $E_1 \equiv E_-$ и $E_2 \equiv E_+$ быстро стремится к нулю при уменьшении параметра $E_A/(2E_B)$. Это легко объяснить на качественном уровне, ведь с ростом величины $\theta_0^{r/l} = \pm\arccos(E_A/(2E_B))$ расстояние между правым и левым минимумами функции потенциальной энергии $U(\theta)$ быстро возрастает, и в силу этого интенсивность туннелирования между минимумами потенциальной энергии становится мала. Поэтому величины H_{12} и H_{21} стремятся к нулю, а разница $H_{11} - H_{22}$ точно равна нулю в силу симметрии $U(\theta)$, что приводит к сближению энергий первого и второго стационарных состояний системы.

В заключение данного параграфа отметим, что в работе был предложен расчетный метод, позволяющий аналитически находить спиновый базис и матричные элементы гамильтониана потокового кубита. На примере трехконтактного, четырехконтактного и тихого кубитов продемонстрирована применимость изложенной процедуры в определенных областях значений контролирующего систему магнитного потока при небольших (по сравнению с джозефсоновской частотой системы) скоростях его изменения, не нарушающих условие квазистационарности.

Исследована, как аналитически, так и численно, зависимость энергетической щели кубитов от амплитуды магнитного потока, отсчитываемой от рабочей точки, и от соотношений джозефсоновских энергий переходов системы. Показано, что для тихого кубита зависимость энергетической щели от потока гораздо менее резкая, чем для трехконтактного и четырехконтактного потоковых кубитов, что может оказаться полезным для оптимального контроля параметров кубитных систем. Также энергетическая щель потоковых кубитов сильно зависит от расстояния между минимумами двухъямного потенциала.

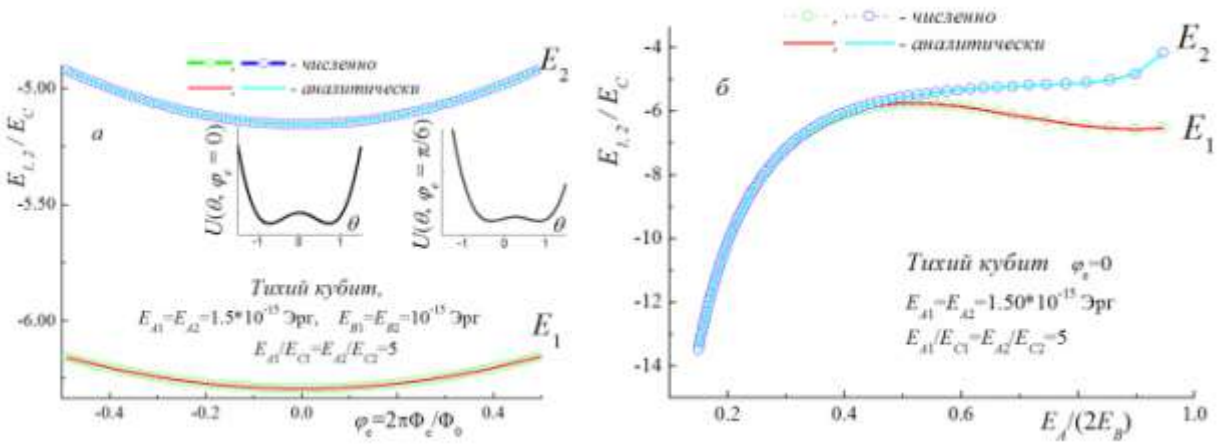


Рисунок 6.1.4 – Зависимость энергий $E_1 \equiv E_-$ и $E_2 \equiv E_+$ стационарных состояний симметричного тихого кубита (а) от внешнего магнитного потока φ_e и (б) от параметра $E_A/(2E_B)$ при $E_{A1} = E_{A2} = 1.5 \cdot 10^{-15}$ *Эрг*, $E_{B1} = E_{B2} = 10^{-15}$ *Эрг* и $E_{A1}/E_{C1} = E_{A2}/E_{C2} = 5$.

6.2. Оптимизация принципов осуществления логических операций для квантовых блоков обработки сигнала

Реализация механизмов быстрой (на фоне процессов потери когерентности) управляемой эволюции состояний базовых ячеек квантового блока обработки сигнала представляется одной из актуальнейших задач на этом направлении. Важно подчеркнуть, что эти работы, нацеленные на исследование систем с репрезентацией информации в виде направлений круговых токов, лежат в одном русле с современными исследованиями методов создание быстрых «магнитных» запоминающих устройств. Рекордно малые размеры базовых рабочих элементов динамической памяти с произвольным доступом составляют на сегодня 20 нм, а магниторезистивной оперативной памяти – 90 нм; их времена полного доступа можно оценить как 7-20 нс и 2 нс соответственно. Здесь идет речь о ячейках памяти, хранящих информацию в виде пребывания в одном из двух допустимых устойчивых состояний, прием логическим значениям «0» или «1» соответствуют два различных направления для «рабочих» магнитных моментов.

Проблемы, возникающие при попытках кардинально уменьшить время переключения ячеек магнитной памяти между устойчивыми состояниями привели к возникновению так называемого «пикосекундного технологического пробела» [1-5]: рекордное быстродействие существующих «магнитных» запоминающих устройств измеряется в наносекундах, а попытки его уменьшения до пикосекундных масштабов сталкиваются со значительными трудностями. Существенное улучшение этих характеристик может, по-видимому, потребовать поиска новых способов создания управляющего магнитного поля (Рисунок 1). Например, вполне вероятен переход от использования управляющих импульсов электрического тока к импульсам электромагнитного поля или к токам спин-поляризованных электронов.

Прорыв через «пикосекундный технологический пробел» должен привести нас в область, где принципиальную роль начинают играть квантовые эффекты (например, для обменного взаимодействия $\tau \sim 0.1\, nc$ и $\Delta E \sim 10^{-14}$ *эрг*). В этой связи актуальным представляется анализ проблемы быстрого управления состоянием «магнитной» бистабильной системы как в классическом, так и в квантовом пределах. Отдельно необходимо рассмотреть макроскопические магнитные квантовые системы, примером которых является сверхпроводниковый потоковый кубит (двум устойчивым состояниям такой системы соответствуют два макроскопически различимых значения магнитного момента).

В данном параграфе особое внимание будет уделено исследованию взаимодействия квантового бита и гейтов, обеспечивающего возможность записи, считывания и контроля информации на крайне малых временах.

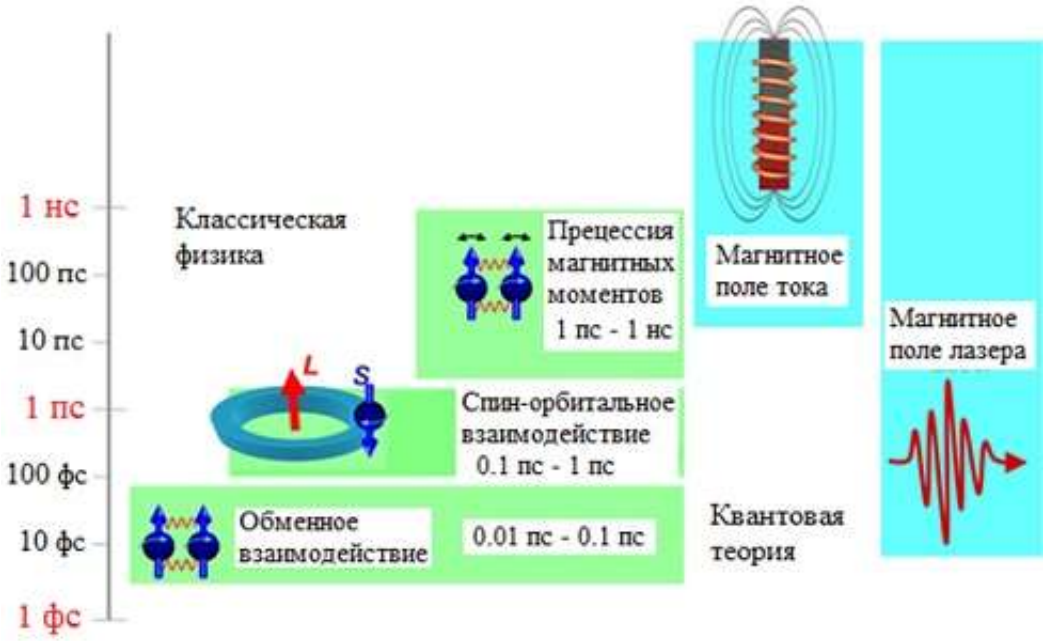


Рисунок 6.2.1 – Характерные временные масштабы процессов, происходящих в магнитных системах, и некоторые из способов создания управляющего магнитного поля на указанных временах [4].

Ниже представлен анализ динамики «магнитной» атомной системы и сверхпроводникового потокового кубита как двухуровневого объекта, состояниям которого «0» или «1» соответствуют два противонаправленных магнитных момента, под действием управляющего внешнего поля [6]. Особое внимание было уделено поиску возможностей управления состояниями такого объекта на *пикосекундных* временах. Плодотворной оказалась концепция комбинации потоковых кубитов с классическими цепями быстрой одноквантовой логики [7-14]. Использование такой криогенной цифровой электроники может обеспечить более надежный и быстрый контроль квантовых схем на чипе, чем управление и считывание при помощи контрольных импульсов электромагнитного поля, посылаемых по коаксиальным кабелям. Серьезным недостатком традиционных БОК-схем является использование шунтированных джозефсоновских контактов, привносящих диссипацию энергии в квантовые вычислительные системы. Минимизация вклада управляющих цепей в процессы разрушения когерентности состояний квантового регистра является важной частью процесса разработки оптимального интерфейса между классической и квантовой частью вычислительной машины.

Важнейший вклад в общий результат дало использование упрощенной «шредингеровской» картины описания динамики магнитной квантовой системы для предварительного анализа и поиска оптимальных условий реализации интересующих нас операций. Здесь для двух-

уровневого приближения собственные функции гамильтониана $|\phi_1\rangle$ и $|\phi_2\rangle$ являются базисом для записи состояния кубита:

$$\psi(\mathbf{r},t) = a(t)|\phi_1\rangle e^{-iE_1 t/\hbar} + b(t)|\phi_2\rangle e^{-iE_2 t/\hbar}. \qquad (6.2.1)$$

Здесь E_1 и E_2 – энергии стационарных состояний $|\phi_1\rangle$ и $|\phi_2\rangle$, $a(t)$ и $b(t)$ – некоторые скалярные функции времени, определяющие динамику системы во внешнем магнитном поле. Вероятность того, что система находится в состоянии $|\phi_1\rangle$, равна $W_a(t) = |a(t)|^2$, а вероятность находиться в состоянии $|\phi_2\rangle$ равна $W_b(t) = |b(t)|^2$, $|a(t)|^2 + |b(t)|^2 = 1$.

Для разобранного выше трехконтактного потокового кубита гамильтониан можно привести к хорошо известному виду:

$$H = -\frac{1}{2}\varepsilon(t)\sigma_z - \frac{1}{2}\Delta\sigma_x,$$

где первый коэффициент разложения по матрицам Паули выражается через безразмерный магнитный поток $\varepsilon(t) = 2I_p\Phi_0(f(t) - 0.5)$, в общем случае зависящий от времени; I_p – незатухающий ток в контуре, а Δ здесь – исследованное выше расстояние между уровнями кубита в отсутствии внешнего поля. Базисные состояния в таком подходе являются когерентными суперпозициями «спиновых» состояний с точно определенными токами $I_{|0\rangle,|1\rangle} = \pm I_c\sqrt{1 - 1/(2\alpha)^2}$, текущими по и против часовой стрелки в сверхпроводящем контуре (этим токам соответствуют макроскопически большие положительное и отрицательное значения магнитного момента системы). Обычно при анализе логических операций с потоковым кубитом предполагается, что при изменении (квазиадиабатическом) внешнего поля, изменяется вид эффективного потенциала (возникает асимметрия при удалении от «точки вырождения»), что и приводит к эволюции состояний.

При переходе к рассмотрению достаточно быстрых операций разумно считать, что в момент времени $t = t_{in}$ на систему начинает воздействовать внешнее пространственно-однородное магнитное поле $\mathbf{H}(t)$, направленное по оси *Ox*. Значения функций $a(t)$ и $b(t)$ при $t = t_{in}$ обозначим a_0 и b_0. В дальнейшем для определенности чаще всего будет рассматриваться ситуация $a_0 = 1,\ \ b_0 = 0$, при которой уровень 1 изначально достоверно заселён, и можно говорить о перемагничивании двухуровневой системы.

«Осциллирующее» магнитное поле далее задаётся в общем виде

$$\mathbf{H}(t) = H_0\, f(t)\cos(\omega_l t)\mathbf{e}_x, \qquad (6.2.2)$$

а «униполярное» поле – в общем виде

$$\mathbf{H}(t) = H_0\, f(t)\mathbf{e}_x. \tag{6.2.3}$$

Первый вариант воздействия реализуется при управлении посредством обычных («радио») импульсов электромагнитного поля, задаваемых через коаксиальные кабели и волноводные линии. Второй вариант связан с волной токов, распространяющейся в связанной с кубитом джозефсоновской передающей линии при движении кванта магнитного потока (флаксона).

В обоих случаях постоянная по знаку безразмерная непрерывная функция $f(t)$ описывает изменение модуля магнитного поля со временем и называется огибающей магнитного поля. В дальнейшем стоит подробно рассмотреть огибающие вида:

$f(t) = \exp\left(-(t-t_0)^2/(2\tau^2)\right)$ – функция Гаусса, (6.2.4)

$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le T \\ 0, & t > T \end{cases}$ – прямоугольная функция («хэвисайдовская» – как разность двух известных функций Хэвисайда), (6.2.5)

$f(t) = \dfrac{2e^{q(t)}}{1+e^{2q(t)}}, \quad q(t) \equiv \dfrac{t-t_0}{\tau\sqrt{1-u^2}}$ – «флаксонная» функция. (6.2.6)

Величины τ, T в формулах характеризуют здесь временную продолжительность внешнего воздействия, параметр t_0 в выражениях задает момент времени, когда модуль огибающей достигает максимального значения, а величина u в формуле (6.2.6) представляет собой нормированную на скорость Свайхарда $v_{Св}$ скорость распространения флаксона в джозефсоновской передающей линии. Для прямоугольной функции момент начала воздействия $t_{in} = 0$, а для гауссовой и флаксонной огибающих $t_{in} \to -\infty$.

В рамках развиваемой «кубитно-магнитной» аналогии запишем гамильтониан двухуровневой системы в виде

$$\hat{H}(\mathbf{r},t) = \hat{H}_0(\mathbf{r},t) - H_x(t)\hat{\mu}_x, \tag{6.2.7}$$

где $\hat{H}_0(\mathbf{r},t)$ – гамильтониан системы в отсутствие магнитного поля по оси Ox, $H_x(t)$ – проекция вектора $\mathbf{H}(t)$ на эту ось, $\hat{\mu}_x$ – x-проекция оператора магнитного момента. Поскольку процессы потери когерентности на текущем этапе в рассмотрении не учитываются (рассматриваются времена, малые на фоне времени распада когерентных состояний), для анализа динамики системы достаточно использовать основное уравнения квантовой механики:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \hat{H}(\mathbf{r},t)\psi(\mathbf{r},t). \tag{6.2.8}$$

Подстановка волновой функции системы с учётом равенств $\hat{H}_0\left|\phi_1\right\rangle = E_1\left|\phi_1\right\rangle$, $\hat{H}_0\left|\phi_2\right\rangle = E_2\left|\phi_2\right\rangle$ и обозначений $\omega_{12} = \dfrac{E_2 - E_1}{\hbar}$, $\mu_{12} = \left\langle \phi_1 \left| \hat{\mu}_x \right| \phi_2 \right\rangle = \mu_{21}^*$, позволяет описать динамику двухуровневой системы при помощи уравнений:

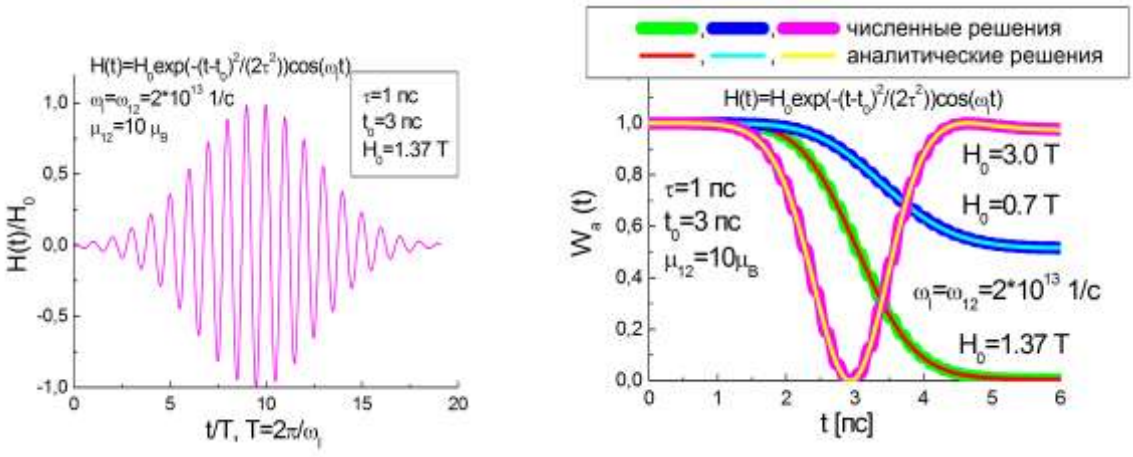
$$\begin{cases} \dfrac{da(t)}{dt} = \dfrac{i}{\hbar} H_x(t)\mu_{12} b(t) e^{-i\omega_{12}t} \\ \dfrac{db(t)}{dt} = \dfrac{i}{\hbar} H_x(t)\mu_{21} a(t) e^{i\omega_{12}t} \end{cases}. \qquad (6.2.9)$$

Эту модель можно использовать для описания, например, потокового кубита, причём поле $\mathbf{H}(t)$ будет в этом случае связано с магнитным потоком Φ_x, а не Φ_z.

Воздействие осциллирующего магнитного поля **(**резонансный случай $\omega_l = \omega_{12}$) [6]. Характерную продолжительность внешнего воздействия для любого вида огибающей обозначим τ (для прямоугольной функции положим $\tau = T$) и будем считать, что $\omega_l \tau >> 1$. Для двухуровневого атома эта частота лежит в субтерагерцовом диапазоне, и это условие может выполняться на пикосекундных временах. Для потокового кубита требуемая для выполнения указанного условия длительность воздействия должна составлять несколько наносекунд. Пусть также матричные элементы оператора магнитного дипольного момента являются вещественными и $\mu_{12} = \mu_{21}$. Тогда основное уравнение, описывающее динамику системы, содержит множитель

$$\cos(\omega_l t) e^{-i\omega_{12}t} = \frac{e^{-i(\omega_{12}-\omega_l)t} + e^{-i(\omega_{12}+\omega_l)t}}{2}. \qquad (6.2.10)$$

Поскольку $\omega_l \tau >> 1$ и $\omega_l = \omega_{12}$, только первое слагаемое в числителе этой дроби даст



(а) (б)

Рисунок 6.2.2 – (а) Типичный вид зависимости осциллирующего магнитного поля от времени при $\omega_l \tau >> 1$. (б) Динамика двухуровневого атома ($\mu_{12} = 10\mu_B$, $\omega_{12} = 2*10^{13} 1/c$) в поле с гауссовой огибающей при разных напряжённостях поля H_0 [A50].

вклад в динамику при интегрировании, тогда как второе обратится в ноль. Такой же результат получается и для второго уравнения системы, поэтому

$$\begin{cases} \dfrac{da(t)}{dt} = \dfrac{i}{2\hbar} H_0 \mu_{12} f(t) b(t) \\ \dfrac{db(t)}{dt} = \dfrac{i}{2\hbar} H_0 \mu_{12} f(t) a(t) \end{cases}. \tag{6.2.11}$$

В переменных $u(t) = a(t) + b(t)$ и $v(t) = a(t) - b(t)$ можно легко получить явные решения

$$\begin{cases} u(t) = u(t_{in}) \exp(i\theta(t)) \\ v(t) = v(t_{in}) \exp(-i\theta(t)) \end{cases}. \tag{6.2.12}$$

Здесь введена безразмерная «управляющая» функция

$$\theta(t) = \frac{1}{2\hbar} H_0 \mu_{12} \int_{t_{in}}^{t} f(t')dt'. \tag{6.2.13}$$

Поэтому при $a_0 = 1, \quad b_0 = 0$ для функции $a(t) = (u(t) + v(t))/2$ справедливо утверждение

$$a(t) = \cos\theta(t), \quad W_a(t) = \cos^2\theta(t). \tag{6.2.14}$$

Точно такой же результат можно получить и другим способом. Если систему уравнений для описания динамики системы записать в матричном виде,

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \hat{L}(t)\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}, \quad \hat{L}(t) = \frac{i}{2\hbar} H_0 \mu_{12} f(t)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{6.2.15}$$

а потом рассмотреть матрицу $\hat{K}(t) = i\theta(t)\hat{\sigma}_1 = \int_{t_{in}}^{t} \hat{L}(t')dt'$, которая коммутирует с матрицей $\hat{L}(t)$, то решение системы (6.2.11) можно записать как столбец $\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = e^{\hat{K}(t)}\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}, \quad e^{\hat{K}(t)} = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{\left(\hat{K}(t)\right)^n}{n!}$,

что позволит прийти к формуле, из которой в частном случае $a_0 = 1, \quad b_0 = 0$ следует уже известный результат:

$$\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\cos(\theta(t)) + i\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\sin(\theta(t))\right)\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}, \tag{6.2.16}$$

Выше использовано построение аппроксимационного представления для оператора эволюции, аналогичное разложению Магнуса.

Динамика системы в осциллирующем поле в приближении «вращающейся волны» определяется функцией $\theta(t)$, пропорциональной площади под графиком огибающей магнитного поля от времени. Полученные осцилляции населённостей состояний двухуровневой системы являются частным случаем осцилляций Раби, когда процессы потери когерентности отсутствуют. Если огибающая поля $f(t)$ является функцией Гаусса, то используя понятие функции ошибок

$$erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\xi^2}d\xi\,, \tag{6.2.17}$$

можно показать, что

$$\theta(t)=\frac{H_0\mu_{12}\tau}{2\hbar}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(erf\left(\frac{t-t_0}{\tau\sqrt{2}}\right)+1\right). \tag{6.2.18}$$

Динамика двухуровневого атома, описываемая этой функцией, представлена на рисунке для разных величин H_0. Видно, что при некотором оптимальном воздействии (при помощи так называемого π-импульса с заданной площадью под огибающей) систему можно перевести из одного базисного состояния в другое, реализовав операцию НЕ.

Пусть теперь на двухуровневую систему действует ***униполярное магнитное поле***, причем $\omega_{12}\tau<<1$, то есть воздействие сравнительно короткое. Это условие хорошо выполнено для потоковых кубитов на пикосекундных временах, так как $\omega_{12}\sim 10^{10}1/c$. Запишем систему уравнений для динамики системы в матричном виде:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}a(t)\\b(t)\end{pmatrix}=\hat{B}\begin{pmatrix}a(t)\\b(t)\end{pmatrix},\quad \hat{B}(t)=\begin{pmatrix}0 & \chi(t)\\ -\chi^*(t) & 0\end{pmatrix}. \tag{6.2.19}$$

«Управляющая» функция $\chi(t)$ определяется выражением

$$\chi(t)=\frac{i}{\hbar}\mu_{12}H_0 f(t)e^{-i\omega_{12}t}\,. \tag{6.2.20}$$

Будем искать приближённое решение с использованием понятия матричной экспоненты, как и для случая осциллирующего поля. Введём матрицу $\hat{A}(t)$:

$$\hat{A}(t)=\int_{t_{in}}^{t}\hat{B}(t')dt'\,. \tag{6.2.21}$$

В выражении для $\chi(t)$ стоит множитель $f(t)\exp(-i\omega_{12}t)$, однако в силу условия $\omega_{12}\tau<<1$ экспонента $\exp(-i\omega_{12}t)$ в этом выражении примерно равна единице, $\forall t$. Это объясняет необходимость условия $\omega_{12}\tau<<1$, ведь иначе усреднение по времени быстро осциллирующей функции давало бы ничтожно малое изменение населенностей уровней кубитной системы. Введём функцию, пропорциональную площади под графиком величины магнитного поля от времени:

$$G(t)=\int_{t_{in}}^{t}\chi(t')dt'\,. \tag{6.2.22}$$

Эта функция в случае униполярного воздействия определяет динамику системы при $\omega_{12}\tau<<1$. Аналогичная ситуация уже была рассмотрена выше для осциллирующего поля. Тогда речь шла

о функции $\theta(t)$ при $\omega_{12}\tau >> 1$. Таким образом, описания осциллирующего и униполярного воздействий весьма похожи. Запишем матрицу $\hat{A}(t)$ в виде

$$\hat{A}(t) = \begin{pmatrix} 0 & G(t) \\ -G^*(t) & 0 \end{pmatrix}. \tag{6.2.23}$$

Приближённое аналитическое решение имеет вид столбца

$$\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = e^{\hat{A}(t)} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}, \quad e^{\hat{A}(t)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\hat{A}(t)\right)^n}{n!}. \tag{6.2.24}$$

Ошибка этого решения по порядку величины определяется функцией $\left(\chi(t)G^*(t) - \chi^*(t)G(t)\right) / \chi(t)$.

С учётом определения матрицы $\hat{A}(t)$, вида разложений функций синуса и косинуса в ряд Тейлора и формулы

$$\hat{A}^n(t) = \begin{cases} (-1)^{(n-1)/2} z^{n-1}(t)\hat{A}(t), & n - \textit{нечётное} \\ (-1)^{n/2} z^n(t)\hat{I}, & n - \textit{чётное} \end{cases} \tag{6.2.26}$$

можно показать, что комплексная экспонента выражается через линейную комбинацию матриц $\hat{I}$ и $\hat{A}(t)$ с коэффициентами $\cos z(t)$ и $\frac{\sin z(t)}{z(t)}$, поэтому

$$\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \cos z(t) \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} + \frac{1}{z(t)} \sin z(t) \begin{pmatrix} G(t)b_0 \\ -G^*(t)a_0 \end{pmatrix}. \tag{6.2.27}$$

Для важного частного случая $a_0 = 1, \quad b_0 = 0$ имеем

$$\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos z(t) \\ -G^*(t)\sin z(t)/z(t) \end{pmatrix}. \tag{6.2.28}$$

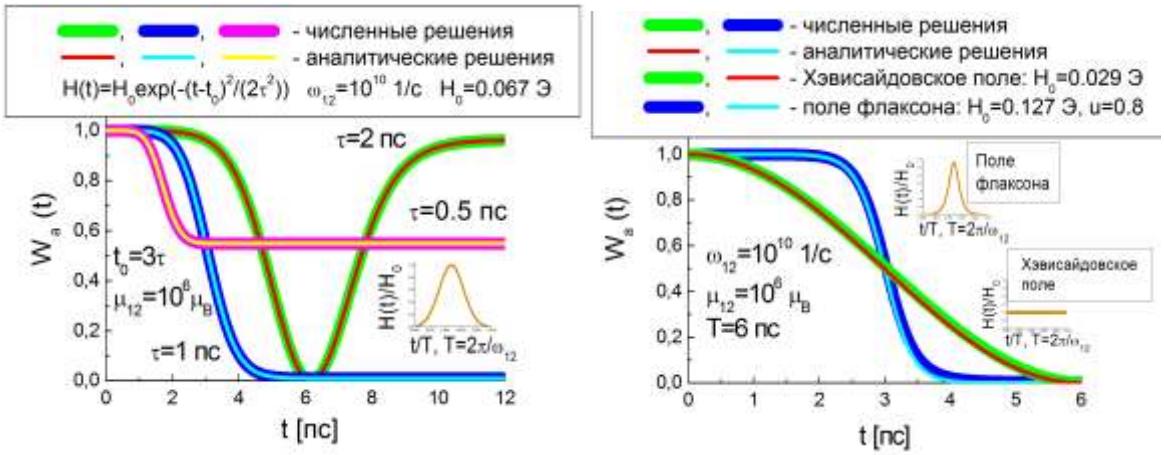
Функции $G(t)$ и $z(t)$, определяющие динамику системы, были найдены для функции Гаусса, прямоугольной функции и «флаксонной функции» соответственно:

$$\begin{cases} G(t) = \dfrac{i\mu_{12}H_0\tau}{\hbar}\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\left(erf\left(\dfrac{t - t_0 + i\omega_{12}\tau^2}{\tau\sqrt{2}}\right) + 1\right)\exp\left(-i\,\omega_{12}\,t_0 - \left(\omega_{12}\,\tau\right)^2/2\right) \\ z(t) = \dfrac{|\mu_{12}|}{\hbar}H_0\tau\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\exp\left(-\left(\omega_{12}\,\tau\right)^2/2\right)\left|erf\left(\dfrac{t - t_0 + i\omega_{12}\tau^2}{\tau\sqrt{2}}\right) + 1\right| \end{cases}, \tag{6.2.29}$$

$$\begin{cases} G(t) = \dfrac{\mu_{12}H_0(1 - e^{-i\omega_{12}t})}{\hbar\omega_{12}}, \quad 0 \le t \le T \\ z(t) = \dfrac{2|\mu_{12}|H_0\left|\sin\left(\omega_{12}t/2\right)\right|}{\hbar\omega_{12}}, \quad 0 \le t \le T \end{cases}, \tag{6.2.30}$$

$$\begin{cases} G(t) = \dfrac{2i\mu_{12}H_0\tau\sqrt{1-u^2}}{\hbar}\, arctg\left(\exp\left(\dfrac{t-t_0}{\tau\sqrt{1-u^2}}\right)\right) \\ z(t) = \dfrac{2|\mu_{12}|H_0\tau\sqrt{1-u^2}}{\hbar}\, arctg\left(\exp\left(\dfrac{t-t_0}{\tau\sqrt{1-u^2}}\right)\right) \end{cases}, \ \omega_{12}\tau\sqrt{1-u^2} << 1. \qquad (6.2.31)$$

При нарушении условия $\omega_{12}\tau << 1$ населённости уровней не могут заметно изменяться даже в сильных полях: с ростом параметра $\omega_{12}\tau$ выражения (6.2.29) экспоненциально стремится к нулю. Динамика системы в случае гауссового поля при $a_0 = 1,\ b_0 = 0$ также представлена на рисунке вместе с результатами численного расчёта методом Рунге-Кутта 4 порядка, которые отлично совпали с аналитическими кривыми. Как и для случая осциллирующего воздействия, вид динамики системы зависит от произведения параметров $H_0|\mu_{12}|\tau$. При малых длительностях импульса населённости уровней изменяются мало, но и в этом случае можно подобрать параметры π-импульса так, чтобы реализовать «перемагничивание» системы, когда величина $W_a(t) \equiv |a(t)|^2$ меняется от 1 до 0.



(а) (б)

Рисунок 6.2.3 – (а) Динамика двухуровневой системы ($\mu_{12} = 10^6 \mu_B$, $\omega_{12} = 10^{10} 1/c$) а) в униполярном гауссовом поле для разных длительностей импульса τ [А50].
(б) в униполярных полях, описываемых прямоугольной и флаксонной огибающими с разными H_0.

Результаты аналитических и численных расчётов для прямоугольной и флаксонной огибающих проиллюстрированы на рисунке. Видно, что на динамику системы влияет не только произведение $H_0|\mu_{12}|\tau$, но и форма импульса магнитного поля: в случае прямоугольной функции площадь под графиком растёт значительно быстрее, чем в случае флаксонной функции, и динамика идёт гораздо активнее. Поэтому для достижения перемагничивания в «хэвисайдовском случае» максимальная величина магнитного поля должна быть меньше, чем в случае

флаксона. Отметим, что формально «бесконечные по времени» гауссовую и флаксонную огибающие при численном моделировании заменили функциями, заданными на интервале $(t_0-3\tau;t_0+3\tau)$ и $\left(t_0-7\tau\sqrt{1-u^2};t_0+7\tau\sqrt{1-u^2}\right)$ соответственно. Для гауссовой огибающей разумно ввести время перемагничивания $T_{имп}$ как величину 6τ, для прямоугольной огибающей – время импульса T, а для флаксонной – $14\tau\sqrt{1-u^2}$.

Для осциллирующего гауссового поля оптимальное для реализации операции НЕ магнитное поле связано с длительностью импульса как

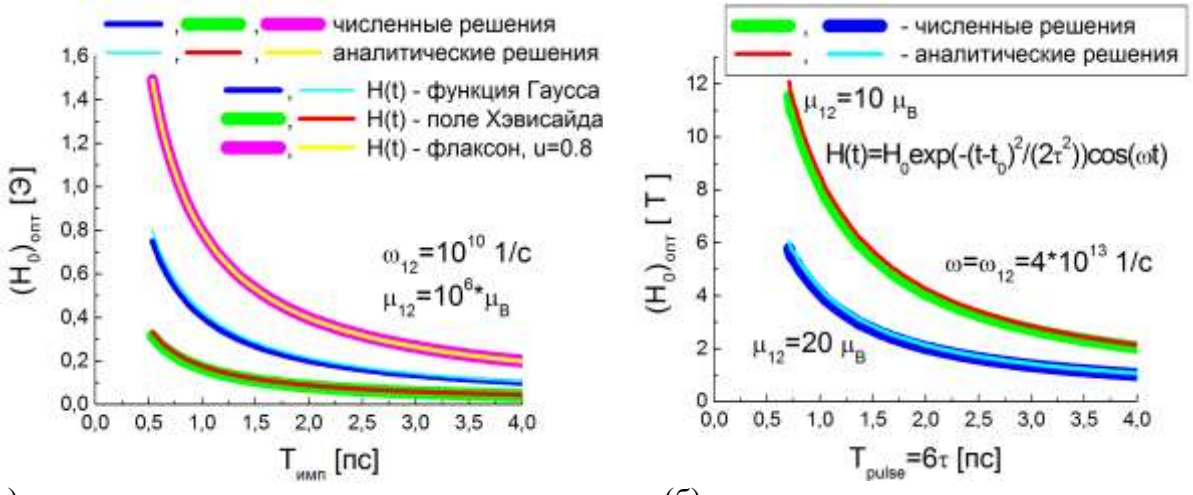
$$H_0=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\hbar}{\mu_{12}\tau}\equiv\sqrt{18\pi}\frac{\hbar}{\mu_{12}T_{имп}}. \qquad (6.2.32)$$

Для случая униполярного воздействия были рассмотрены гауссовая, прямоугольная и флаксонная огибающие и получены явные формулы для оптимальной напряжённости поля H_0 ($z\left(t=T_{имп}\right)=\pi/2$) при заданном времени воздействия:

$$H_0=\frac{\hbar}{|\mu_{12}|\tau}\sqrt{\frac{\pi}{8}}\exp\left(\left(\omega_{12}\tau\right)^2/2\right)\approx\frac{\hbar}{|\mu_{12}|\tau}\sqrt{\frac{\pi}{8}}\equiv\frac{\hbar}{|\mu_{12}|T_{имп}}\sqrt{\frac{9\pi}{2}}, \qquad (6.2.33)$$

$$H_0=\frac{\pi\hbar\omega_{12}}{4|\mu_{12}|\left|\sin\left(\omega_{12}T/2\right)\right|}\approx\frac{\pi\hbar}{2|\mu_{12}|T}, \qquad (6.2.34)$$

$$H_0=\frac{\hbar}{2|\mu_{12}|\tau\sqrt{1-u^2}}\equiv\frac{7\hbar}{|\mu_{12}|T_{имп}},\ T_{имп}=14\tau\sqrt{1-u^2}. \qquad (6.2.35)$$



(а) (б)

Рисунок 6.2.4 – Расчёт оптимального магнитного поля, необходимого для перемагничивания (а) двухуровневой системы ($\mu_{12}=10^6\mu_B$, $\omega_{12}=10^{10}1/c$) в униполярных гауссовом, «прямоугольном» и флаксонном полях, (б) двухуровневого атома ($\omega_{12}=4*10^{13}1/c$) с $\mu_{12}=10\mu_B$ и $\mu_{12}=20\mu_B$ в осциллирующем гауссовом поле [А50].

Видно, что с ростом произведения $\omega_{12}\tau$, оптимальное поле экспоненциально растет. Также отметим, что при равной продолжительности воздействия, характерная амплитуда H_0, соответствующая перемагничиванию, существенно ниже для прямоугольного импульса.

Можно заключить, что для униполярных воздействий на двухуровневую квантовую систему вероятность переворота определяется фурье-образом от «управляющей» функции, задающей профиль импульса, что в определенном смысле обобщает «закон площадей», хорошо известный для «осциллирующих» раби-импульсов.

Разработанный для анализа динамики магнитной квантовой системы метод позволяет относительно просто выйти за рамки двухуровневого приближения, что для интересующих нас применений иногда имеет критическое значение: униполярное пикосекундное «флаксонное» воздействие на квантовую систему заведомо является широкополосным и вполне может вести к возбуждению достаточно высоко по энергиям расположенных состояний. Продемонстрируем работоспособность выбранных подходов в рамках так называемой лямбда-схемы, при реализации которой перемагничивание квантовой системы осциллирующим полем из состояния 1 в состояние 2 осуществляется через высоковозбуждённое состояние 3 (прямой переход из 1 в 2 невозможен, так как $\omega_{12}\tau << 1$). Покажем, что для достаточно больших величин ω_{13} и ω_{23} субнаносекундные длительности операций возможны не только в униполярном, но и в осциллирующем поле.

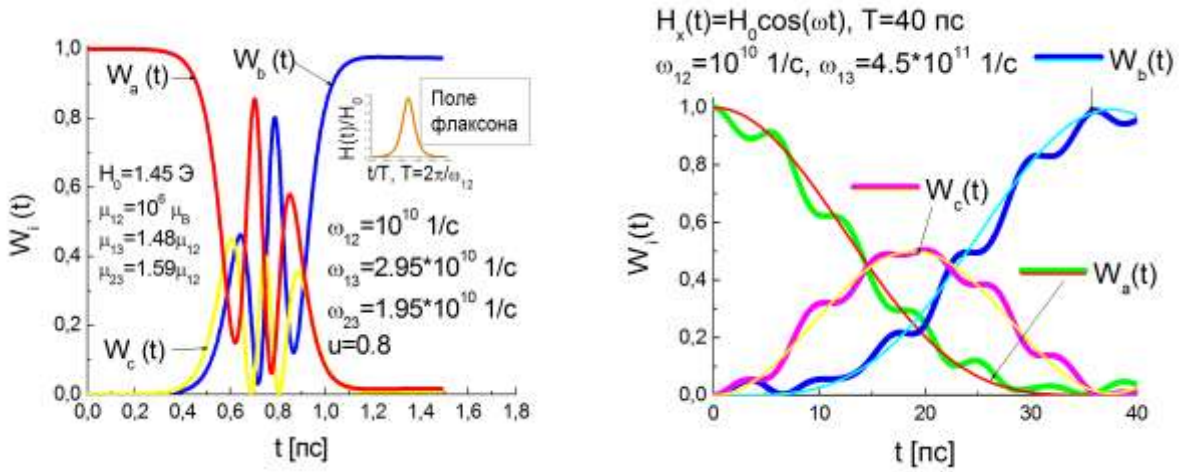
Рассмотрим стационарные состояния $|\phi_1\rangle$, $|\phi_2\rangle$ и $|\phi_3\rangle$, для которых населённости равны квадратам модулей амплитуд, входящих в выражение для волновой функции, $|a(t)|^2$, $|b(t)|^2$, $|c(t)|^2$ соответственно, $|a(t)|^2+|b(t)|^2+|c(t)|^2=1$. Система уравнений для динамики трёхуровневой системы имеет в рамках кубитно-магнитной аналогии следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{da(t)}{dt} = \dfrac{iH_x(t)}{\hbar}\left(\mu_{12}\, e^{-i\omega_{12}t}\, b(t) + \mu_{13}\, e^{-i\omega_{13}t}\, c(t)\right) \\ \dfrac{db(t)}{dt} = \dfrac{iH_x(t)}{\hbar}\left(\mu_{12}^{*}\, e^{i\omega_{12}t}\, a(t) + \mu_{23}\, e^{-i\omega_{23}t}\, c(t)\right) \\ \dfrac{dc(t)}{dt} = \dfrac{iH_x(t)}{\hbar}\left(\mu_{13}^{*}\, e^{i\omega_{13}t}\, a(t) + \mu_{23}^{*}\, e^{i\omega_{23}t}\, b(t)\right) \end{cases}. \qquad (6.2.36)$$

Здесь по аналогии с двухуровневым приближением введены матричные элементы оператора магнитного момента $\mu_{12}=\langle\phi_1|\hat{\mu}_x|\phi_2\rangle$, $\mu_{13}=\langle\phi_1|\hat{\mu}_x|\phi_3\rangle$, $\mu_{23}=\langle\phi_2|\hat{\mu}_x|\phi_3\rangle$ и собственные частоты переходов $\omega_{12}=(E_2-E_1)/\hbar$, $\omega_{13}=(E_3-E_1)/\hbar$ и $\omega_{23}=(E_3-E_2)/\hbar$.

Эта система уравнений была решена численно с использованием метода Рунге-Кутта 4 порядка для случая униполярного воздействия. Были получены орезультаты для динамики населенностей уровней во внешнем магнитном поле, продемонстрировавшие принципиальную возможность перемагничивания одиночным импульсом пикосекундного униполярного магнитного поля флаксона. Необходимо отметить, что в этом случае критически важно выполнение условий:

- $\omega_{12}\tau << 1$ (возможен нужный нам переход под действием униполярного импульса);
- $\omega_{13}\tau \geq 1$ («паразитные» переходы на высоколежащие уровни подавлены).



(а) (б)

Рисунок 6.2.5 – (а) Динамика населённостей уровней трёхуровневой системы в униполярном магнитном поле флаксона ($T_{имп} \approx 1.5\,пс$). (б) Реализация лямбда-схемы на примере динамики трёхуровневой системы ($\mu_{12} = 10^6 \mu_B$, $\mu_{13} = \mu_{23} = 1.2\mu_{12}$, $\omega_{12} = 10^{10}\ \ 1/c$, $\omega_{13} = 4.5*10^{11}\ \ 1/c$) в осциллирующем поле с $\omega = (\omega_{13} + \omega_{23})/2$ и $H_0 \approx 0.01Э$, огибающей которого является прямоугольная функция.

Для анализа модели лямбда-схемы рассмотрим также воздействие осциллирующего магнитного поля на трёхуровневую систему, положив для простоты $\mu_{13} = \mu_{23}$. Пусть частота $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12} \approx \omega_{13}$, и верны условия $\omega_{12}\tau << 1$ и $\omega_{13}\tau >> 1$. Пусть также частота поля $\omega_l = (\omega_{13} + \omega_{23})/2$ (условие квазирезонансности). Если представить $\cos(\omega_l t)$ через комплексные экспоненты и пренебречь слагаемыми, осциллирующими на высоких частотах порядка ω_{13} или ω_{23} (приближение вращающейся волны), получим

$$\begin{cases} \dfrac{da(t)}{dt} = Q(t)e^{-i\omega_{12}t/2}c(t) \\ \dfrac{db(t)}{dt} = Q(t)e^{i\omega_{12}t/2}c(t), \quad Q(t) = \dfrac{iH_0\, f(t)}{2\hbar}\mu_{13}. \\ \dfrac{dc(t)}{dt} = Q(t)\left(e^{i\omega_{12}t/2}a(t) + e^{-i\omega_{12}t/2}b(t)\right) \end{cases} \tag{6.2.37}$$

Поскольку физический смысл имеют только населённости уровней трёхуровневой системы, можно изменить фазы амплитуд вероятности из последнего уравнения. Если переопределить переменные, домножив амплитуду $a(t)$ на $e^{i\omega_{12}t/2}$, а $b(t)$ – на $e^{-i\omega_{12}t/2}$ ($c(t)$ не меняется), то будет справедлива система уравнений

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \\ c(t) \end{pmatrix} = \hat{N}(t)\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \\ c(t) \end{pmatrix}, \quad \hat{N}(t) = \begin{pmatrix} \nu & 0 & Q(t) \\ 0 & -\nu & Q(t) \\ Q(t) & Q(t) & 0 \end{pmatrix}, \quad \nu = \frac{i\omega_{12}}{2}. \tag{6.2.38}$$

Коммутатор матриц $\hat{N}(t)$ и $\hat{M}(t) = \int_{t_{in}}^{t} \hat{N}(t')dt'$ пропорционален $\nu\int_{t_{in}}^{t} Q(t')dt' - Q(t)\int_{t_{in}}^{t} \nu\, dt'$. Для прямоугольной огибающей он равен нулю, и можно записать точное решение

$$\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \\ c(t) \end{pmatrix} = \exp\left(\hat{M}(t)\right)\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}, \tag{6.2.39}$$

$$\exp\left(\hat{M}(t)\right) = \hat{I} + \frac{\hat{M}^2(t)}{P^2(t)}\left(1-\cos P(t)\right) + \frac{\hat{M}(t)}{P(t)}\sin P(t),\ P(t) = \sqrt{\frac{\omega_{12}^2}{4} + \frac{H_0^2\mu_{13}^2}{2\hbar^2}}t$$

Для частного случая $a_0 = 1,\ b_0 = 0,\ c_0 = 0$

$$W_a(t) = \left(1 - \frac{2\varepsilon^2+2}{\varepsilon^2+2}\sin^2\left(P(t)/2\right)\right)^2 + \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2+2}\sin^2 P(t), \quad \varepsilon = \frac{\hbar\omega_{12}}{H_0\mu_{13}}, \tag{6.2.40}$$

$$W_b(t) = \left(\frac{2}{2+\varepsilon^2}\right)^2 \sin^4\left(P(t)/2\right), \tag{6.2.41}$$

$$W_c(t) = \frac{4\sin^2\left(P(t)/2\right)}{\varepsilon^2+2} - \frac{8\sin^4\left(P(t)/2\right)}{\left(\varepsilon^2+2\right)^2}. \tag{6.2.42}$$

При $\varepsilon << 1$ населённость уровня $|\varphi_2\rangle$ достигает своего максимума при $P(t) = \pi$. При сравнении с наносекундными временами, которые были необходимы для перемагничивания аналогичной системы осциллирующим полем в двухуровневой модели ($\omega_{12}\tau >> 1$, $\omega_{12} \sim 10^{10}\ 1/c$) становится ясно, что реализация лямбда-схемы более чем на порядок ускоряет

перемагничивание потокового кубита осциллирующим магнитным полем (время перемагничивания может достигать 40 пс).

Наиболее естественным способом управления состояниями упомянутого выше «тихого» кубита также является приложение контролируемых внешних магнитных полей. Приложение магнитного поля к выбранным кубитам системы в этом случае порождает там круговые токи и тем самым позволяет кубитам взаимодействовать друг с другом. Управляя длительностью прикладываемого импульса магнитного поля, а значит и временем взаимодействия кубитов, можно осуществлять и такие операции, как контролируемый сдвиг фаз волновых функций, величина которого зависит от времени взаимодействия кубитов.

6.3. Физические процессы в сверхпроводниковых цепях ввода/вывода сигнала

С практической точки зрения реализацию необходимых для пикосекундных операций униполярных импульсов, а также цепей считывания состояний ячеек квантового блока обработки сигнала, разумно построить на использовании известных макроскопических квантовых эффектов в цепочках сверхпроводящих интерферометров. Традиционные методы управления регистрами кубитов требуют использования высокостабильных генераторов гигагерцового излучения и высокочувствительных детекторов (стоимость одного управляющего канала составляет порядка 600000 рублей). Рассмотрим возмодности перехода при построении КШСС к использованию интегрированных на чип генераторов излучения, передающих линий и счетчиков на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках, что позволит радикально уменьшить стоимость управляющих систем и при этом улучшить их характеристики.

В работах последних лет, посвященных проблеме считывания слабых магнитных сигналов от наноразмерных структур (болометров, однофотонных детекторов, сверхпроводниковых кубитов), были предложены как относительно «медленные» методы максимально невозмущающего считывания [1], так и чрезвычайно «быстрые» баллистические методы [2-13]. Последний метод основан на взаимодействии считываемого магнитного сигнала с быстрыми одноквантовыми импульсами, распространяющимися по джозефсоновской передающей линии, связанной магнитным образом с наноструктурой (см. схему на Рисунке 1). Этот метод позволяет достигать времени считывания порядка 30 пс.

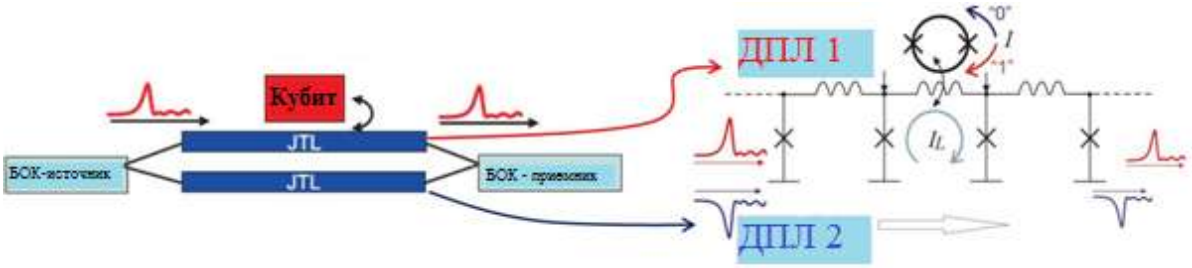


Рисунок 6.3.1 – Схема «баллистического» считывания состояния сверхпроводящего интерферометра.

Крайне важно подчеркнуть, что для создания высокочувствительного быстрого детектора уже предлагали использовать цепи быстрой одноквантовой (БОК или SFQ) логики, в которых перемещение квантов магнитного потока из одного сверхпроводящего контура в последующие происходит через джозефсоновские контакты. При этом на такой гетероструктуре возникает короткий «одноквантовый» импульс напряжения $V(t)$, и диссипируемая в таком процессе энергия должна быть сделана предельно малой. В цифровых схемах на основе стандартной ниобиевой технологии изготовления джозефсоновских переходов величина амплитуды быстрого одноквантового импульса составляет обычно порядка сотен микровольт, а его длительность – не-

сколько пикосекунд. В настоящее время активно исследуется специфика физических процессов в энергоэффективных вариантах БОК-цепей, предназначенных для реализации связей между квантовыми ячейками обработки информации [14].

В цепях ввода и вывода сигнала как для квантового, так и для нейросетевого блока КШСС, уединенная волна токов и напряжений, распространяющаяся по джозефсоновской передающей линии (ДПЛ или JTL), может выполнять функцию управляющего магнитного потока и одновременно использоваться для считывания магнитного сигнала. При этом фиксируемое замедление или ускорение при прохождении кванта потока через передающую линию дает информацию о величине считываемого сигнала.

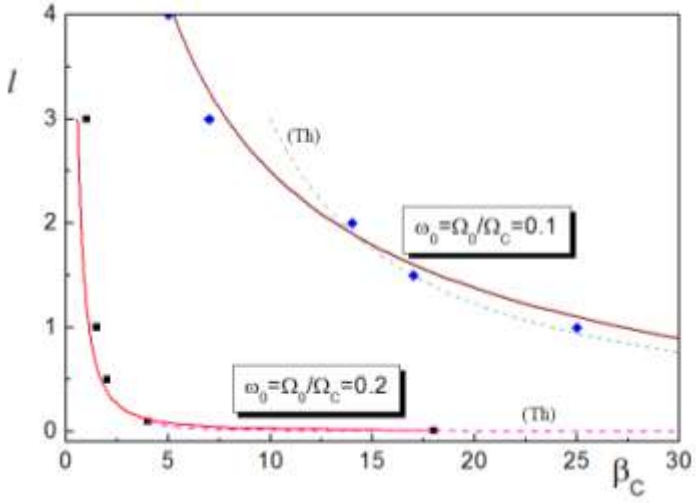


Рисунок 6.3.2 – Зависимость «предельной» нормированной индуктивности, соединяющей джозефсоновские переходы *l*, от величины нормированной ёмкости перехода β_c в ДПЛ. Штриховая линия – «теоретический» фитинг результатов численного моделирования.

В данном параграфе остановимся на исследовании специфики джозефсоновских сред со сверхмалой диссипацией энергии при распространении одноквантовых импульсов магнитного потока, которые можно использовать для создания как детекторов описанного типа, так и элементов управляющих цепей. В качестве джозефсоновских сред выбраны: джозефсоновская передающая линия и распределенный джозефсоновский переход. Особое внимание уделяется изучению разброса времени распространения одноквантового импульса вдоль передающей среды.

В основе выполненного анализа распространения БОК-импульса по ДПЛ лежит резистивная модель сосредоточенных джозефсоновских элементов. Очевидно, что в пределе пренебрежимо малой связующей индуктивности между элементами и очень большого числа джозефсоновских контактов $l \longrightarrow 0, N \longrightarrow \infty$ (условие малости магнитного потока в одной ячейке) модель ДПЛ переходит в модель распределенного джозефсоновского контакта, рассмотренного выше.

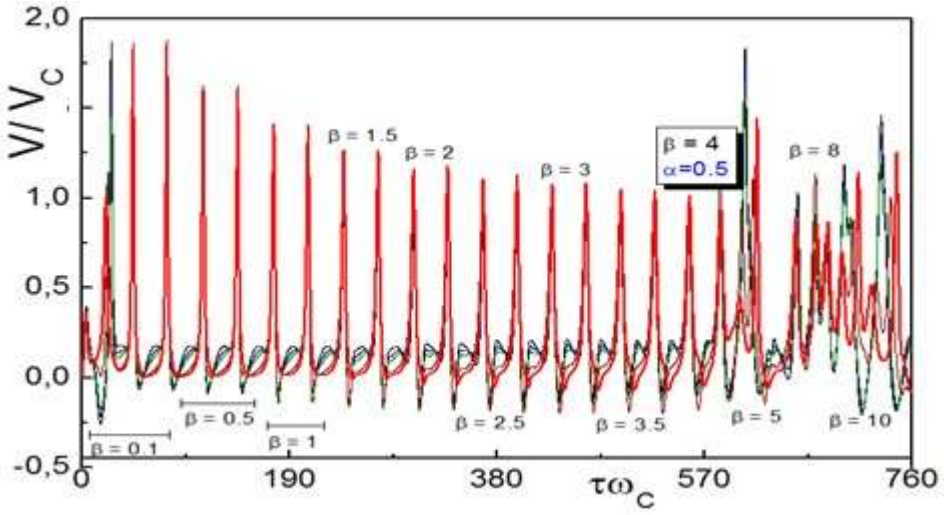


Рисунок 6.3.3 – Демонстрация перехода ДПЛ за предельный режим работы при превышении критической величины нормированной емкости. Нормированная индуктивность соединительных элементов l равна 0.1, нормированная частота следования импульсов $\omega_0 = \Omega_0/\Omega_C = 0.2$, где Ω_C – характерная частота джозефсоновского контакта.

Регулярное прохождение БОК-импульсов возможно лишь при определенных соотношениях между нормированными величинами соединительной индуктивности $l=2\pi LI_C/\Phi_0$ и нормированной емкости переходов $\beta_C = \frac{2e}{\hbar} I_C R_N^2 C$. Если частота следования одноквантовых импульсов постоянна, с ростом емкости (соединительной индуктивности) при фиксированной соединительной индуктивности (ёмкости переходов) система выйдет за предельный регулярный режим работы и перейдет в нерегулярный режим, когда одноквантовый импульс не успевает пройти через джозефсоновский контакт до прихода следующего импульса. Пример такого выхода за предельный регулярный режим работы (с ростом ёмкости) представлен на рисунке ниже. Отметим, что для реальной величины соединительной индуктивности $l \geq 1$, реализуемой в цифровых схемах, параметр демпфирования $\alpha = \frac{\omega_p}{\omega_C} = \frac{1}{\sqrt{\beta}}$, соответствующий предельно допустимой величине нормированной емкости β для нормированной частоты следования импульсов $\omega_0 = \Omega_0/\Omega_C = 0.2$, оказывается лишь немногим меньше единицы, что намного больше типичных значений для длинного перехода. При $\alpha \longrightarrow 0$, $\omega_p \ll \omega_c$, что означает, что плазменные релаксационные колебания в квантующем контуре затухают гораздо медленнее собственного времени переключения джозефсоновского контакта, что и вызывает выход цепей считывания за рамки нормального функционирования, когда одноквантовые импульсы переходят через джозефсоновский контакт по отдельности. Из проведенного анализа видно, что основное отличие цепи со сосредоточенными элементами от распределенного перехода порождает качественно отличную

динамику процессов, накладывающую дополнительные частотозависимые ограничения на основные параметры ДПЛ.

Отметим, что для настоящего проекта крайне важно исследовать поведение системы для случаев, когда параметр демпфирования $\alpha = \frac{\omega_p}{\omega_C} = \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ ($\omega_p = \sqrt{\frac{2eI_C}{\hbar C}}$ – частота плазменных осцилляций, $\omega_C = \frac{2e}{\hbar} I_C R_N$ – характерная частота переключения джозефсоновского контакта) мал – $\alpha \sim 0.01$, что соответствует величине нормированной емкости β порядка 10000.

Оценим критические параметры цепи ДПЛ при которых происходит переход к качественно новой, нерегулярной динамике джозефсоновских процессов, определив критерий выхода за регулярный режим работы следующим образом: выход на нерегулярный режим работы происходит, когда в *i*-ом джозефсоновском контакте амплитуда затухающих плазменных процессов становится соизмеримой с амплитудой процессов джозефсоновских.

Динамику плазменных осцилляций определяют:

- затухание этих осцилляций $exp(-t/\tau_N)$, где $\tau_N = \beta(\omega_C)^{-1} = R_N C$ – характерное время затухания;
- характерная амплитуда $V_p = \Phi_0 \Omega_{LC}$, где Ω_{LC} – собственная частота LC-контура одной ячейки в ДПЛ. Оценку амплитуды плазменных колебаний можно получить приближенно, например, из энергетических соображений, положив за характерную энергию, запасенную в системе, величину $(\Phi_0)^2/2L$.

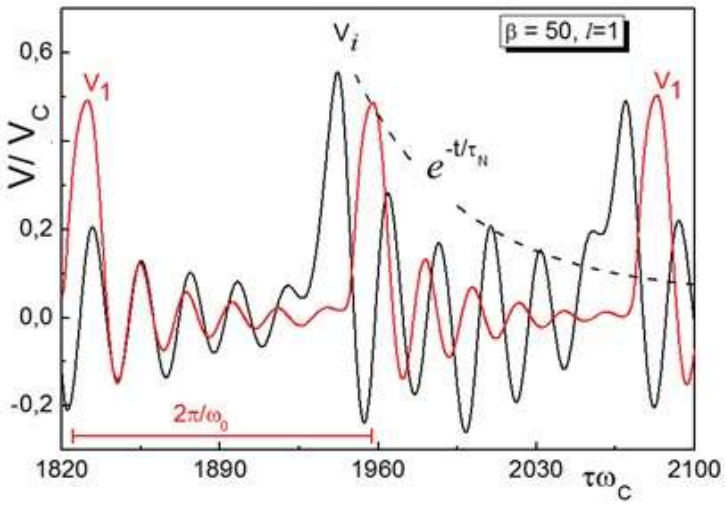


Рисунок 6.3.4 – Конкуренция плазменных и джозефсоновских процессов в ДПЛ в пределе малого демпфирования элементов. Сплошной красной линией показано напряжение на 1-м контакте, а черной линией – на контакте в середине линии. Пунктиром показано уменьшение амплитуды плазменных колебаний. Нормированная емкость переходов $\beta = 50$, нормированная соединительная индуктивность $l = 1$, частота следования импульсов $\omega_0 = 0.05$.

Амплитуду джозефсоновских процессов в отдельно взятом джозефсоновском контакте можно оценить, если учесть, что характерные джозефсоновские времена ($\tau_J=(\omega_J)^{-1}\approx(\omega_C)^{-1}$) при малом затухании много меньше характерных плазменных времен τ_N. Это значит, что джозефсоновскую фазу перехода в момент прохода через него SFQ-импульса можно положить линейной функцией времени: $\varphi(t) \approx \omega_J t$. При этом за процесс перезарядки джозефсоновской емкости будет отвечать преимущественно сверхпроводящий ток I_S. В результате амплитуду джозефсоновских процессов можно оценить как:

$$V(t) \approx -\frac{Q_s(t)}{C} = -\frac{\int I_s(t)dt}{C} = -\frac{I_S(\omega_J)}{\omega_J C}\cos(\omega_J t + const), \quad V_A \approx \frac{I_S(\omega_J)}{\omega_J C} \tag{6.3.1}$$

На значения величин ω_J и I_S влияет сразу несколько параметров цепи:

- Ёмкость переходов: не только определяет амплитуду и скорость затухания плазменных процессов, но и уменьшает амплитуду джозефсоновских процессов, в том числе и шунтируя сверхпроводящий ток в переходе, прижимая его ВАХ к омической прямой.
- Нормальное сопротивление переходов: не только определяет амплитуду и скорость затухания плазменных процессов, но и задает величину характерного напряжения и характерной частоты для джозефсоновского перехода ($V_C = I_C R_N$; $\omega_C=2\pi V_C/\Phi_0$).
- Индуктивность соединений: не только определяет амплитуду плазменных процессов, но при этом уменьшает (как было показано ранее) амплитуду БОК-импульсов, растягивает их.
- Токи питания: тоже влияют на переход за предельный регулярный режим, так как определяют величину ω_J для отдельно взятого перехода, ускоряют прохождение импульсов по ДПЛ, сжимают отдельные импульсы, увеличивая их амплитуду.
- Наконец, частота задания импульсов ω_0 определяет время t, «отпущенное» на затухание плазменных осцилляций: чем чаще входят импульсы, тем меньше времени плазменные осцилляции в отдельном переходе затухают до прихода очередного импульса.

Таким образом, можно записать уравнение «баланса напряжений», из которого можно определить критические параметры контактов, соединений, питания для выхода исследуемого детектора за предельный регулярный режим работы. Для этого необходимо приравнять, с одной стороны, амплитуду медленно затухающих плазменных осцилляций в джозефсоновском переходе в момент прихода БОК-импульса $V_p\, exp(-T_{imp}/\tau_N)$ и амплитуду джозефсоновских процессов V_A, взятую с весом $\Im$:

$$\frac{\Phi_0}{\sqrt{LC}} e^{-\frac{2\pi}{\omega_0\tau_N}} = \Im\frac{I_S(\omega_J)\Phi_0/2\pi}{\tilde{I}_b(I_b,l)R_N C}. \tag{6.3.2}$$

Здесь явно использован тот факт, что для интересующего нас предела больших значений параметра Маккамбера β джозефсоновская частота с хорошей точностью может быть представлена

в виде $\omega_J = (\Phi_0/2\pi)^{-1}\tilde{I}_b(I_b,l)R_N$, где $\tilde{I}_b(I_b,l)$ – ток, эффективно задаваемый в *i*-ый контакт в момент прохода SFQ-импульса, причем величина этого тока зависит и от тока питания, и от соединительной индуктивности. Учтем, что

$$l\beta = LC\left(\frac{2\pi}{\Phi_0}V_C\right)^2 = \left(\frac{\omega_C}{\Omega_{LC}}\right)^2 \tag{6.3.3}$$

Тогда уравнение можно представить в виде:

$$2\pi\sqrt{\frac{\beta}{l}}e^{-\frac{2\pi\omega_c}{\omega_0\beta}} = \Im\frac{I_S(\omega_J)}{\tilde{I}_b(I_b,l)}. \tag{6.3.4}$$

Для удобства использования условие на безразмерные параметры детектора можно переписать следующим образом, учитывая эмпирические оценки для его правой части:

$$\beta_{crit}\exp\left(-\frac{2\nu_c}{\omega_0\beta_{crit}}\right) \propto \frac{\Im^2}{l_{crit}}. \tag{6.3.5}$$

Легко увидеть, что качественно выражение описывает поведение границы области регулярной работы ДПЛ в пределе слабого затухания плазменных осцилляций. Можно заключить, что рекомендации по выбору параметров β и l, полученные (а) из численного расчета для случая относительно малого затухания, и (б) из полуаналитического рассмотрения качественно совпадают.

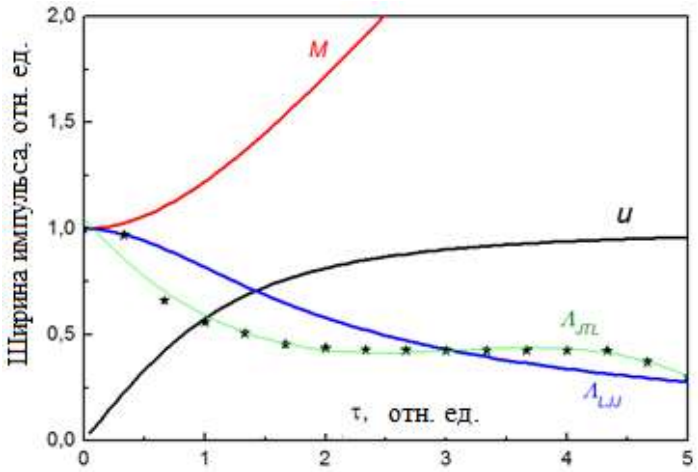


Рисунок 6.3.5 – Скорость *u*, масса M и размер Λ одноквантового импульса в распределенном переходе, рассчитанные по формулам из [10], и в ДПЛ для безразмерной емкости джозефсоновских элементов β=1. Ток питания I_b = 0.9 I_c; параметр шума $\gamma = 10^{-3}$, значение соединительных индуктивностей l = 0.5.

Простейший теоретический анализ, отталкиваясь от известного правила «сложения флуктуаций напряжения» в параллельно соединенных элементах, предсказывает, что джиттер σ в ДПЛ увеличивается с ростом числа переходов $\sim N^{\mu}$, μ>1/2. Однако относительно недавно для распределенных джозефсоновских контактов, используемых в качестве передающей линии, было показано, что можно ожидать существенного уменьшения показателя степенной зависи-

мости μ для роста джиттера с ростом протяженности структуры [10]. Качественно этот эффект легко объяснить, если записать выражение для тока через распределенный контакт в безразмерных величинах:

$$\varphi_{xx} - \ddot{\varphi} = \sin\varphi + \alpha\dot{\varphi} - i \tag{6.3.6}$$

где $\alpha = \omega_p/\omega_c$, ω_p –плазменная частота, ω_c – характерная джозефсоновская частота, i – ток питания. Легко увидеть, что затухание α уменьшает энергию солитоноподобного решения уравнения и уменьшает его скорость, тогда как ток питания, напротив, увеличивает кинетическую энергию и скорость солитона. Стационарное движение солитона имеет место, когда выполнено условие баланса:

$$\int i\dot{\varphi}dx = \alpha\int(\dot{\varphi})^2 dx \ . \tag{6.3.7}$$

И тогда установившаяся скорость БОК-импульса (см. Рисунок 5) равна:

$$u_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\{4\alpha/\pi i\}^2}} \ . \tag{6.3.8}$$

Точно также условие энергетического баланса определяет существование равномерного и однородного движения БОК-импульса по ДПЛ.

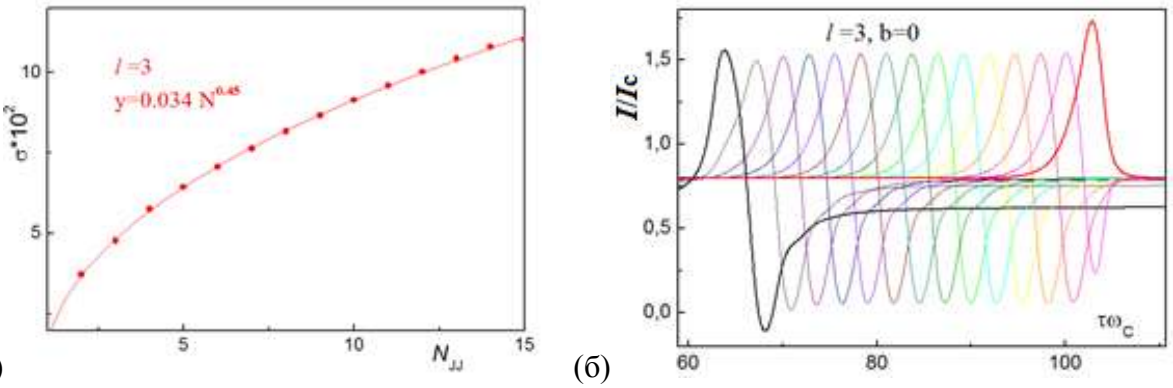
Если источник тока питания вкладывает больше энергии, чем теряется в результате диссипации, то скорость возбуждения растет. Вместе с ней растет масса солитона и уменьшается влияние флуктуаций на это частицеподобное возбуждение. Но при этом «частица» будет испытывать также и лоренцевское сжатие в процессе своего ускорения. Аналогичным образом в рассматриваемом нами режиме сжатие флаксона в процессе движения делает его менее подверженным влиянию флуктуаций в переходах.

Основной вклад отдельного перехода в результирующий джиттер связан с дисперсией момента прохождения через этот сосредоточенный элемент кванта потока – флаксонса – соответствующего одноквантовому импульсу. Для рассматриваемого случая ($l \sim 3$) можно считать, что флаксон последовательно проходит через каждый джозефсоновский переход в передающей линии.

Динамику джозефсоновской фазы в такой элементарной ячейке можно найти из разобранного выше безразмерного линеаризованного уравнения резистивной модели джозефсоновского перехода:

$$\ddot{\varphi} + \alpha\omega_p\dot{\varphi} + \omega_p^2\varphi = i\omega_p^2 \tag{6.3.9}$$

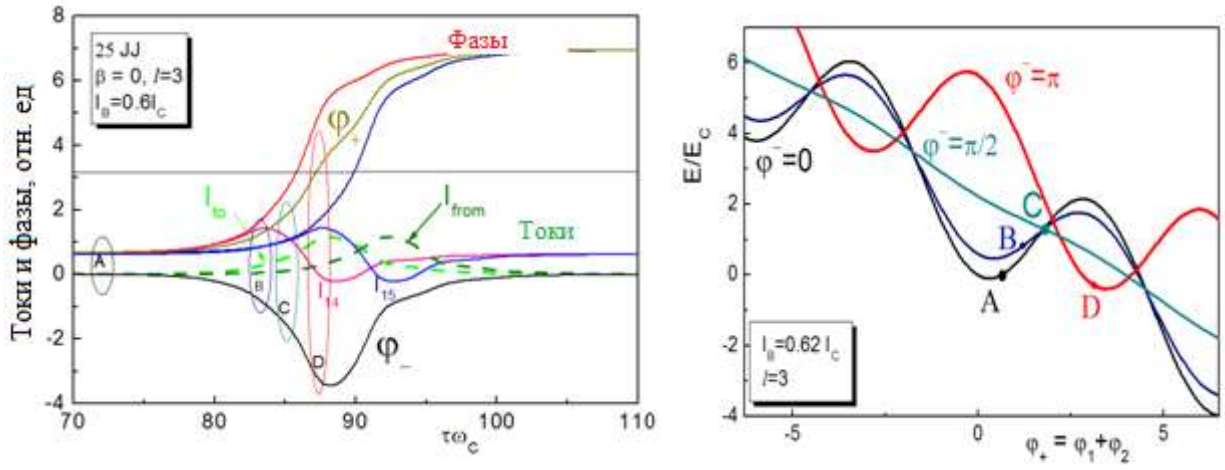
Здесь ω_p – плазменная частота перехода, $\alpha = \omega_p/\omega_c$ – затухание в системе, ω_c – характерная джозефсоновская частота перехода; i – его эффективный ток питания.



(а) (б)

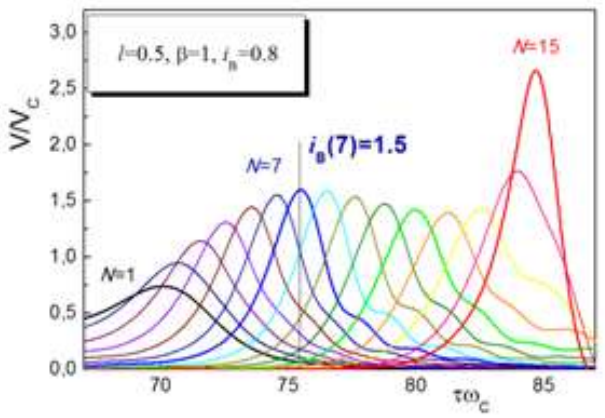
Рисунок 6.3.6 – (а) Корень из дисперсии времени прохождения импульсов по ДПЛ, рассчитанный по аналитической формуле. Безразмерная емкость джозефсоновских контактов β=0. Ток питания переходов $I_b = 0.8I_c$; $\gamma = 10^{-3}$, значение соединительных индуктивностей $l = 3$. Сплошная красная линия – результаты аппроксимации степенной функцией с показателем 0.45. (б) Токи в джозефсоновских контактах в ДПЛ с указанными выше параметрами, обеспечивающими *равномерное и однородное* движение БОК-импульса.

Для достаточной большой эффективной массы системы (маленького затухания α) и не слишком низких температур влияние флуктуаций на время прохождения кванта потока через элементарную двухконтактную ячейку ДПЛ определяется процессами термоактивационного преодоления барьера, разделяющего минимумы её потенциальной энергии. Представленная в параграфе 3.2 методика исследования динамических процессов в джозефсоновском контакте в присутствии флуктуаций позволяет получить относительно простые аналитические оценки для интересующих нас величин.

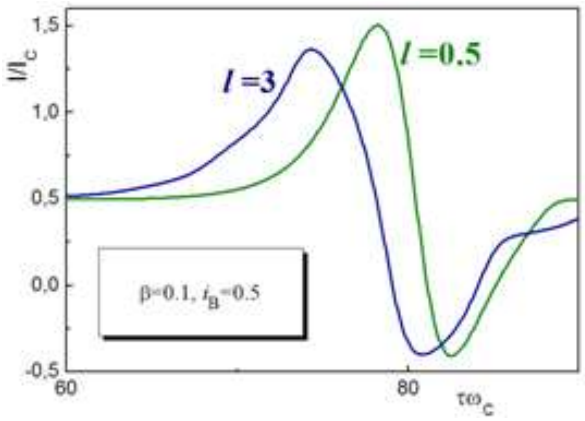


(а) (б)

Рисунок 6.3.7 – (а) Токи и фазы в k-ой ячейке ДПЛ (установившийся режим движения импульсов) при l=3. (б) Джозефсоновская энергия этой же k-ой ячейки ДПЛ как функция суммарной фазы переходов. Точками показаны состояния системы в моменты времени A, B, C, D, указанные на графике (а).



(а)



(б)

Рисунок 6.3.8 – (а) Напряжения на джозефсоновских контактах при прохождении импульсов по ДПЛ. Безразмерная емкость джозефсоновских переходов β=1. Ток питания переходов I_b = 0.8 I_c, значение соединительных индуктивностей l = 0.5. В седьмом переходе задаваемый ток питания существенно увеличен, что приводит к «сжатию» БОК-импульса, проходящего через такую неоднородность. (б) Ток на джозефсоновском контакте в ДПЛ как функция безразмерного времени при *равномерном* движении БОК-импульса для разных значений соединительной индуктивности.

При фиксированной скорости изменения эффективного тока питания отдельного перехода i' , соответствующего фронту одноквантового импульса, дисперсия этой величины дается выражением:

$$\left\langle \tau_{JJ}^2 \right\rangle = (3\gamma/2)^{4/3} (i')^{-2}, \tag{6.3.10}$$

где γ есть безразмерная интенсивность тепловых флуктуаций.

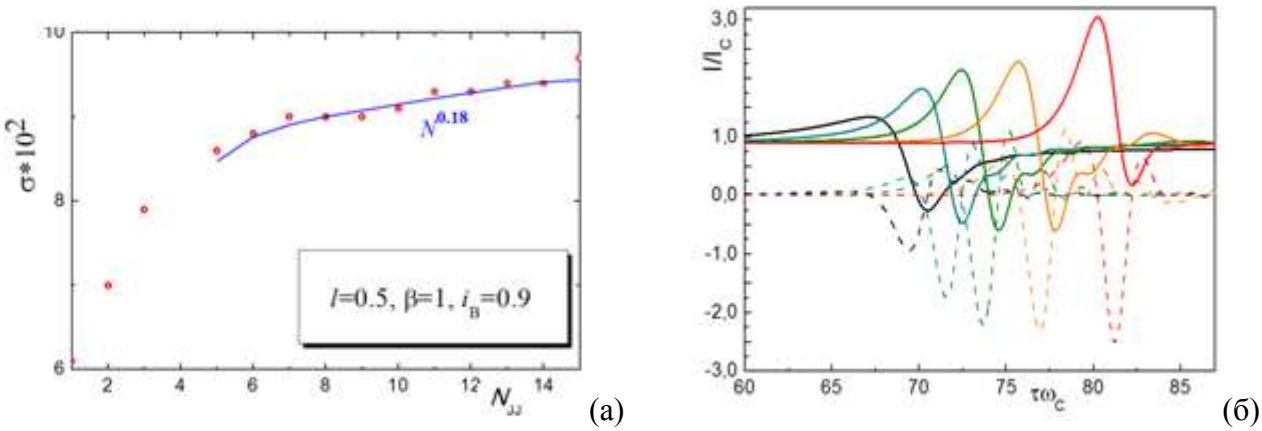
Для случая достаточно большого затухания α и относительно большой скорости изменения тока i' (наиболее характерного для RSFQ схем) уравнение резистивной модели можно записать в виде

$$\omega_C \dot{\tilde{\varphi}} - \tilde{\varphi}^2/2 = i't, \tag{6.3.11}$$

где фаза теперь отсчитана от значения π/2. Для нахождения дисперсии времени переключения нужно включить ланжевеновский член в правую часть уравнения выше, линеаризовать его по малым приращениям фазы и учесть, что энергия флуктуаций тока порядка $k_B T$ (k_B – константа Больцмана, T – температура). Тогда дисперсия момента прохождения кванта через контакт опять будет обратно пропорциональна квадрату скорости изменения тока питания:

$$\left\langle \tau_{JJ}^2 \right\rangle = 10.8\gamma (i')^{-2}. \tag{6.3.12}$$

При прохождении одноквантового импульса скорость изменения тока питания $i'(I_b, l)$ при переключении перехода между разными S-состояниями связана с формой напряжения одноквантового импульса $\Phi_0 = \int V dt$.

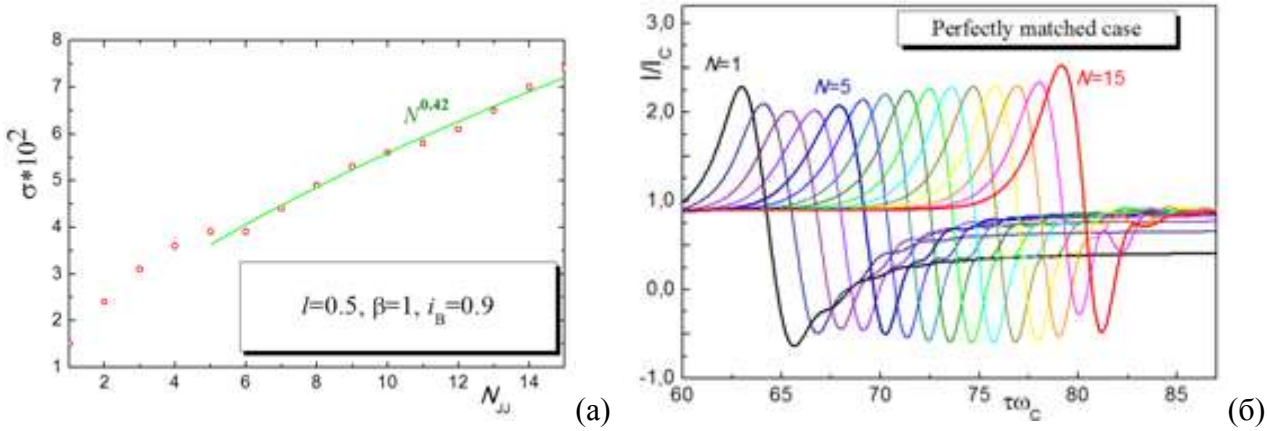


(а) (б)

Рисунок 6.3.9 – (а) Корень из дисперсии времени прохождения импульсов по ДПЛ. Безразмерная емкость джозефсоновских контактов β=1. Ток питания переходов I_b = 0.9 I_c; γ = 10^{-3}, значение соединительных индуктивностей l = 0.5. Сплошной синей линией показаны результаты расчета по аналитической формуле (7). Степенная зависимость с показателем 0.18, наилучшим образом аппроксимирует расчетные данные и предсказания теории. К концам ДПЛ подключен несогласованный импеданс R_L = 0.1 R_n, R_R = 10 R_n.

(б) Ток и производная тока на джозефсоновских контактах в ДПЛ с указанными выше параметрами, обеспечивающими движение *сужающегося* БОК-импульса.

Форма БОК-импульса может меняться в зависимости от параметров ДПЛ и начальной формы солитона. Если обеспечить условия, при которых форма солитона в разных частях линии будет различна, скорость изменения тока питания $i'(I_b, l)$ в этих частях будет разной, и для разных переходов будет различаться и влияние шумов на процесс переключения.



(а) (б)

Рисунок 6.3.10 – (а) Корень из дисперсия времени прохождения импульсов по ДПЛ. Безразмерная емкость джозефсоновских контактов β=1. Ток питания переходов I_b = 0.9 I_c; γ = 10^{-3}, значение соединительных индуктивностей l = 0.5. Сплошной красной линией показаны результаты расчета по аналитической формуле (7). Степенная зависимость с показателем 0.42, наилучшим образом аппроксимирует расчетные данные и предсказания теории. К концам ДПЛ подключен согласованный импеданс R_L = R_R =0.7 R_n.

(б) Ток и производная тока на джозефсоновских переходах в ДПЛ с указанными выше параметрами, обеспечивающими движение *в среднем неизменного* БОК-импульса.

Адекватность полученной аналитической теории для вычисления суммарного джиттера системы была проверена на модельных численных экспериментах с параметрами $l = 3$, $\beta=0$, в которых достаточно легко добиться однородного и равномерного движения БОК-импульса (см. Рисунок 9, *а*). Как видим, результаты расчета итогового джиттера σ как функции числа элементов в системе хорошо ложатся на степенную зависимость с показателем μ близким к 0.5. Гораздо интересней было рассмотреть способы существенно уменьшить этот показатель, добиваясь режима работы, при котором SFQ-импульсы сжимаются при движении по ДПЛ. Это изменение формы импульса, как было показано ранее, ведет к эффективному увеличению скорости роста тока питания при проходе флаксона с увеличением порядкового номера перехода N. В свою очередь это означает, что разные дисперсии момента переключения на разных переходах при движении импульса по джозефсоновской структуре ведут к тому, что оказываются различными и веса, с которыми в итоговый джиттер входят шумы на разных переходах.

В общем случае «сжать» импульс в ДПЛ можно за счет: увеличения тока питания отдельных элементов; уменьшения соединительной индуктивности l; выбора граничных условий (согласование) на концах используемой параллельной цепочки.

Влияние тока питания и соединительной индуктивности уже было исследовано при помощи численного моделирования в программном комплексе PSCAN. Влияние граничных условий продемонстрировано на Рисунках 9 и 10:

– в первом случае несогласованная малая нагрузка на первом элементе параллельной цепочки существенно растягивает входящий импульс, но затем в ходе переходного процесса последний сжимается к своему естественному для выбранных параметров виду;

– во втором случае согласованные нагрузки с обоих концов ДПЛ подобраны так, чтобы форма импульса в среднем оставалась постоянной. Как видим, в первом случае джиттер исходно больше, однако растет он гораздо медленнее, как функция $\sim N^{0.2}$. Во втором случае джиттер исходно заметно меньше, однако скорость его роста с увеличением размера цепочки заметно больше. Причем стоит отметить хорошее согласие результатов расчета с результатами теории даже и для случая соединительных индуктивностей ~ 0.5.

Суммируя результаты исследований, можно заключить, что описанные способы «управления» ростом теплового джиттера в джозефсоновских средах с сосредоточенными элементами обещают существенное увеличение чувствительности баллистического детектора $E=\sigma/\tau$ на основе достаточно длинной передающей линии. Принципиальные схемы ключевых частей обсуждаемых цепей вывода информации представлены на Рисунках 11 и 12.

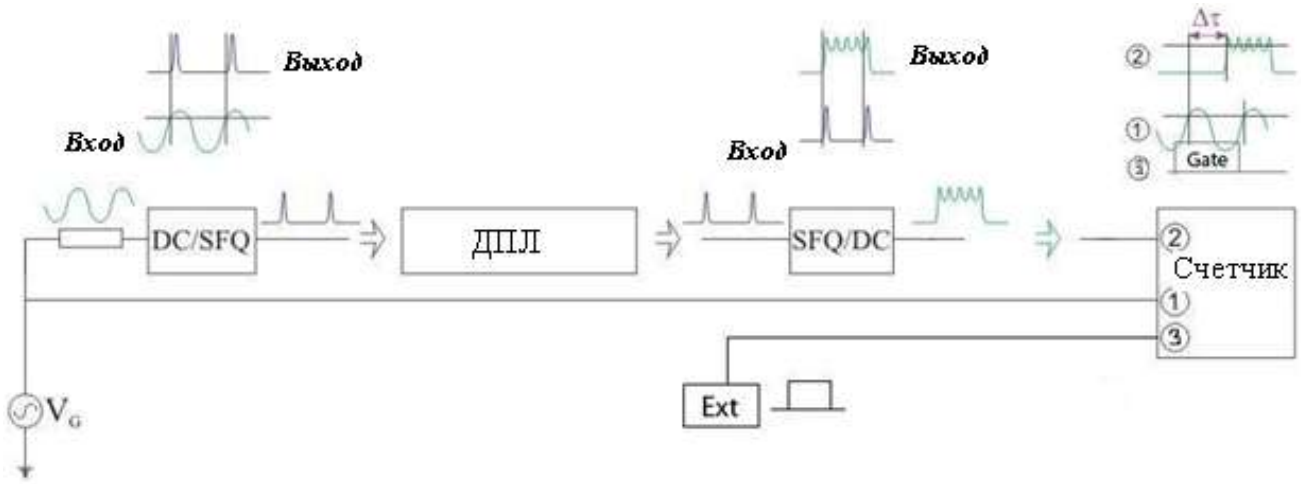
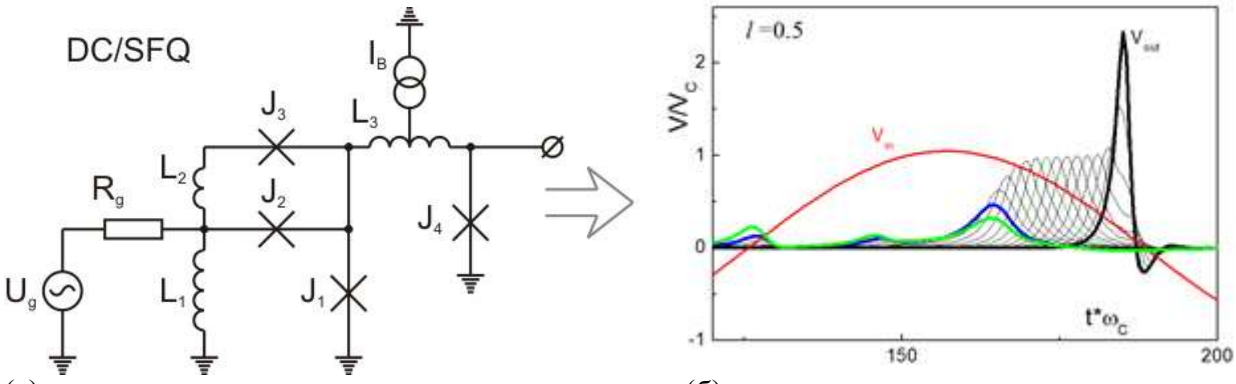


Рисунок 6.3.11 – Схема измерения джиттера в джозефсоновской передающей линии.



(а) (б)

Рисунок 6.3.12 – (а) Схема преобразователя импульсов напряжения, поступающих от генератора U_g, в одноквантовые импульсы.

(б) Импульсы напряжения на джозефсоновских контактах в ДПЛ с DC/SFQ преобразователем на входе. Красной линией показано опорное напряжение генератора U_G.

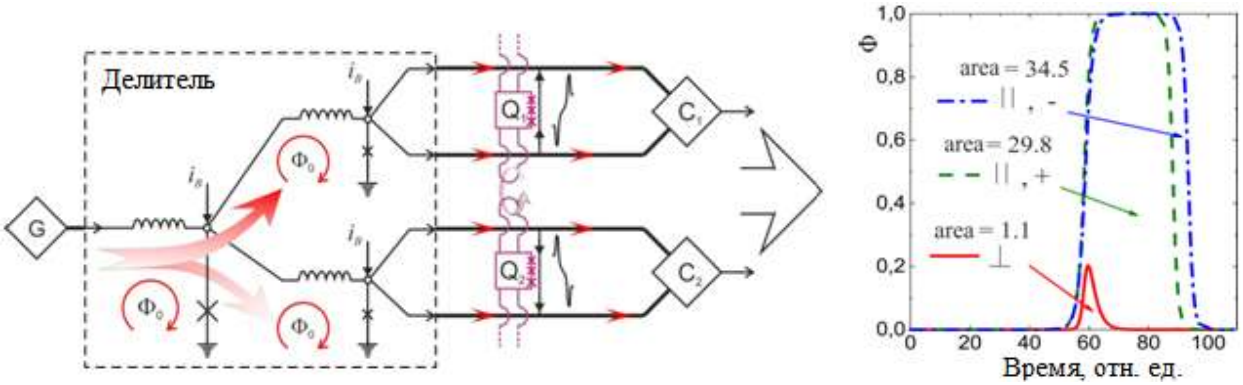
6.4. Оптимизация дизайна сверхпроводниковых цепей ввода и вывода сигнала

Пришло время для обобщения результатов выполненных исследований и формирования конкретных предложений для создания оптимального дизайна и элементарных ячеек квантового и нейросетевого блока обработки сигнала, и цепей, обеспечивающих ввод и вывод необходимой информации. Пример принципиальной схемы последних уже был представлен в конце предыдущего параграфа. На Рисунке 6.3.11 видно, как для считывания состояния квантового бита на чип поступает сигнал с опорного генератора, который затем раздваивается. С первого выхода схемы сигнал поступает на вход DC/SFQ (АЦП) преобразователя [1-2], с выхода которого одноквантовый импульс попадает на длинный джозефсоновский контакт. С выхода перехода одноквантовый импульс поступает на элемент SFQ/DC (ЦАП) преобразователь. При последовательном попадании одноквантовых импульсов на SFQ/DC, этот блок попеременно переключается из сверхпроводящего в резистивный режим и обратно. Как следствие, на выходе SFQ/DC появляются импульсы напряжения, длительность которых равна периоду следования одноквантовых импульсов, а частота в два раза меньше частоты опорного сигнала, поступающего с генератора V_G. Для измерения разницы во времени и дисперсии величины между приходом опорного сигнала и выходных импульсов с SFQ/DC соответствующие выходы заводятся на счетчик (Counter). Поскольку частота следования импульсов с SFQ/DC в два раза меньше частоты опорного сигнала для измерений используется дополнительный источник с «необходимой» частотой сигнала, подаваемого на третий вход счетчика для регулировки временного интервала регистрации импульсов на входе.

Реализацией низкочастотного генератора SFQ-импульсов является DC/SFQ преобразователь, схема которого уже представлена на рисунке. Результаты численного моделирования поведения ДПЛ с DC/SFQ схемой, выполненные в рамках резистивной модели, показывают, что нормальная работа требует задания достаточно большого питания выходного блока преобразователя в диапазоне $6.8I_C > I_B > 5I_C$ (суммарный критический ток блока DC/SFQ составляет $I_{CS} = 6.88\ I_C$). При этом естественным образом флаксон, «размазанный» на первом переходе параллельной цепочки переходов, сжимается в ходе своего движения. А это означает, что в «нулевом приближении» разумней всего связывать измеряемый объект с первыми ячейками JTL, в которых эффективная масса флаксона невелика и приложенное магнитное поле наиболее эффективно влияет на его скорость, обеспечивая максимальное время задержки τ и минимальную относительную ошибку измерения $E = \sigma/\tau$.

Отдельного исследования требует вопрос об обратном влиянии баллистического детектора на исследуемый объект. В частности, если в качестве такового будет выступать подробно разобранный выше потоковый квантовый бит (3JJ кубит), то считывание состояния сведется к

измерению направления кругового тока в сверхпроводящем кольце кубита. Напомним, что без приложенного внешнего магнитного потока круговой ток в таком контуре (интерферометре) отсутствует и появляется по мере образования асимметрии двухъямного джозефсоновского потенциала кубита под действием магнитного потока. Поэтому процедура считывания состояния кубита должна включать в себя приложение к кубиту некоторого магнитного потока, который изменяет форму потенциала, в результате чего информация о состоянии кубита оказывается заключена в возникающем круговом токе. Одиночный квант магнитного потока, распространяющийся по исследуемой джозефсоновской передающей линии, связанной индуктивно с кольцом кубита, может обеспечить воздействие слабого магнитного потока на кубит в течение требуемого промежутка времени и одновременно использоваться для считывания направления индуцированного в кубите кругового тока.



(а) (б)

Рисунок 6.4.1 – (а) Эскиз схемы считывания на базе симметричного баллистического флаксонного детектора для системы из *N*кубитов (Q). (б) Зависимость магнитного потока, воздействующего на кубит, от нормированного времени при взаимодействии с баллистическим флаксоном. Штриховой и штрих-пунктирной линиями показаны зависимости для различных полярностей магнитного потока кубита для несимметричного детектора. Красной сплошной линией показана зависимость магнитного потока обратного влияния в симметризованной схеме [А43].

В общем случае, когда состояние кубита смешанное, эволюция описывается зависящей от времени матрицей плотности $\rho(t)$. Энтропия квантовой системы в смешанном состоянии может быть описана величиной

$$E(\rho) = -Sp\hat{\rho}(t)\log_2\hat{\rho}(t), \qquad (6.4.1)$$

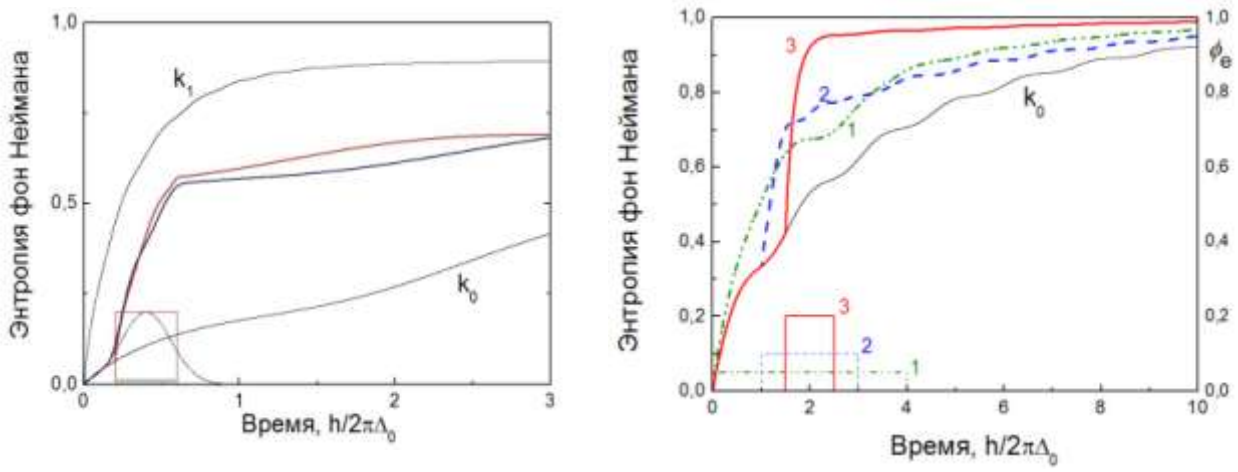
называемой энтропией фон Неймана или запутанностью системы с окружением. Важным для последующего изложения свойством этой величины является её инвариантность относительно выбора базиса для матрицы плотности. В чистом состоянии энтропия фон Неймана одного кубита равна 0, а в состоянии равномерной смеси равна 1. Возрастанию энтропии фон Неймана

соответствует разрушение чистого состояния системы и потеря содержащейся в нем информации.

Разрушение когерентного состояния в процессе измерения, которое может быть интерпретировано как «вытекание» информации из системы с течением времени, в данном случае можно характеризовать увеличением энтропии фон-Неймана [А28]. В рамках нашего рассмотрения особое значение приобретает анализ влияния импульса магнитного потока на эволюцию состояний кубита. Для этого необходимо учесть в уравнении Линдблада зависимость потенциальной энергии в гамильтониане H от величины приложенного магнитного потока и, следовательно, от времени. В качестве оператора наблюдаемой величины «C» необходимо взять оператор суперпозиции джозефсоновских фаз, определяющий величину кругового тока в потоковых и фазовых кубитах. Проведенный анализ изменения энтропии фон-Неймана во времени показал, что наиболее значимым параметром самой квантовой системы, определяющим скорость распада когерентного состояния, является величина потенциального барьера, разделяющего минимумы потенциальной энергии кубитов, а также коэффициент «жесткости» воздействия k. Причем для исследования влияния на изменение скорости распада когерентного состояния БОК-импульса, используемого для считывания (длительность которого больше характерного времени когерентных осцилляций в кубите), достаточно учитывать непосредственное изменение величины фактора жесткости k, а изменением гамильтониана в этом процессе можно пренебречь. Увеличение энтропии фон Неймана в этом случае показано на Рисунке 2. Так, на Рисунке 2, *а* показаны две кривые возрастания энтропии при постоянной величине фактора жесткости, равной k_0, которая соответствует связи кубита с окружением в отсутствие воздействия измерительного прибора, и при величине k_1, которая соответствует воздействию измерительной системы. До начала процесса измерения эволюция состояния кубита соответствует росту энтропии при факторе жесткости k_0; во время воздействия рост энтропии определяется фактором жесткости k_1, после завершения воздействии - снова фактором k_0.

Предельно возможная величина точности измерения (при очень большой длительности измерительного процесса) соответствует дисперсии измеряемой координаты $D(\theta)$, которая может быть вычислена с использованием волновых функций рассматриваемой системы. Приложенный к кубиту магнитный поток Φ_e вызывает асимметрию потенциала, по мере возрастания которой дисперсия координаты уменьшается. Поскольку длительность реального измерительного процесса ограничена временем декогерентности кубита, точность измерения (δC) всегда будет существенно хуже, чем $(D(\theta))^{1/2}$. Рисунок ниже иллюстрирует процесс измерения состояния кубита в «однокоординатном приближении» в рамках информационного подхода [А28]. Точность и достоверность измерения определяются, с одной стороны, длительностью измерения, а с другой стороны, величиной энтропии фон-Неймана на момент завершения измерительной

ного процесса. Важно, чтобы во время измерения энтропия оставалась достаточно малой. В то же время, точность измерения и время измерения задают фактор жесткости измерения, величина которого определяет скорость роста энтропии фон-Неймана во время проведения измерения.



(а) (б)

Рисунок 6.4.2 – Увеличение энтропии фон Неймана 2-х-контактного кубита в процессе непрерывного квантового измерения под действием импульса магнитного потока на фоне «естественного» распада когерентного состояния (соответствующая этому процессу жесткость измерения равна k_0). (а) – для прямоугольного и гауссова импульсов одинаковой амплитуды, которой соответствует жесткость k_1; (б) – для прямоугольных импульсов одинаковой площади, но различной амплитуды и длительности (импульсы “1”, “2” и “3”).

Проведенный анализ влияния прикладываемых к кубиту импульсов магнитного поля позволяет сделать следующие выводы:

(i) распад когерентного состояния под воздействием импульса магнитного потока на фоне «естественного» разрушения когерентности определяет в первую очередь эффективная «площадь» импульса (произведение его характерной амплитуды на длительность – «обобщенное правило площадей»);

(ii) эффективная жесткость измерения под действием потока $k(\varphi_e)$ и, следовательно, скорость распада когерентного состояния существенно зависит от типа кубита.

Таким образом, проблема оптимизации процесса измерения требует нахождения самосогласованного решения, поскольку жесткость измерения, эффективная «площадь» импульса определяют не только скорость распада состояния кубита, но и количество информации, попадающей в измеритель.

Далее, из Рисунка 3 видно, как существенно зависит от величины приложенного потока (и в нашем случае – от времени) круговой ток в двух достаточно интересных типах кубитов:

(а) кубита на основе трехконтактного низкоиндуктивного интерферометра с двумя обычными джозефсоновскими контактами и третьим переходом π-типа (перехода с отрицательным крити-

ческим током) для формирования двухъямного потенциала без приложения постоянного магнитного смещения потоком $\Phi_0/2$;

(б) кубита на основе двухконтактного низкоиндуктивного интерферометра с несинусоидальной ток-фазовой характеристикой джозефсоновских контактов, где образование двухъямного потенциала достигается за счет относительно большой величины второй или третьей гармоники данной характеристики.

Выше было показано, что для двухконтактного («тихого») кубита характерны, одновременно, и высокая защищенность от флуктуаций внешнего магнитного потока, и отсутствие паразитных межкубитных взаимодействий с соседями, и сложная динамика в процессе взаимодействия с ДПЛ (JTL).

Для анализа динамики системы «кубит+ДПЛ» используем уже упоминавшийся упрощенный «информационный» подход. Обычно для описания эволюции такой системы можно использовать уравнение Линдблада для матрицы плотности ρ:

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{H}, \hat{\rho}\right] + (1/2\hbar)\hat{F}\left(\hat{\rho}, \hat{V}_k, \hat{V}_k^+\right), \tag{6.4.2}$$

где H – гамильтониан мезоскопической системы, V_k, V^+_k – операторы взаимодействий этой системы с окружением [3-15]. Неунитарный оператор

$$\hat{F} = \sum_k \left[\hat{V}_k \hat{\rho}, \hat{V}_k^+\right] + \left[\hat{V}_k, \hat{\rho}\hat{V}_k^+\right], \tag{6.4.3}$$

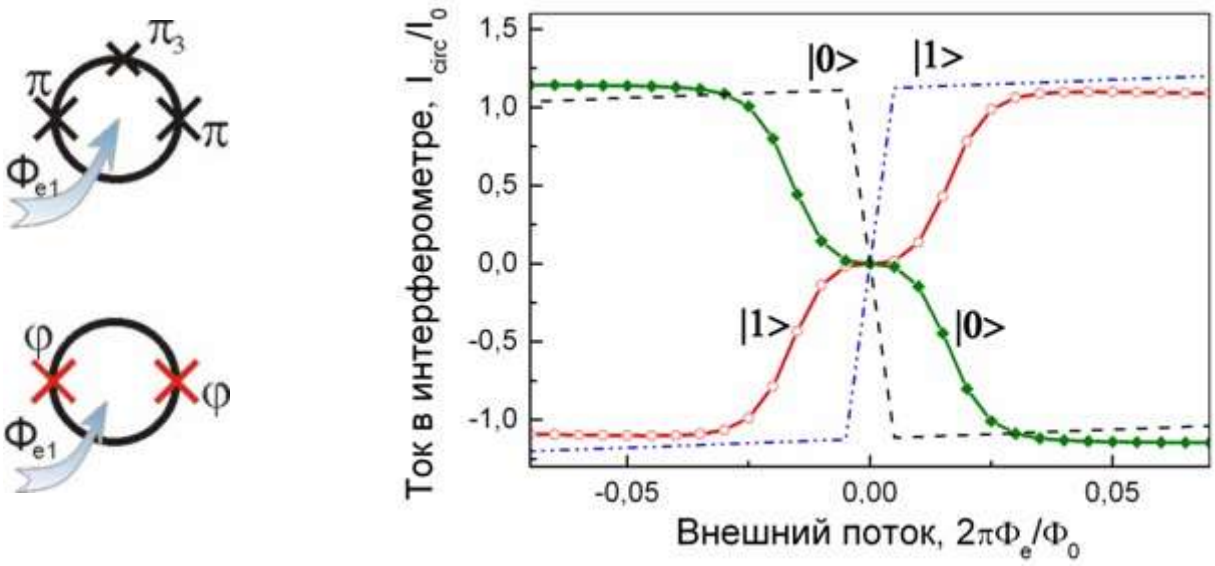
отвечающий за связь с окружением, в случае потоковых и фазовых джозефсоновских кубитов, обычно записывают в упрощенном виде:

$$\hat{F} = \Gamma\left(\hat{\sigma}_z \hat{\rho} \hat{\sigma}_z^+ - \hat{\rho}\right), \tag{6.4.4}$$

Γ – скорость потери фазовой когерентности, σ_z – снова z-матрица Паули.

В нашем случае доминирующий вклад в разрушение когерентного состояния вносит процесс измерения, если под измерением мы понимаем и влияние на кубит паразитных внешних полей, которые стремятся вывести его из точки вырождения и тем самым «получить» информацию о его состоянии (пусть и бесполезную для наблюдателя).

В этом случае можно использовать более удобную форму записи оператора F, требующую не полного описания всей измеряющей системы, но лишь знания о том, какую информацию получают в результате измерения. Для непрерывного измерения единственной наблюдаемой C (суперпозицией джозефсоновских фаз переходов) уравнение эволюции матрицы плотности принимает вид:

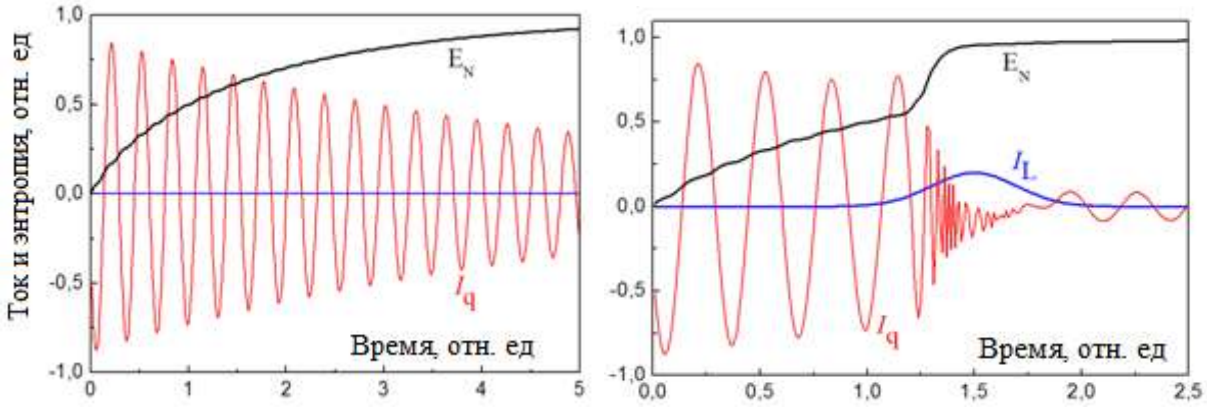


(а) (б)

Рисунок 6.4.3 – (а) Кубиты на основе 3-х- и 2-хконтактных сверхпроводящих квантовых интерферометров с малой приведенной индуктивностью l << 1. (б) Зависимость величины кругового тока в 3-х- и 2-хконтактных сверхпроводящих квантовых интерферометрах от величины приложенного магнитного потока Φ_e.

$$\dot{\hat{\rho}} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{k}{2}[\hat{C}, [\hat{C}, \hat{\rho}]]. \qquad (6.4.5)$$

Постоянная k ($k = \frac{1}{T(\delta C)^2}$, T – время измерения, δC – его точность) здесь определяет «жесткость» измерения, т. е. степень влияния измерителя на измеряемую мезоскопическую систему и подобна феноменологической скорости дефазировки Г.



(а) (б)

Рисунок 6.4.4 – Эволюция энтропии фон Неймана E_N, тока, циркулирующего в кубите и среднего кругового тока $I_p(t)$ под действием неустранимых паразитных токов в детекторе (а), а также еще и под действием распределенного одноквантового импульса в ДПЛ с малыми соединительными индуктивностями (б).

Разрушение когерентного состояния можно также проследить и по изменению энтропии фон Неймана, и по затуханию токовых осцилляций с частотой $\Delta/\hbar$ (где Δ – расстояние между базисными энергетическими уровнями) в кубите, приготовленном в чистом нестационарном состоянии. Процесс разрушения состояния двухконтактного тихого кубита под действием импульсов потока, соответствующих движению измеряющих флаксонов по ДПЛ с маленькими соединительными индуктивностями (l≈0.1) представлены на Рисунке 4, *б*. Следующим шагом стал расчет динамики кубита, связанного с ячейкой ДПЛ с параметрами, подобранными в рамках предыдущих параграфов:

- соединительная индуктивность l=0.5,
- нормированный ток питания переходов i_B=0.6,
- внешняя нагрузка не согласована,
- токи питания блока DC/SFQ обязательно должны быть подобраны так, чтобы минимизировать паразитное отекание тока из первых переходов в передающей линии детектора, крайне опасных для когерентного состояния исследуемой квантовой системы.

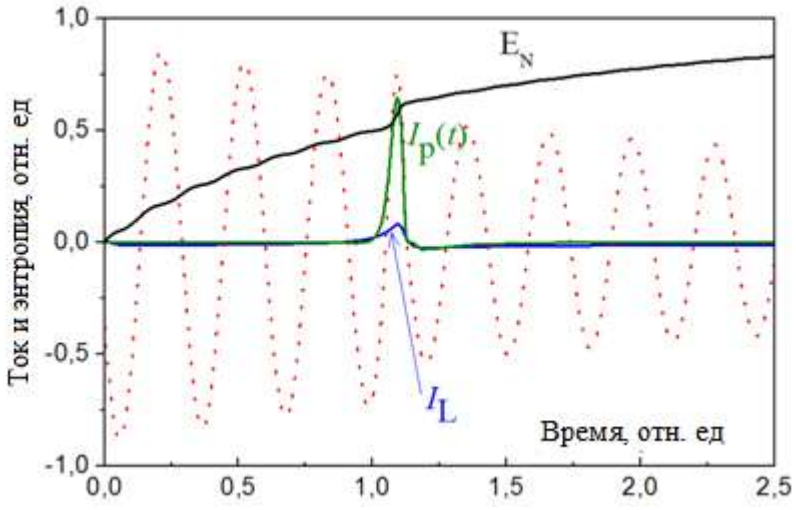


Рисунок 6.4.5 – Эволюция энтропии фон Неймана E_N, тока, циркулирующего в кубите и среднего кругового тока $Ip(t)$ под действием импульса тока в ДПЛ баллистического детектора. В ДПЛ соединительная индуктивность l=0.5, нормированный ток питания переходов i_B=0.6. Связь между кубитом и детектором мала.

Было уже показано, что распад когерентного состояния под воздействием импульса магнитного потока на фоне «естественного» разрушения когерентности определяет в первую очередь эффективная «площадь» импульса *потока* (произведение его характерной амплитуды на длительность). Легко увидеть, что растягивая флаксон в JTL (в частности – варьируя шунтирование переходов), можно уменьшить скорость распада когерентного состояния кубита, что открывает возможности для неоднократного считывания его состояния. А с другой стороны, ши-

рокое частицеподобное возбуждение в передающей линии обладает малой эффективной массой и может быть относительно легко ускорено за счет взаимодействия с круговым током кубита. Можно заключить, что в рамках оптимальной стратегией измерений необходимо связать кубит с ячейкой ДПЛ в искусственно созданной области относительно медленного движения флаксона.

С другой стороны, чувствительность «флаксонных» измерительных систем с распределенными джозефсоновскими контактами и корректность обработки информации, переносимой в этом случае квазисолитонными возбуждениями, существенным образом зависит от влияния флуктуаций на динамику переносящих магнитный поток квазичастиц в активной среде, включающей неоднородности. Модификация резистивной модели джозефсоновских контактов позволила рассматривать распределенную и *неоднородную* ДПЛ в рамках уже обсуждавшегося выше уравнения синус-Гордона [16]:

$$\varphi_{tt} - \varphi_{xx} + \sin(\varphi) = i + i_F(x,t) + i_S(x) - \alpha\varphi_t ,$$

где φ – зависящая от координаты и времени джозефсоновская фаза, индексы t и x означают

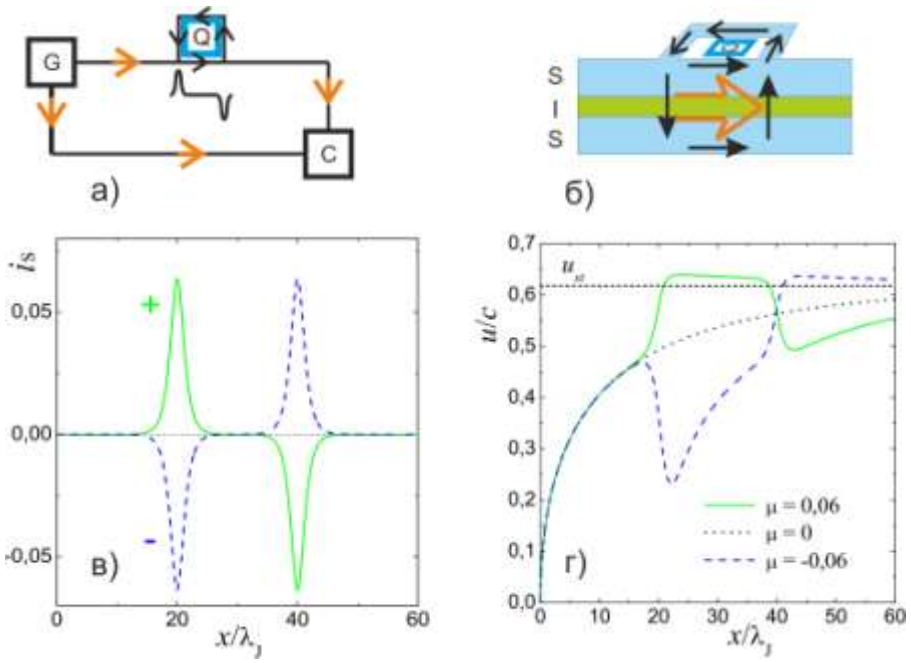


Рисунок 6.4.6 – Принципиальная схема баллистического детектора (G – генератор одноквантовых импульсов, Q – измеряемый объект, C – схема сравнения времени прихода флаксонов) (а), вид связи трансформатора сигнального потока (сверхпроводящего кольца) с одной и ДПЛ детектора (черными стрелками показаны токи, индуцированные измеряемым объектом, большой красной стрелкой показано направление движения флаксона) (б); вид двух типов неоднородности токов питания, возникающих в одной из ДПЛ детектора из-за гальванического соединения со сверхпроводящим кольцом, связанным с измеряемым объектом (в); рассчитанные зависимости скоростей флаксона от его координаты в ДПЛ при взаимодействии с представленными токовыми неоднородностями (г).

дифференцирование по времени и координате. Координата и время нормированы на джозефсоновскую глубину проникновения λ_J и обратную плазменную частоту ω_p^{-1}, соответственно, $\alpha = \omega_p/\omega_c$ – демпфирование, $\omega_p = (2eI_C/\hbar C)^{1/2}$, $\omega_c = 2eI_CR_N/\hbar$, I_C – критический ток, C – емкость, R_N – нормальное сопротивление ДПЛ. Далее, здесь i – ток питания, нормированный на плотность критического тока J_C, $i_F(x,t)$ – флуктуационная плотность тока, зависящая от времени и координаты, причем здесь полагаем, что шум является дельта-коррелированным с безразмерной интенсивностью $\gamma = 2ek_BT/(\hbar J_C\lambda_J)$.

Пространственную неоднородность, на которой должен «рассеиваться» флаксон в такой среде, удобно описать как локальную неоднородность $i_S(x)$ «вынуждающей силы», т.е. тока питания i. В рассматриваемой схеме баллистического детектора наблюдаемый объект магнитным образом связан со сверхпроводящим кольцом, часть которого гальванически связана с одной из ДПЛ детектора. Возбуждаемый в кольце круговой ток несет информацию об измеряемой величине и в свою очередь создает токовый диполь – неоднородность тока питания $i_S(x)$ – в ДПЛ. Если ширина сверхпроводящего кольца в области подсоединений к ДПЛ много меньше λ_J, то тогда $i_S(x) = \mu[\delta(x + d/2 - x_C) - \delta(x - d/2 - x_C)]$, где μ и x_C есть амплитуда и координата центра диполя соответственно, а d – его ширина. При численном решении уравнения синус-Гордон удобно заменить δ-функцию на ее более гладкий аналог, например, гиперболический секанс, что и было нами сделано; типичный вид токового диполя представлен на Рисунке 6, *в*.

При анализе процесса рассеяния будем считать, что флаксоны одновременно начинают движение в каждой из ДПЛ с нулевой скорости, что может быть реализовано с использованием существующей на сегодняшний день сплиттерной техники, позволяющей «клонировать» квант магнитного потока. Под действием тока питания такой флаксон начинает двигаться с ускорением пока не выйдет на стационарный режим движения, соответствующий скорости u_{st} (в отсутствии флуктуаций и неоднородностей):

$$u(t) = 1\Big/\sqrt{1+\left(\beta\left(1-e^{-\alpha t}\right)\right)^{-2}},\ u_{st} = 1\Big/\sqrt{1+\beta^{-2}},\ \beta = \pi i/4\alpha,$$

скорость нормирована на скорость Свайхарта $c = \omega_p\lambda_J$. Важно подчеркнуть, что динамику процесса определяет баланс вклада энергии от тока питания i и потерь, связанных с диссипацией и определяемых демпфированием α.

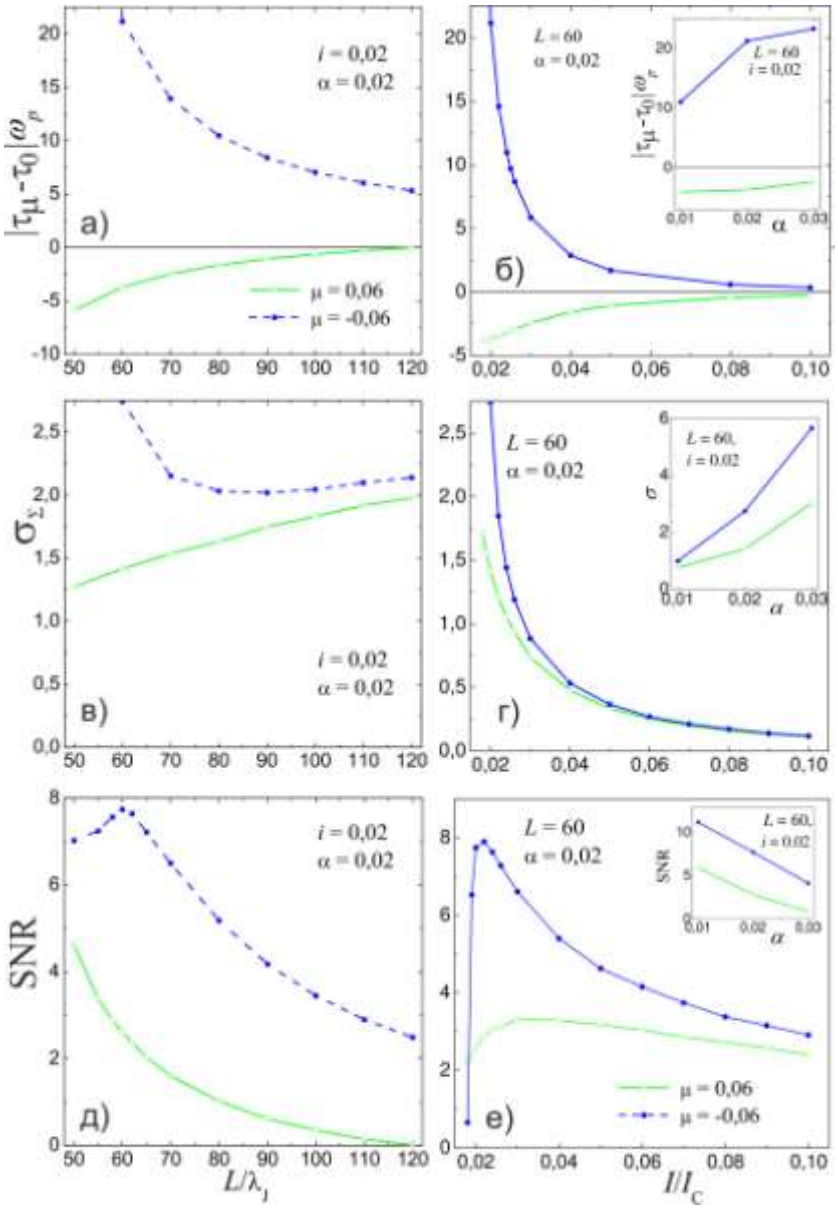


Рисунок 6.4.7 – Разница времен прохождения флаксонов через ДПЛ с токовой неоднородностью и референсную ДПЛ (отклик детектора) как функция длины ДПЛ (а), тока питания (б) и демпфирования (вставка на (б)); стандартное отклонение временного отклика детектора (джиттер) как функция тех же параметров (в), (г) и их отношение – отношение сигнала к шуму – (д), (е). Параметры схемы (L – длина ДПЛ, μ – амплитуда токового диполя) указаны на рисунке. Кривые для случая взаимодействия флаксона с токовым диполем «положительной» полярности (область с повышенной плотностью тока питания предшествует области с пониженной плотностью по ходу распространения флаксона) показаны сплошными линиями, кривые для случая взаимодействия с диполем «отрицательной» полярности (обратный порядок расположения соответствующих областей) показаны штриховой линией. Диполь расположен в середине одной из ДПЛ детектора, ширина токового диполя w_d =20 [А48].

Было показано на основании численного моделирования [А40], что и для распределенных, и для дискретных джозефсоновских сред флаксон можно рассматривать как релятивистскую

частицу, для которой с ростом скорости (и, как следствие, эффективной массы) уменьшается влияние на динамику как флуктуаций, так и токовых неоднородностей. Аналитический подход к исследованию процесса рассеяния флаксона на токовой неоднородности в присутствии флуктуаций может быть развит только в предположении о малости всех возмущений в уравнении синус-Гордон: α, i, i_F, $i_S \ll 1$. В этом случае, используя подход теории возмущения для «коллективной» координаты (координаты центра флаксона) и рассматривая интересующий нас движущийся квант магнитного потока как массивную броуновскую частицу, можно получить выражение для вероятности P обнаружить его в момент времени t внутри ДПЛ размера L. Это открывает возможность для вычисления среднего времени τ прохождения флаксона по ДПЛ и дисперсии этого времени (джиттера) σ в баллистическом детекторе:

$$\sigma = \sqrt{2\int_0^\infty tP(t)dt - \tau^2}, \quad \tau = \int_0^\infty P(t)dt,$$

$$P(t) = 1 - erfc\left[\left(L - X_1\right)/\sqrt{2D(t)}\right]/2, \qquad D(t) = \frac{\gamma}{4\alpha}\int_0^t \left(1 - 2e^{\alpha t'} + e^{2\alpha t'}\right)\left(1 - u_1^2\right)^{5/4} dt',$$

где X_1, u_1 – зависимости от времени координаты и скорости флаксона, рассчитанные в рамках первого порядка теории возмущений. Выражения позволяют рассчитать задержку одного флаксона относительно другого $|\tau_\mu - \tau_0|$, которая и является полезным сигналом в детекторе, а также джиттер этой задержки $\sigma_\Sigma = (\sigma_\mu{}^2 + \sigma_0{}^2)^{0.5}$ (эффективный «шум» детектора, индексы μ, 0 соответствуют прохождению флаксона по ДПЛ, связанной с измеряемым объектом, и по референсной ДПЛ соответственно). Все вместе это позволяет рассчитать отношение сигнала к шуму (ОСШ или SNR – от английского Signal-to-Noise Ratio). Полученные результаты для влияния процесса рассеяния флаксона на токовой неоднородности на время его прохождения через ДПЛ и джиттер, хорошо совпадают с результатами численного решения уравнения синус-Гордон в области применимости аналитического подхода.

Аналитически рассчитанные зависимости скорости флаксона от координаты при рассеянии на диполе обеих полярностей (см. подпись к Рисунку 6) представлены на рисунке. Отметим, что из-за релятивистского эффекта зависимости массы частицы от скорости замедление флаксона в области диполя с пониженной плотностью тока питания оказывается более эффективным, чем обратное ускорение в области с повышенной плотностью. Только из-за этого эффекта последовательное рассеяние флаксона на двух полюсах токового диполя – одинаковых по абсолютной величине, но обратных по знаку токовых неоднородностях – приводит в результате к изменению времени прохождения через активную джозефсоновскую среду. При этом взаимодействие с диполем «отрицательной» полярности приводит к большей задержке, чем взаимодействие с диполем «положительной» полярности (более эффективное с точки зрения измене-

ния скорости флаксона замедление в первом случае приходится на частицу меньшей скорости и меньшей массы).

Уменьшение тока питания *i* приводит к увеличению влияния на отклик детектора токовой неоднородности $i_S(x)$, что подтверждают результаты численного моделирования, представленные на Рисунке 7, *б*. Поскольку в нашем расчете токовый диполь фиксированной ширины располагался в центре ДПЛ, а флаксон разгонялся, стартуя с нулевой начальной скорости, увеличение длины ДПЛ с соответствующим смещением области токовой неоднородности от начала ДПЛ приводило к уменьшению влияния рассеивающей токовой неоднородности, что показано на Рисунке 7,*а*. Увеличение демпфирования приводит к уменьшению скорости флаксонов и соответствующему увеличению абсолютного значения связанной с рассеянием на токовой неоднородности задержки $\left|\tau_\mu - \tau_0\right|$ (вставка к Рисунку 7, *б,г*). Зависимости джиттера от размера ДПЛ и тока питания хорошо соответствуют результатам, полученным в работах [А40, А45]. Увеличение тока питания и/или уменьшение демпфирования приводит к увеличению стационарной скорости движения флаксонов в ДПЛ u_{st}, росту эффективной массы флаксонов, и в результате – к уменьшению влияния флуктуаций на их динамику (см. Рисунок 7, *г*). Также совершенно естественно ожидать, что с увеличением длины ДПЛ суммарный джиттер увеличивается.

Из результатов приведенного выше рассмотрения взаимодействия в детекторе флаксонов с неоднородностями «вынуждающей силы», созданными токами, наведенными за счет магнитного взаимодействия с исследуемым микрообъектом, можно сделать несколько практических выводов о связи величины отношения сигнала к шуму с параметрами детектора.

(а) Увеличение тока питания ведет, как было показано ранее, к увеличению эффективной массы флаксона, что уменьшает влияние флуктуаций на его динамику, но при этом уменьшается (причем уменьшается быстрее) и влияние на скорость флаксона токовой неоднородности. Как следствие, отношение сигнал-шум

$$SNR = \frac{\left|\tau_\mu - \tau_0\right|}{\sqrt{\sigma_\mu^2 + \sigma_0^2}}$$

падает с ростом тока питания. Однако, последовательно уменьшая «вынуждающую силу», обеспечивающую движение флаксона по ДПЛ с «трением» (каковое определяется затуханием α в системе), экспериментатор неизбежно столкнется с «застреванием» флаксона в передающей линии. В результате отношение сигнал-шум имеет для традиционного баллистического детектора на основе длинного джозефсоновского перехода максимум при определенном малом значении тока питания, меньше которого резко растет вероятность «застревания» флаксона в ДПЛ.

(б) Увеличение затухания в системе незначительно смещает положение описанного выше оптимума по выбору тока питания, но, главное, увеличивает и уровень шума, и величину сигнала, при этом шум растет быстрее, так что величина отношения сигнал-шум монотонно падает.

(в) Учет релятивистских эффектов позволяет определить оптимальное расположение сверхпроводящего контура, связывающего исследуемый объект с джозефсоновской передающей линией (и размер ДПЛ). Как видно из результатов расчетов, приведенных на Рисунке 8, изменяя ширину диполя w_d и положение его центра так, чтобы первый пик на функции $i_S(x)$ приближался к началу передающей линии, где входящий в детектор флаксон имеет малую по сравнению с единицей нормированную скорость ($u/c << 1$), увеличиваем отношение сигнал-шум детектора**.** Приближая второй пик на функции $i_S(x)$ к концу ДПЛ, мы увеличиваем SNR за счет уменьшения влияния на скорость флаксона второй неоднородности «вынуждающей силы», направленной противоположно первой. Таким образом, размер связанного с измеряющей ДПЛ сверхпроводящего контура должен быть сравним с её размерами, причем эти размеры не должны быть слишком малы, чтобы токи в окружающих детектор не оказывали паразитного обратного влияния на исследуемый объект.

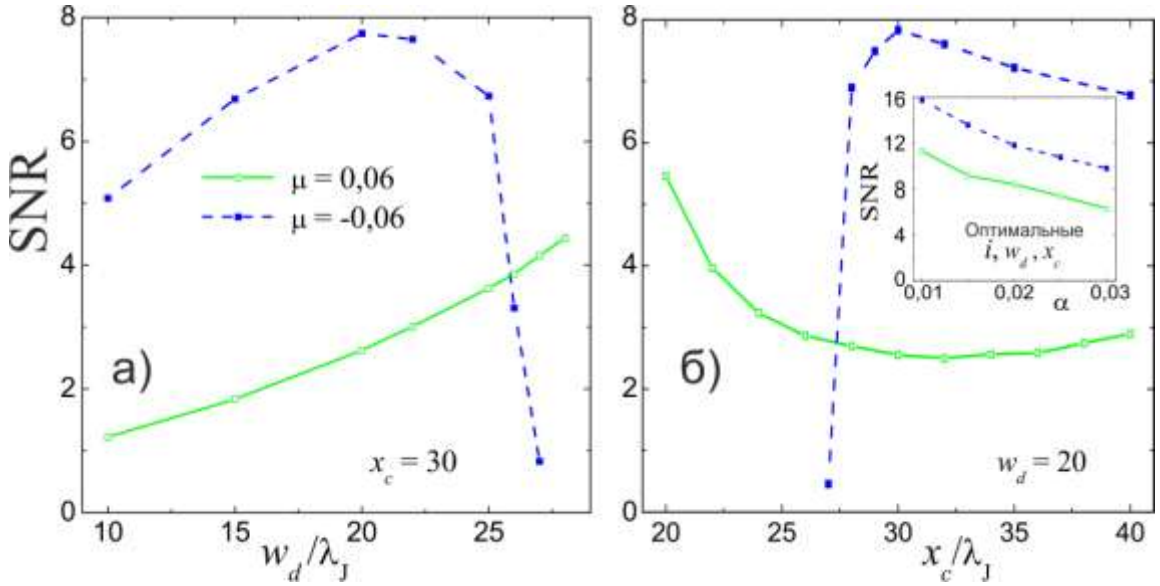


Рисунок 6.4.8 – Отношение сигнала к шуму как функция ширины токового диполя w_d и координаты его центра x_C; параметры структуры указаны на рисунке. Все данные здесь и на предыдущем графике получены в результате численного интегрирования уравнения синус-Гордон с усреднением по 5000 реализаций, интенсивность шума $\gamma = 10^{-3}$.

Для фиксированного параметра демпфирования, при выбранном токе питания величина отклика, джиттер и, соответственно, отношение сигнал-шум зависят от полярности измеряемого диполя. Отношение сигнал-шум для диполя отрицательной полярности всегда больше, чем

для положительной, и именно последнее отношение определяет чувствительность всего детектора при заданных параметрах.

Наконец, необходимо отметить, что для малых значений параметра демпфирования и неудачном согласовании ДПЛ с входом и выходом детектора взаимодействия и взаимопревращения флаксона и плазменных осцилляций делает неустойчивой разобранную динамику флаксонов. Методы эффективного согласования распределенных джозефсоновских структур с окружением на сегодняшний день относительно хорошо известны, выбор оптимального решения для баллистического джозефсоновского детектора является отдельной сложной инженерной задачей, решение которой будет подробно обсуждаться ниже.

Описанный баллистический детектор на основе активных джозефсоновских сред позволяет получать (при оптимизированных параметрах) достаточно большое значение отношения сигнал-шум: более 100 при безразмерной интенсивности шумов γ порядка 10^{-5}, что соответствует традиционной температуре измерений порядка десятков мК. Отметим, также, что если стартовая скорость флаксона в детекторе отлична от нуля (в баллистическом детекторе на основе кольцевых переходов можно считать, что такая стартовая скорость равна стационарной), отношение сигнал-шум падает, так как выигрыш из-за более медленного накопления джиттера перед взаимодействием с диполем перекрывается проигрышем из-за существенного уменьшения отклика детектора. В этом случае оптимальной стратегией проведения измерения будет замедление флаксона (например, за счет неоднородного распределения тока питания) перед взаимодействием с токовым диполем до скоростей, немного превышающих порог, за которым начинается «застревание».

Недостатком предложенной ранее схемы баллистического детектора с точки зрения максимизации SNR является использование дополнительной референсной линии, приводящее к увеличению внутренних шумов детектора. Также к недостаткам можно отнести противоположное влияние полюсов токового диполя на флаксон. Это взаимообратное влияние приводит к существенному уменьшению сигнала. В качестве модификации схемы можно предложить эффективное расщепление диполя на монополи, для реализации которого ДПЛ проводится от генератора одноквантовых импульсов к середине диполя и разветвляется на 2 ветви, каждая из которых продолжается в сторону одного из монополей. В этом случае изначальный одноквантовый импульс генерирует два импульса в точке ветвления по одному в каждую ветвь. Образовавшиеся синхронно импульсы взаимодействуют каждый с одним из монополей, ускоряясь или замедляясь в соответствии с его направлением, после чего взаимная временная задержка детектируется на схеме сравнения. Модифицированная схема лишена обоих из упомянутых выше недостатков оригинальной баллистической схемы детектора. Наконец, необходимо отметить, что конструктивные особенности модифицированной схемы позволяют использовать в ее кон-

струкции дискретную ДПЛ в широких диапазонах параметров. Это в свою очередь позволяет эффективно использовать для построения баллистических детекторов и сопряженных цепей считывания стандартные библиотеки схем быстрой одноквантовой логики и упрощает интеграцию детекторов со сверхпроводниковыми цифровыми устройствами, обрабатывающими измеряемый сигнал. Ниже представлены фотошаблоны для базовых блоков упомянутых схем

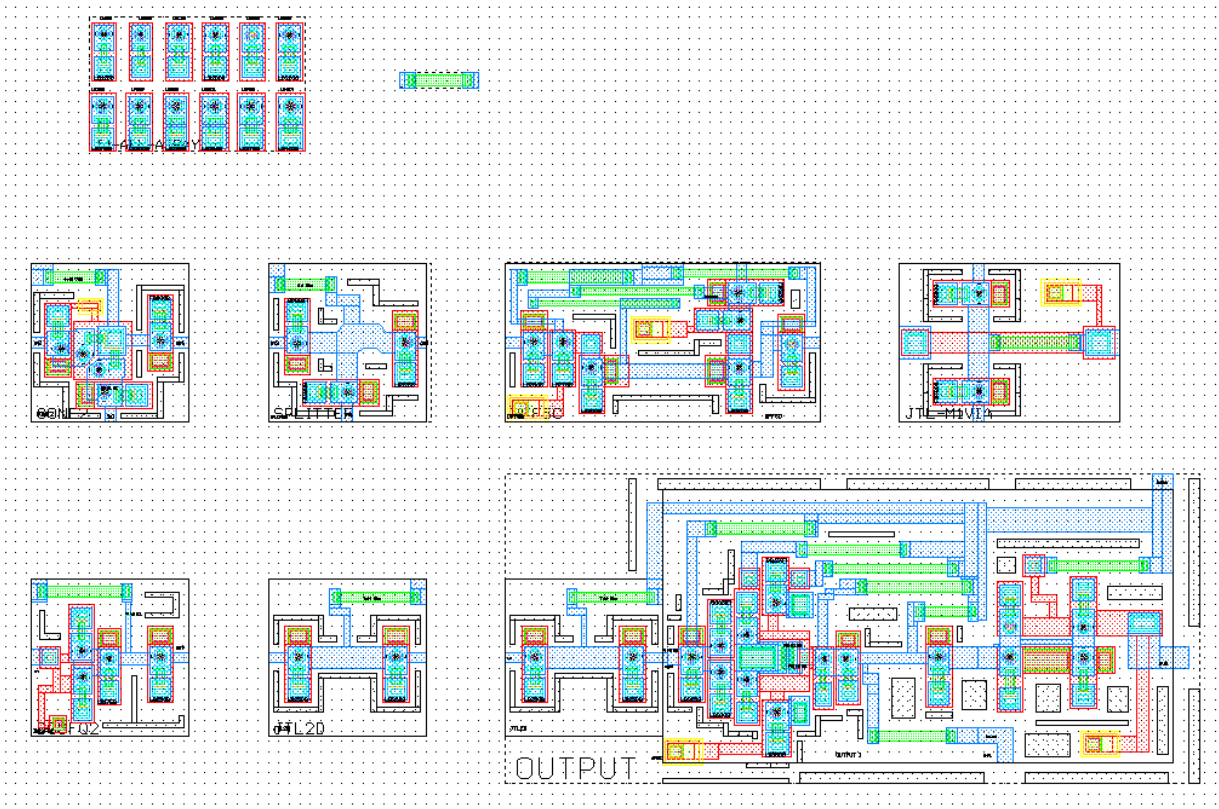


Рисунок 6.4.9 – Фотошаблоны стандартных блоков библиотеки IPHT (Институт Фотонной Технологии, Йена, Германия), которые были положены в основу создания аппаратно-программных модулей для имитационного моделирования системы задания сигнала в квантовые блоки его обработки и системы считывания, а также интерфейсных элементов, обеспечивающих связь между линиями передачи данных (в том числе и квантовыми).

6.5. Минимизация энерговыделения в сверхпроводниковых цепях ввода и вывода сигнала

В нашем рассмотрении особое значение имеет вопрос о минимизации энергии, выделяемой в ячейках джозефсоновской передающей линии (как распределенной, так и составленной из сосредоточенных элементов) при движении флаксона. Преимуществом описанного выше подхода к реализации цепей управления и считывания является точность «локализации» информации и, следовательно, удобство ее синхронизации во времени и пространстве. В то же время, неизбежное возникновение/уничтожение флаксона в ходе логической операции, сопровождаемое диссипацией энергии вихря, представляет собой фундаментальное ограничение на энергоэффективность таких схем и дает значимый вклад в процесс потери когерентности состояний квантовых регистров. Отдельно необходимо выделить проблему «борьбы» с плазменными осцилляциями, формирующими след каждого движущегося флаксона.

Возможным перспективным решением для указанной проблемы является замена джозефсоновского контакта в ДПЛ на интерферометр, что обеспечивало бы передачу данных, представляемых не в виде наличия или отсутствия кванта, а в виде направления циркулирующих в сверхпроводящих контурах токов (исключая в пределе диссипацию энергии на переход в резистивное состояние) [1-12]. На рисунке ниже схематично представлена схема передачи информации в шине данных, в которой роль структурной ячейки выполняют СКВИДы.

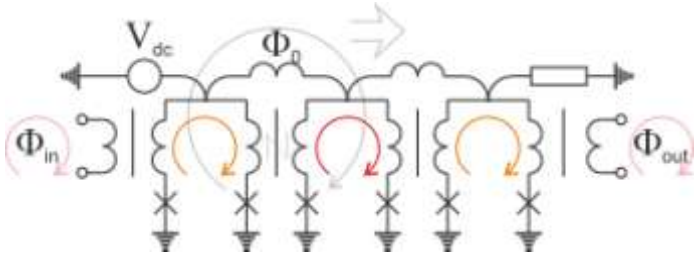


Рисунок 6.5.1 – Шина данных с ячейками в виде сверхпроводящих квантовых интерферомтеров.

Переводя отдельную ячейку передающей линии в квантовый режим можно получить шину данных квантового компьютера, т.е. канал для передачи квантовой информации. Так, роль базовых элементов здесь могут играть соединённые определенным образом нСКВИДы – интерферометры с отрицательной взаимной индуктивностью плеч – предназначенные для реализации так называемого динамического кубита (flying Q-bit) [13, 14]. Отрицательная взаимная индуктивность плеч служит в данном случае обеспечению, с одной стороны, высокой индуктивности прибора для тока смещения, протекающего в одном направлении в обоих плечах, а с другой – низкой индуктивности для циркуляционного тока, который на переходах имеет разные знаки. Общий вид и эквивалентная схема такого устройства приведены на рисунке ниже.

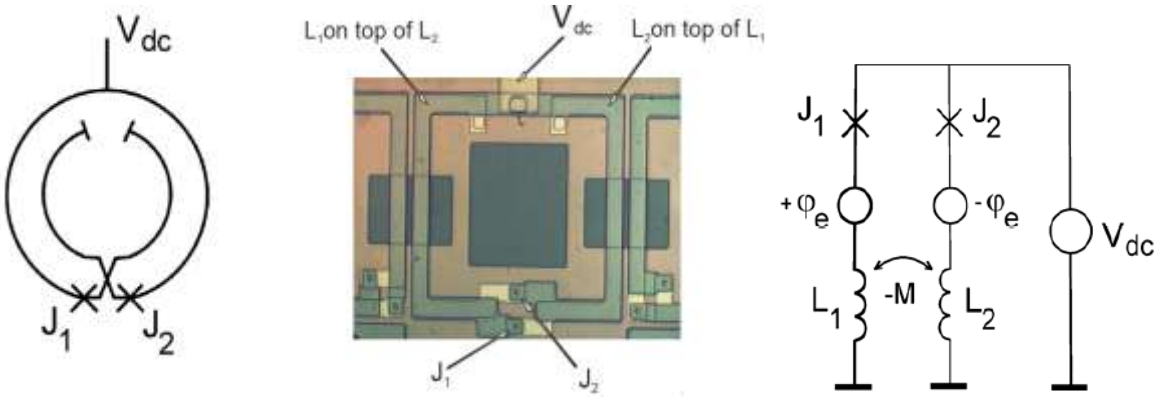


Рисунок 6.5.2 – Общий вид нСКВИДа и его эквивалентная схема [8].

В работе [8] было предложено выражение для потенциальной энергии нСКВИДа, аналогичное хорошо известному ранее выражению для энергии одноконтактного сквида. В нашем случае эта энергия состоит из двух слагаемых – джозефсоновского и магнитного:

$$\frac{U(\varphi_+,\varphi_c)}{\Phi_0 I_c/2\pi}=\left(\frac{(\varphi_+-\varphi_c)^2}{l_-}+\frac{(\varphi_--\varphi_e)^2}{l_+}\right)-2\cos\varphi_+\cos\varphi_-, \qquad (6.5.1)$$

где $l_\pm = l(1\pm m)$, $l = 2\pi LI_C/\Phi_0$ – безразмерная индуктивность переходов, $m = -M/L$ – безразмерная взаимная индуктивность плеч интерферометра, $\varphi_\pm = (\varphi_1 \pm \varphi_2)/2$ – сумма и разность фаз переходов, $\varphi_e=2\pi\Phi_e/\Phi_0$ – безразмерный внешний поток, φ_C – фаза в центральной точке сквида. При определённых значениях параметров, этот потенциал принимает необходимую для интересующего нас представления информации (в том числе и квантовой) двухъямную форму (здесь рассматриваем пространство переменных U, φ_+, φ_-, в сечении φ_+=const):

Условие двухъямности:

$$\frac{2}{5\pi}<\frac{1}{l(m+1)}<1 \qquad (6.5.2)$$

Условие симметрии потенциальной энергии:

$$\varphi_e=\pi+2\pi n, \text{ при } \varphi_C,\varphi_+=0. \qquad (6.5.3)$$

На Рисунке 3, *а* показана область (её края выделены жирными линиями), на которой симметричный потенциал обладает двухъямной формой. Заметим, что число ям определяется технологическими параметрами l и m, которые в процессе проведения операций не могут быть изменены, в то время как симметрия может регулироваться приложением внешнего магнитного потока (симметричный потенциал соответствует половине кванта потока в кольце).

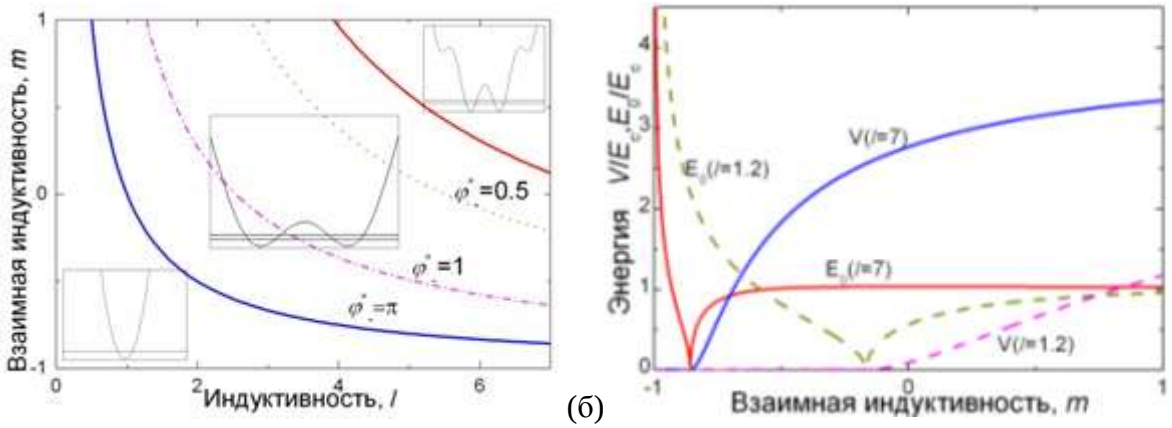


Рисунок 6.5.3 – (а) Границы одно-, двух-, и четырёхъямности на плоскости параметров m и l. φ^*_- –координата левого минимума потенциала; (б) зависимость высоты барьера V и основного энергетического уровня для потенциальной энергии (6.5.1) от значения взаимной индуктивности плеч интерферометра при соблюдении условия симметрии потенциала.

Однако это не единственный способ эффективно влиять на потенциал. Также можно изменять его форму за счет приложения внешнего тока смещения, т. е. меняя фазу в центральной точке (параметр φ_C).

Для более чёткого понимания области применимости обсуждаемой ячейки, выше показано, как зависит от технологических параметров высота барьера между потенциальными ямами и положение основного уровня энергии (расчет выполнен на основании разработанной выше методики в рамках «осцилляторного приближения»). В нашем случае имеются два возможных инструмента влияния на систему – внешний поток и ток смещения. В частности, ниже изображён потенциальный рельеф при нулевом внешнем токе смещения в зависимости от φ. Две основные характеристики, которые будут, в частности, интересовать нас в следующем параграфе – это величина расщепления основного уровня энергии и асимметрия потенциала. Из представленного рисунка видно, что внешний поток очень сильно влияет на последнюю. Отметим, что для наглядности на здесь представлены три потенциальных барьера, в частности, для значений внешнего потока в четверть и три четверти кванта. При реализации всех интересующих нас на практике операций предполагается оказывать заметно меньшее влияние на систему (т.е. с меньшим отклонением «от симметричной точки вырождения»).

Влияние тока смещения на потенциальную энергию отдельной ячейки установить несколько сложнее: в явном виде этого тока нет в выражении (6.5.1). Анализ динамики системы, выполненный в рамках резистивной модели, позволил получить зависимости параметров, входящих в потенциал, от внешнего тока. На Рисунке 4 представлена такая зависимость – там отображены фазы (φ_-, φ_+ и φ_C) как функции Ib (тока смещения) – а также выявлено интересующее нас влияние на вид джозефсоновской энергии системы.

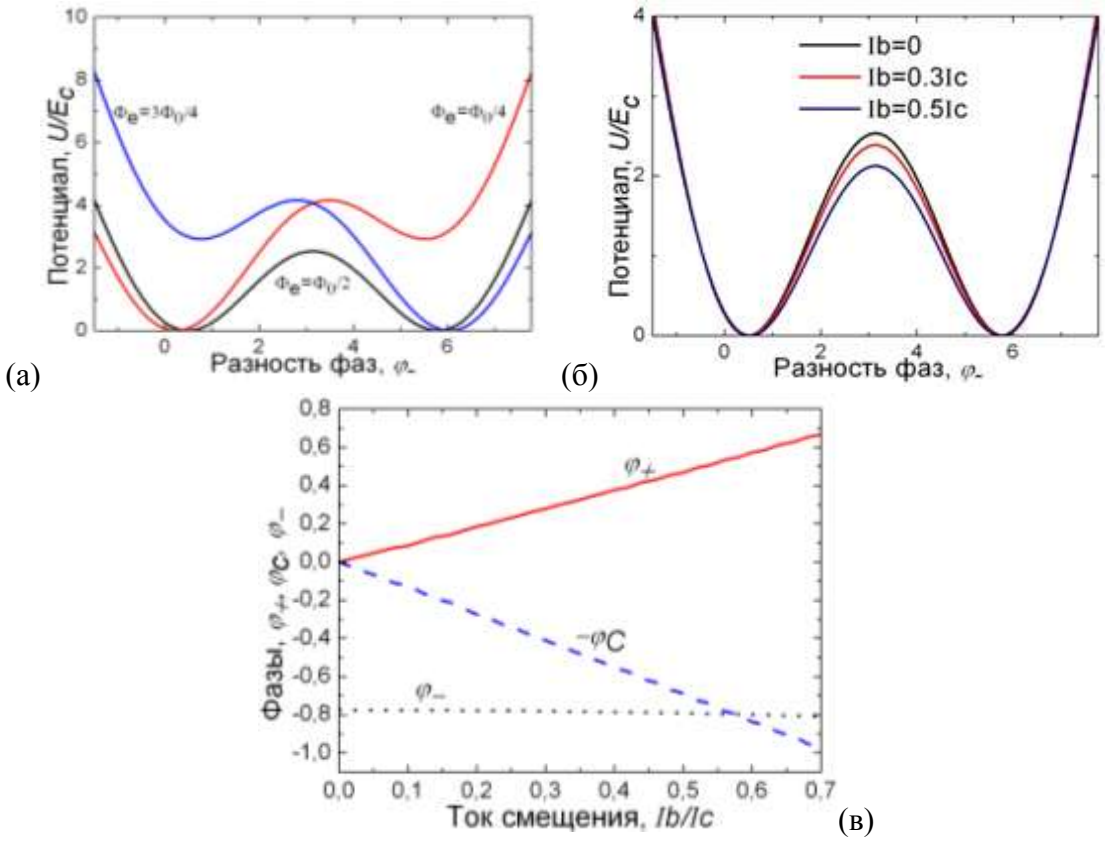


Рисунок 6.5.4 – Общий вид потенциала двухконтактного интерферометра при разных значениях (а) – магнитного потока и (б) – тока смещения в зависимости от φ_-. (в) Зависимость фазовых параметров потенциала от тока смещения *Ib*, при m=0.9 и l=3 в симметричном случае ($\varphi_-=\varphi_1-\varphi_2$, $\varphi_+=\varphi_1+\varphi_2$, φ_C – фаза в центральной точке интерферометра).

Выше уже отмечалось, что рассматриваемый нСКВИД можно использовать также и как элемент квантовой линии передачи данных (либо «квантовой» части маловозмущающей системы считывания). Для анализа перспективности такого применения приведем отдельные ре-

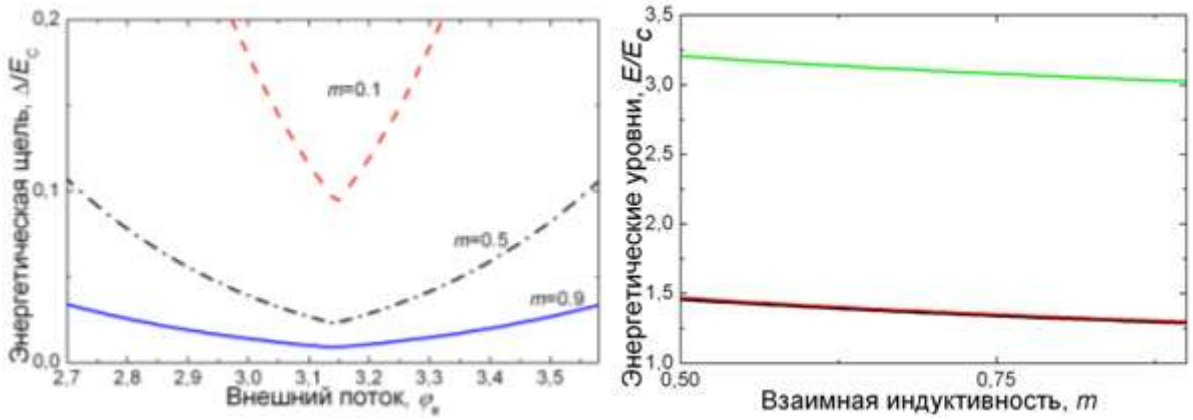
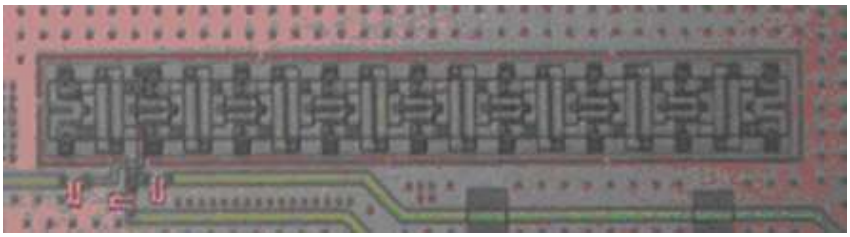
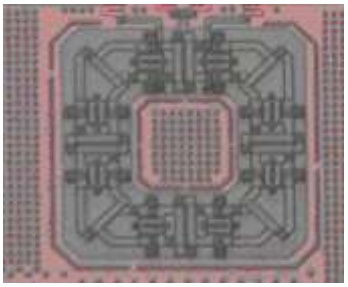


Рисунок 6.5.5 – (а) Зависимость величины расщепления основного уровня нСКВИДа от внешнего потока φ_e при разных m (l=3). (б) Первые три уровня нСКВИДа в зависимости от индуктивности m по теории возмущений. Щель между вторым и третьим намного больше щели между первым и вторым.

зультаты расчета для величины разности энергий между основным и первым возбужденным состояниями Δ как функции параметров системы и величины внешних управляющих воздействий. В частности, из Рисунка 5, *б*, где показаны первые три уровня энергии для нашей системы, видно, насколько эффективным в данном случае будет «двухуровневое» приближение для описания динамики динамического кубита.

(а)  (б) 

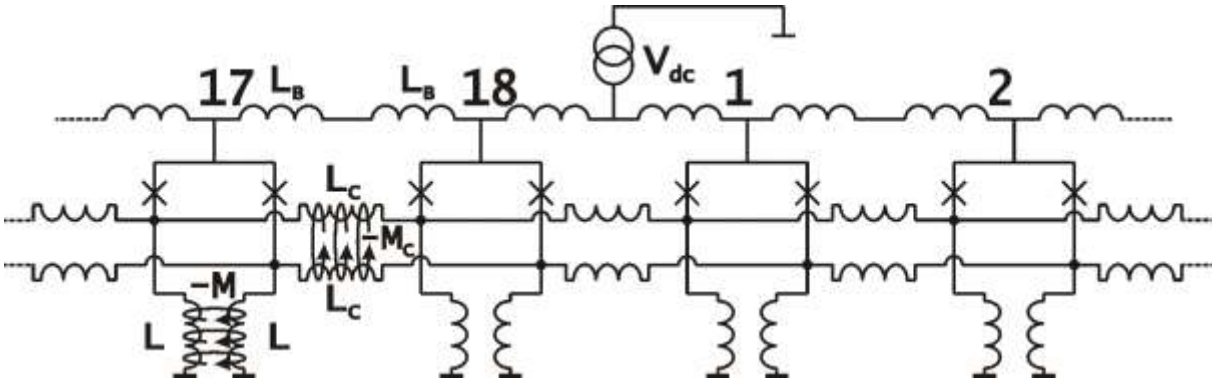
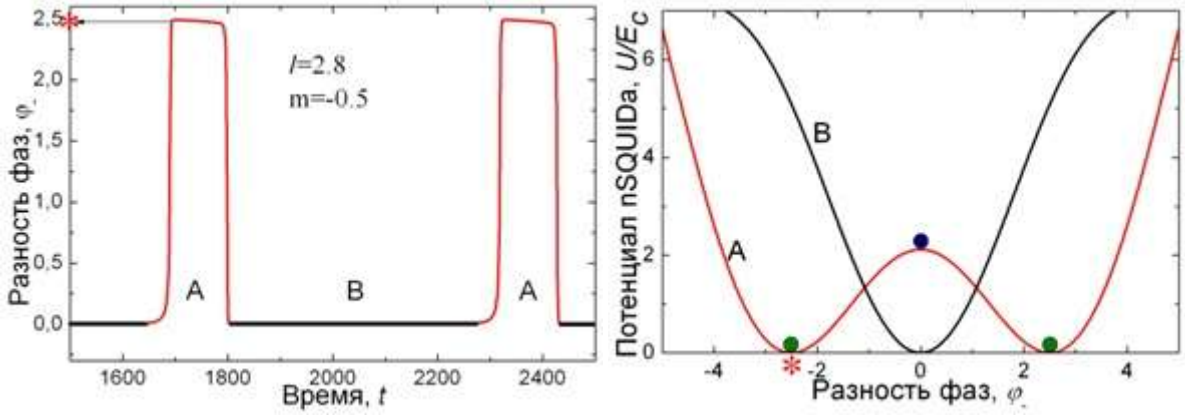
(в) 

Рисунок 6.5.6 – (а) Линейное и (б) круговое расположение элементов в экспериментальной реализации цепочки нСКВИДов, изготовленных компанией Hypres, а также эквивалентная схема (в) части такой передающей линии.

Отдельно рассмотрим вопрос о возможности осуществления необходимых нам достаточно быстрых операций над ячейкой на основе нСКВИДа. В частности, при рассмотрении квантовых операций будем говорить о повороте вектора состояния системы в блоховском представлении. Для практической реализации управления нам необходимо предложить два варианта влияния на нашу систему, причём необходимо независимым образом управлять и асимметрией потенциальной энергии, и величиной барьеров, разделяющих минимумы потенциальной энергии. В квантовом пределе можно сказать, что к вращению вектора состояния вокруг определённой оси приводит наличие соответствующей матрицы Паули в разложении гамильтониана. Решение уравнение фон Неймана для двухуровневой системы легко получить из формул предыдущих параграфов, пренебрегая взаимодействием с измерительной системой. Выписать явные выражения для углов поворота вектора Блоха вокруг соответствующих осей $\xi_{X,Y}$ в общем случае оказывается сложно. Численное моделирование в рамках развитых выше подходов показало возможность осуществления в этом случае необходимых операций на временах суб-

наносекундного диапазона.

Анализ процесса передачи данных на основе используемых в этой работе методов проводился на основе описанных выше методов с помощью программного комплекса PSCAN. Цель состояла в том, чтобы подобрать режим работы адиабатической ДПЛ. Режим этот видится как последовательный переход всех нСКВИДов цепи в бистабильное состояние, которое, таким образом, будет распространяться вдоль цепочки с крайне малой диссипацией энергии, воздействуя при этом магнитным образом на квантовые (нейросетевые) ячейки обработки информации. Для подобранных разумных параметров представлена выше рассчитанная зависимость зависимость $\varphi_{\pm}$ от времени t. Каждая ячейка в рассматриваемой адиабатической ДПЛ последовательно переходит из состояния А в состояние В и обратно. Этот переход тем быстрее, чем больше порядковый номер соответствующей ячейки в цепи. В разобранно случае наиболее ярко он заметен в 9ом СКВИДе, поэтому здесь именно эта ячейка используется для иллюстрации анализа причин и динамики этого скачка.



(а) (б)

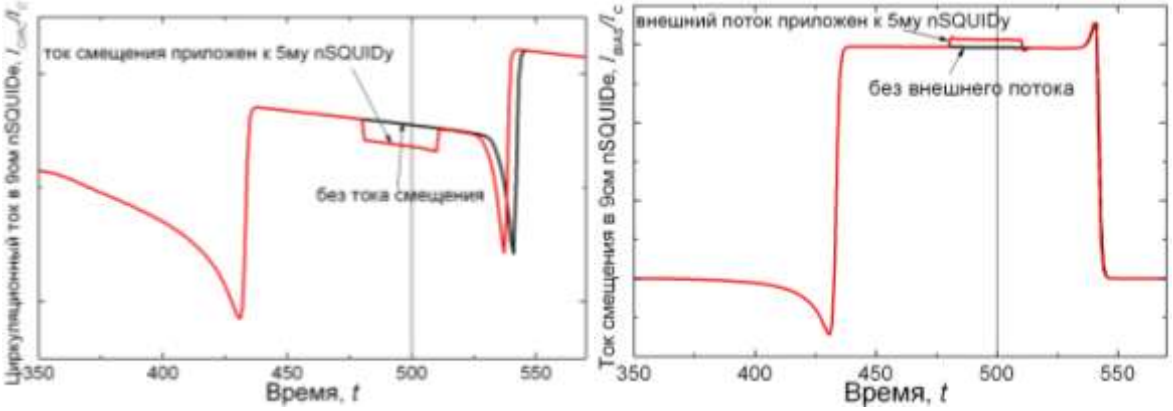
Рисунок 6.5.7 – Динамика выбранного режима на примере 9-ой ячейки в системе с параметрами l=2.8, m=-0.5. Состоянию А соответствует двухъямный потенциал, а состоянию В – одноямный.

В тот момент, когда в цепи включается источник напряжения, ток смещения для всех элементов цепочки начинает расти, что в первую очередь относится к 1-ой и 18-ой ячейкам, поскольку они отделены от V_{dc} лишь малой индуктивностью L_B. Приложение к ним сколь угодно малого потока провоцирует неодновременный переход их джозефсоновсих контактов в резистивное состояние. В результате наличия связи L_C неодновременно начинают срабатывать и все остальные переходы системы. Более того, в режиме, представленном на Рисунке 7, срабатыванию первого чётного перехода предшествует срабатывание всех нечётных, т.е. все элементы в какой-то момент переходят в некоторое особое состояние (А). После чего начинается их поочерёдный выход из этого состояния.

Для того, чтобы понять отличие между состояниями А и В, нужно проанализировать зави-

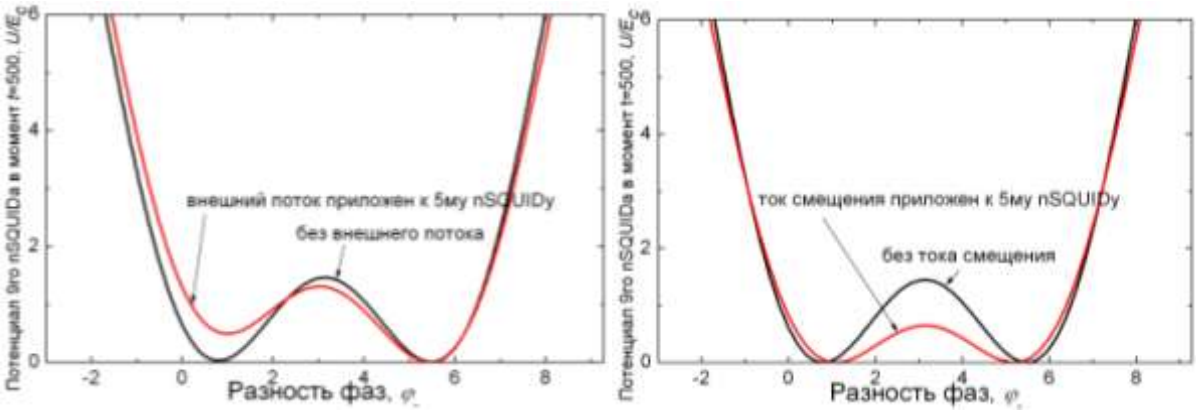
симость всех параметров, входящих в потенциал (1), от времени. В результате можно убедиться, что переход между ними соответствует переходу между одноямным и двухъямным состояниями сквида, что иллюстрирует Рисунок 7.

Дальнейшее исследование схемы показало, что в ней могут осуществляться логические операции над отдельными ячейками в удалённом режиме. Это возможно благодаря относительно небольшой величине токов через связи L_C в интересующем нас состоянии А. Т.е. элементы в некий момент времени оказываются почти полностью изолированы от влияния соседей, и можно рассматривать их по отдельности, используя выражение (6.5.1). Таким образом, логической операции здесь соответствует изменение потенциала, а точнее – тех параметров, что определяют его вид. Для практической реализации блока КШСС необходимо обнаружить такой способ воздействия на какую-нибудь среднюю ячейку в цепи (например, на 5-ую), который позволял бы индуцировать скачки этих токов в другой ячейке (например, в 9-ой). Оказалось, что обычные инструменты влияния, предложенные нами для одиночного кубита, вполне пригодны для осуществления удалённых логических операций в такой цепи. Т.е. приложение тока смещения и магнитного потока к 5-ой ячейке сказывается аналогичным образом и на остальных. На Рисунке 8 изображены графики зависимостей циркуляционного тока и тока смещения девятого сквида от времени в выбранном режиме, причём в период времени $480 < t < 510$ к 5-ой ячейке прикладывается ток смещения (б) или магнитный поток (а). Рисунок 9 иллюстрирует соответствующее изменение потенциала 9-го нСКВИДа в момент, отмеченный вертикальной линией.



(а) (б)

Рисунок 6.5.8 – (а) Зависимость циркуляционного тока в 9-ом нСКВИДе от времени, причём при $480 < t < 510$ к 5-му нСКВИДу приложен ток смещения. (б) Зависимость тока смещения в 9-ом нСКВИДе от времени, причём при $480 < t < 510$ к 5-му нСКВИДу приложен внешний поток.



(а) (б)

Рисунок 6.5.9 – Реакция потенциала 9-го нСКВИДа на приложение к 5-му а) тока смещения; б) внешнего потока.

Также оказалось, что незначительная оптимизация дизайна ячейки адиабатической ДПЛ открывает возможность для создания компактных, энергоэффективных и быстродействующих искусственных нейронов и синапсов, оптимизированных под выполнение задач обработки сигнала в блоках КШСС, и органично дополняющих «квантовый компонент» нашего вычислителя.

Базовым элементом для предлагаемой реализации сверхпроводящих искусственных нейронов является хорошо известный квантрон (Рисунок 10, *а*), превращающий приложенный к контуру магнитный поток Φ_X (входной сигнал) в ток I_{out}, циркулирующий в кольце с индуктивностью L_q (выходной сигнал). Здесь и далее будем пользоваться нормированными величинами $\varphi_X = 2\pi\Phi_X/\Phi_0$, $i_{out} = I_{out}/I_C$, $l_q = 2\pi L_q I_C/\Phi_0$.

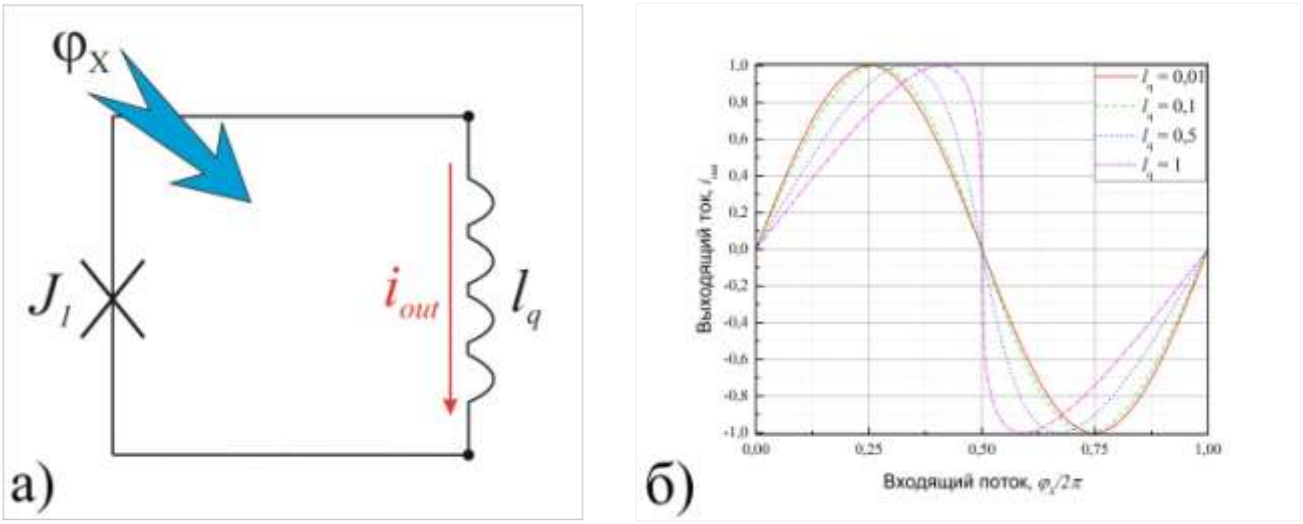


Рисунок 6.5.10 – (а) Схематическое изображение квантрона.
(б) Ток-потоковое преобразование в квантроне для различных значений индуктивности кольца l_q.

Используем представленные в параграфе 3.2 подходы к аналитическому описанию таких систем для того, чтобы оптимизировать вид активационной функции такого нейрона под сфор-

мулированные в параграфе 2.2 требования к элементам нейронной сети. Ток-потоковое преобразование квантрона можно представить в виде аналитического выражения. Для этого рассмотрим баланс фаз сверхпроводящего параметра порядка в кольце. Здесь φ – падение такой фазы на единственной джозефсоновской гетероструктуре, ток-фазовую зависимость которой является синусоидальной:

$$\varphi + l_q \cdot \sin\varphi = \varphi_X \rightarrow \varphi = f_1(\varphi_X), \tag{6.5.4}$$

$$i_{out} = \frac{\varphi_X - \varphi}{l_q} = \sin\varphi \rightarrow i_{out}(\varphi) = f_2\left(f_1\left(\varphi_X\right)\right). \tag{6.5.5}$$

Для решения задач, например, распознавания образов или изображений в схеме персептрона используют *сигмоидальную* функцию активации, как наиболее математически удобную для алгоритмов обучения сети. Для того, чтобы нужным образом изменить вид ток-потокового преобразования, введем в состав квантрона дополнительные сверхпроводящие контура. Простейший двухконтурный сверхпроводящий квантовый интерферометр с преобразованием магнитного потока на входе в ток в индуктивности L_q на выходе в виде сигмоидальной функции (Sigma-cell или S-cell) представлен на Рисунке 11 как часть слоя ассоциативных элементов трехслойного персептрона [A59].

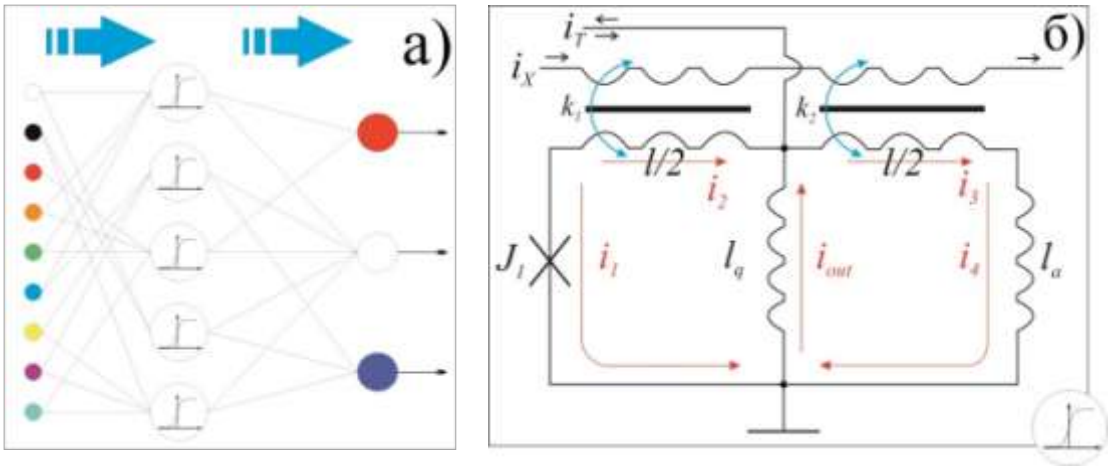


Рисунок 6.5.11 – (а) Схематическое изображение трехслойного персептрона с сигмоидной функцией активации. (б) Принципиальная схема Sigma-cell.

Справедливость сделанного утверждения можно показать, получив – по аналогии с квантроном – для S-cell ток-потоковое преобразование. Для этого нужно записать правила Кирхгофа и условия баланса фаз в сверхпроводящих контурах (все используемые далее обозначения введены на Рисунке 11, *б*):

$$\begin{cases} i_{out} = i_3 - i_2 - i_T \\ \varphi + i_{out} \cdot l_q - i_2 \cdot l/2 - i_X \cdot k_1 = 0 \\ l_a \cdot i_4 + i_{out} \cdot l_q + i_3 \cdot l/2 + i_X \cdot k_2 = 0 \end{cases}. \tag{6.5.5}$$

Приводим второе уравнение к следующему виду:

$$\{\varphi - i_T \cdot l_q - i_X \cdot k_1\} + i_1 \cdot \{l_q + l/2\} + i_3 \cdot l_q = 0\,. \tag{6.5.6}$$

Третье же уравнение системы приводим к виду

$$i_3 \cdot (l_a + l/2 + l_q) - i_1 \cdot l_q + i_X \cdot k_2 - i_T \cdot l_q = 0 \tag{6.5.7}$$

Теперь, подставляя ток i_3 из (5) в (4), приходим к следующему выражению:

$$\begin{aligned} &\varphi + \sin\varphi \cdot \left\{ \frac{(l_q + l/2)(l_a + l/2) + l_q \cdot l/2}{l_a + l/2 + l_q} \right\} = \\ &= (i_T \cdot l_q + i_X \cdot k_1) \cdot \frac{l_a + l/2}{l_a + l/2 + l_q} + i_X \cdot (k_1 + k_2) \cdot \frac{l_q}{l_a + l/2 + l_q} \end{aligned} \tag{6.5.8}$$

$$\varphi = f_3(i_X), \quad i_{out} = \frac{i_X \cdot k_1 - \varphi}{l_q} - \frac{l/2}{l_q} \cdot \sin\varphi = f_4(\varphi) = f_4(f_3(i_X)) \tag{6.5.9}$$

Графическое представление полученного выражения можно найти на Рисунке 12 для различных параметров предлагаемого базового элемента трехслойного персептрона.

Из приведенных ниже данных видно, что при увеличении индуктивности l_q амплитуда отклика уменьшается, а совпадение с аналитическим выражением для сигмоидальной функции ухудшается. Это означает, что для построения оптимальной искусственной нейросети необходимо минимизировать величину «выходной» индуктивности. На практике снизу обсуждаемая величина ограничена значениями порядка l_q=0.1. Для такого значения параметра были построены графики, изображенные на Рисунке 12, *в* и 12, *г*. Видно, что изменение параметров l_a и/или $\alpha = k_1/k_2$ позволяет управлять общим наклоном ток-потокового преобразования. Функция активации, наиболее близкая к сигмоидальной, и тем самым представляющая для нас наибольший интерес, может быть получена для параметров системы l_a=1, l=0.6 и k_1=k_2=0.1.

Для ряда практически важных задач телекоммуникаций (например, для идентификации различных источников в системах когнитивного радио) искусственная нейронная сеть на основе персептрона не является оптимальной, так как для формирования конечного сигнала на выходе требуется участие почти всех нейронов сети (*глобальная* аппроксимация входного сигнала). Также для решения подобных задач потребовалось бы слишком долгое обучение и сложная сеть взаимодействующих нейронов [A59].

Однако существует другой подход, который заключается в отражении входного множества импульсов во множество выходных значений посредством использования только некоторых одиночных нейронов. Каждый из этих нейронов отвечает за свою область пространства входящих импульсов. Подобный метод носит название вероятностного подхода, где в качестве функций активации нейронов используются функции Гаусса.

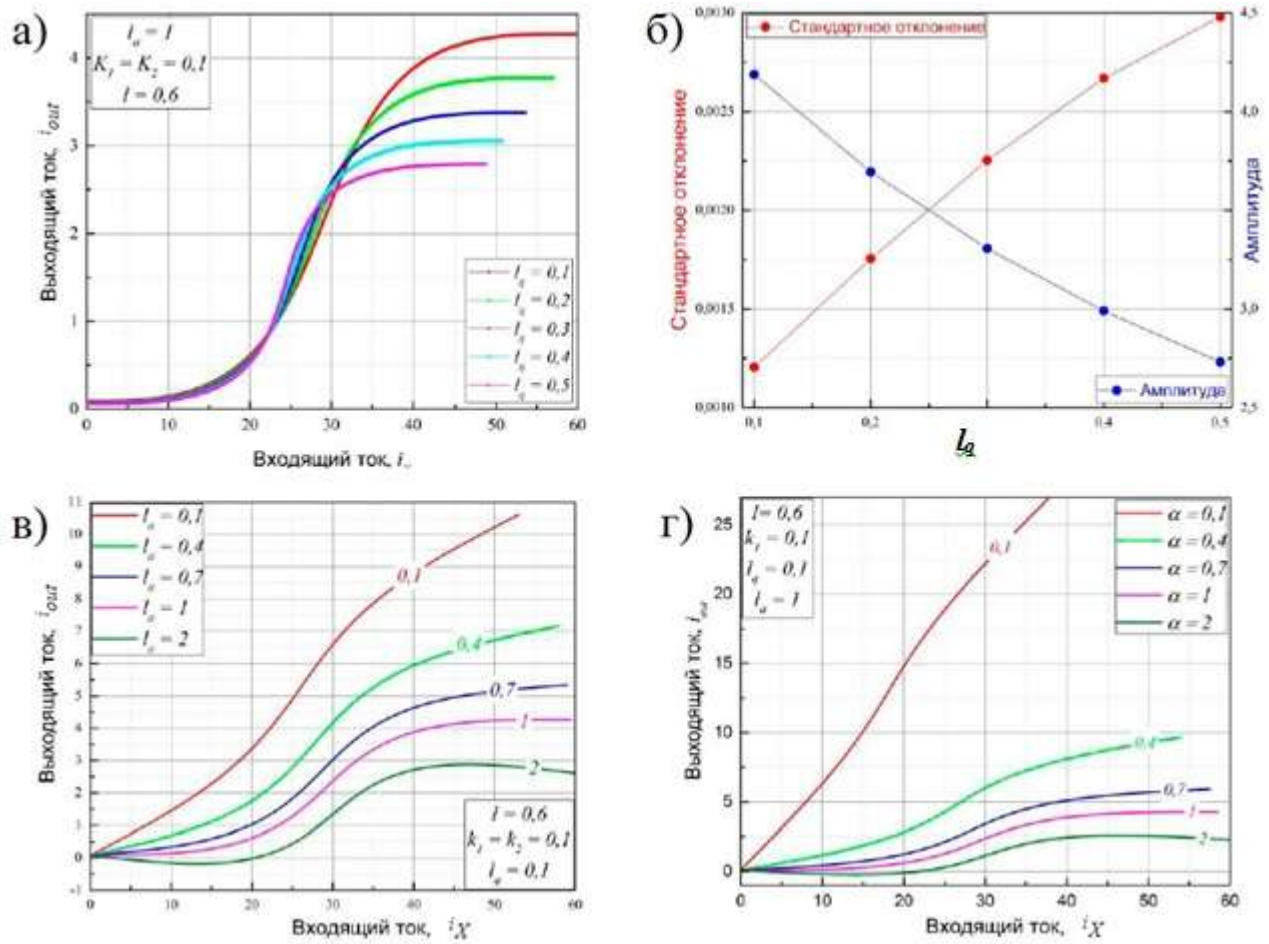


Рисунок 6.5.12 – (а) Ток-потоковые преобразования в S-cell для различных значений параметра l_q. (б) Зависимость стандартного отклонения от сигмоидальной функции и зависимость амплитуды выходной характеристики как функции индуктивности l_q.
(в) и (г) Ток-потоковое преобразование S-cell для различных значений параметров l_a и $\alpha=k_1/k_2$ соответственно (l=0.6, l_q=0.1).

Самыми распространенными сетями, работающими на данном принципе, являются сети на радиальных базисных функциях (РБФ-сети). При использовании такого подхода объекты классифицируются на основе оценок их близости к соседним образцам, причем при физической реализации в составе КШСС ключевой нам представляется проблема реализации заданной нелинейности на одном относительно компактном элементе.

Принципиальная схема предлагаемой ячейки Gauss-cell (или G-cell), которая реализует гауссоидную функцию активации, представлена ниже. Схема G-cell, схожая с адиабатическим квантовым параметроном (АКП), по сути, является двухконтактным интерферометром с шунтирующей индуктивностью l_q. Как и в случае S-cell, внешний ток i_X прикладывается к управляющей линии, связанной с симметричными плечами интерферометра ($l/2$ и $l/2$) магнитным образом (см. Рисунок 13, *б*).

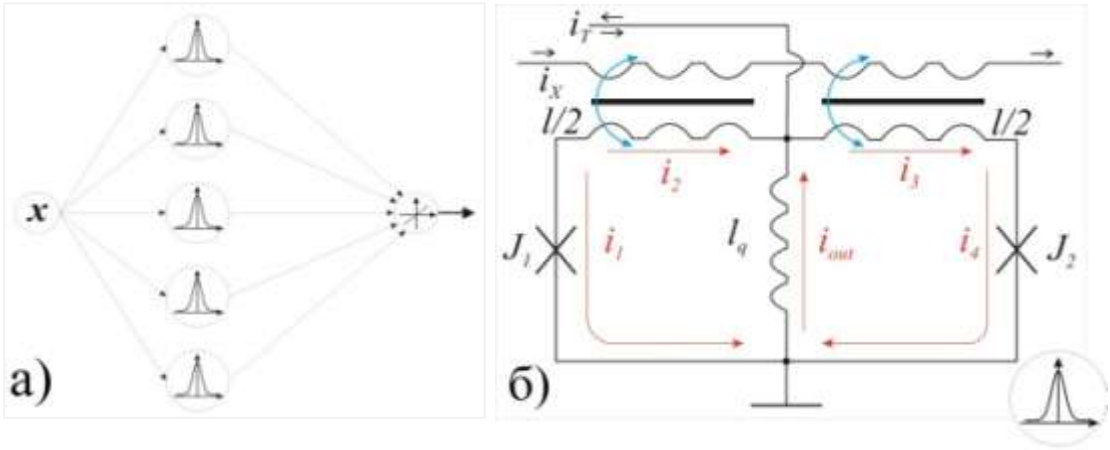


Рисунок 6.5.13– (а) Схематическое изображение организации РБФ-сети.

(б) Принципиальная схема Gauss-cell.

Запишем уравнения для G-cell (основываясь на уравнении Кирхгофа и балансе фаз; все используемые далее обозначения введены на Рисунке 13):

$$\begin{cases} i_{out} = i_3 - i_2 - i_T \\ \varphi_1 + i_{out} \cdot l_q - i_2 \cdot l/2 - i_X \cdot k_1 = 0 \\ \varphi_2 + i_{out} \cdot l_q + i_3 \cdot l/2 + i_X \cdot k_2 = 0 \end{cases} \cdot \tag{6.5.10}$$

Далее складываем оба уравнения для фаз и делим на два, получаем:

$$\theta + i_{out} \cdot l_q + \left(i_3 - i_2\right) \cdot l/4 - i_X \cdot \frac{k_1 - k_2}{2} = 0, \tag{6.5.11}$$

где $\theta = \left(\varphi_1 + \varphi_2\right)/2$ – суммарная фаза. Несложными алгебраическими операциями, с целью оставить в уравнении переменную только одного типа, а именно джозефсоновскую фазу, приходим к следующему уравнению для суммарной фазы:

$$\theta + \sin\theta \cdot \cos\psi \cdot \left(2l_q + l/2\right) = i_X \cdot \frac{k_1 - k_2}{2} + i_T \cdot l_q. \tag{6.5.12}$$

Аналогичным образом получается уравнение для разностной фазы (когда вычитаем уравнения для фаз друг из друга):

$$\psi - \left(i_2 - i_3\right) \cdot l/4 = i_X \cdot \frac{k_1 + k_2}{2}, \psi + l/2 \cdot \cos\theta \cdot \sin\psi = i_X \cdot \frac{k_1 + k_2}{2}, \tag{6.5.13}$$

где $\psi = \left(\varphi_1 - \varphi_2\right)/2$ – разностная фаза. Таким образом, получаем параметрические функции вида $\theta = f_4\left(i_X\right)$, $\psi = f_5\left(i_X\right)$. Несложным образом выписывается выражения для тока i_{out}:

$$i_{out} = \frac{i_X \cdot \frac{k_1 - k_2}{2} - \theta}{l_q + l/4} = \frac{i_X \cdot \frac{k_1 - k_2}{2} - \theta}{l_q} - \frac{\frac{l}{2}}{l_q} \cdot \cos\psi \cdot \sin\theta = f_6(\theta, \psi) = f_6\left(f_4\left(i_X\right), f_5\left(i_X\right)\right).$$

Ток-потоковые преобразования в G-cell представлены на Рисунке 14. Выбор значения индуктивности в системе определяется балансом между амплитудой отклика и его среднеквадратичным отклонением от математической Гаусс-функции. Как видно из приведенных ниже гра-

фиков, при увеличении индуктивности l или l_q амплитуда также увеличивается, но совпадение с функцией Гаусса уменьшается, что порождает задачу оптимизации параметров ячейки под требования конкретной реализации РБФ-сети. Ниже представлена также концепция практической реализации управляемого элемента нейронной (в том числе и квантовой) сети с управляемыми связями.

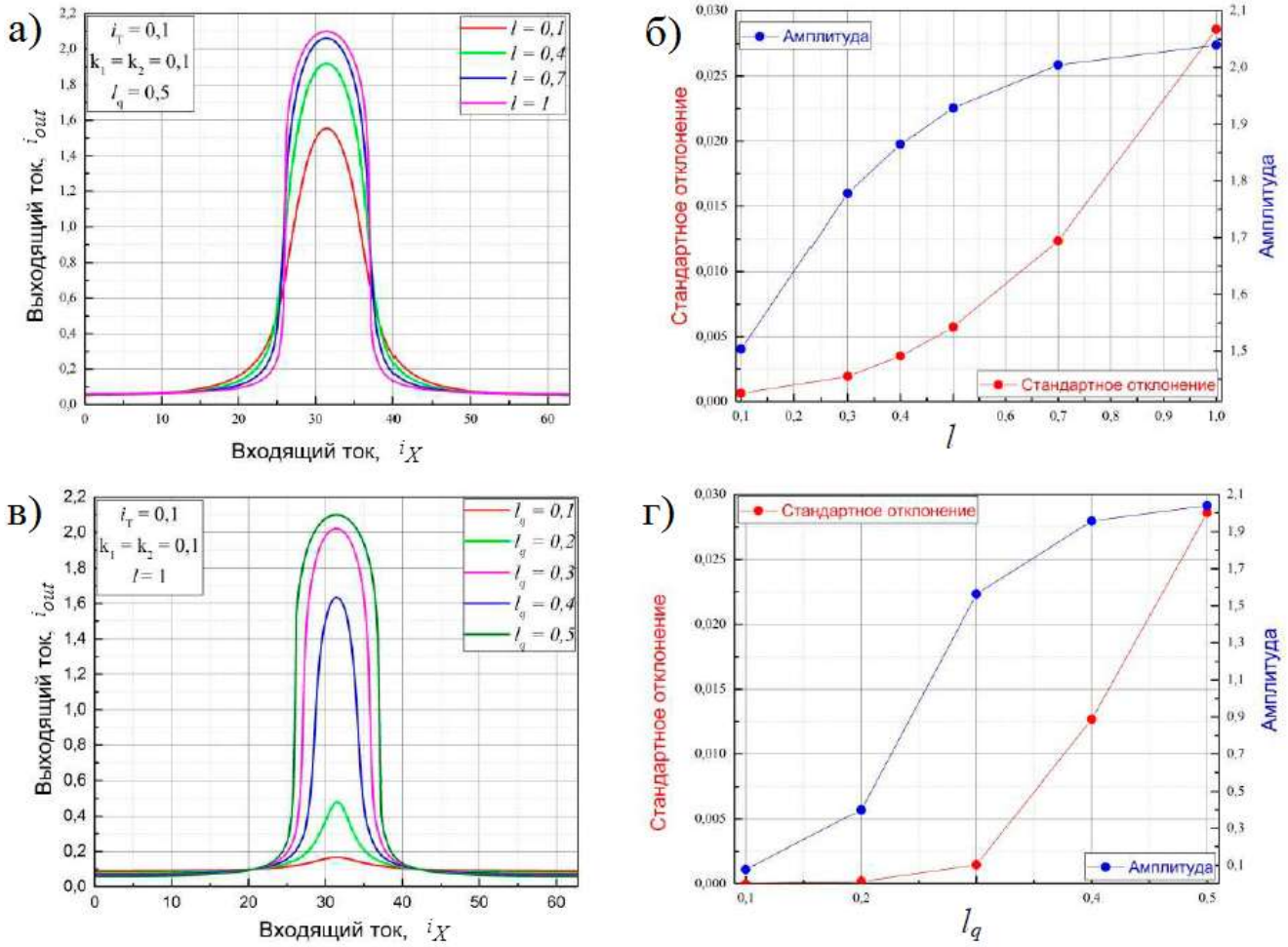


Рисунок 6.5.14 – Выходные характеристики G-cell для различных значений индуктивностей (а) l и (в) l_q, а также зависимости от упомянутых параметров (б) стандартного отклонения от требуемой формы и (г) амплитуды полученных характеристик.

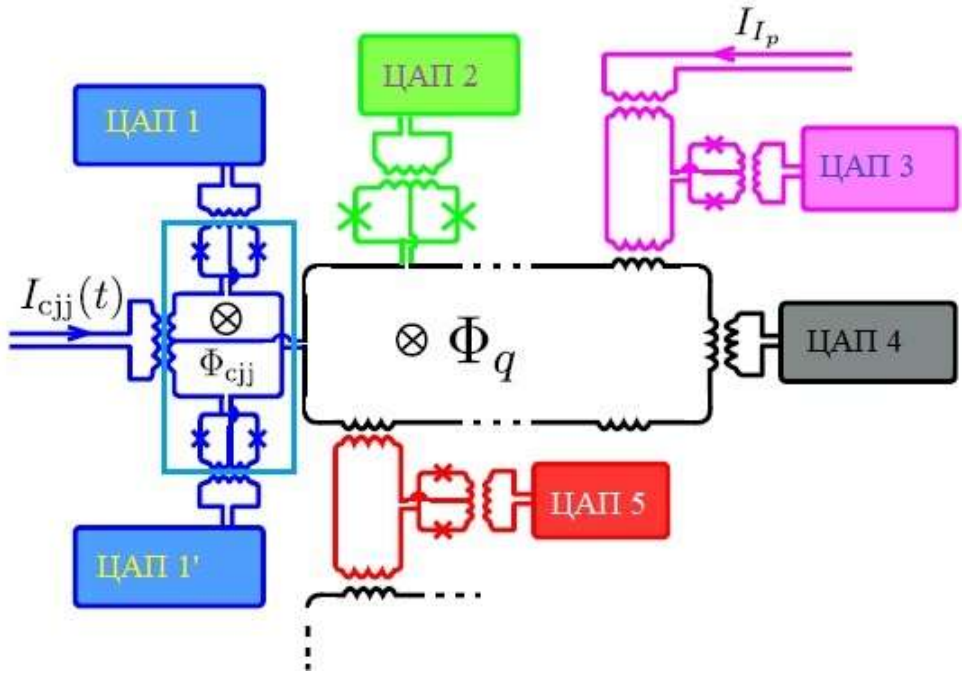


Рисунок 6.5.15 – Концепция управления/связи для ячейки (выделена рамкой) квантового/нейросетевого блока обработки информации, где используются цифро-аналоговые преобразователи для

– настройки эффективной джозефсоновской энергии в ячейке (ЦАП 1 и ЦАП 1');

– настройки эффективной индуктивности основного контура ячейки (ЦАП 2);

– компенсации флуктуаций потока в основном контуре ячейки (ЦАП 3);

– управления эффективным потоком в ячейке (ЦАП 4);

– управления магнитной связью с основным контуром соседней ячейки (ЦАП 5).

Компактная ячейка, созданная на основе двухконтактного сверхпроводящего квантового интерферометра, шунтированного индуктивностью (АКП), позволяет строить не только нейроны с полезной для многих применений активационной функцией, но также и перестраиваемые синаптические связи со сверхмалой диссипацией энергии на передачу одного импульса-«спайка». Отметим здесь, что попытки объединить сильные стороны джозефсоновских комплексов, обеспечивающих прием и первичную обработку информации, и нейросетевых алгоритмов предпринимались достаточно давно [15-18]. К сожалению, основная часть известных ранее решений предполагает переход в процессе функционирования джозефсоновских контактов в резистивное состояние (с отличным от нуля средним значением падения напряжения на элементе), что существенно ограничивает возможности для увеличения общей энергоэффективности, открываемые за счет использования сверхпроводниковой технологии. Предлагаемое использование специфики сверхпроводящих адиабатических логических цепей позволяет решить эту проблему.

6.6. Выводы к Главе 6

На основе методов для анализа динамических процессов и статических характеристик сверхпроводящих квантовых интерферометров с нелинейными джозефсоновскими элементами построена и апробирована методика быстрого расчета и оптимизации под заданные условия характеристик потоковых кубитов для квантового блока обработки сигнала КШСС. В рамках общей для всей работы парадигмы самосогласованного исследования свойств сверхпроводниковых гетероструктур и элементов на их основе показано, как использование разработанных ранее компактных бистабильных батарей позволяет существенно уменьшить негативное влияние паразитных магнитных полей.

Представлена концепция создания базовых ячеек нейросетей на основе элементов, используемых в цепях предельно энергоэффективной адиабатической логики и совместимых с квантовым блоком обработки информации. В перспективе интересна возможность объединения в одном комплексе для приема и обработки информации

– детекторов магнитной компоненты сигнала на основе сверхпроводящего квантового интерферометра, уже давно продемонстрировавших свой уникальный потенциал;
– на той же технологической базе построенных ток-потоковых преобразователей, подобных описанным здесь элементам S-cell и G-cell, связанных магнитным образом в единую сеть при помощи методов, описанных, например, для сверхпроводящих адиабатических логических цепей;
– энергоэффективных и быстродействующих аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей на основе все тех же сверхпроводящих квантовых интерферометров.

Объединение на одном чипе (или хотя бы в одном криогенном комплексе) и уникальной приемной системы (рабочая частота которой может достигать сотни ГГц), и логических цепей, обеспечивающих первичную обработку (классификацию) поступающих данных, обещает вдобавок ко всему прочему и резкое уменьшение потерь и задержек на соединениях между различными частями телекоммуникационной системы.

Крайне важные для работы такой системы интерфейсные цепи, соединяющие различные блоки КШСС, могут быть реализованы на основе джозефсоновских передающих линий с предельно малой диссипацией (предложенных в свое время для считывания состояний квантового бита). Анализ воздействия распространяющихся по таким нелинейным джозефсоновским резонаторам солитоноподобных возбуждений (флаксонов) на динамику состояния квантовой системы доказал возможность осуществления манипуляций с состояниями кубита за счет приложения импульсов магнитного потока длительностью 0.5…5 пс. Радикальное уменьшение крайне нежелательной диссипации энергии в процессе таких манипуляций (10 аДж и ниже – вплоть до

термодинамического предела $2\ln k_B T$) возможно при переходе к адиабатическим (обратимым) передающим линиям (АПЛ), где вместо джозефсоновских гетероструктур используются описанные выше нСКВИДы, эффективные фазы которых в процессе эволюции двигаются вдоль эквипотенциальных поверхностей. Радикально уменьшить размер ячейки АПЛ можно, заменив отрицательную геометрическую индуктивность джозефсоновской энергией π-контакта в составе инвертированного сверхпроводящего квантового параметрона. Использование на чипе джозефсоновских искусственных атомов и адиабатических передающих линий ***совместно*** с линейными сверхпроводящими резонаторами с высокой добротностью (пассивные передающие линии в сверхпроводниковой электронике) открывает возможность создания гибридных «фотонно-электронных» систем передачи и обработки сигнала.

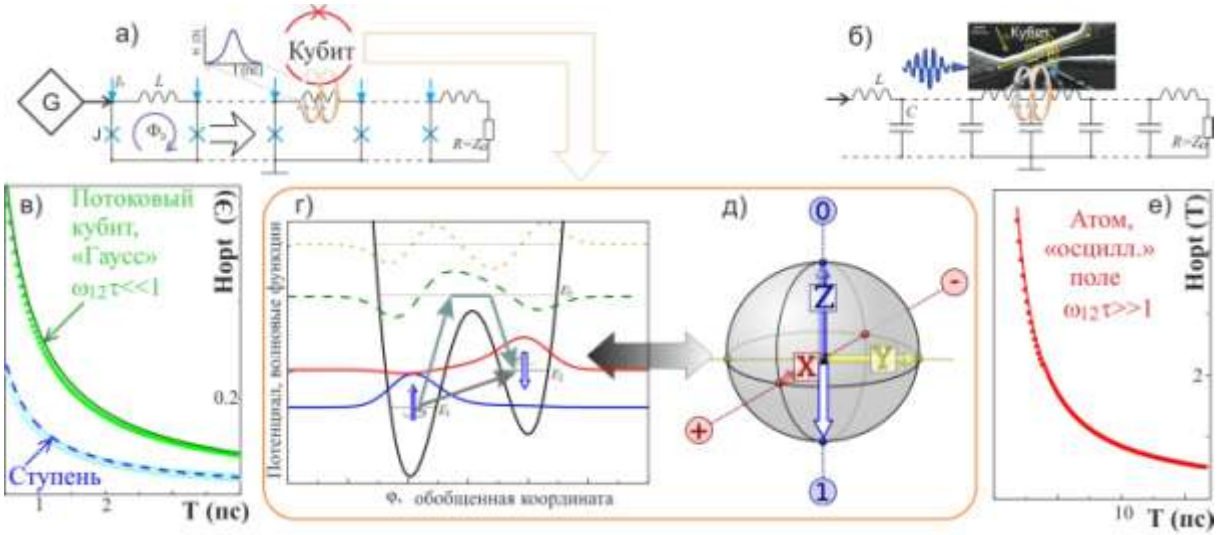


Рисунок 6.6.1 – Принципиальная схема цепей управления потоковым кубитом на основе резонатора (для «осциллирующих» воздействий, справа) и параллельной цепочки джозефсоновских контактов (для «униполярных» воздействий, слева); соответствующие связи между амплитудой и длительностью воздействий для реализации операции НЕ при разных типах воздействия на систему. В центре рисунка представлена иллюстрация для реализации операции НЕ как перехода между состояниями спинового базиса и поворот вектора Блоха, описывающего состояние кубита.

ГЛАВА 7. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ КОГНИТИВНЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВЫХ ПРИЕМНЫХ СИСТЕМ

7.1. Системы на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров как детекторы магнитной компоненты сигнала

Для того чтобы наиболее эффективно использовать возможности описанных выше сверхпроводниковых блоков обработки сигнала, нужны также сверхпроводниковые активные широкополосные детекторы магнитной компоненты электромагнитного поля для диапазона частот от единиц Герц до десятков ГГц. Действительно, наиболее серьезные ограничения на общую эффективность прототипов приемных устройств для когнитивного радио вытекают из параметров антенного тракта и следующего за ним полупроводникового усилителя, обладающего существенно меньшим динамическим диапазоном и линейностью по сравнению со сверхпроводниковыми АЦП. Решение этой проблемы в рамках предлагаемой концепции видится в замене существующего приемного тракта на полностью сверхпроводниковый с широкополосным приемом электромагнитного сигнала. Также здесь необходимо обеспечить высоколинейное преобразование магнитной компоненты поля в напряжение, что позволит создать полностью цифровую широкополосную приемную систему с единым высоким уровнем характеристик, сократить ее размеры и стоимость по сравнению с современными аналогами.

Устройства с джозефсоновскими контактами давно используются для детектирования магнитной компоненты сверхвысокочастотных (СВЧ) электромагнитных сигналов. Особенно активно для этих целей используются описанные выше системы на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров (СКВИДов), которые имеют высокую чувствительность и обладают низкой шумовой температурой, а также совместимы с другими сверхпроводниковыми устройствами [1]. Принцип работы базовой ячейки блока приема сигнала – магнитная компонента сигнала влияет на ВАХ интерферометра, а через это и на снимаемое с ячейки напряжение – представлен на Рисунке 1 вместе с результатами расчета (в рамках резистивной модели) её вольт-потоковой характеристики.

Описаны на сегодняшний день различные конструкции и схемотехнические решения для сверхпроводниковых усилителей/преобразователей СВЧ-диапазона. В частности, давно уже стала классикой схема усилителя/преобразователя с согласованной нагрузкой, который на частоте 100 МГц продемонстрировал коэффициент усиления порядка 20 дБ с чрезвычайно низкой шумовой температурой 1±0.4 К при использовании входного устройства, выполненного на коаксиальном кабеле [2]. Принципы согласования входных и выходных цепей усилителя на СКВИД с нагрузкой подробно исследованы для диапазона до 0,1 ГГЦ, однако как рабочий диа-

пазон частот, так и линейность преобразования для усилителей на одиночном низкотемпературном СКВИДе недостаточны для современных приложений.

Определенные трудности связаны с переходом к более высоким частотам сигналов – 1… 10 ГГц – при сохранении характерных для сверхпроводниковых устройств высоких показателей по чувствительности и шумовой температуре (порядка 1… 3 К). Так, в параметрических усилителях на основе СКВИДов увеличение мощности сигнала на его частоте f_S происходит путем преобразования сигнала на частоту $f_S + f_J$ (f_J – частота джозефсоновской генерации) с последующим преобразовании вниз, снова на частоту сигнала. Из соотношений Мэнли-Роу можно показать, что коэффициент усиления по мощности, G, такого устройства не превышает $G \approx f_J / f_S$. Из этого следует, что джозефсоновские контакты СКВИДа должны обладать высоким характерным напряжением V_C, чтобы характерная частота джозефсоновской генерации $f_C = V_C / \Phi_0$ была на несколько порядков выше частоты сигнала. Для СКВИДов на основе обсуждавшихся выше джозефсоновских контактов типичные значения V_C не превышают 100 – 200 мкВ, соответственно, значения f_C не превышают 50 – 100 ГГц. Типичные значения f_J в рабочей точке примерно на порядок меньше f_C и усиление исчезает для сигналов с частотой порядка 10 ГГц; ухудшаются и шумовые характеристики усилителя [A63].

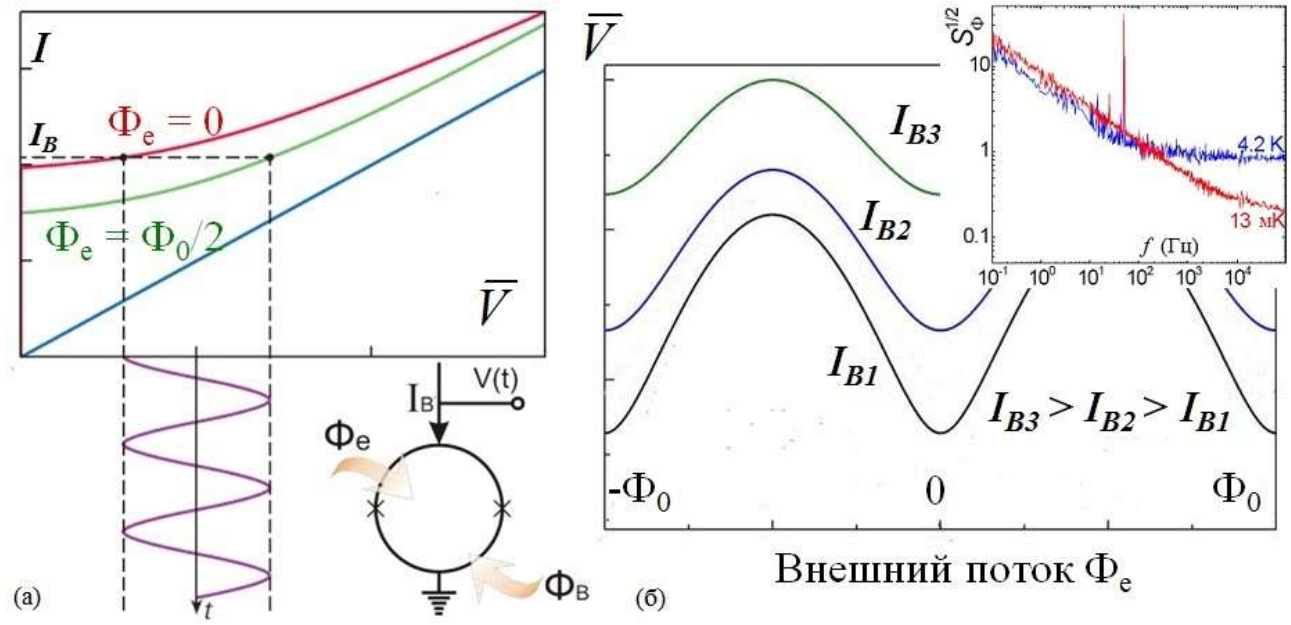


Рисунок 7.1.1 – Принципиальная схема элементарной ячейки активной широкополосной сверхпроводниковой антенны, её вольт-амперные (а) и вольт-потоковые (б) характеристики при разных значениях тока смещения интерферометра I_b, иллюстрирующие принцип преобразования магнитной компоненты сигнала в отклик напряжения. На вставке к рисунку (б) представлены по материалам работы [3] характерные спектральные плотности «магнитных» шумов для такой ячейки (выраженных в мкΦ_0/Гц$^{1/2}$).

Кроме того, проблемой для СВЧ-усилителей на основе классических СКВИДов (в том числе с многовитковой входной катушкой, обеспечивающей связь с сигналом) в частотном диапазоне выше 0.01 ГГц является нелинейный вид отклика на задаваемое извне магнитное поле. На достаточно высоких частотах представляется невозможным обеспечить требуемую линеаризацию отклика с использованием традиционных систем обратной связи.

Также без использования систем обратной связи для СКВИД-усилителей характерны малые значения динамического диапазона, то есть отношения максимального выходного сигнала *Vmax* к уровню шумов на выходе рассматриваемого устройства *Vf*, задающему уровень минимального сигнала на выходе устройства:

$$DR = Vmax / Vf.$$

В широкой полосе частот порядка 1 ГГц среднеквадратичную величину флуктуаций напряжения на современном СКВИДе можно оценить в 0.5 мкВ, а величина *Vmax* определяется обсуждавшимся ранее характерным напряжением V_C, и тогда динамический диапазон составляет примерно 34 дБ [4-16]. Это утверждение можно переформулировать следующим образом: несмотря на достаточно низкую шумовую температуру таких усилителей $T_N \approx 1…3$ K (характеризующую уровень шумов), одновременно низкая температура насыщения $T_{sat} \approx 100…150$ K (характеризующая уровень максимального выходного сигнала) приводит к слишком малому динамическому диапазону $D = T_{sat}/T_N$ СКВИД-усилителей. При этом диапазон, свободный от интермодуляционных искажений, будет, как минимум, на порядок меньше.

Подчеркнем, что традиционный способ борьбы за увеличение динамического диапазона за счет использования цепи эффективной обратной связи в гигагерцовом диапазоне представляется весьма проблематичным. В частности – из-за относительно невысокого значения коэффициента преобразования магнитного потока в отклик напряжения при использовании одного сверхпроводящего квантового интерферометра. Переход к использованию цепочек двухконтактных интерферометров позволяет увеличить динамический диапазон как при параллельном, так и при последовательном соединении в $\sqrt{N}$ раз (N – число ячеек цепочки):

– в случае параллельной цепочки максимальная величина отклика напряжения не зависит от N, а среднеквадратичное напряжение шумов уменьшается как $1/\sqrt{N}$;

– в случае последовательной цепочки среднеквадратичное напряжение шумов увеличивается пропорционально $\sqrt{N}$, в то время как максимальная величина отклика напряжения растет пропорционально числу N ячеек.

Переход от одного интерферометра постоянного тока к последовательной (или параллельно-последовательной) цепочке интерферометров позволяет также увеличивать амплитуду выходного сигнала и выходной импеданс.

Значительное увеличение динамического диапазона дает возможность эффективной работы без цепи обратной связи. Однако при этом на первое место выходит задача существенного повышения линейности характеристик такого устройства. Здесь может помочь либо линеаризация отклика напряжения на магнитный сигнал отдельной ячейки, либо сложение определенным образом откликов ячеек [A10, A11, 7-16].

Выражение для зависимости от магнитного поля напряжения на последовательной цепочке интерферометров общего вида (СКИФа), состоящей из N ячеек с одинаковыми криттоками переходов и пренебрежимо малыми индуктивностями, имеет вид:

$$\mathrm{V}(B) = \sum_{n=1}^{N} \mathrm{V}_C' \sqrt{(I_b / I_C')^2 - \left|\cos\left(\pi B S_n / \Phi_0\right)\right|^2} \qquad (7.1.1)$$

где V'_C и I'_C – характерное напряжение и критический ток одной ячейки, I_b – ток задания рабочей точки ячеек, S_n – площадь n-ой ячейки. Такая цепочка может преобразовать изменение магнитного поля в изменение напряжения между её концами. Но изменения напряжения на цепочке не прямо-пропорциональны изменениям магнитного поля, и любой сигнал будет передаваться с искажениями. В этом параграфе будет исследована «линейность» преобразования магнитного поля в напряжение и предложены способы, позволяющие добиться чрезвычайно малого искажения выходного сигнала без использования системы следящей обратной связи.

Необходимо напомнить, что нелинейные искажения – это искажения, проявляющиеся в появлении в частотном спектре выходного сигнала составляющих, отсутствующих во входном сигнале. Нелинейные искажения представляют собой изменения формы колебаний, проходящих через электрическую цепь, вызванные нарушениями пропорциональности между мгновенными значениями напряжения на входе этой цепи и на ее выходе. Количественно нелинейные искажения оцениваются *коэффициентом нелинейных искажений или коэффициентом гармоник*.

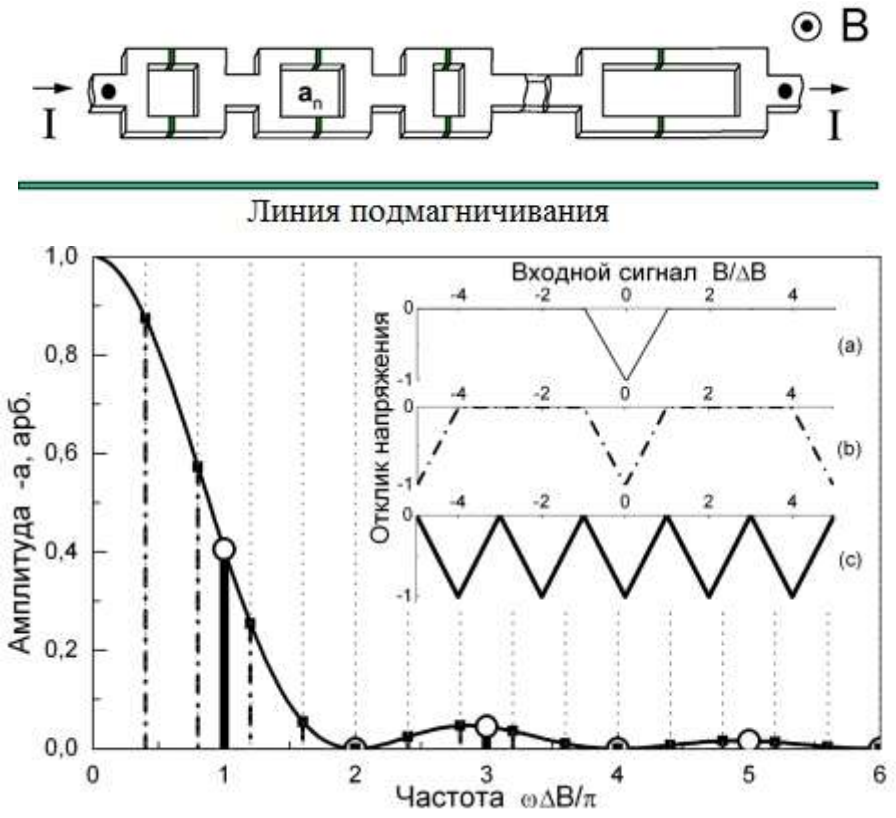


Рисунок 7.1.2 – Схематическое изображение последовательной цепочки интерферометров и дискретные спектры откликов треугольной формы с одинаковой шириной ΔB и различными периодами B_T, равными 5ΔB (штрих-пунктирная линия) и 2ΔB (жирная сплошная линия). На вставке показаны указанные периодические отклики (*b* и *c*), а также отклик с единственным треугольным пиком (*a*), который соответствует сплошному спектру, показанному сплошной линией [A63].

Для получения количественной оценки «линейности» преобразования $B \to \overline{V}$ произвольной цепочки интерферометров зависимость $V(B)$ разлагалась в ряд Тейлора вплоть до члена наперед заданной малости. Отношение $\chi(B)$ наибольших «нелинейных» слагаемых в разложении к «линейному» члену и было выбрано в качестве меры нелинейности рассматриваемого преобразования. Теоретический анализ показал, что для любых наборов площадей ячеек нелинейность отклика СКИФа *не может быть сделана меньше*, чем нелинейность отклика последовательной цепочки, состоящей из N одинаковых ячеек с площадью S_0. Для синтеза многоэлементной структуры, обеспечивающей высоколинейный отклик напряжения на магнитную компоненту входного сигнала, был разработан следующий метод [A63].

Шаг 1. Отклик напряжения двухконтактных интерферометров на однородное магнитное поле B является, как правило, периодической четной функцией, что позволяет представить его в виде ряда Фурье:

$$V(B) = \sum_n a_n \cos(n\omega_0 B) \qquad (7.1.2)$$

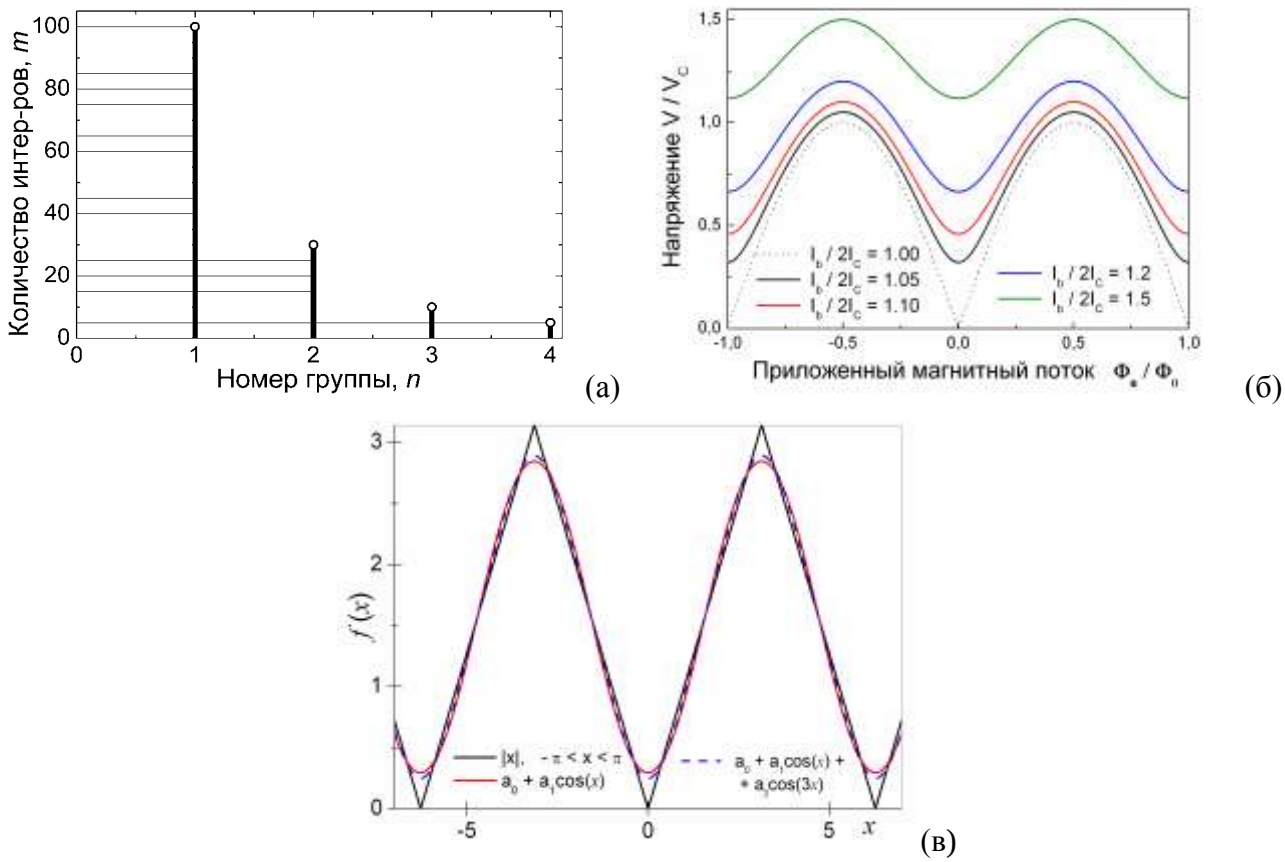


Рисунок 7.1.3 – Принцип формирования дискретного спектра посредством групп интерферометров с одинаковыми эффективными площадями. Каждой группе соответствует гармоника в спектре разложения периодического отклика, а амплитуда гармоники определяется количеством интерферометров в группе.

(б) Отклик напряжения двухконтактного интерферометра на приложенный магнитный поток при различных значениях тока смещения интерферометра I_b.

(в) Иллюстрация к получению треугольного периодического отклика вида $f(x) = |x|$ при $\pi < x < \pi$ с помощью частичных сумм ряда Фурье.

Численное моделирование вольт-потоковых характеристик отдельных двухконтактных интерферометров подтвердило, что по мере увеличения тока задания рабочей точки I_b, форма отклика интерферометра становится все ближе к функции «косинус». Период отклика соответствует одному кванту магнитного потока в элементарной ячейке, а это означает, что, например, просто увеличив площадь интерферометра вдвое, мы вправе ожидать, что и период по полю B сигнальной характеристики увеличится в два раза. Это позволяет ввести эффективную «частоту» интерферометра $\omega = 2\pi S/\Phi_0$ и свести задачу о синтезе высоколинейной последовательной цепочки интерферометров к задаче Фурье-анализа желаемого отклика $f(B)$, используя данные эффективные частоты. Основная частота ω_0 спектра периодического отклика соответствует минимальной площади в цепочке S_0, так что $\omega_0 = (2\pi/\Phi_0) \cdot S_0$.

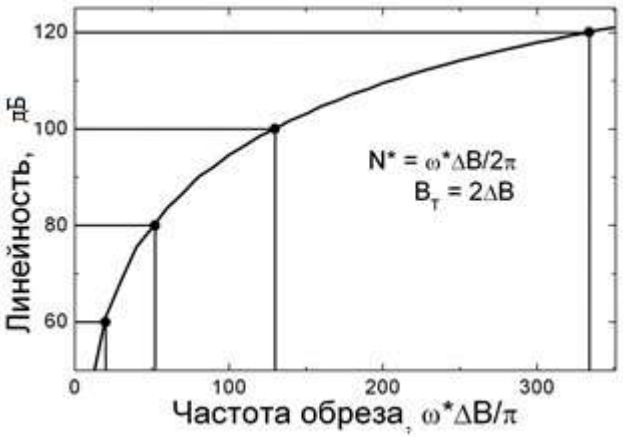


Рисунок 7.1.4 – Зависимость величины линейности треугольного отклика напряжения от частоты среза его спектра [A12].

Шаг 2. Для получения периодического треугольного отклика амплитуды гармоник в «конструируемом спектре» должны распределяться по закону $(sinc)^2$, а именно:

$$V(B) = A\sum_n \frac{\sin^2(n\omega_0\Delta B/2)}{(n\omega_0\Delta B/2)^2}\cdot\cos(n\omega_0 B), \qquad (7.1.3)$$

где $2\Delta B$ – ширина треугольника, $\omega_0 = 2\pi/B_T$, B_T – период отклика напряжения на магнитное поле B. На Рисунке 2 представлены дискретные спектры откликов треугольной формы с одинаковой шириной ΔB и различными периодами B_T, равными $5\Delta B$ (штрих-пунктирная линия) и $2\Delta B$ (жирная сплошная линия). На вставке показаны данные периодические отклики (*b* и *c*), а также отклик с единственным треугольным пиком, который соответствует непрерывному спектру, показанному сплошной линией (*a*). Необходимо отметить, что спектр отклика напряжения с минимальным периодом $B_T = 2\Delta B$ содержит только гармоники с нечетными номерами, амплитуды которых уменьшаются с ростом n как:

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x\cos(nx)\,dx = \frac{2}{\pi n^2}\left(\cos(\pi n)-1\right) \qquad (7.1.4)$$

Требуемую сумму гармонических откликов можно получить, используя последовательную цепочку интерферометров, характеризующихся синусоидальной формой отклика. При этом цепочка должна состоять из большого числа групп одинаковых интерферометров. Каждая n-я группа содержит определенное число интерферометров с одинаковыми эффективными площадями $S_n = n\omega_0\Phi_0/2\pi$, где $\omega_0 = 2\pi/B_T$. Число интерферометров m_n в группе должно быть таким, чтобы амплитуда a_n отклика n-ой группы удовлетворяла выражению $a_n = A\cdot sin^2(n\omega_0\Delta B/2)/(n\omega_0\Delta B/2)^2$, где A – некоторый «общий» множитель. Такой подход к проектированию спектральных компонент с использованием групп интерферометров одинаковой эффективной площади проиллюстрирован на Рисунке 3. Вопрос о влиянии конечного количества групп в реальной цепочке на линейность отклика напряжения рассмотрен ниже.

Шаг 3. Оценка линейности преобразования магнитной компоненты сигнала в отклик напряжения базируется на Рисунке 4, где представлена зависимость степени линейности треугольного отклика от частоты среза ω^* спектра отклика напряжения. Частота среза не зависит от периода отклика B_T, но количество необходимых гармонических компонент N^* зависит. Для отклика с минимальным периодом, $B_T = 2\Delta B$, общее количество компонент N^* задается половиной значения нормированной частоты среза $\omega^*/\omega_0 = \omega^* \Delta B/2\pi$.

Такую цепочку, характеризующуюся высоколинейным треугольным откликом, можно назвать LRA – Linear Response Array (цепочка с линейным откликом). Целесообразно сделать следующую количественную оценку для последовательной LRA структуры (с откликом "*c*", показанным на Рисунке 2), задаваясь, например, линейностью отклика напряжения на уровне 80 дБ. Согласно зависимости, приведенной на Рисунке 4, необходимо сформировать 25 групп интерферометров для обеспечения 25 нечетных гармонических компонент отклика цепочки. Эффективные площади интерферометров, определяющие период отклика, должны убывать от группы к группе как периоды нечетных гармоник. В том случае, когда все используемые интерферометры характеризуются одинаковой амплитудой гармонического отклика, число интерферометров в этих группах должно убывать как $1/(2n\text{-}1)^2$, где номер группы принимает значения n =1, 2, .. 25. Если для формирования 1-й группы взять, например, 1000 последовательно включенных интерферометров, то полное число интерферометров в такой LRA должно будет составлять 1250, что не представляет, как было показано выше, серьезных проблем на современном уровне развития технологии.

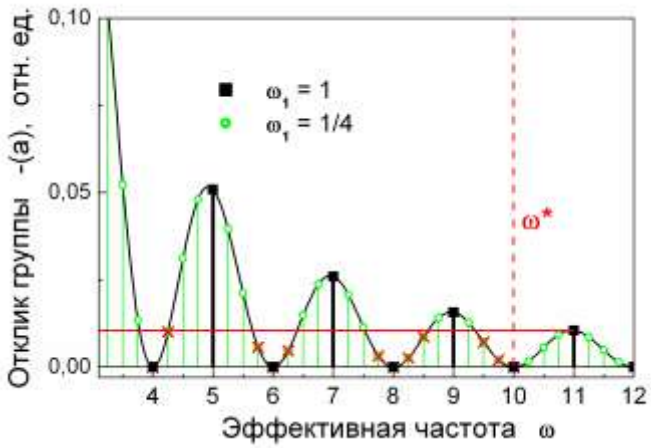


Рисунок 7.1.5 – К оценке нелинейности отклика, вызванной конечностью числа использованных групп. Здесь ω* – частота отсечки. Все группы интерферометров, для которых эффективная частота больше частоты отсечки, в цепочке отсутствуют. Нелинейная часть отклика определяется амплитудой отклика «отброшенных» групп.

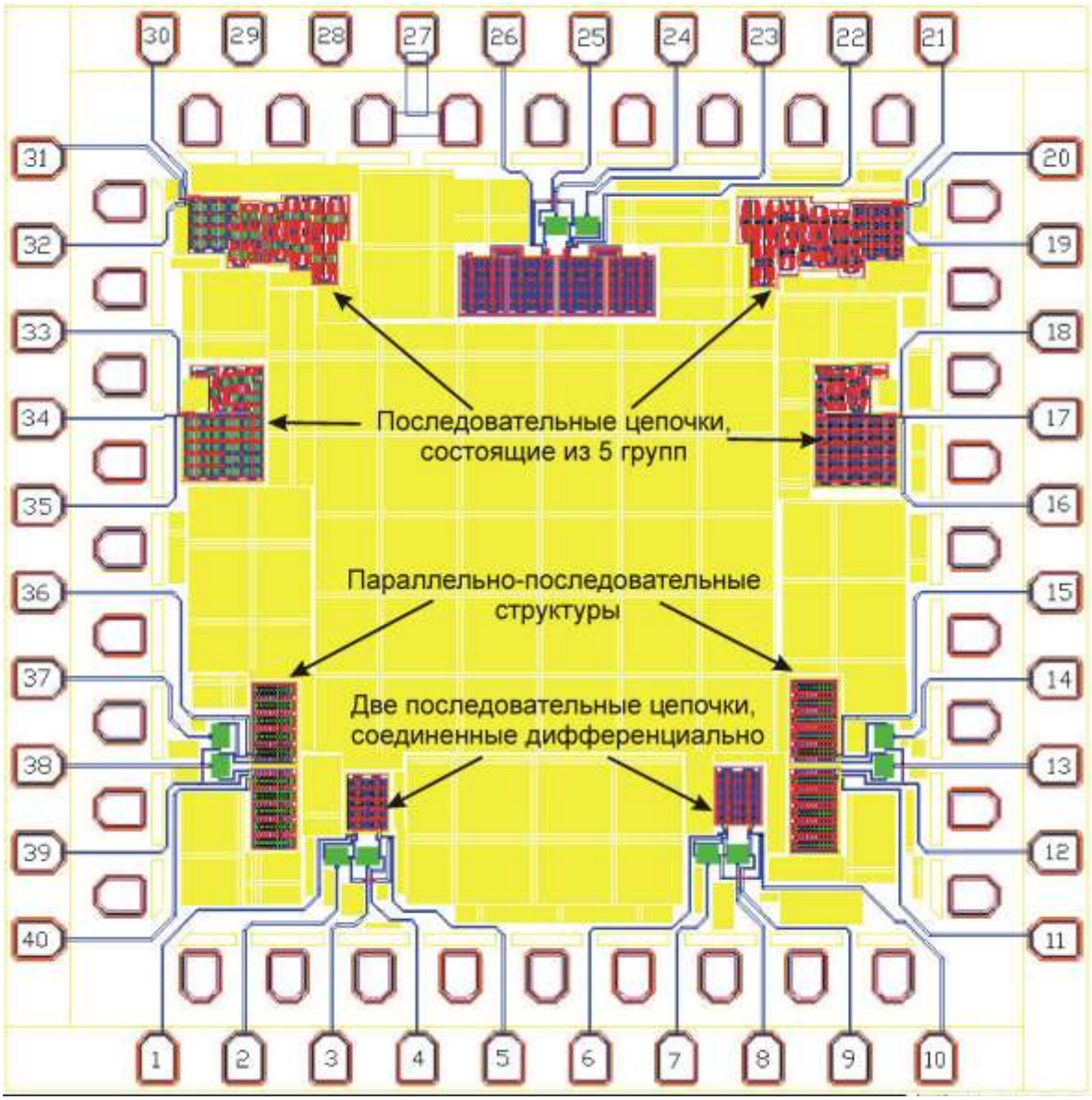


Рисунок 7.1.6 – Фотошаблон чипа (5×5 мм^2), содержащего (*i*) две пары одинаковых цепочек из 20 интерферометров, соединенных дифференциально; пары цепочек отличаются параметром МакКамбера (β_C = 0.2 и β_C = 0.1); (*ii*) две пары параллельно-последовательных структур с дифференциальным соединением частей, представляющие собой 10 рядов регулярных параллельных цепочек по 10 переходов; (*iii*) четыре последовательные структуры, каждая из которых состоит из пяти групп интерферометров; цепочки отличаются количеством интерферометров в группах и параметрами переходов. Синим и красным цветами показаны участки цепи, выполненные в сверхпроводящих слоях, зеленым – в резистивном слое.

Можно составить более общую последовательную цепочечную структуру, в состав которой входит несколько LRA-структур. Если периодические треугольные отклики напряжения этих LRA-структур на магнитное поле имеют различные значения периода B_T, но одну и ту же ширину отклика 2ΔB, то отклик всей структуры будет иметь единственный большой треугольный пик в нуле магнитного поля. Такую цепочку можно назвать LR SQIF – Linear Response

SQIF (СКИФ с линейным откликом). Спектр отклика LR SQIF состоит из набора основных частот $\omega_0 \Delta B/\pi \leq 1$ и их гармоник на частотах $\omega \Delta B/\pi > 1$, а амплитуды отклика распределены по указанному закону, близкому к *sinc*. Как и в случае обычного СКИФ, отклик напряжения такого LR SQIF характеризуется квазиравномерным дискретным спектром в диапазоне, определяемом максимальной и минимальной площадью петель.

Для примера на Рисунке 6 показан проект фотошаблона, при помощи которого были сформированы интегральные схемы нескольких прототипов разработанных многоэлементных структур и отдельные цепочки интерферометров.

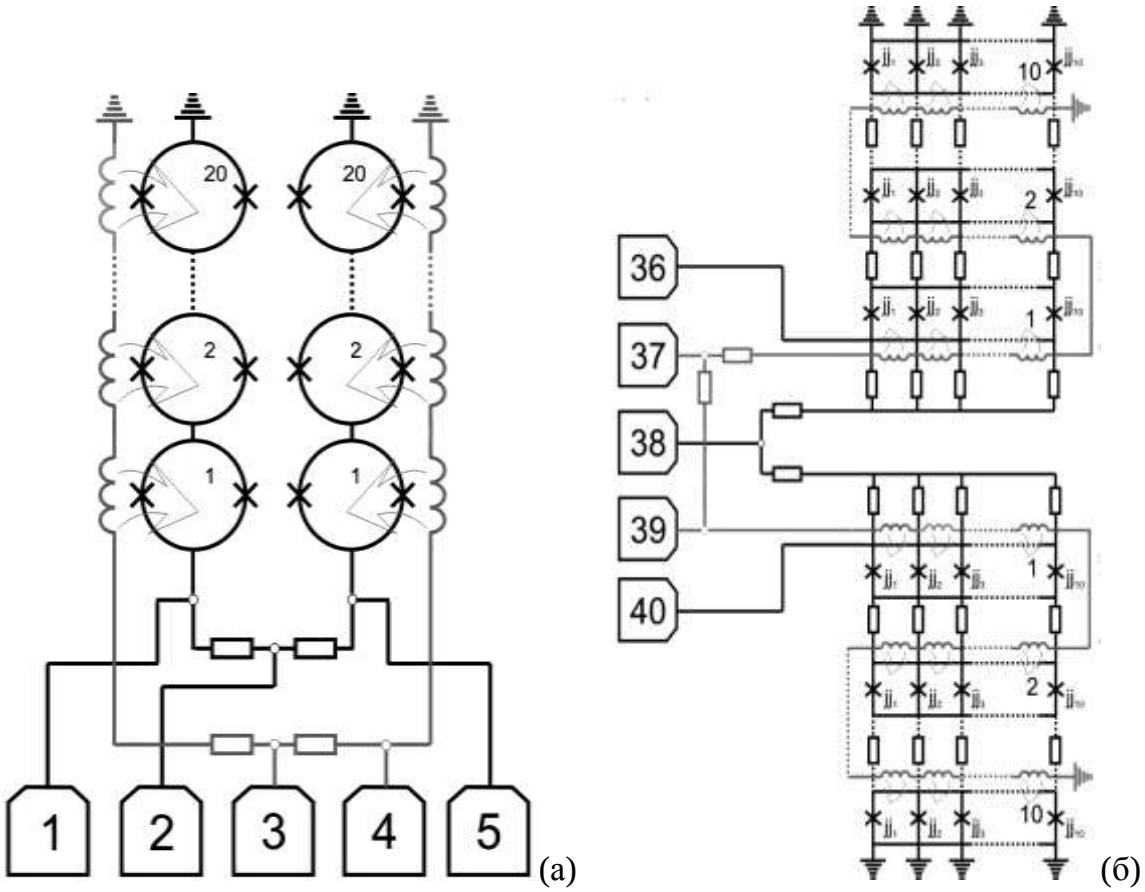
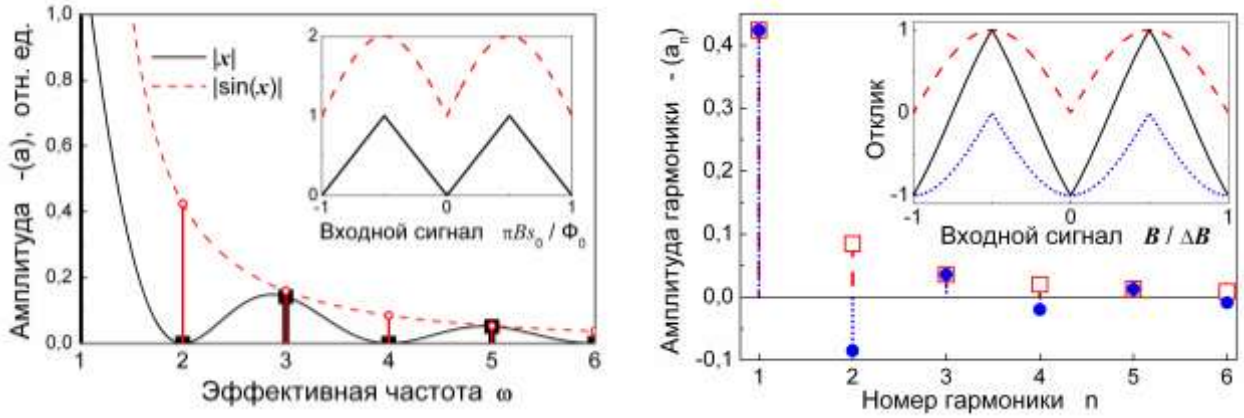


Рисунок 7.1.7 – Принципиальные схемы двух структур, которые размещены на фотошаблоне, показанном на предыдущем рисунке. (а) Дифференциально соединенные последовательные цепочки интерферометров. (б) Параллельно-последовательная структура. Показаны контактные площадки, к которым подключены цепи задания тока смещения цепочек и тока, задающего магнитный поток в ячейки цепочек.

На Рисунке 7 показаны принципиальные схемы двух структур, размещенных на данном фотошаблоне: две дифференциально соединенные последовательные цепочки интерферометров и параллельно-последовательная структура. Показаны контактные площадки, к которым подключены цепи задания тока смещения цепочек и тока, задающего магнитный поток в ячейки цепочек. Нумерация контактных площадок соответствует нумерации, введенной на предыдущем рисунке.

На одном из других фотошаблонов была сформирована последовательная цепочка из N = 4800 двухконтактных интерферометров. Задача такой структуры – продемонстрировать возможность изготовления сверхдлинных цепочек, необходимых для получения высокого динамического диапазона и высокой линейности отклика напряжения. Кроме того, эта структура использовалась для исследования геометрических резонансов, возникающих в отрезке микрополосковой линии, образованном этой цепью (обсуждение этого блока экспериментальных данных представлено в следующем параграфе).



(а) (б)

Рисунок 7.1.8 – (а) Спектры периодического треугольного отклика $|\pi BS_0/\Phi_0|$ и периодического отклика $|sin(\pi BS_0/\Phi_0)|$, огибающие которых представлены соответственно штриховой и сплошной линиями. На вставке показаны данные отклики.

(б) Спектр отклика напряжения двухконтактного интерферометра с пренебрежимо малой индуктивностью при токе смещения $I_b = 2I_C$: интерферометра, не смещенного магнитным потоком (штриховые линии красного цвета), и дифференциально включенного интерферометра, смещенного потоком $\Phi_0/2$ (пунктирные линии синего цвета). На вставке представлены оба отклика и результирующий треугольный отклик дифференциальной структуры [А12].

Из анализа «спектральных разложений» как требуемого, так и наблюдаемого в реальности отклика отдельной ячейки естественным образом вытекает физическое обоснование для другого перспективного способа синтеза высоколинейных джозефсоновских структур с треугольным периодическим откликом (период $B_T = 2\Delta B$). Суть этого подхода, основанного на дифференциальном соединении последовательных цепочек интерферометров, смещенных током I_b , равным критическому току интерферометров $2I_C$ (так называемое «критическое» смещение интерферометров), проиллюстрирована на Рисунке 8.

В пределе пренебрежимо малых индуктивностей отклик двухконтактного интерферометра на магнитное поле B может быть записан аналитически:

$$V(B) = V_C\sqrt{(I_b/2I_C)^2 - \left|\cos(\pi BS_0/\Phi_0)\right|^2}\,, \qquad (7.1.5)$$

где S_0 – площадь интерферометра, I_C – критический ток джозефсоновских контактов, I_b – ток

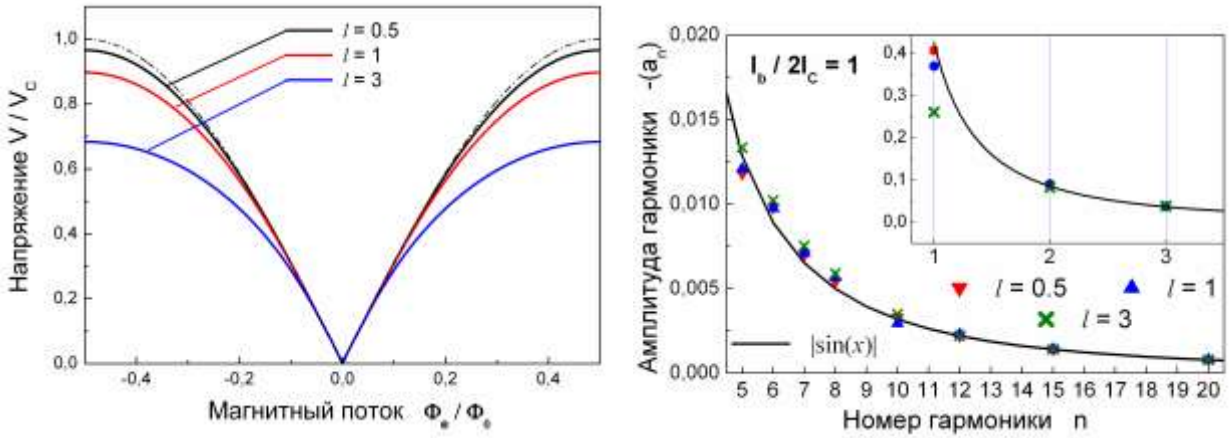
смещения интерферометра. По мере приближения величины I_b к величине критического тока интерферометра $2I_C$ форма отклика все больше отличается от синусоидальной, и при $I_b = 2I_C$ выражается следующей формулой:

$$V(B) = V_C \left|\sin(\pi B S_0 / \Phi_0)\right|. \qquad (7.1.6)$$

Спектр такого отклика содержит большое число гармоник, амплитуда которых монотонно убывает с увеличением номера по следующему закону:

$$V(B) = \left|\sin\left(\frac{\pi B S_0}{\Phi_0}\right)\right| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(n\omega_0 B\right); \quad a_n(\omega_0) = \frac{C}{n^2 - 1}. \qquad (7.1.7)$$

Здесь снова ω_0 – эффективная частота, соответствующая площади S_0, C – константа. Если в выражении удалить все четные гармоники, то получится практически требуемый спектр с небольшими отличиями для основных гармоник.



(а) (б)

Рисунок 7.1.9 – (а) Спектры откликов интерферометра, рассчитанные для различных заданных значений тока смещения I_b. (б) Спектры откликов интерферометра, рассчитанные для различных заданных значений нормированной индуктивности кольца l при величине тока смещения $I_b = 2I_C$. Для сравнения сплошной линией показана огибающая спектра отклика сквида с нулевой индуктивностью.

Можно легко показать, что приложение к интерферометру магнитного потока в половину кванта приводит к изменению знаков всех нечетных гармонических компонент спектра. Этот факт подводит нас к идее использовать дифференциальное соединение двух интерферометров (или двух последовательных цепочек интерферометров), один из которых не смещен магнитным полем, а второй – смещен потоком $\Phi_0/2$, для получения спектра отклика, состоящего только из нечетных гармоник ряда. На Рисунке 8 показаны спектр отклика интерферометра без смещения магнитным потоком и спектр инвертированного отклика СКВИДа, смещенного потоком $\Phi_0/2$. На вставке показаны данные отклики, а также результирующий треугольный отклик,

соответствующий дифференциальному включению $\Phi_0/2$-смещенного и несмещенного СКВИДов.

Предложенную идею дифференциального соединения двух интерферометров легко расширить и на дифференциальное соединение цепочек, состоящих из последовательно соединенных интерферометров при значении тока смещения рабочей точки $I_b = 2I_C$. В одной из цепочек каждый интерферометр должен быть смещен потоком $\Phi_0/2$. Дополнительный поток $\Phi_0/4$ приложен ко всем интерферометрам для того, чтобы зафиксировать рабочую точку посередине линейного участка отклика структуры. Принципиальная схема такого устройства представлена на рисунке выше.

Возможно и дальнейшее увеличение линейности отклика напряжения. Для этого необходимо добавить в цепочку несколько интерферометров, отклик которых близок к гармоническому, т. е. интерферометров, для которых общий ток смещения цепочки значительно превышает величину их критического тока ($I_b > 3I_C$). Эти дополнительные ячейки включаются в цепочку в количестве, необходимом для того, чтобы исправить первую и другие начальные спектральные компоненты и приблизить результирующий спектр к требуемому виду.

Среди основных факторов, мешающих получить предельную линейность усиления с помощью дифференциального соединения последовательных цепочек интерферометров, следует выделить следующие:

(*i*) конечная индуктивность интерферометра, которая приводит к тому, что отклик уже не описывается точно используемым выражением,

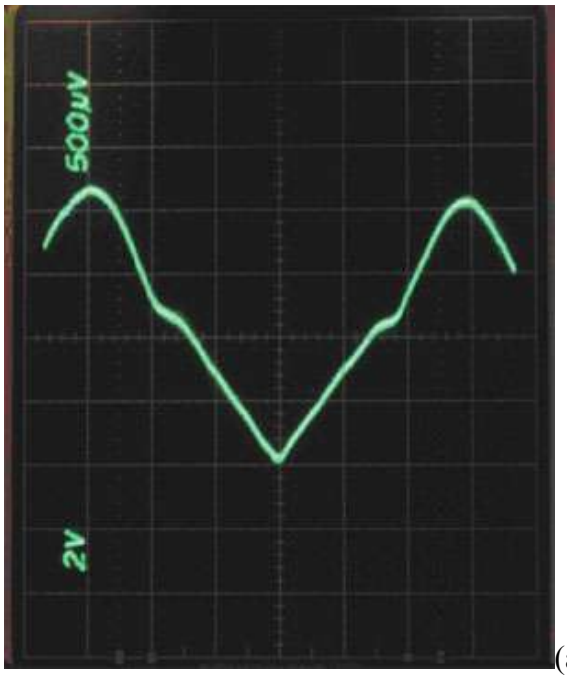
(*ii*) возможные технические трудности точного задания величины тока задания рабочей точки интерферометров $I_b = 2I_C$, что необходимо для получения требуемого вида отклика интерферометров,

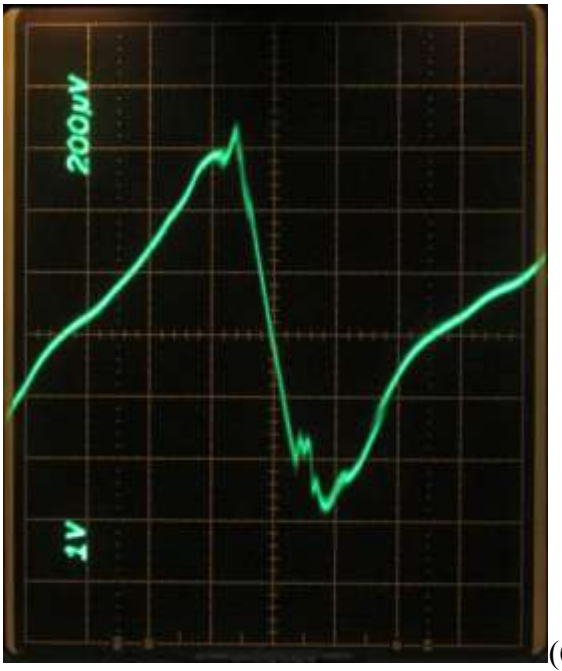
(*iii*) технологический разброс критических токов джозефсоновских контактов.

Все это ведет к тому, что спектры откликов последовательных цепочек интерферометров, смещенных током $I_b = 2I_C$, не будут описываться выражением (7.1.7), а, следовательно, спектр выходного сигнала дифференциальной структуры на основе таких цепочек будет содержать нелинейные компоненты.

Было исследовано влияние конечной индуктивности интерферометра на спектр его отклика при токе смещения $I_b = 2I_C$. Спектры откликов были получены путем точного численного моделирования динамики интерферометров с помощью высокопроизводительного программного комплекса PSCAN Рассчитанные отклики, примеры которых можно видеть на Рисунке 9, *а*, разлагались в спектр по гармоникам ряда Фурье. На Рисунке 9, *б* показано изменение величины спектральных компонент, обусловленное конечным значением индуктивности *l*. Видно, что сильнее всего индуктивность интерферометра влияет на величину первых гармонических ком-

понент спектра отклика интерферометра, смещенного током $I_b = 2I_C$; с ростом номера гармоники относительная величина изменения амплитуды гармоники достаточно быстро падает.



(а)


(б)

Рисунок 7.1.10 – (а) Отклик напряжения на приложенный магнитный поток последовательной цепочки, состоящей из пяти групп интерферометров с кратными площадями. Масштаб по оси токов 500 мкА/дел, по оси напряжений 2 В/дел.
(б) Отклик напряжения на приложенный магнитный поток двух дифференциально включенных параллельных цепочек, состоящих из девяти одинаковых интерферометров каждая. Масштаб по оси токов 200 мкА/дел, по оси напряжений 1 В/дел.

Таким образом, используя предложенный выше способ исправления первых гармонических компонент с помощью дополнительных сильно смещенных интерферометров с гармоническими откликами, можно получить многоэлементную структуру с достаточно высокой линейностью отклика напряжения. Численные расчеты показали, что развитие описанных в настоящем параграфе концепций позволяет в пределе довести линейность синтезированного вольт-потокового преобразования до уровня 100 дБ и выше.

7.2. Многоэлементные джозефсоновские системы в активных электрически-малых антеннах

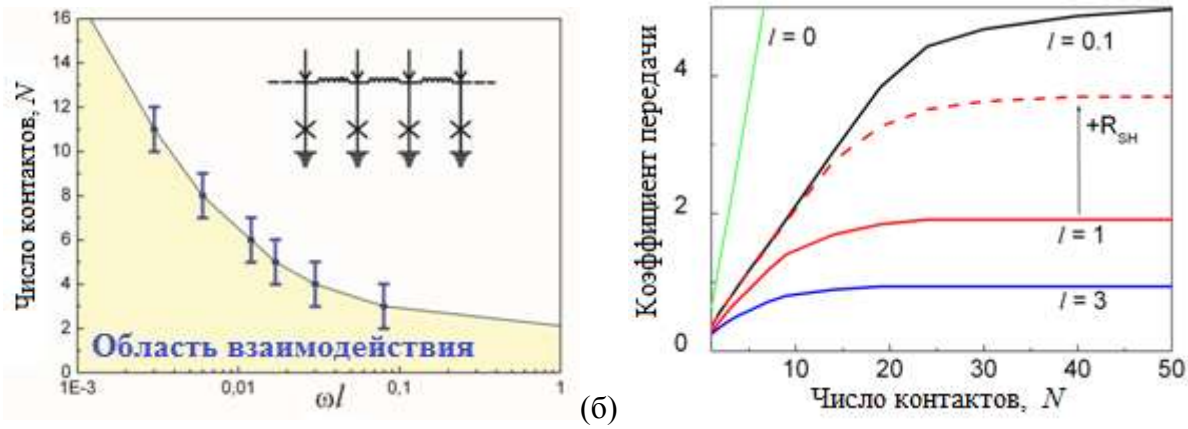
Пассивные (линейные) антенные устройства способны и превращать поступающую от передатчика энергию электромагнитных колебаний в энергию распространяющихся в пространстве волн, и «принимать» упомянутые волны, превращая их в энергию в энергию электромагнитных колебаний в цепях приемника. При этом наиболее эффективны пассивные антенны, когда их характерный физический размер кратен целому числу полуволн принимаемого сигнала. Но различные соображения (и в первую очередь – требования компактности) заставляют зачастую использовать электрически малые антенны (ЭМА) с размерами, малыми по сравнению с длиной волны на рабочей частоте принимаемого сигнала. Использование сверхпроводящих материалов позволяет существенно увеличить добротность и выходную мощность пассивной магнитной антенны, однако при этом резко сужается рабочая полоса частот и возрастают проблемы согласования с внешними цепями. Для создания на основе описанных выше многоконтактных джозефсоновских структур высокоэффективной ЭМА не требуется какой-либо входной широкополосной линии. Цепочки сверхпроводящих квантовых интерферометров, превращая поток вектора магнитной индукции электромагнитной волны (магнитный сигнал) в напряжение, выполняют одновременно и прием, и усиление сигнала. При этом отдаваемая в нагрузку антенны мощность в основном поступает от источника постоянного тока, задающего рабочую точку элементов системы, то есть не является мощностью, полученной от принимаемой волны, и может быть достаточно большой, что позволяет называть рассматриваемые антенные системы активными [1-5].

Взаимодействие джозефсоновских контактов друг с другом играет принципиально важную роль в формировании всех базовых характеристик многоэлементных структур, включая вольт-амперную характеристику (ВАХ) и вольт-полевую характеристику, то есть отклик напряжения на приложенное магнитное поле [6-10]. Технические аспекты таких взаимодействий, важные для оптимизации характеристик антенного тракта КШСС и исследования возможностей масштабирования найденных ранее решений, составляют предмет данного параграфа.

Число джозефсоновских элементов, с которыми взаимодействует каждый из джозефсоновских контактов многоэлементной структуры, определяется радиусом взаимодействия джозефсоновских контактов в этой структуре. Поэтому установление необходимой величины радиуса взаимодействия является крайне важным для достижения требуемых характеристик (динамического диапазона и линейности) многоэлементной структуры.

Параллельные многоэлементные джозефсоновские структуры. К таким структурам относятся цепочки параллельно включенных (по постоянному току питания) джозефсоновских

контактов и параллельные СКИФ (сверхпроводящие интерференционные фильтры) – параллельные цепочки с определенным законом распределения эффективных площадей интерферометров. Величина импеданса сверхпроводящих индуктивностей L, соединяющих соседние джозефсоновские контакты, определяет величину радиуса взаимодействия джозефсоновских элементов в таких цепочках. В резистивном состоянии, обусловленные явлением джозефсоновской генерации высокочастотные токи в каждом из элементов цепочки формируются под воздействием всех соседних джозефсоновских элементов в пределах частотозависимого радиуса взаимодействия. На Рисунке 1, *а* показана рассчитанная численно зависимость радиуса взаимодействия (числа джозефсоновских контактов в пределах радиуса) от нормированной величины импеданса индуктивностей связи ωl. Здесь ω – частота, нормированная на характерную частоту джозефсоновского контакта, $l = L/L_C$, где $L_C = \Phi_0/(2\pi I_C)$ – характерная индуктивность джозефсоновского контакта. В силу особенностей эффекта Джозефсона отклик напряжения параллельной структуры формируется через самодетектирование результирующей джозефсоновской генерации, изменяющейся под действием приложенного магнитного поля, и поэтому форма отклика и, следовательно, крутизна вольт-потокового преобразования зависят от величины радиуса взаимодействия джозефсоновских элементов на частоте джозефсоновской генерации $\Omega_J \sim \Omega_C$.

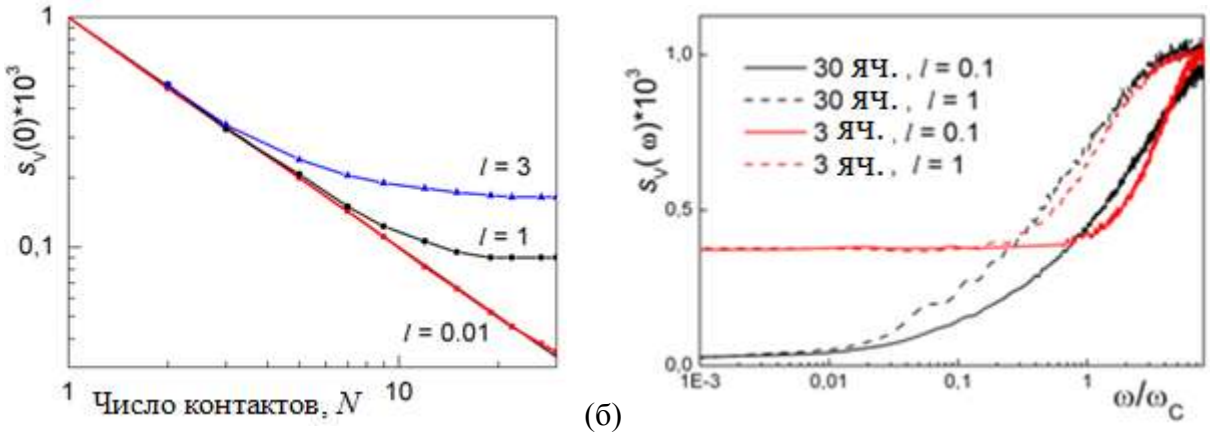


(а) (б)

Рисунок 7.2.1 – (а) Рассчитанная численно зависимость радиуса взаимодействия (числа джозефсоновских контактов в пределах радиуса взаимодействия) от нормированной величины импеданса индуктивностей связи ωl. (б) Зависимость крутизны отклика напряжения $dV/d\Phi$ параллельной цепочки от числа джозефсоновских контактов при различной нормированной величине индуктивности l, связывающей джозефсоновские элементы. Зависимость, показанная пунктирной линией, соответствует случаю, когда индуктивности с нормированной величиной $l = 1$ шунтированы малым сопротивлением $R_{sh} = 0{,}1R_N$ для уменьшения импеданса на высокой частоте и увеличения радиуса взаимодействия [А17].

На Рисунке 1, *б* показана зависимость крутизны отклика напряжения d*V*/dΦ от числа джозефсоновских контактов в цепочке при различной нормированной величине индуктивности l, связывающей джозефсоновские элементы. Крутизна отклика растет при увеличении числа джозефсоновских элементов до тех пор, пока размеры цепочки не превысят радиус взаимодействия на частоте джозефсоновской генерации, после чего крутизна отклика остается неизменной.

Радиус взаимодействия на низкой, сигнальной, частоте $\omega_J << \omega_C$ определяет возможности увеличения динамического диапазона за счет уменьшения среднеквадратичной величины теплового шума на частоте принимаемого сигнала с ростом числа джозефсоновских элементов. Действительно, поскольку тепловые шумы, порождаемые нормальными сопротивлениями джозефсоновских переходов, являются независимыми, необходимо складывать дисперсии флуктуационных токов $(I_f)^2$, и тогда результирующее среднеквадратичное значение флуктуационного напряжения на параллельной цепочке $V_f = (R_n / N)\sqrt{N \cdot I_f^2} = R_n I_f / \sqrt{N}$ будет уменьшаться как $\sqrt{N}$, но только до тех пор, пока число джозефсоновских элементов не превысит радиус взаимодействия на рассматриваемой сигнальной частоте. На Рисунке 2, *а* показана рассчитанная численно зависимость спектральной плотности низкочастотного ($\omega/\omega_C = 10^{-3}$) шумового напряжения на параллельной цепочке от числа джозефсоновских элементов при различных значениях нормированной индуктивности связи [A17]. Из рисунка видно, что уменьшение спектральной плотности шумового напряжения прекращается по мере достижения цепочкой размеров радиуса взаимодействия, и при дальнейшем росте числа джозефсоновских элементов спектральная плотность шумового напряжения не изменяется.



(а) (б)

Рисунок 7.2.2 – (а) Зависимость спектральной плотности шумов напряжения на низкой частоте ($\Omega/\Omega_C = 10^{-3}$) от количества джозефсоновских элементов в цепочке, рассчитанная численно для разных значений нормированной индуктивности связи. (б) Частотная зависимость спектральной плотности шумового напряжения $S_v(\omega)$ на параллельных цепочках, содержащих 4 джозефсоновских перехода (3 ячейки) и 31 джозефсоновский контакт (30 ячеек) при двух значениях нормированной величины индуктивностей связи $l = 1$ и $l = 0.1$ [A17].

На Рисунке 2, б показана рассчитанная частотная зависимость нормированной спектральной плотности шумового напряжения $s_v(\omega)$ на параллельных цепочках, содержащих 4 джозефсоновских контакта (3 ячейки) и 31 джозефсоновский контакт (30 ячеек) при двух значениях нормированной величины индуктивностей связи $l = 1$ и $l = 0{,}1$. На достаточно низкой частоте, когда величина радиуса взаимодействия превышает размеры цепочек, спектральная плотность напряжения шумов на цепочках меньше, чем для одного джозефсоновского контакта, соответственно в $\sqrt{4}$ и $\sqrt{31}$ раз. При увеличении частоты данное значение спектральной плотности сохраняется до тех пор, пока радиус взаимодействия не превысит размер цепочки, после чего после чего с ростом частоты наблюдается увеличение спектральной плотности до значения, соответствующего одному джозефсоновскому элементу. Действительно, если размеры цепочки больше, чем радиус взаимодействия, то спектральная плотность напряжения шумов на цепочке будет меньше спектральной плотности шумов для одного джозефсоновского элемента только в $\sqrt{N_R}$ раз, где N_R – число джозефсоновских контактов в пределах радиуса взаимодействия. С ростом частоты число N_R уменьшается и выходит на свое предельное значение, равное единице.

Таким образом, конечная величина радиуса взаимодействия джозефсоновских контактов в параллельной цепочке ограничивает возможность увеличения крутизны отклика напряжения и уменьшения напряжения шумов на цепочке за счет увеличения числа джозефсоновских элементов. В свою очередь, это накладывает ограничения на возможность увеличения динамического диапазона преобразования магнитного сигнала в напряжение на цепочке за счет увеличения числа джозефсоновских элементов.

Последовательные многоэлементные джозефсоновские структуры. Последовательное включение элементов применяется для увеличения амплитуды выходного сигнала и увеличения динамического диапазона преобразования магнитного сигнала в напряжение. Действительно, при последовательном включении СКВИДов или СКИФ величина отклика напряжения пропорциональна числу N ячеек цепочки, среднеквадратичное напряжение шумов растет как $\sqrt{N}$, и, в результате, динамический диапазон увеличивается пропорционально $\sqrt{N}$. При этом какое-либо взаимодействие между ячейками последовательной структуры не только не требуется, но и является крайне вредным. Поэтому при создании последовательных структур необходимо принимать меры, направленные на предотвращение взаимодействия или, по крайней мере, на существенное уменьшение степени и радиуса взаимодействия.

Электродинамическая связь между элементами последовательной джозефсоновской структуры может устанавливаться через паразитные цепи, в образовании которых участвуют взаимные индуктивности между ячейками структуры и общей линией задания магнитного (входного) сигнала, паразитные емкости между элементами ячеек и общим сверхпроводящим

экраном, если такой экран используется, а также цепь нагрузки последовательной структуры. В резистивном состоянии последовательной цепочки через паразитные цепи протекают токи с частотой джозефсоновской генерации, и, в зависимости от импеданса паразитных цепей, на вольт-амперной и вольт-полевой характеристиках последовательной структуры появляются крайне нежелательные особенности, в том числе, резонансного типа, а также особенности, обусловленные явлением взаимной синхронизации джозефсоновской генерации.

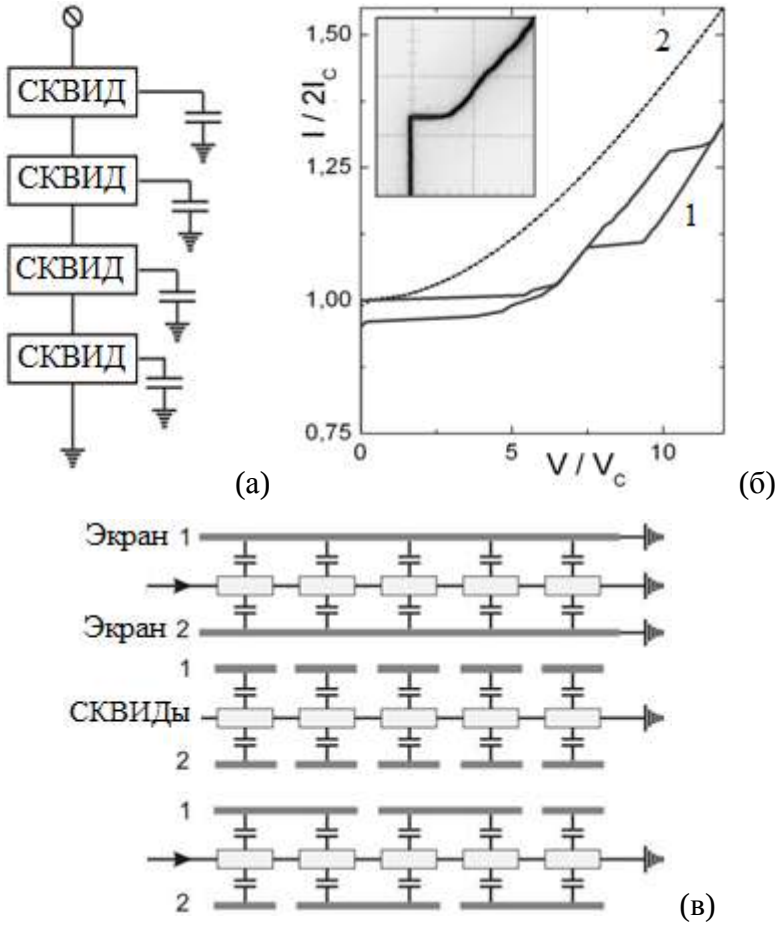


Рисунок 7.2.3 – (а) Принципиальная схема последовательной джозефсоновской цепочки с паразитными ёмкостями «на землю».

(б) Рассчитанные ВАХ цепочки из 10 сквидов (би-сквидов) с учетом паразитных ёмкостей (сплошная кривая) и без оного (пунктирная кривая). На вставке представлена типичная ВАХ последвоательной цепочки, полученная в эксперименте.

(в) Формирование паразитных емкостей в типичной планарной технологии изготовления джозефсоновских структур и различные варианты формирования экранов [А16, А17].

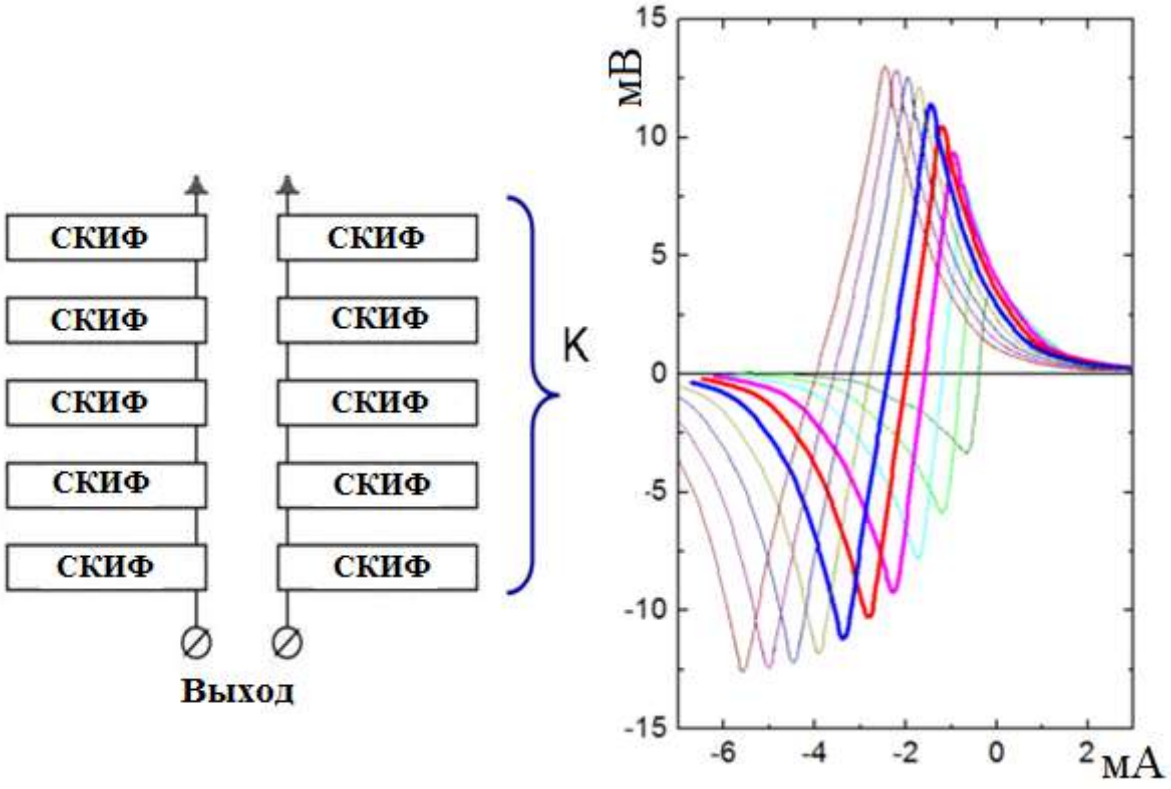
В идеальном случае последовательной цепочки, состоящей из абсолютно одинаковых ячеек, частота джозефсоновской генерации будет одна и та же для всех элементов цепочки, и явление синхронизации не будет проявляться. В практической ситуации всегда имеет место определенный технологический разброс критических токов джозефсоновских контактов, который

обуславливает соответствующий разброс частот джозефсоновской генерации для последовательно включенных ячеек. В этом случае при достаточном сближении частот по мере изменения тока питания цепочки будет происходить взаимный захват частот генерации ячеек, что приведет к появлению на ВАХ соответствующих особенностей в силу устанавливаемой эффектом Джозефсона однозначной связи между частотой джозефсоновской генерации и постоянной составляющей напряжения. Если последовательная джозефсоновская структура представляет собой не регулярную цепочку, а последовательный СКИФ (сверхпроводящий интерференционный фильтр), в котором параметры ячеек изменяются в пределах определенного диапазона, явление синхронизации будет также приводить к нарушению требуемого вида ВАХ и формы отклика напряжения.

Для устранения влияния паразитных цепей, в образовании которых ключевую роль играют паразитные емкости между элементами ячеек и общим сверхпроводящим экраном, для последовательных структур была предложена специальная топология, в рамках которой каждая ячейка цепочки имеет индивидуальный экран, не соединенный гальванически с экранами других ячеек.

Параллельно-последовательные джозефсоновские структуры. Для описания свойств таких структур необходимо использовать два радиуса взаимодействия: радиус взаимодействия между параллельно включенными элементами и радиус взаимодействия между последовательно включенными частями двумерной структуры. Роль каждого из этих радиусов взаимодействия и, следовательно, требования к ним остаются такими же, как и для одномерных параллельных и последовательных структур. В то же время, использование двумерных параллельно-последовательных структур позволяет обойти те ограничения, которые имеют место для одномерных цепочек. В частности, использование параллельно-последовательных структур дает ключ к решению задачи существенного увеличения динамического диапазона без создания дополнительных проблем согласования с нагрузкой.

Изложенные соображения учитывались при проектировании параллельно-последовательных структур, каждое звено которых представляет собой параллельный СКИФ из 10 джозефсоновских контактов с найденным из численного моделирования оптимальным распределением площадей ячеек. При этом параллельные структуры были спроектированы так, что все джозефсоновские переходы взаимодействовали друг с другом. Образцы были изготовлены на основе ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских контактов 4.5 кА/см^2. Экспериментально полученный отклик напряжения дифференциального соединения двух последовательных цепочек из K = 108 СКИФов представлен на Рисунке 4, *б*. Результат измерений хорошо совпал с данными численного расчета.



(*а*) (*б*)

Рисунок 7.2.4 – (а) Принципиальная схема двумерной последовательно-параллельной структуры.

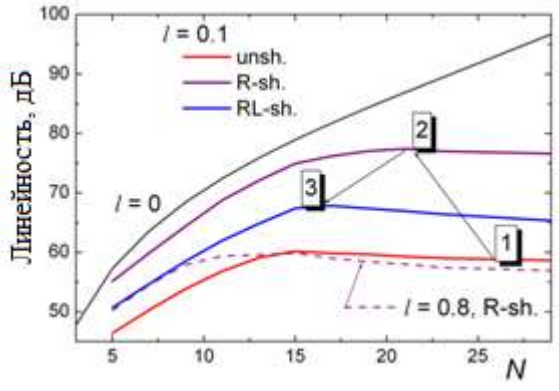
(б) Отклик напряжения на магнитный сигнал изготовленной параллельно-последовательной структуры для разных величин магнитного смещения одного из «плеч». В каждой параллельной СКИФ-структуре 10 джозефсоновских контактов. Всего для увеличения динамического диапазона соединили последовательно по 108 СКИФов в каждом плече [А30].

Численный анализ линейности отклика напряжения. Линейность усиления и функции преобразования входного сигнала в выходной сигнал на практике измеряется с использованием одно- или двух-тоновых методов [11]. При использовании одно-тонового метода линейность определяется как отношение амплитуды максимальной гармоники выходного сигнала к амплитуде основного тона выходного сигнала при задании на вход исследуемого устройства строго гармонического сигнала. Если частоты гармоник оказываются за пределами полосы пропускания исследуемого устройства, для измерения линейности применяют двух-тоновый метод. В этом случае на вход исследуемого устройства подаются два гармонических сигнала с одинаковыми амплитудами и близкими частотами ω_1 и ω_2 (разность частот существенно меньше ширины полосы пропускания), и линейность исследуемой характеристики определяется как отношение амплитуды спектральной компоненты выходного сигнала на комбинационной частоте $2\omega_2 - \omega_1$ или $2\omega_1 - \omega_2$ к амплитуде спектральных компонент выходного сигнала на частотах ω_1 и ω_2.

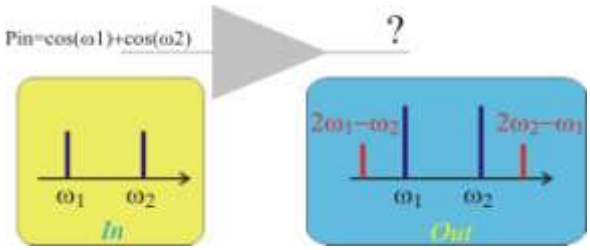
Отталкиваясь от экспериментальных методов измерения линейности характеристик исследуемых устройств, были развиты соответствующие методы численного анализа линейности отклика напряжения разрабатываемых джозефсоновских устройств на этапе их численного моделирования. На вход численно моделируемого устройства подавался один гармонический сигнал при использовании одно-тонового метода или два гармонических сигналя с достаточно близкими частотами ω_1 и ω_2 для случая двух-тонового метода, затем в процессе численного моделирования динамики изучаемого устройства вычислялся спектр выходного сигнала. При использовании одно-тонового метода линейность вычислялась традиционным образом: как отношение максимальной амплитуды гармоники (второй или третьей) полученного спектра к амплитуде основного тона. При использовании двухтонового метода – как отношение амплитуды спектральной компоненты на комбинационной частоте $2\omega_2 - \omega_1$ или $2\omega_1 - \omega_2$ к амплитуде спектральных компонент на частотах ω_1 и ω_2.

В качестве примера на рисунке ниже показана рассчитанная одно-тоновым методом зависимость линейности отклика напряжения ячейки, представляющей собой два параллельных СКИФ, включенных дифференциально и смещенных противоположно магнитным полем, от числа джозефсоновских элементов. Видно, что в отличие от идеализированной структуры с нулевыми индуктивностями связи ($l = 0$), при конечной величине индуктивностей связи джозефсоновских элементов в СКИФ линейность отклика выходит на насыщение, когда размер СКИФ достигает величины радиуса взаимодействия джозефсоновских элементов. Шунтирование индуктивностей безиндуктивным резистором для уменьшения импеданса связи на частоте джозефсоновской генерации приводит к увеличению радиуса взаимодействия и, как следствие, увеличению достижимой линейности отклика (график 2 для $l = 0.1$, а также штриховая кривая для $l = 0.8$). Учет наличия индуктивности у шунтирующего резистора уменьшает наблюдаемый эффект увеличения радиуса взаимодействия (график 3 для $l = 0.1$).

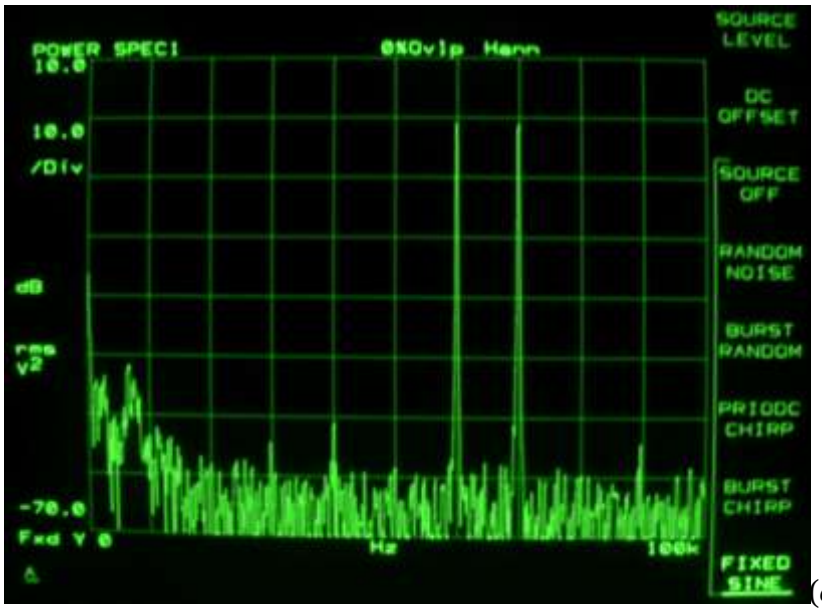
Двухтоновый анализ применяется в случае, когда необходимо принимать высокочастотные сигнала в достаточно большом диапазоне частот $\Delta\omega$ (то есть когда вторая и более высокие гармоники не попадают в исследуемый частотный диапазон, зато туда попадают комбинационные частоты, возникающие при воздействии на рассматриваемую систему двух интересующих нас монохроматических сигналов). Рассчитанная амплитуда отклика на комбинационных частотах и будет определять в этом случае линейность синтезированной системы. На Рисунке 5, *в* представлен результат модельного эксперимента, позволившего оценить линейность откликов параллельно-последовательной дифференциальной структуры, приведенных на рисунке.



(*а*)



(*б*)



(*в*)

Рисунок 7.2.5 – (а) Зависимость линейности отклика параллельной дифференциальной СКИФ-структуры, рассчитанная на основе однотонового метода для $l = 0$, $l = 0.1; 0.8$. Продемонстрирован эффект шунтирования индуктивностей идеальным резистором (2) и реальным RL-элементом (3).

(б) Принципиальная схема двух-тонового анализа линейности преобразования.

(в) Результат модельного эксперимента на основе двухтонового метода оценки линейности отклика параллельно-последовательной дифференциальной СКИФ-структуры. Частоты двух приложенных сигналов 60 и 70 кГц.

Как видим, возможности для увеличения свободного от искажений динамического диапазона приемной системы КШСС лишь за счет увеличения количества сверхпроводящих квантовых интерферометров в рассматриваемых цепочках существенно ограничена.

Отметим, что требуемая высокая степень линейности передаточной характеристики многоэлементной структуры может быть достигнута двумя принципиально разными путями. Первый путь заключается в использовании ячеек с высоколинейным откликом напряжения, включенных последовательно для увеличения динамического диапазона. Второй путь – синтез такой

многоэлементной структуры, в которой суммирование нелинейных откликов всех элементов этой структуры приводит к формированию высоколинейного результирующего отклика. В одном типе структур в качестве базовой ячейки используется так называемый би-СКВИД [11-14], а в другом – ячейка, состоящая, например, из двух дифференциально включенных параллельных СКИФов, обсуждавшихся выше.

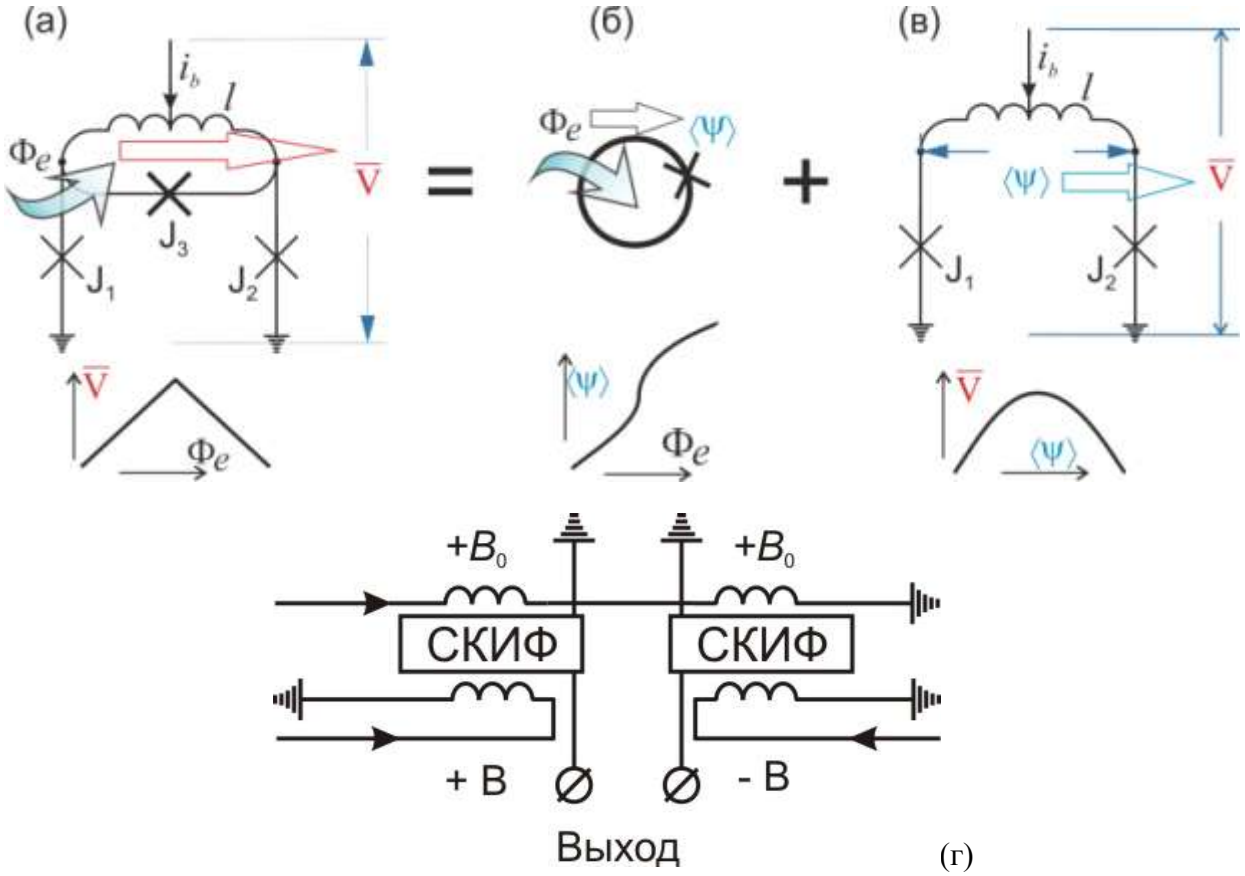


Рисунок 7.2.6 – (а)-(в) Принципиальная схема би-СКВИДа и иллюстрация к преобразованию сигнала в разностную джозефсоновскую фазу и в отклик напряжения. (г) Принципиальная схема ячейки на основе двух дифференциально включенных параллельных СКИФ. Для задания рабочей точки к каждому из СКИФ прикладывается постоянный магнитный сигнал B_0 (магнитное смещение). Входной сигнал прикладывается к этим СКИФ с разными знаками [10].

Разберем подробнее первый путь, применимый не только для оптимизации непосредственно сверхпроводниковой антенны, но и для совершенствования элементов, отвечающих в составе сверхпроводниковых АЦП за превращение аналогового сигнала в цифровые отсчеты (одноквантовые импульсы). Для линеаризации функции преобразования приложенного магнитного потока в сигнальную компоненту напряжения на двухконтактном интерферометре была в свое время предложена идея использования компенсирующей нелинейной трансформации сигнала во входной цепи СКВИДа. Введение дополнительной нелинейной трансформации потока во входной цепи интерферометра (в общем случае многконтактного и многоконтурного) $F(\Phi)$

будет означать, что в формуле для отклика поток Ф должен быть заменен на упомянутую функцию. Отклик напряжения такого СКВИДа может быть сделан достаточно близким к линейному в определенной области, если функция $F(\Phi)$ близка к характерной для одноконтактного интерферометра зависимости полного магнитного потока от приложенного внешнего потока. Это привело к идее синтеза одно- и двухконтактного СКВИДов в одно устройство – би-СКВИД [А33].

Здесь контур одноконтактного интерферометра играет роль нелинейного трансформатора входного магнитного потока, в результате чего достигается искомая линеаризация вольт-потокового преобразования. В силу описанного в главе 3 явления макроскопической квантовой интерференции полный магнитный поток Ф в одноконтактном контуре однозначно связан с фазой джозефсоновского контакта: $\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0$. В двухконтактном интерферометре это же явление связывает приложенный магнитный поток с разностью джозефсоновских фаз: $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\Phi/\Phi_0$. Без тока смещения (то есть при $I_B = 0$) зависимость полного магнитного потока Ф и, следовательно, разностной фазы $\varphi_1 - \varphi_2$ от величины приложенного потока Φ_e качественно такая же, как и в одноконтактном СКВИДе, разобранном в главе 3: сильно нелинейная при значениях индуктивного параметра $l = 2\pi I_C L/\Phi_0$ порядка единицы и выше. В то же время, в резистивном состоянии, когда задан ток задания рабочей точки двухконтактного интерферометра $I_B > 2I_C$, величина постоянной составляющей полного магнитного потока практически повторяет величину приложенного потока Φ_e при всех значениях безразмерной индуктивности l.

Все меняется в случае би-СКВИДа, в котором нелинейное преобразование приложенного магнитного потока Φ_e в постоянную составляющую полного потока Ф (постоянную составляющую разностной фазы) задается одноконтактным интерферометром и остается неизменным как в сверхпроводящем, так и резистивном состояниях. Согласно данным численного моделирования задание оптимальной величины критического тока третьего джозефсоновского контакта I_{C3}, примерно соответствующей выполнению условия $l^* \equiv l \cdot I_{C3}/I_C \approx 1$, дает треугольный вид отклика напряжения би-СКВИДа при «критическом» смещении, когда $I_B = 2I_C$ [А33].

Была развита аналитическая теория би-СКВИДа, основанная на предположении малости пульсирующей составляющей разностной фазы. Несмотря на это ограничение, данная теория хорошо описывает все характеристики би-СКВИДа. В рамках резистивной модели шунтированных джозефсоновских переходов с пренебрежимо малой ёмкостью, полагая критические токи переходов контура двухконтактного интерферометра равными $I_{C1} = I_{C2} = I_C$, можно записать следующие выражения, определяющие поведение постоянной составляющей нормированного напряжения $v = V/V_C$ (здесь V_C – характерное напряжении переходов) и вид нелинейного потокового преобразования прикладываемого магнитного потока $\Phi_e = \varphi_e \cdot \Phi_0/2\pi$ в медленную составляющую ψ_0 разностной фазы:

$$\nu = \frac{1}{2}\sqrt{i_b^2 - 4\cos\left(\frac{\psi_0}{2}\right)^2}\ ,\ \ li_{c3}\sin(\psi_0) + \psi_0 = -\varphi_e .$$

Эти соотношения в неявном виде описывают отклик напряжения би-СКВИДа.

Отметим, что при анализе поведения би-СКВИДа продуктивным представляется использование методик, разобранных в третьей главе на примере асимметричного двухконтактного интерферометра. Для трехконтактной и двухконтурной системы получим:

$$(2 \mid i_{c3} \mid +1)\cdot\dot{\psi}\cdot l = -2(\psi + u) - l\cdot i_{c3}\sin 2\psi - l\sin\psi\cos\theta ,$$

$$\dot{\theta} = \frac{i_b}{2} - \sin\theta\cos\psi\ ,\ \psi + \frac{l\cdot i_{c3}}{2}\sin 2\psi = u\ .$$

Пусть преобразование внешнего магнитного потока в медленную составляющую ψ_0 разностной фазы есть функция *f(u),* причем

$$\left\langle\dot{\theta}\right\rangle = \omega_j^0(f(u)),\ \ f^{-1}(\xi) = \xi + \frac{li_{c3}}{2}\sin 2\xi\ .$$

Проводя аналогичные операции, как в случае со СКВИДом, для следующих приближений получим:

$$\left\langle\dot{\theta}\right\rangle = \omega_j^0 - \left(\frac{i_b}{2} - \omega_j^0\right)\frac{i_b\omega_j^0 - \cos^2 f(u)}{4 + 4\cdot\overline{D}^2}\frac{l^2}{2}\tan^2 f(u) ,$$

где $\overline{D} = D(\omega_j^0)\cdot(2 \mid i_{c3} \mid +1)$ и $\omega_j^0 = \omega_j^0(f(u))$.

Также можно найти и выражение для циркулирующего тока в би-СКВИДе, не забывая, что зависимость разностной фазы от магнитного потока нелинейна: $\left\langle i_{c1}\right\rangle = i_{c3}\left\langle\sin 2\psi\right\rangle$.

В первом приближении получаем:

$$\left\langle i_{c1}\right\rangle = i_{c3}\left\{\left\langle\psi_1\right\rangle\cdot 2\cos(2f(u)) - \sin(2f(u))\right\},$$

$$\left\langle i_{c11}\right\rangle = i_{c3}\left(\frac{\overline{D}\cdot l}{1+\overline{D}^2}\tan(f(u))\left(\frac{i_b}{2} - \omega_j^0\right)\cos(2f(u)) - \sin(2f(u))\right.\ .$$

Во втором приближении получаем:

$$\left\langle i_{c12}\right\rangle = i_{c3}\left\{\left\langle\psi_1\right\rangle\cdot 2\cos(2f(u)) - \sin(2f(u)) + \left\langle\psi_2\right\rangle\cdot 2\cos(2f(u))\right\},$$

$$\left\langle i_{c12}\right\rangle = \left\langle i_{c11}\right\rangle + \frac{l^2}{16}\frac{\sin(4f(u))}{1+\overline{D}^2}\left[\frac{1-2\overline{D}^2}{1+4\overline{D}^2}\cdot\frac{(i_b/2-\omega_j^0)^2}{\cos^2(f(u))} - 1\right]i_{c3}.$$

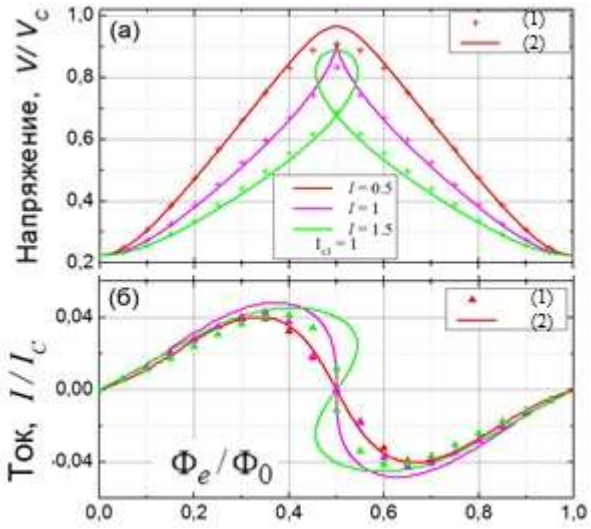


Рисунок 7.2.7 – Сравнение результатов численного моделирования (1, точки) и аналитического расчета (2, кривые) для (а) отклика напряжения и (б) отклика циркулирующего тока на приложенный магнитный поток в симметричном би-СКВИДе.

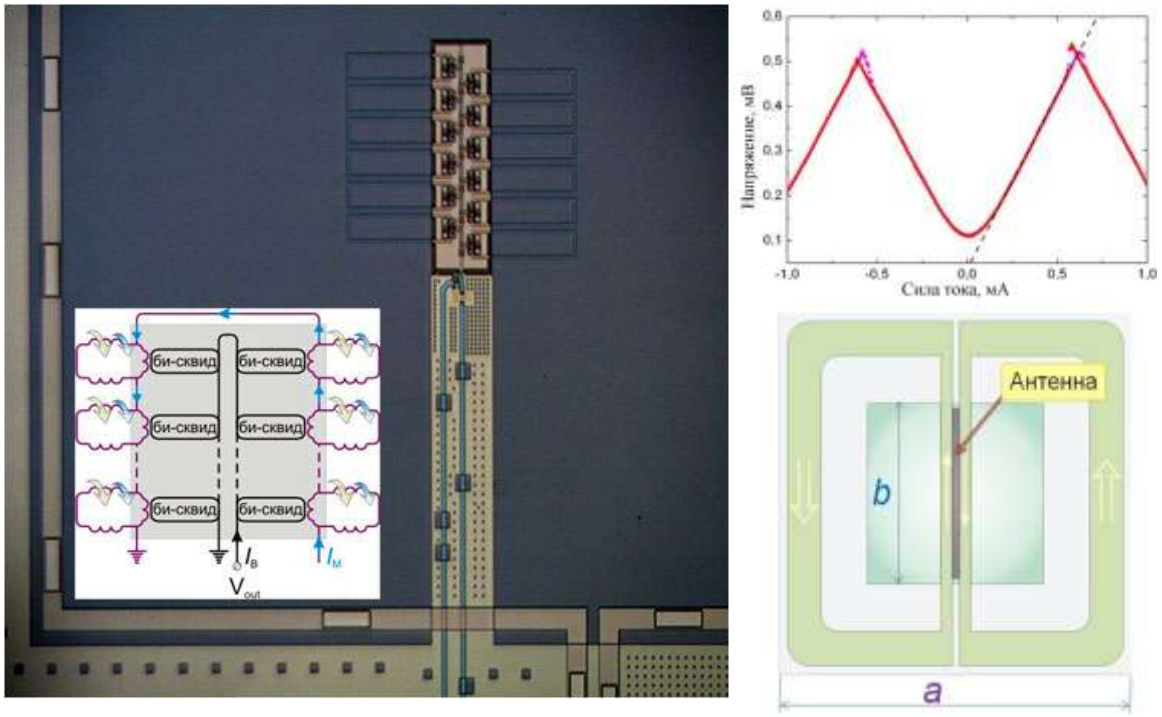


Рисунок 7.2.8 –Схематическое изображение активной электрически малой антенны на основе последовательной цепочки би-сквидов с индивидуальными трансформаторами магнитного потока. Затемненная область изображает сверхпроводящий экран. «Магнитный» ток I_M служит для задания рабочей точки на линейном участке вольт-полевой характеристики антенны. Микрофотография прототипа антенны на основе цепочки из 12 би-СКВИДов. Также представлена измеренная экспериментально вольт-полевая характеристика такой антенны (магнитное поле создается током, протекающим по витку, окружающему прототип) и возможная топология накладного концентратора потока [А24, А31].

Цепочки последовательно включенных би-СКВИДов (от 12 до 108 элементов) были спроектированы и изготовлены с использованием стандартной ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских контактов 4.5 кА/см^2. Гистерезисный характер полученных откликов свидетельствует о том, что величина безразмерной индуктивности одноконтактного контура l^* существенно превышает единицу. В то же самое время, наблюдаемый вид вольт-полевых характеристик отличается от треугольного вида еще и сильным размытием областей нижних углов. Этот эффект является следствием технологического разброса величины критического тока джозефсоновских контактов в составе многоэлементной структуры. Результаты численного моделирования показывают, что даже небольшое отклонения величины тока задания рабочей точки от величины $2I_C$ приводит к сильному и асимметричному изменению формы отклика напряжения би-СКВИДа. Суммирование таких откликов, которые будут иметь место при наличии технологического разброса критических токов джозефсоновских элементов, и дает наблюдаемое размытие нижних углов вольт-полевой характеристики цепочки [А33, А39].

Неизбежным следствием сильного разброса формы откликов би-СКВИДов в цепочке является также существенное ухудшение линейности результирующей вольт-полевой характеристики. Принципиальные методы борьбы с негативным влиянием паразитных резонансов представлены выше. Для существенного уменьшения индуктивностей всех элементов интегральных схем в этой технологии возможно использование двух (верхний и нижний) сверхпроводящих пленочных экранов. Негативное влияние паразитных индуктивностей и емкостей может быть компенсировано подбором параметров системы, что проиллюстрировано на Рисунке 9, б.

Для создания активных электрически малых антенн (активных ЭМА) на основе цепочек би-СКВИДов последние могут быть интегрированы или с одним общим сверхпроводящим трансформатором магнитного потока, или с индивидуальными для каждого би-СКВИДа трансформаторами, что показано схематически выше. Использование индивидуальных трансформаторов потока позволяет исключить возникновение дополнительных паразитные цепей связи между последовательно включенными би-СКВИДами. Прототип такой антенны на основе цепочки из 12 би-СКВИДов с индивидуальными трансформаторами потока размером 50×200 мкм^2 был изготовлен и продемонстрировал крутизну преобразования магнитного сигнала в напряжение на уровне 50 мкВ/мкТ. Фотография микроструктуры, изготовленной с использованием стандартной тонкопленочной ниобиевой технологии с плотностью критического тока джозефсоновских контактов 4.5 кА/см^2 также представлена выше. В использованной конструкции антенного прототипа цепочка би-СКВИДов размещена между двумя сверхпроводящими экранами. Снаружи от экранированной области расположены сверхпроводящие петли (трансформаторы магнитного потока), индуктивно связанные с элементами цепочки. На Рисунке 8 также пока-

зан отклик напряжения на магнитное поле, создаваемое током, протекающим по витку, окружающему антенный прототип [А18, А27, А39].

Отметим, что сознательно используя в составе цепочки би-СКВИДов ячейки с разными эффективными площадями, можно построить би-СКВИД СКИФ с единственным пиком на вольт-потоковом преобразовании, что должно упростить поиск нуля магнитного поля при функционировании блока приема сигнала в составе КШСС.

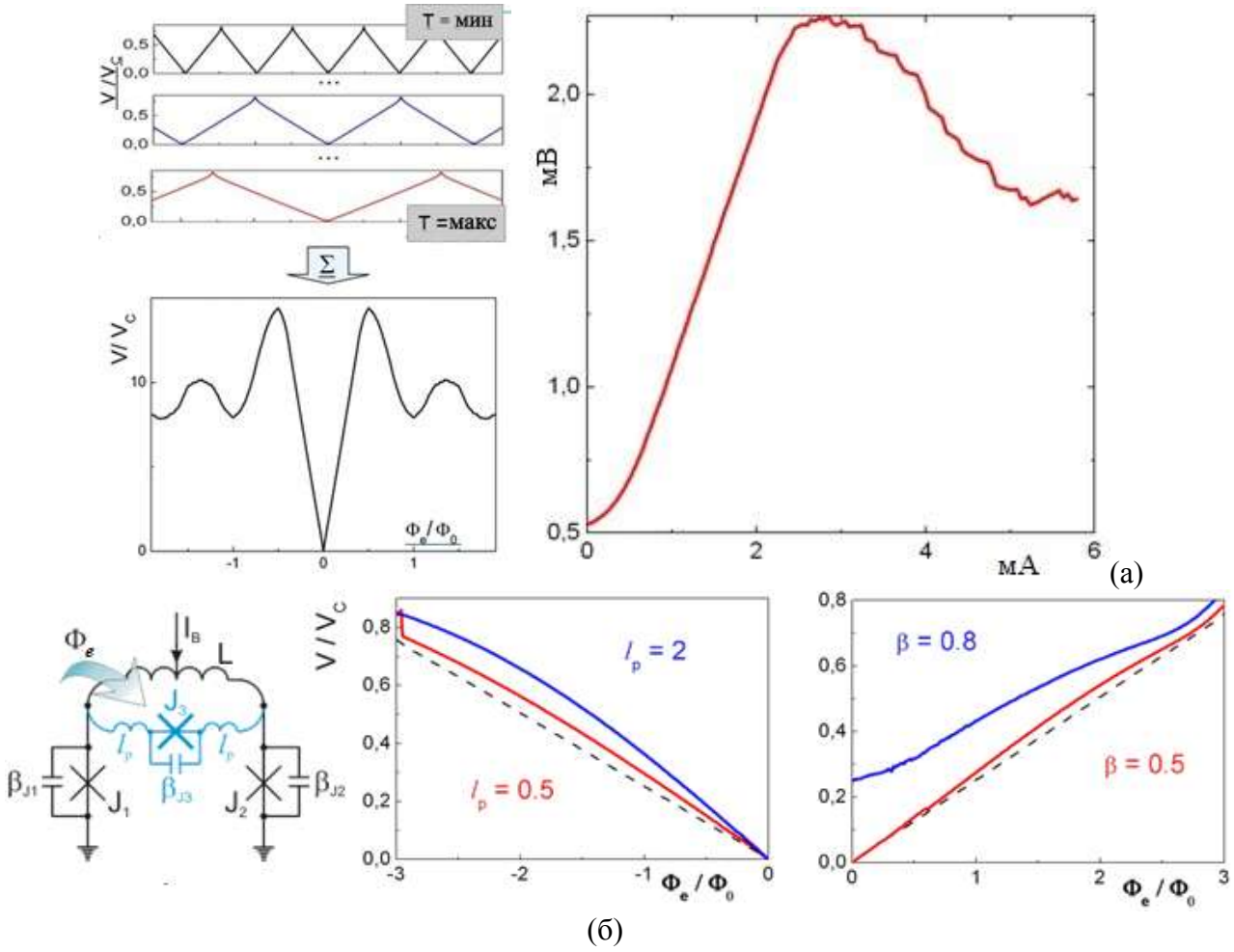


Рисунок 7.2.9 – (а) Концепция формирования отклика би-СКВИД СКИФа при помощи последовательной цепочки из ячеек с различными эффективными площадями. Также представлен полученный экспериментально отклик би-СКВИД СКИФа с нагрузкой в 50 Ом (отношение наибольшей эффективной площади ячейки к наименьшей равно 30).
(б) Влияние паразитных индуктивностей и емкостей на вид отклика напряжения и демонстрация возможности устранения этого влияния за счет подбора параметров

Эффективность активной ЭМА со сверхпроводящим трансформатором магнитного потока (одним общим или индивидуальными концентраторами) зависит от площади трансформатора, коэффициента трансформации потока в базовые ячейки и числа ячеек в цепочке. Согласно общим оценкам, крутизна преобразования *dV*/*dB* активной ЭМА (см. Рисунок 10) с общим трансформатором квадратной конфигурации со стороной *a*, по периметру которого расположена це-

почка последовательно включенных ячеек с линейным откликом напряжения, должна расти как a^2. При этом общее число ячеек будет увеличиваться пропорционально периметру, то есть линейно с увеличением a, и, следовательно, динамический диапазон будет увеличиваться как $\sqrt{a}$. Для улучшения чувствительности антенны возможно использование сверхпроводящего концентратора магнитного поля, сформированного на том же чипе, что и антенна, или на отдельном чипе большего размера, как показано на Рисунке 8.

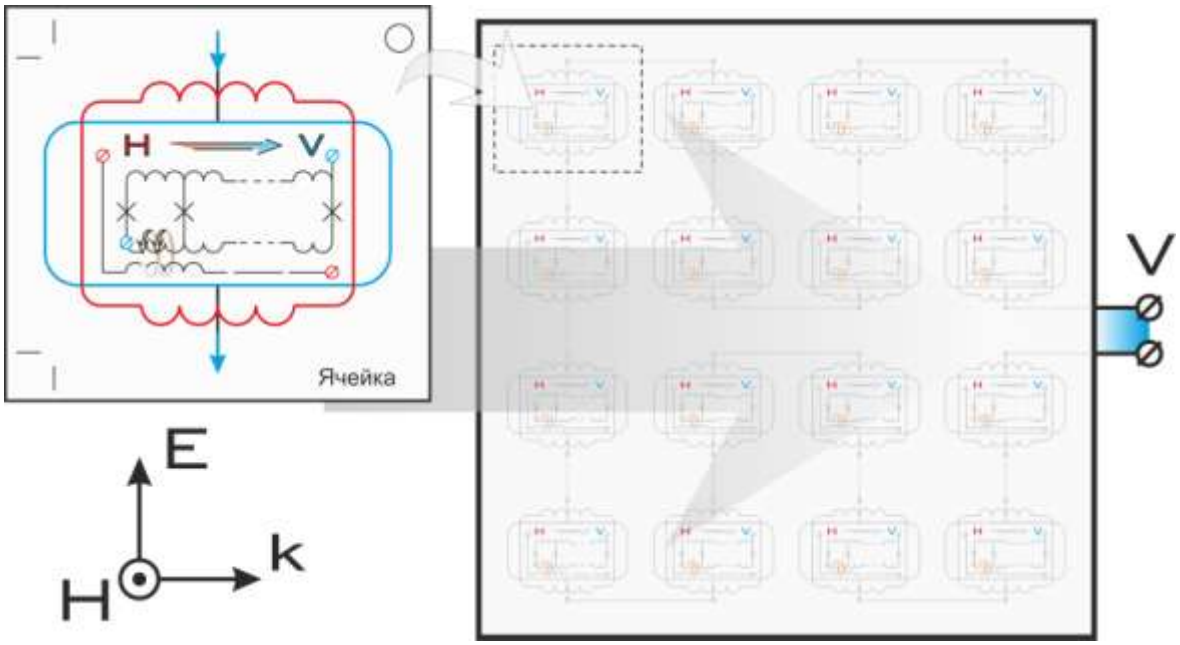


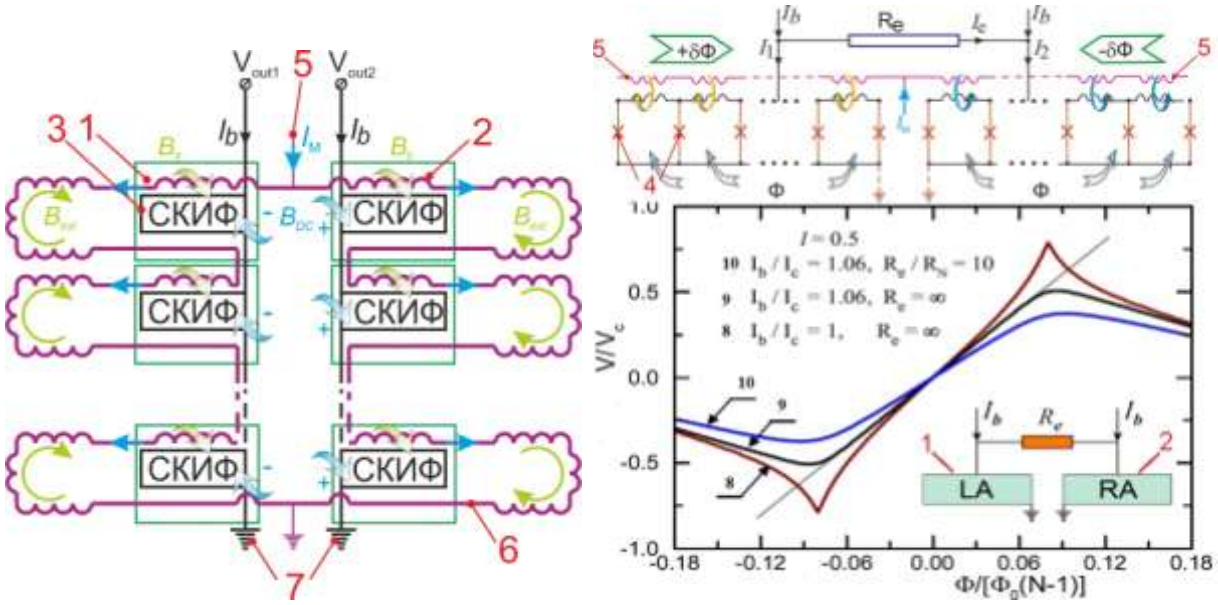
Рисунок 7.2. 10 – Принципиальная схема активной сверхпроводящей квантовой решетки – ключевой части блока приема сигнала (сверхпроводникового приемного тракта) – и её элементарной ячейки на основе биСКВИДа.

Возможен также другой подход к построению активных ЭМА, свободный от использования сверхпроводящих трансформаторов потока. В качестве такой активной антенны могут быть использованы непосредственно сверхпроводящие квантовые цепочки или решетки (СКР), в которых электрическое соединение ячеек выполнено с использованием нормальных проводников. В качестве ячеек могут быть использованы как би-СКВИДы, так и ячейки на основе параллельных СКИФ. Собирая нужным под текущие задачи образом параллельно-последовательные структуры из описанных выше ячеек в можно получить как большой динамический диапазон, так и необходимый выходной импеданс.

Плотность размещения ячеек будет определять величину приложенной к ячейкам доли потока магнитного сигнала от всего потока через общую площадь, занимаемую решеткой. Крутизна преобразования такой антенной входного магнитного сигнала в напряжение по-прежнему будет расти с увеличением линейного размера a (при квадратной конфигурации антенны) пропорционально a^2. Но при этом общее число ячеек будет также увеличиваться как a^2, и, следовательно, динамический диапазон будет расти как a, то есть, значительно быстрее, чем в случае

антенны со сверхпроводящим трансформатором магнитного потока.

Если вместо би-СКВИДов в качестве базовых ячеек используются ячейки на основе дифференциально включенных параллельных СКИФ, то вместо последовательной цепочки таких ячеек в конструкции антенны можно использовать две обсуждавшиеся выше последовательные цепочки, включенные дифференциально. На рисунке ниже дано схематическое изображение топологии антенны на основе такой структуры с трансформатором потока, использующим всю полезную площадь чипа размером 5 х 5мм^2 или 10 х 10 мм^2 [A31].



(а) (б)

Рисунок 7.2.11 – (а) Структурная схема патентуемой сверхпроводящей квантовой решетки на основе СКИФ-структур. (б) Схема ячейки сверхпроводящей квантовой решетки сверхпроводящей квантовой решетки, состоящей из двух СКИФ-структур, каждая из которых содержит 10 джозефсоновских контактов с нормированной величиной индуктивностей связи l = 0.5. Также для иллюстрации приведены её отклики: без нагрузки при «критическом» токе смещения $Ib = I_C$ (кривая 8); при токе смещения $Ib = 1.06I_C$ (кривая 9); нагруженной на резистивный импеданс $Re = 10R_N$ при том же токе смещения $Ib = 1.06I_C$ (кривая 10), где R_N – нормальное сопротивление плеча ячейки [10].

Сверхпроводящая квантовая решетка на основе СКИФ-структур, разработанная в последние годы с использованием описанных выше концепций и методик, содержит две соединенные дифференциально последовательные цепочки (элементы 1 и 2 на Рисунке 11, *а*) СКИФ-структур (3). Эти сверхпроводниковые цепи включают параллельно соединенные джозефсоновские контакты (4) и соединительные индуктивности. Также в состав устройства входит средство задания магнитного поля смещения (5), подключенное к сверхпроводящему трансформатору (6), соединенному индуктивным образом с каждой СКИФ-структурой. Должны быть предусмотрены при проектировании средства задания постоянного тока питания и измерения напря-

жения (7). Оценки для радиуса взаимодействия между джозефсоновскими контактами на сигнальной (низкой) частоте, проведенные выше, позволяют определить оптимальное для максимизации динамического диапазона значение N как 30… 40 единиц. Оценки для ожидаемой величины резистивного импеданса нагрузки Re (порядка 50 Ом) позволяют установить, что минимальное количество последовательно соединенных СКИФ-структур в цепочке K составляет 100 единиц.

На Рисунке 11 представлена структурная схема такой сверхпроводящей квантовой решетки на основе СКИФ-структур, где I_{M} – ток, задающий магнитное поле смещения $\pm B_{\text{DC}}$, Ib – ток задания рабочей точки или ток питания. Здесь мы понимаем под B_{ext} – внешнее поле, превращаемое посредством сверхпроводящего трансформатора в поле, действующее на СКИФ-структуры B_{tr}, $V_{\text{out1,2}}$ – напряжение, снимаемое с последовательно соединенных в цепочки СКИФ-структур. Также ниже проиллюстрирован принцип построения элементарной ячейки сверхпроводящей квантовой решетки, состоящей из двух дифференциально соединенных СКИФ-структур, каждая из которых есть цепочка параллельно соединенных джозефсоновских контактов. Здесь Ф – магнитный поток, создаваемый действующим на СКИФ-структуру магнитным полем; ±δФ – магнитный поток, создаваемый полем задания рабочей точки [А37].

Высокая линейность характеристик активных устройств на основе сверхпроводящих квантовых решеток обеспечивается высокой линейностью отклика квантовой ячейки, состоящей из двух соединенных дифференциально и смещенных взаимно-противоположно некоторым магнитным потоком δФ СКИФ-структур, а динамический диапазон может быть существенно увеличен с увеличением числа K ячеек в решетке. Если DR_1 – динамический диапазон одной такой элементарной ячейки, то динамический диапазон системы приема в целом может достигать величины $DR = DR_1 K^{1/2}$. Изменение соотношения между числом последовательно включенных ячеек и числом джозефсоновских контактов в СКИФ-структуре, включенных параллельно, позволяет изменять выходной импеданс сверхпроводящей квантовой решетки, устанавливая его значение из условий оптимизации интегральных характеристик системы [А64].

7.3. Выводы к главе 7. Рекомендации по практическому применению результатов

Разработаны применимые на практике методы линеаризации вольт-потокового преобразования в системе приема магнитной компоненты сигнала на основе последовательной цепочки, состоящей из групп интерферометров со специальным образом подобранными площадями. Этот подход нацелен на получение свободного от искажений динамического диапазона на уровне до 100 дБ и более в гигагерцовом диапазоне частот. Для этого эффективные площади ячеек должны расти с номером группы n по закону $S_n = n \cdot S_1$, что позволяет увеличить линейность суммарного вольт-полевого отклика без использования систем обратной связи, если количество интерферометров m в каждой группе подобрано так, чтобы с учетом реального вида откликов единичных интерферометров выполнялось соотношение [А63]

$$m\begin{pmatrix} отклик\ интерферометра \\ n-ой\ группы \end{pmatrix} = Const \cdot \mathrm{sinc}^2\left(n\frac{\pi S_1}{\Phi_0}\begin{pmatrix} период\ по\ полю \\ общего\ отклика \end{pmatrix}\right).$$

В рамках настоящей работы функционирование концепции было подтверждено на примере результатов исследования цепочки, состоящей из 4800 интерферометров.

В рамках развития концепции в работах В.К. Корнева, И.И. Соловьева и соавторов предложено использовать более компактное дифференциальное соединение параллельных цепочек неравномерно распределенных джозефсоновских контактов – СКИФов (сверхпроводящих квантовых интерференционных фильтров).

В общем случае для определения оптимальной структуры СКИФ и оптимальной величины магнитного смещения одного из них при образовании дифференциальной схемы необходимо решить задачу минимизации в выбранном диапазоне магнитного поля нормы следующего функционала:

$$\Im\left[\Sigma(B)\right] = \left[\left\langle I_C^{(1)}\right\rangle\left\langle R^{(1)}\right\rangle\sqrt{\left(J_{N+1}^{(1)}\right)^2 - \left|\Sigma^{(1)}(B)\right|^2} - \left\langle I_C^{(2)}\right\rangle\left\langle R^{(2)}\right\rangle\sqrt{\left(J_{N+1}^{(2)}\right)^2 - \left|\Sigma^{(2)}(B+\delta B)\right|^2}\right] - k_{resp}B - b_0 \ .$$

Здесь для каждого из дифференциально включенных параллельных СКИФ введены обозначения критического тока $\left\langle I_C\right\rangle = \frac{1}{N+1}\sum_{m=1}^{N+1} I_{C,m}$, нормального сопротивления $\left\langle R\right\rangle^{-1} = \frac{1}{N+1}\sum_{m=1}^{N+1} R_n^{-1}$ и тока смещения $J_{N+1} = \frac{I_B}{N\left\langle I_C\right\rangle}$. Параметры k_{resp} и b_0 характеризуют линейную зависимость, к которой должен стремиться отклик дифференциальной структуры на рассматриваемом интервале значений магнитного поля, а δB – величина магнитного поля смещения одного из СКИФ. Параметры линейного участка k_{resp} и b_0 зависят от величины смещения

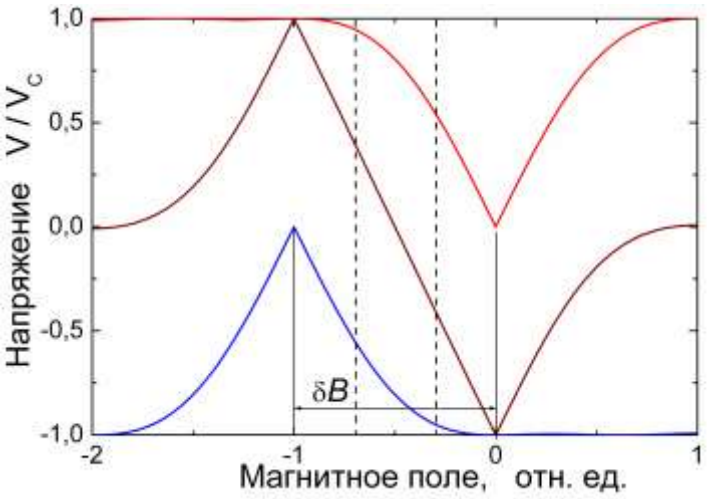


Рисунок 7.3.1 – Линейный участок отклика (близкий к отрезку прямой $V/V_C = k_{resp}B + b_0$) дифференциальной схемы, состоящей из двух параллельных СКИФ с распределением площадей ячеек по закону $S(x) = 5 - 2|\sin(\pi x)^3|$, один из которых смещен магнитным полем δB. На выделенном штриховыми линиями участке достигается линейность отклика не менее 100 дБ.

δB и структуры СКИФ. Структурный фактор $\Sigma(B)$ зависит от набора (и последовательности) площадей ячеек СКИФ, причем последовательность S_n, описывающую такой набор, при большом количестве интерферометров в параллельной цепочке можно заменить функцией распределения площадей интерферометров вдоль длины цепочки $S(x)$:

$$\Sigma(B) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\exp\left(i\frac{2\pi}{\Phi_0}\frac{B}{\sum S_i}\sum_{m=1}^{n}S_m\right) \Rightarrow \Sigma(B) = \int_0^1 \exp\left(i\frac{2\pi}{\Phi_0}\frac{B}{\int_0^1 S(y)\,dy}\int_0^x S(z)\,dz\right)dx\,.$$

Норма минимизируемого функционала зависит от функции $S(x)$ и параметров δB, k_{resp} , b_0 и в общем случае может иметь несколько локальных минимумов, соответствующих разным функциям распределения площадей $S(x)$. Поэтому задача нахождения всех возможных минимумов нормы данного функционала требует применения корректных и эффективных численных методов. Результаты анализа частных решении этой задачи позволяют сформулировать следующие общие положения:

(1) Смещение δB вычитаемого отклика должно быть отрицательным, как это показано на рисунке выше, где представлены результаты расчета для СКИФ-структур, состоящих из двух дифференциально соединенных параллельных цепочек интерферометров. При этом абсолютная величина смещения $|\delta B|$ не должна превышать величины магнитного поля B^*, соответствующего первому локальному минимуму отклика несмещенной цепочки.

(2) Чем меньше величина смещения δB, тем больше линейность выделенного участка

результирующего отклика системы между пиками смещенного и несмещенного откликов цепочек. Платой за значительное увеличение линейности отклика системы при уменьшении величины $|\delta B|$ является уменьшение диапазона поля, соответствующего линейному участку.

(3) Наибольшая линейность отклика дифференциальной структуры достигается при одинаковых структурных факторах цепочек, т.е. когда $\Sigma^{(1)}(B) = \Sigma^{(2)}(B)$, независимо от вида структурного фактора.

(4) Для получения максимальной линейности отклика дифференциальной структуры, состоящей из двух многоэлементных цепочек, функция распределения площадей интерферометров вдоль длины цепочек $S(x)$ должна принимать минимальное значение в центре цепочки и обладать симметрией относительно центра.

Задание начальных условий, удовлетворяющих этим общим свойствам, облегчает поиск возможных решений данной задачи, используя более простые и доступные методы численного анализа. Так, используя эти данные, удалось найти функцию распределения площадей интерферометров в цепочке

$$S(x) = 5 - 2\left|\sin(\pi x)^3\right|,$$

для которой норма функционала (среднеквадратичное отклонение результирующего отклика от идеальной прямой) не превышает $3{,}2\times10^{-6}$, а линейность отклика достигает 100 дБ. При переходе от непрерывного распределения площадей $S(x)$ к дискретному распределению по тому же закону, линейность отклика остается такой же высокой, если число интерферометрических ячеек в каждой из цепочек $N > 35$.

Наиболее заметный прогресс в области практической реализации представленных здесь концепций был достигнут за счет создания и использования в антенно-приемном тракте сверхпроводниковых активных устройств на основе сверхпроводящих квантовых решеток (СКР, двумерных СКИФ-структур) вместе с пассивными сверхпроводниковыми устройствами сопряжения. Высокая линейность характеристик активных устройств на основе квантовых решеток обеспечивается высокой линейностью откликов квантовых ячеек, а динамический диапазон может быть существенно увеличен с увеличением числа N квантовых ячеек в решетке. Если D_1 – динамический диапазон одной квантовой ячейки на основе интерферометра, то динамический диапазон решетки, содержащей N ячеек, может достигать величины $D = D_1\times(N)^{1/2}$. Изменение соотношения между числом последовательно включенных квантовых ячеек и числом таких групп ячеек, включенных параллельно, позволяет изменять выходной импеданс сверхпроводя-

щей квантовой решетки, устанавливая его значение из условий оптимизации интегральных характеристик системы.

Для анализа поведения описанных многоэлементных структур в составе электрически-малых активных антенн с учетом растекания токов разработана концепция радиуса взаимодействия, позволившая определить параметры параллельно-последовательной структуры для достижения коэффициента линейного преобразования магнитного сигнала в отклик напряжения на уровне 8000 мкВ/мкТ (при чувствительности радиоприемной системы до 3 фТл/Гц$^{1/2}$).

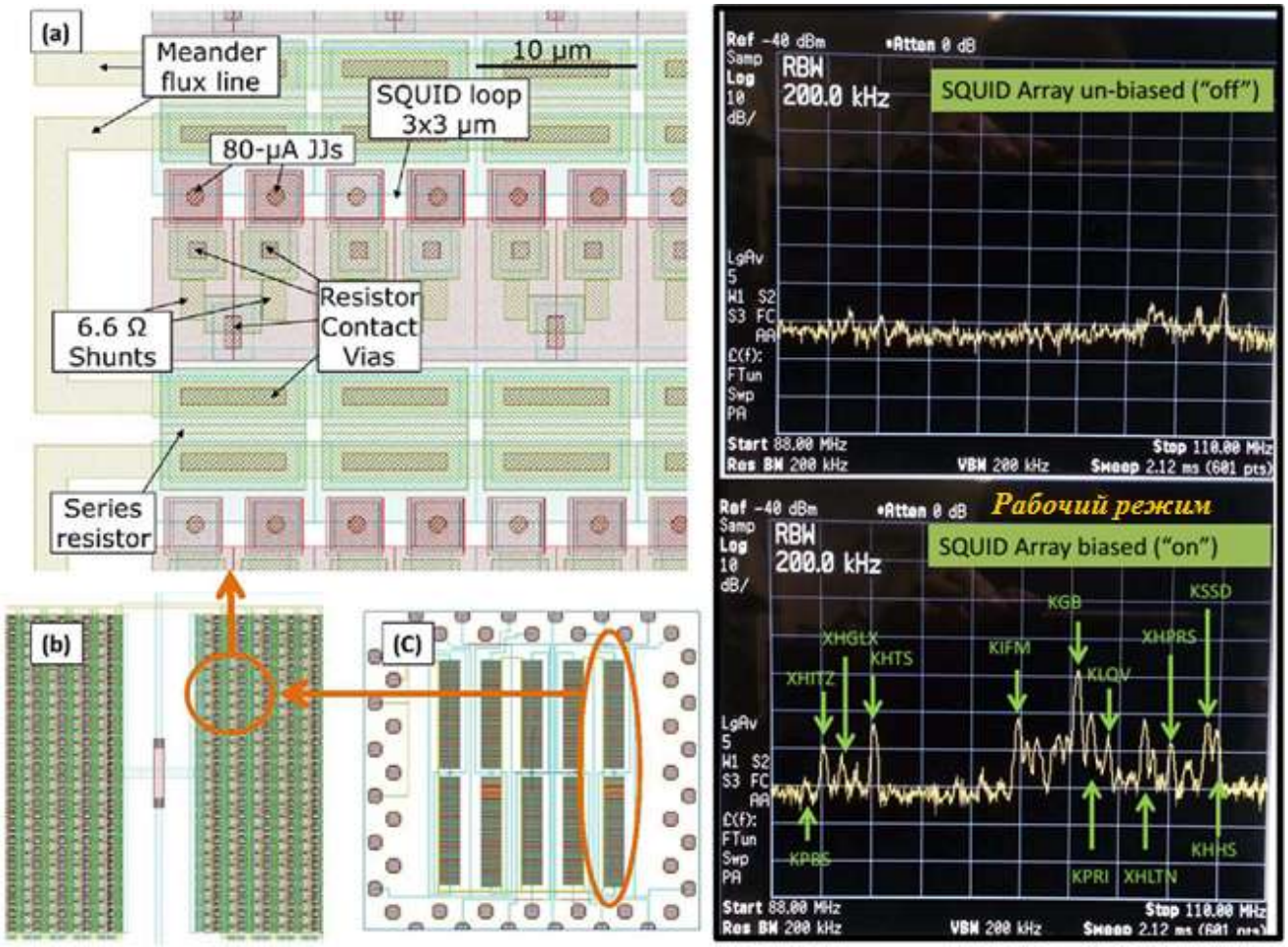


Рисунок 7.3.2 – Фотошаблон использованных при независимой проверке массивов интерферометров в трех разных масштабах (a, b, c – от крупного к мелкому), а также результаты испытания системы (спектр принятого сигнала).

Для иллюстрации включения предложенных в работе концепций в современные научные работы по всему миру представлен рисунок из статьи [13].

Наглядным подтверждением работоспособности предложенных в свое время подходов к созданию сверхпроводниковых систем приема сигнала стали независимые испытания СКР, состоящих из 2400 идентичных ячеек. Была продемонстрирована «плоская» амплитудно-частотная характеристика для диапазона частот между 300 кГц и 1 ГГц. Подбор оптимальных

рабочих параметров позволили обнаружить сигналы от удаленных источников частотно-модулированного сигнала [13].

Обобщая результаты исследования, можно подчеркнуть, что представленные в заключительной главе методики анализа характеристик для ячеек блока приема сигнала являются частью общего комплексного подхода к разработке универсальной сверхпроводниковой энергоэффективной технологии, пригодной для реализации КШСС для приема и обработки сигналов с использованием классических, нейросетевых и квантовых алгоритмов. Именно согласованный анализ процессов как в отдельных джозефсоновских элементах, так и в цепях на их основе, обеспечивает возможность выполнения требований к блокам системы.

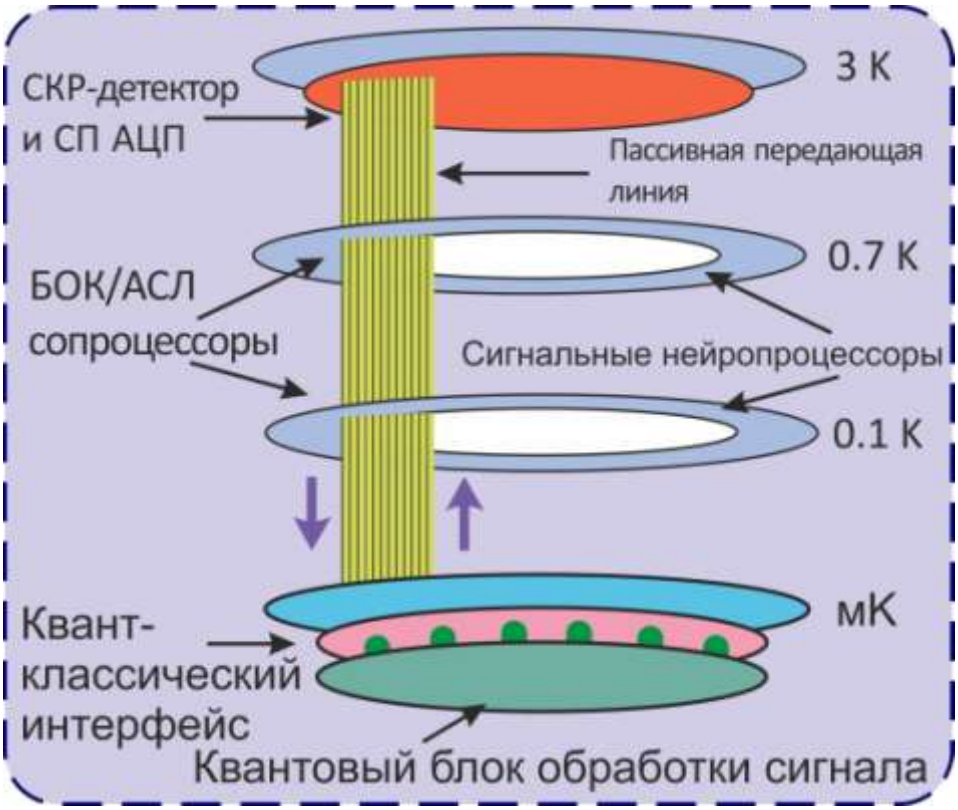


Рисунок 7.3.3 – Схема использования классического и нейросетевого сопроцессоров на основе БОК-логики в составе единого криогенного комплекса для обработки сверхширокополосных и высокочастотных сигналов в режиме реального времени. Система включает также и массив квантовых регистров вместе со схемами управления, считывания и коррекции ошибок.

Связь между блоком приема сигнала (включающего усилитель/преобразователь на основе СКР), классическим и нейросетевым сопроцессорами, квантовым блоком обработки сигнала, высокотемпературным окружением осуществляется через сверхпроводящие микрополосковые гибкие линии с усилителями-преобразователями на всех промежуточных стадиях.

Так, специфика макроскопических квантовых эффектов в многоконтактных и многоконтурных сверхпроводящих квантовых интерферометрах с магнитными джозефсоновскими контактами использована в работе также

– для изучения цепей управления для сверхбыстрых и энергоэффективных адиабатических квантовых вычислений,

– исследования возможностей интеграции искусственных нейронных сетей в системы обработки оцифрованного сигнала со встроенной магнитной джозефсоновской памятью.

Общая структурная схема криогенного комплекса для реализации принципов когнитивной обработки сигнала на основе разработанной сверхпроводниковой базы представлена на Рисунке 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнены исследования, нацеленные на теоретический и экспериментальный поиск путей увеличения эффективной интеграции в сверхпроводниковых комплексах приема и обработки сигнала

1. Разработана методика анализа токового транспорта в гетероструктурах со сверхпроводящими материалами для получения субмикронных воспроизводимых базовых элементов когнитивных широкополосных систем приема и обработки сигналов. Продемонстрирована возможность построения джозефсоновских контактов с непосредственной проводимостью в области слабой связи, выполненных в топологии «мостик переменной толщины», с критическим током до 1 мА и характерным напряжением до 4 мВ. Результаты модельных расчетов демонстрируют хорошее совпадение с экспериментальными данными, что подтверждает эффективность разработанной методики при исследовании компактных джозефсоновских элементов с характерным размером области слабой связи 35… 250 нм.
2. С использованием разработанной методики выполнена оптимизация характеристик фазовой батареи на основе джозефсоновских гетероструктур с непосредственной проводимостью в области слабой связи в топологии «мостик переменной толщины», позволившая на порядок (до 100 нм) уменьшить допустимый размер элемента по сравнению с известными аналогами. Предложена на основе исследованного джозефсоновского элемента с нетривиальной ток-фазовой зависимостью топология более компактной по сравнению с аналогами логической ячейки со встроенным заданием рабочей точки. Продемонстрированы возможности расширения функционала использованной методики для анализа токового транспорта через магнитные слои с нормальными включениями в реальных джозефсоновских гетероструктурах.
3. Исследованы способы увеличения быстродействия базовых элементов постоянных запоминающих устройств для когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем приема и обработки сигналов; показано, что использование здесь джозефсоновских гетероструктур со сверхпроводящими, изолирующими и магнитными слоями в области слабой связи позволяет довести длительность операции «Считывание» до 10 пс. Плодотворной представляется замена слоев изолятора и ферромагнетика на магнитные изоляторы для построения джозефсоновского вентиля (π-контакта для встроенной системы задания рабочей точки) с характерным напряжением в π-состоянии на уровне туннельных гетероструктур, высокой воспроизводимостью и подавленным током квазичастиц.
4. Оптимизированы базовые элементы оперативных запоминающих устройств и определены условия, при которых использование джозефсоновских гетероструктур со сверхпроводящими, изолирующими и магнитными слоями в области слабой связи позволяет сделать длительность операции «Запись» менее 1 нс. Выявлены возможности управления джозефсоновскими гетероструктурами при помощи только импульсов тока, без переворота вектора намагниченно-

сти в области слабой связи элемента ОЗУ (специфика такого переворота ограничивает сверху быстродействие современной магнитной памяти).

5. Оптимизированы базовые ячейки для нейросетевого блока когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем приема и обработки сигналов на основе одно- и двухконтактных сверхпроводящих квантовых интерферометров, шунтированных дополнительной индуктивностью; энерговыделение на одну логическую операцию в таких ячейках (эквивалентный элемент при реализации на основе полупроводниковой элементной базы состоит примерно из 20 транзисторов) может быть уменьшено до 10 аДж.

6. Выполнен анализ характеристик сверхпроводящих интерферометров в квантовом пределе, что позволило выявить дополнительные возможности

– для увеличения времени потери когерентности до 10 мкс;

– интеграции с цепями когнитивных широкополосных сверхпроводниковых систем для уменьшения на порядок стоимости создания одного управляющего канала.

В рамках общей для всей работы парадигмы самосогласованного исследования свойств сверхпроводниковых гетероструктур и элементов на их основе показано, как использование разработанных ранее компактных фазовых батарей позволяет существенно уменьшить негативное влияние паразитных магнитных полей.

7. Выполнен анализ воздействия распространяющихся по нелинейным джозефсоновским резонаторам солитоноподобных возбуждений (флаксонов) на динамику состояния квантовой системы для доказательства возможности осуществления манипуляций с состояниями кубита за счет приложения импульсов магнитного потока длительностью 0.5…5 пс. Радикальное уменьшение крайне нежелательной диссипации энергии в процессе таких логических операций (до уровня 1 аДж и ниже, вплоть до термодинамического предела $2\ln k_B T$) возможно при переходе к адиабатическим (обратимым) передающим линиям, где вместо джозефсоновских гетероструктур используются сверхпроводящие квантовые интерферометры с отрицательной индуктивной связью между частями ячейки.

8. Разработаны методы линеаризации вольт-потокового преобразования в системе приема магнитной компоненты сигнала на основе последовательной цепочки, состоящей из групп интерферометров со специальным образом подобранными площадями для получения свободного от искажения динамического диапазона на уровне 100 дБ и более в гигагерцовом диапазоне частот. Для анализа поведения подобных многоэлементных структур в составе электрически-малых активных антенн с учетом растекания токов разработана концепция радиуса взаимодействия, позволившая определить параметры параллельно-последовательной структуры для достижения коэффициента линейного преобразования магнитного сигнала в отклик напряжения на уровне 8000 мкВ/мкТ (при чувствительности радиоприемной системы до 3 фТл/Гц$^{1/2}$).

БЛАГОДАРНОСТИ

Я искренне признателен Михаилу Юрьевичу Куприянову, профессору Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, одному из основателей сверхпроводниковой электроники в нашей стране, за всестороннюю поддержку и увлекательные пояснения, что так помогли мне при выполнении этой работы.

Я также глубоко благодарен своим учителям, профессорам МГУ: Виктору Константиновичу Корневу, Александру Михайловичу Попову, Олегу Васильевичу Снигиреву, Ольге Владимировне Тихоновой.

Хочется выразить особую признательность Олегу Александровичу Муханову и Алексу Кириченко за предоставленную возможность проведения экспериментальных измерений элементов сверхпроводниковых устройств и всесторонее обсуждение полученных результатов, без которых данная работа была бы неполной.

Огромную помощь в работе над диссертацией мне оказал мой товарищ, ведущий научный сотрудник отдела микроэлектроники НИИЯФ МГУ Игорь Игоревич Соловьев.

Энергия и талант моих студентов и аспирантов, моих постоянных соавторов – Сергея Викторовича Бакурского, Андрея Евгеньевича Щеголева, Алексея Валентиновича Кузнецова, Всеволода Игоревича Ружицкого – стимулировали исследования самых разных вариантов совершенствования элементной базы сверхпроводниковых радиотехнических систем.

Я благодарен Валерию Владимировичу Рязанову, Виталию Владимировичу Больгинову многими другим сотрудникам лаборатории сферхпроводимости Института физии твердого тела РАН за предоставление результатов экспериментов и обсуждение вопросов, связанных с гетеростуктурами сверхпроводник-ферромагнетик.

Хочется также поблагодарить всех сотрудников НИЧ МТУСИ: работа в этом месте помогла мне по новому посмотреть на занимающие меня научные задачи. Я признателен сотрудникам Лаборатории «Криоэлектроника» физического факультета МГУ и Лаборатории сверхпроводниковых устройств для приема и обработки информации Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН за плодотворное обсуждение материалов диссертиции.

Наконец, хочу выразить свою признательность своим родным и близким. Без их поддержки эта работа никогда бы не была завершена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

ВВЕДЕНИЕ

1. Урядников Ю. Ф., Аджемов С. С., Штыркин В. В., Соколова М. В. Сверхширокополосная связь – результат развития технологий широкополосного доступа // Электросвязь. – 2006. – № 2. – С. 18–23.

2. Mukhanov O. A. History of Superconductor Analog-to-Digital Converters / Ed. by H. Rogalla, P. Kes. – 100 Years of Superconductivity. London, CRC Press, 2011.

3. Gupta D., Inamdar A., Kirichenko D., Kadin A., Mukhanov O. Superconductor analog-to-digital converters and their applications // Microwave Symposium Digest (MTT), 2011 IEEE MTT-S International. – 2011. — P. 1–4.

4. Inamdar A., Rylov S., Talalaevskii A. et al. Progress in Design of Improved High Dynamic Range Analog-to-Digital Converters // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2009. – Vol. 19, no. 3. – P. 670–675.

5. Vernik I., Kirichenko D., Filippov T. et al. Superconducting High-Resolution Low-Pass Analog-to-Digital Converters // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2007. – Vol. 17, no. 2. — pp. 442–445.

6. Muck M., Welzel C. Superconducting quantum interference device amplifiers at a gigahertz frequencies // Appl. Phys. Lett. – 2003. – Vol. 82, no. 19. – P. 3266-3268.

7. Spietz L., Irwin K., Aumentado J. Superconducting quantum interference device amplifiers with over 27 GHz of gain-bendwidth product operated in the 4-8 GHz frequency range // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 95. – P. 092505.

8. Koshelets V. P., Dmitriev P. N., Faley M. I., et al. Superconducting Integrated Terahertz Spectrometers // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. – 2015. – Vol. 5, no. 4. – P. 687–694.

9. Dorojevets M., Bunyk P., Zinoviev D. FLUX chip: Design of a 20-GHz 16-bit ultrapipelined RSFQ processor prototype based on 1.75-μm LTS technology // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2001. – Vol. 11, no. 1. – P. 326-332.

10. Bunyk P., Leung M., Spargo J., Dorojevets M. FLUX-1 RSFQ microprocessor: Physical design and test results // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2003. – Vol. 13, no. 2. – P. 433-436.

11. Nakajima N., Matsuzaki F., Yamanashi Y., et al. Design and implementation of circuit components of the SFQ microprocessor, CORE1 // Superconductor Science and Technology. – 2004. – Vol. 17, no. 3. – P. 301-307.

12. Yamanashi Y., Tanaka M., Akimoto A., et al. Design and Implementation of a Pipelined Bit-Serial SFQ Microprocessor, CORE 1β // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2007. – Vol. 17, no. 2. – P. 474-477.

13. Yamanashi Y., Kainuma T., Yoshikawa N., et al. 100 GHz demonstrations based on the single-flux-quantum cell library for the 10 kA/cm2 Nb multi-layer process // IEICE Transactions on Electronics. – 2010. – Vol. 93, no. 4. – P. 440-444.

14. Chen W., Rylyakov A.V., Patel V., Lukens J.E., Likharev K.K. Superconductor digital frequency divider operating up to 750 GHz // Appl. Phys. Lett. – 1998. – Vol. 73. – P. 2817.

15. Herr A.Y., Herr Q.P., Oberg O.T., et al. An 8-bit carry look-ahead adder with 150 ps latency and sub-microwatt power dissipation at 10 GHz // J. Appl. Phys. – 2013. – Vol. 113. – P. 033911.

16. Kirichenko A. F., Vernik I. V., Vivalda J. A., Hunt R. T., Yohannes D. T. ERSFQ 8-bit parallel adders as a process benchmark // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2015. – Vol. 25. – P. 1300505.

17. Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N. An adiabatic quantum flux parametron as an ultra-low-power logic device // Appl. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 102. – P. 052602.

18. Finkel M. I., Maslennikov S. N., Gol'tsman G. N. The concept of the receiving complex for the "Millimetron" space radio telescope // Radiophysics and Quantum Electronics. – 2007. – Vol. 50, no 10–11. – P. 837–846.

19. Rønnow T.F., Wang Z., Job J., et al. Defining and detecting quantum speedup // Science. – 2014. – Vol. 345. – P. 420.

20. Das A. and Chakrabarti B.K. Colloquium: Quantum annealing and analog quantum computation // Rev. Mod. Phys. – 2008. Vol. 80. – P. 1061.

21. Johnson M. W., Amin M. H. S., Gildert S., et al. Quantum annealing with manufactured spins // Nature. – 2011. – Vol. 473. – P. 194-198.

22. Dickson N. G., Johnson M. W., Amin M. H., et al. Thermally assisted quantum annealing of a 16-qubit problem // Nature Communications. – 2013. – Vol. 4. – P. 1903.

23. Boixo S., Rønnow T. F., Isakov S. V., et al. Evidence for quantum annealing with more than one hundred qubits // Nature Physics. – 2014. – Vol. 10. – P. 218–224.

ГЛАВА 1. Анализ предметной области. Постановка задачи

1.1. Когнитивные комплексы приема и обработки сигнала: характеристика современного состояния исследований

[1] Ulversoy T. Software Defined Radio: Challenges and Opportunities // IEEE Communications Surveys Tutorials. – 2010. – Vol. 12, no. 4. – P. 531–550.

[2] Brock D., Mukhanov O., Rosa J. Superconductor digital RF development for software radio // IEEE Communications Magazine. – 2001. – Vol. 39, no. 2. – P. 174–179.

[3] Пространственно временная обработка сигналов. Под ред. И.Я. Кремера. – М.: Радио и связь, 1984.

[4] Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993.

[5] Li J., Stoica P. MIMO Radar With Colocated Antennas // IEEE Signal Processing Magazine. – 2007. – Vol. 24, no 5. – P. 106–114.

[6] Shi J., Jiu B., Liu H., Fang M., Yan J. Transmit design for airborne MIMO radar based on prior information // Signal Processing. – 2010 – Vol. 128. – 2016. – P. 521–530.

[7] Одинцов М.О., Шинаков Ю.С. Методы моделирования матриц передачи MIMO-каналов и исследование помехоустойчивости передачи данных // Радиотехника. – 2016. – № 6. – С. 130–136.

[8] Дингес С.И., Пестряков А.В., Соловьев Д.А. Программа «Вектор-MIMO» версии 2.0 моделирования системы с технологией MIMO Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2016. Т. 7. № 2. С. 17-19.

[9] Walden R.H. Analog-to-digital converter survey and analysis // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 1999. – Vol. 17, no. 4. – P. 539-550.

[10] Walden R.H. Analog-to-digital conversion in the early twenty-first century. – Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering. Wiley, 2008. – P. 126–138.

[11] Izhikevich E. M., Edelman G. M. Large-scale model of mammalian thalamocortical systems // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. – 2008. – Vol. 105. – P. 3593–3598.

[12] http://www-03.ibm.com/press/us/en/pressrelease/26657.wss Дата обращения: 27.04.2017.

[13] http://www.top500.org/system/178764 Дата обращения: 27.04.2017.

[14] Markov I. L. Limits on fundamental limits to computation // Nature. – 2014. – Vol. 512. – P. 147–154.

1.2. Когнитивные комплексы приема и обработки сигнала: проблемы и пути их решения

[1] Mukhanov O.A., et al. Superconductor Digital-RF Receiver Systems // IEICE Trans. Electron. – 2008. – Vol. E91–C, no.3. – P. 306–317.

[2] Gupta D., Kirichenko D.E., Dotsenko V.V., et al. Modular, Multi-Function Digital-RF Receiver Systems // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2011. – Vol. 21, no.3. – P. 883–890.

[3] Einstein A., Podolsky B., Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? // Phys. Rev. – 1935. – Vol. 47. – P. 777–780. Peres A. Einstein, Podolsky, Rosen, and Shannon // Foundations of Physics. – 2005. – Vol. 35. – P. 511–514.

[4] Bell J. S. On the Einstein Podolsky Rosen Paradox // Physics. – 1964. – Vol. 1, no 3. – P. 195–200. Brunner N., Cavalcanti D., Pironio S., Scarani V., Wehner S. Bell nonlocality // Rev. Mod. Phys. – 2014. – Vol. 86. – P. 419–478.

[5] Leggett A. J. and Garg A. Quantum mechanics versus macroscopic realism: Is the flux there when nobody looks? // Phys. Rev. Lett. – 1985. – Vol. 54. – P. 857.

[6] Emary C., Lambert N., and Nori F. Leggett–Garg inequalities // Reports on Progress in Physics. – 2014. – Vol. 77, no. 1. – P. 016001.

[7] Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. К теории сверхпроводимости. // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20. – С. 1064–1081.

[8] Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R. Microscopic theory of superconductivity // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 106. – P. 162–164.

[9] Bogoliubov N.N. A new method in the theory of superconductivity. I // Soviet Physics JETP. – 1958. – Vol. 34. – P. 41–46.

[10] Josephson B.D. Coupled superconductors // Rev. Mod. Phys. – 1964. – Vol.36. – P. 216–220.

[11] Martinis J. M., Devoret M. H., Clarke J. Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom: The phase difference across a Josephson junction // Phys. Rev. B. – 1987. – Vol. 35. – P. 4682–4698.

[12] Quantum Technologies with Hybrid Systems / G. Kurizki, P. Bertet, Y. Kubo, K. Moelmer, D. Petrosyan, P. Rabl, J. Schmiedmayer // Proc. of Nat. Acad. of Sci. – 2015. – Vol. 112, no. 13. – P. 3866–3873.

[13] Gan Z.H., Dong W.Q., Qiu L.M., Zhang X.B., Sun H., He Y.L., Radebaugh R. A single-stage GM-type pulse tube cryocooler operating at 10.6 K // Cryogenics. – 2009. – Vol. 49, no. 5. – P. 198–201.

[14] Mukhanov O. A. History of Superconductor Analog-to-Digital Converters / Ed. by H. Rogalla, P. Kes. – 100 Years of Superconductivity. London, CRC Press, 2011.

[15] Gupta D., Inamdar A., Kirichenko D., Kadin A., Mukhanov O. Superconductor analog-to-digital converters and their applications // Microwave Symposium Digest (MTT), 2011 IEEE MTT-S International. – 2011. – P. 1–4.

[16] Inamdar A., Rylov S., Talalaevskii A. et al. Progress in Design of Improved High Dynamic Range Analog-to-Digital Converters // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2009. – Vol. 19, no. 3. – P. 670–675.

[17] Vernik I., Kirichenko D., Filippov T. et al. Superconducting High-Resolution Low-Pass Analog-to-Digital Converters // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2007. – Vol. 17, no. 2. – P. 442–445.

[18] Muck M., Welzel C. Superconducting quantum interference device amplifiers at a gigahertz frequencies // Appl. Phys. Lett. – 2003. – Vol. 82, no. 19. – P. 3266-3268.

[19] Spietz L., Irwin K., Aumentado J. Superconducting quantum interference device amplifiers with over 27 GHz of gain-bendwidth product operated in the 4-8 GHz frequency range // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 95. – P. 092505.

[20] Dorojevets M., Bunyk P., Zinoviev D. FLUX chip: Design of a 20-GHz 16-bit ultrapipelined RSFQ processor prototype based on 1.75-μm LTS technology // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2001. – Vol. 11, no. 1. – P. 326-332.

[21] Bunyk P., Leung M., Spargo J., Dorojevets M. FLUX-1 RSFQ microprocessor: Physical design and test results // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2003. – Vol. 13, no. 2. – P. 433-436.

[22] Nakajima N., Matsuzaki F., Yamanashi Y., et al. Design and implementation of circuit components of the SFQ microprocessor, CORE1 // Superconductor Science and Technology. – 2004. – Vol. 17, no. 3. – P. 301–307.

[23] Yamanashi Y., Tanaka M., Akimoto A., et al. Design and Implementation of a Pipelined Bit-Serial SFQ Microprocessor, CORE 1β // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2007. – Vol. 17, no. 2. – P. 474-477.

[24] Yamanashi Y., Kainuma T., Yoshikawa N., et al. 100 GHz demonstrations based on the single-flux-quantum cell library for the 10 kA/cm2 Nb multi-layer process // IEICE Transactions on Electronics. – 2010. – Vol. 93, no. 4. – P. 440-444.

[25] Chen W., Rylyakov A.V., Patel V., Lukens J.E., Likharev K.K. Superconductor digital frequency divider operating up to 750 GHz // Appl. Phys. Lett. – 1998. – Vol. 73. – P. 2817.

[26] Herr A.Y., Herr Q.P., Oberg O.T., et al. An 8-bit carry look-ahead adder with 150 ps latency and sub-microwatt power dissipation at 10 GHz // J. Appl. Phys. – 2013. – Vol. 113. – P. 033911.

[27] Kirichenko A.F., Vernik I.V., Vivalda J.A., Hunt R.T., Yohannes D.T. ERSFQ 8-bit parallel adders as a process benchmark // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2015. – Vol. 25. – P. 1300505.

[28] Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N. An adiabatic quantum flux parametron as an ultra-low-power logic device // Appl. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 102. – P. 052602.

[29] Rønnow T.F., Wang Z., Job J., et al. Defining and detecting quantum speedup // Science. – 2014. – Vol. 345. – P. 420.

[30] Das A. and Chakrabarti B.K. Colloquium: Quantum annealing and analog quantum computation // Rev. Mod. Phys. – 2008. Vol. 80. – P. 1061.

[31] Johnson M.W., Amin M.H.S., Gildert S., et al. Quantum annealing with manufactured spins // Nature. – 2011. – Vol. 473. – P. 194–198.

[32] Dickson N.G., Johnson M.W., Amin M.H., et al. Thermally assisted quantum annealing of a 16-qubit problem // Nature Communications. – 2013. – Vol. 4. – P. 1903.

[33] Boixo S., Rønnow T.F., Isakov S.V., et al. Evidence for quantum annealing with more than one hundred qubits // Nature Physics. – 2014. – Vol. 10. – P. 218–224.

[34] Mukhanov O., Prokopenko G., Romanofsky R. Quantum sensitivity: Superconducting quantum interference filter-based microwave receivers // IEEE Microwave Magazine. – 2014. – Vol. 6, no. 15. – P. 57–65.

[35] Yan Q., Li M., Chen F., Jiang T., Lou W., Hou Y.T., Lu C.-T. Specmonitor: Toward efficient passive traffic monitoring for cognitive radio networks// IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2014. – Vol. 13. – P. 5893– 5905.

[36] Farooqi M., Tabassum S., Rehmani M., Saleem Y. A survey on network coding // Journal of Network and Computer Applications. – 2014. – Vol. 46. – P. 166–181.

[37] Munjuluri S., Garimella R.M. Towards Faster Spectrum Sensing Techniques in Cognitive Radio Architectures // Procedia Computer Science. – 2015. – Vol. 46. – P. 1156–1163.

[38] Adachi S. H., Henderson M. P. Application of Quantum Annealing to Training of Deep Neural Networks // ArXiv e-prints. – 2015. Дата обращения: 27.04.2017.

[39] Benedetti M., Realpe-Gómez J., Biswas R., and Perdomo-Ortiz A. Estimation of effective temperatures in quantum annealers for sampling applications: A case study with possible applications in deep learning // Phys. Rev. A. – 2016. – Vol. 94. – P. 022308.

[40] Nerguizian C., Despins C., Affes S. Geolocation in mines with an impulse response fingerprinting technique and neural networks // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2006. – Vol. 5, no. 3. – P. 603–611.

[41] Yu L., Laaraiedh M., Avrillon S., Uguen B. Fingerprinting localization based on neural networks and ultra-wideband signals // IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT). – 2011. – P. 184–189.

[42] Zou D., Meng W., Han S., He K., Zhang Z. Toward Ubiquitous LBS: Multi-Radio Localization and Seamless Positioning // IEEE Wireless Communications. – 2016. – Vol. 23. – P. 107–113.

[43] Rosenblatt F.X. Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms. – Spartan Books, Washington DC, 1961.

[44] Аджемов С.С., Виноградов А.Н., Лебедев А.Н., Терешонок М.В., Макаренков С.А., Чиров Д.С. Методы интеллектуального анализа слабоструктурированных данных и управления комплексами мониторинга. – М.: Инсвязьиздат, 2009.

[45] Терешонок М.В. Классификация и распознавание сигналов систем радиосвязи при помощи самоорганизующихся карт Кохонена с различными топологиями выходного слоя и алгоритмами обучения // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2008. – Т. 2. – С. 28–31.

[46] Mukhanov O. Energy-Efficient Single Flux Quantum Technology // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2011. – Vol. 21, no. 3. – P. 760–769.

[47] Kirichenko D., Sarwana S., Kirichenko A. Zero Static Power Dissipation Biasing of RSFQ Circuits // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2011. – Vol. 21, no. 3. – P. 776–779.

[48] Herr Q., Herr A. Y., Oberg O. T., Ioannidis A. G. Ultra-low-power superconductor logic // J. Appl. Phys. – 2011. – Vol. 109. – P. 103903.

[49] Mukhanov O. A. Digital Processing in Superconductor Digital Electronics // Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications. – 2014. – Vol. 2. – P. 1135–1162.

[50] Holmes D.S., Kadin A.M., Johnson M.W. Superconducting Computing in Large-Scale Hybrid Systems // Computer. – 2015. – Vol. 48. – P. 34-42.

[51] Crotty P., Shult D., Segal K. Josephson junction simulation of neurons // Physical Review E. – 2010. – Vol. 82. – P. 011914,

[52] Chiarello F., Carelli P., Castellano M. G., Torrioli G. Artificial neural network based on SQUIDs: demonstration of network training and operation // Supercond. Sci. Technol. – 2013. – Vol. 26. – P. 125009.

[53] Prokopenko G., Mukhanov O., Romanofsky R. SQIF antenna measurement in near field // 15th International Superconductive Electronics Conference. – 2015. – P. 119106.

1.3. Сравнительный анализ перспективных технических решений

[1] Smith L. S. Handbook of Nature-Inspired and Innovative Computing: Integrating Classical Models with Emerging Technologies. – Springer, New York, 2006. P. 433–475.

[2] Hebb D.O. The organization of behavior: A neuropsychological theory. John Wiley and Sons, New York, 1949.

[3] Chua L. Memristor-the missing circuit element //IEEE Transactions on circuit theory. – 1971. – Vol. 18, no. 5. – P. 507–519.

[4] Merolla P. A., Arthur J. V., Alvarez-Icaza R., et al. A million spiking-neuron integrated circuit with a scalable communication network and interface // Science. – 2014. – Vol. 345, no. 6197. – P. 668–673.

[5] Qiao N., Mostafa H., Corradi F., et.al. A reconfigurable on-line learning spiking neuromorphic processor comprising 256 neurons and 128K synapses // Front. Neurosci. – 2015. – Vol. 9. – P. 141.

[6] Strukov D. B., Snider G. S., Stewart D. R., Williams R. S. The missing memristor found // Nature. – 2008. – Vol. 453, no. 7191. – P. 80–83.

[7] Yang J. J., Pickett M. D., Li X. Ohlberg D. A. A., Stewart D. R., and Williams R. S. Memristive switching mechanism for metal/oxide/metal nanodevices // Nature Nanotech. – 2008. – Vol. 8. – P. 429.

[8] Ha S. D. and Ramanathan S. Adaptive oxide electronics: a review // J. Appl. Phys. – 2011. – Vol. 110. – P. 071101.

[9] Kuzum D., Jeyasingh R.G.D., Lee B., Wong H.-S.P. Nanoelectronic Programmable Synapses Based on Phase Change Materials for Brain-Inspired Computing // NanoLett. – 2012. – Vol. 12. – P. 2179.

[10] Chanthbouala A., Garcia V., Cherifi R.O., et al. A ferroelectric memristor // Nature Mat. – 2012. – Vol. 11. – P. 860.

[11] Kim K.-H., Gaba S., Wheeler D., Cruz-Albrecht J.M., Hussain T., Srinivasa N., Lu W. A Functional Hybrid Memristor Crossbar-Array/CMOS System for Data Storage and Neuromorphic Applications // Nano Lett. – 2012. – Vol. 12. – P. 389.

[12] Sharad M., Augustine C., Panagopoulos G., Roy K. Proposal For Neuromorphic Hardware Using Spin Devices // arXiv:1206.3227. – 2012. Дата обращения: 27.04.2017.

[13] Kim K.-H., et al. A Functional Hybrid Memristor Crossbar-Array/CMOS System for Data Storage and Neuromorphic Applications // Nano Lett. – 2012. – Vol. 12. – P. 389−395.

[14] Eryilmaz S. B., et al. Brain-like associative learning using a nanoscale non-volatile phase change synaptic device array // Front Neurosci. – 2014. – Vol. 8. – P. 205.

[15] Chu M., et al. Neuromorphic Hardware System for Visual Pattern Recognition with Memristor Array and CMOS Neuron // IEEE Trans. Ind. Electron. – 2014. – Vol. 62. – P. 2410–2419.

[16] Waser R., Dittmann R., Staikov G., Szot R. Redox-based resistive switching memories – nanoionic mechanisms, prospects and challenges // Adv. Mat. – 2009. – Vol. 21. – P. 2632.

[17] Valov I., Waser R., Jameson J.R., Kozicki M.N. Electrochemical metallization memories–fundamentals, applications, prospects // Nanotechnology. – 2011 – Vol. 22. – P. 254003.

[18] Strukov D.B., Williams R.S. Intrinsic constrains on thermally-assisted memristive switching // Applied Physics A. – 2011. – Vol. 102. – P. 851–855.

[19] Tan Z., Patel V., · Likharev K. K., et al. Experimental study of resistive bistability in metal oxide junctions // Applied Physics A. – 2011. – Vol. 103. – P. 293–300.

[20] Yang J. et al. Metal oxide memories based on thermochemical and valence change mechanisms // MRS Bulletin. – 2012. – Vol. 37, no. 2. – P. 131.

[21] Lin P., Pi S., Xia Q. 3D integration of planar crossbar memristive devices with CMOS substrate // Nanotechnology. – 2014. – Vol. 25, no. 40. – P. 405202.

[22] Holmes D. S., Ripple A. L., and Mannheimer M. A. Energy-efficient superconducting computing – power budgets and requirements // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2013. – Vol. 23. – P. 1701610.

[23] Valley G.C. Photonic analog-to-digital converters // Optics Express. – 2007. – Vol. 15, no. 5. – P. 1955–1982.

[24] Стариков Р. Фотонные АЦП // Успехи Совр. Радиоэлектрон. – 2015. – № 2. С. 3–39.

[25] Kim J., Park M. J., Perrott M. H., and Kärtner F. X. Photonic subsampling analog-to-digital conversion of microwave signals at 40-GHz with higher than 7-ENOB resolution // Optics Express. – 2008. – Vol. 16, no. 21. – P. 16509.

[26] Kärtner F. X., et al. Photonic Analog-to-Digital Conversion with Electronic-Photonic Integrated Circuits // Proc. of SPIE. – 2008. – Vol. 6898. – P. 1–6.

[27] Khilo A., et al. Photonic ADC: overcoming the bottleneck of electronic jitter // Optics Express. – 2012. – Vol. 20, no. 4. – P. 4454–4469.

[28] Fard A. M., Gupta S., and Jalali B. Photonic time-stretch digitizer and its extension to real-time spectroscopy and imaging // Laser Photonics Rev. – 2013. – Vol. 7, no. 2. – P. 207–263.

[29] Esman D.J., Wiberg A. O. J., Alic N., and Radic S. Highly Linear Broadband Photonic-Assisted Q-Band ADC // Journal Of Lightwave Technology. – 2015. – Vol. 33, no. 11. – P. 2256–2262.

[30] Maleeva N., Fistul M. V., Karpov A., Zhuravel A. P., Averkin A., Jung P., and Ustinov A. V. Electrodynamics of a ring-shaped spiral resonator // J. Appl. Phys. – Vol. 115. – P. 064910, 2014.

[31] Maleeva N., Fistul M. V., Abramov N. N., Averkin A. S., Karpov A., Zhuravel A. P., and Ustinov A. V. Electrodynamics of a planar Archimedean spiral resonator // J. Appl. Phys. – 2015. – Vol. 118. – P. 033902.

[32] Rotzinger H., Skacel S. T., Pfirrmann M., et al. Aluminium-oxide wires for superconducting high kinetic inductance circuits // Supercond. Sci. Technol. – 2017. – Vol. 30. – P. 025002.

[33] Hu X., Dauler E. A., Molnar R. J., Berggren K. K. Superconducting nanowire single-photon detectors integrated with optical nano-antennae // Optics Express. – 2011. – Vol. 19, no. 1. – P. 17.

[34] Pernice W., Schuck C., Minaeva O., Li M., Goltsman G., Sergienko A., Tang H. High speed travelling wave single-photon detectors with near-unity quantum efficiency // Nature Comm. – 2012. – Vol. 3. – P. 1325.

[35] Khasminskaya S., Pyatkov F., Stowik K., Ferrari S., Kahl O., Kovalyuk V., Rath P., Vetter A., Hennrich F., Kappes M. M., Goltsman G., Korneev A., Rockstuhl C., Krupke R., Pernice W. H. Fully integrated quantum photonic circuit with an electrically driven light source // Nature Photonics. – 2016. – Vol. 10. – P. 727–733.

[36] Shcherbatenko M., Lobanov Y., Semenov A., Kovalyuk V., Korneev A., Ozhegov R., Kazakov A., Voronov B., Goltsman G. Potential of a Superconducting Photon Counter for Heterodyne Detection at Telecommunication Wavelength // Optics Express. – 2016. – Vol. 24, no. 26. – P. 30474–30484.

[37] Ferrari S., Kahl O., Kovalyuk V., Goltsman G., Korneev A., Pernice W. H. Waveguide-integrated single- and multi-photon detection at telecom wavelengths using superconducting nanowires // Applied Phys. Lett. –2015. – Vol. 106. – P. 151101.

[38] Seliverstov S., Maslennikov S., Ryabchun S., Finkel M., Klapwijk T., Kaurova N., Vakhtomin Y., Smirnov K., Voronov B., Goltsman G. Fast and Sensitive Terahertz Direct Detector Based on Superconducting Antenna-Coupled Hot Electron Bolometer // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. –2015. – Vol. 25. No. 3. P. 1-4.

[39] Khudchenko A., Baryshev A., Rudakov K., Koshelets V., Dmitriev P., Hesper R., de Jong L. High Gap Nb-AlN-NbN SIS Junctions for Frequency Band 790-950 GHz // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. – 2016. – Vol. 6, no 1. – P. 127–132.

[40] Hao L.Y., Ji M., Yuan J., et al. A Compact Superconducting Terahertz Source Operating in Liquid Nitrogen // Phys. Rev. Applied. – 2015. – Vol. 3. – P. 024006.

[41] Ozhegov R.V., Gorshkov K.N., Vachtomin Yu B., et al. Terahertz Imaging System Based on Superconducting Heterodyne Integrated Receiver. In the Springer book “THz and Security Applications. Detectors, Sources and Associated Electronics for THz Applications”, edited by C. Corsi and F. Sizov, 2014.

[42] Kiselev O., Birk M., Ermakov A., et al. Balloon-Borne Superconducting Integrated Receiver for Atmospheric Research // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2011. – Vol. 21. – P. 612-615.

[43] de Lange G., Boersma D., Dercksen J., et al. Development and Characterization of the Superconducting Integrated Receiver Channel of the TELIS Atmospheric Sounder // Supercond. Sci. Technol. – 2010. – Vol. 23, no 4. – P. 045016.

[44] Tolpygo S. K. Superconductor digital electronics: scalability and energy efficiency issues // Low Temp. Phys. – 2016. – Vol. 42, no. 5. – P. 463–485.

[45] Козлов А.В., Пестряков А.В. Развитие спутниковой системы позиционирования и сбора данных ARGOS // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2012. – Т. 6, № 2. – С. 36-39.

ГЛАВА 2. Фундаментальные основы для реализации предлагаемых технических решений

2.1. Макроскопические квантовые эффекты в сверхпроводниках для создания комплексов приема и обработки сигнала

[1] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов, М.: Мир, 1968.

[2] Тинкхам М. Введение в сверхпроводимость, М.: Атомиздат, 1980.

[3] Kopnin N.B. Theory of Nonequilibrium Superconductivity, Oxford: Oxford University Press, 2001.

[4] Zagoskin A. Quantum theory of many-body systems: Techniques and Applications, New-York: Springer, 1998.

[5] Blatt F.J. Modern Physics, McGraw-Hill, 1992.

[6] Giaever I., Megerle K. Study of superconductors by electron tunneling // Phys. Rev. – 1961. – Vol. 122. – P. 1101.

[7] Зайцев Р. О. О решении уравнений сверхпроводимости для системы сверхпроводящего и нормального металлов // ЖЭТФ. – 1965. – Т. 48. – С. 644–651.

[8] Зайцев Р. О. Граничные условия для уравнений сверхпроводимости при температурах, близких к критической // ЖЭТФ. – 1965. – Т. 48. – С. 1759–1771.

[9] Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. – М.: Наука, 1970.

[10] Солимар П. Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение. – М.: Мир, 1974.

[11] Likharev K.K. Superconducting weak links // Rev. Mod. Phys. – 1979. – Vol. 51. – P. 101–159.

[12] Ван Дузер Т., Тернер Ч. У. Физические основы сверхпроводниковых устройств и цепей. – М.: Радио и связь, 1984.

[13] Куприянов М. Ю., Лукичёв В. Ф. Влияние прозрачности границ на критический ток грязных SS′S структур // ЖЭТФ. – 1988. – Т. 94. – С. 139–149.

[14] Свидзинский А.В. Пространственно неоднородные задачи сверхпроводимости, М.: Наука, 1982.

[15] Gor'kov L.P. On the energy spectrum of superconductors // Zh. Eksp. Teor. Fiz. – 1958. – Vol. 7, no 3. – P. 505–508.

[16] Nambu Y. Quasi-particles and gauge invariance in the theory of superconductivity // Phys. Rev. – 1960. – Vol. 117. – P. 648–663.

[17] Matsubara T. A new approach to quantum-statistical mechanics // Prog. Theor. Phys. – 1955. – Vol. 114, no. 4. – P. 351–378.

[18] Eilenberger G. Transformation of Gorkov's equation for type II superconductors into transport-Like equations // Z. Phys. – 1968. – Vol. 214. – P. 195-213.

[19] Usadel K.D. Generalized diffusion equation for superconducting alloys // Phys. Rev. Lett. – 1970. – Vol. 25, no. 8. – P. 507–509.

[20] Kresin V., Morawitz H., Wolf S. Superconducting state: mechanisms and properties. – Oxford: Oxford University Press, 2014.

[21] Amundsen M., Linder J. General solution of 2D and 3D superconducting quasiclassical systems: coalescing vortices and nanoisland geometries // Scientific Reports. – 2016. – Vol. 6. – P. 22765.

2.2.Квантовые и нейросетевые методы анализа поступившего сигнала

[1] Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. – М.: Мир, 2006.

[2] Wineland D.J. Nobel Lecture: Superposition, entanglement, and raising Schrödinger's cat // Rev. Mod. Phys. – 2013. – Vol. 85. – P. 1103.

[3] Feynman R.P. Simulating physics with computers // International Journal of Theoretical Physics. – 1982. – Vol. 21, no 6. – P. 467–488.

[4] Bernstein E., Vazirani U.V. Quantum complexity theory. // Society for Industrial and APPLIED Mathematics Journal on Computing. – 1997. – Vol. 26, no. 5. – P. 1411–1473

[5] Белинский А.В. Квантовые измерения. – М.: Бином, 2008.

[6] http://math.nist.gov/quantum/zoo/

[7] Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P. Optimization by Simulated Annealing // Science. – 1983. – Vol. 220. – P. 671–680.

[8] Geman S., Geman D. Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images // IEEE Trans. PAMI. – 1984. – Vol. 6. – P. 721-741.

[9] Brooke J., Bitko D., Rosenbaum T. F. Quantum Annealing of a Disordered Spin System // Science. – 1999. – Vol. 284, no. 5415. – P. 779–781.

[10] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, and D.J. Wineland Optical Clocks and Relativity / // Science. – 2010. – Vol. 329. – P. 1630.

[11] Quantum computers / T.D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme et al. // Nature. – 2010. – Vol. 464. – P. 45.

[12] Observation of Measurement-Induced Entanglement and Quantum Trajectories of Remote Superconducting Qubits / N. Roch, M. E. Schwartz, F. Motzoi et al. // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 112. – P. 170501.

[13] Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang, S. Ashhab, J.Q. You, and F. Nori // Rev. Mod. Phys. – 2013. – Vol. 85. – P. 623.

[14] You J. Q., Nori F. Superconducting circuits and quantum information // Phys. Today. – 2005. – Vol. 58. – P. 42.

[15] Clarke J., Wilhelm F. K. Superconducting quantum bits // Nature. – 2008. – Vol. 453. – P. 1031.

[16] You J. Q., Nori F. Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits // Nature. – 2011. – Vol. 474. – P. 589.

[17] Devoret M.H., Schoelkopf R.J. Superconducting Circuits for Quantum Information: An Outlook // Science. – 2013. – Vol. 339. – P. 1169.

[18] Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. – Издательский дом Вильямс, 2008.

[19] Pickett M. D., Williams R. S. Phase transitions enable computational universality in neuristor-based cellular automata //Nanotechnology. – 2013. – Vol. 24. – №. 38. – P. 384002.

[20] Popoola J. J. Automatic recognition of both inter and intra classes of digital modulated signals using artificial neural network // Journal of Engineering Science and Technology.– 2014. – Vol. 9, no. 2. – P. 273–285.

[21] Kak S. Quantum Neural Computing // Advances in Imaging and Electron Physics. – 1995. – Vol. 94. – P. 259–313.

[22] Алтайский М. В., Капуткина Н. Е., Крылов В. А. Квантовые нейронные сети: современное состояние и перспективы развития // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 2014. – Т. 45, вып. 5-6. – С. 1824–1864.

[23] Matsui N., Nishimura H., Isokawa T. Qubit Neural Network: Its Perfomance and Applications, New York: IGI Global, 2009.

[24] A Functional Hybrid Memristor Crossbar-Array/CMOS System for Data Storage and Neuromorphic Applications / K.-H. Kim, S. Gaba, D. Wheeler, et al. // Nano Lett. – 2012. – Vol. 12. – P. 389−395.

[25] Матвеев Ю. А., Зенкевич А. В., Негров Д. В. Наноразмерный искусственный нейрон «интегрировать–и–сработать». Патент РФ RU 2 627 125 от 03.08.2017.

ГЛАВА 3. Разработка методов исследования базовых элементов и ячеек систем приема и обработки сигнала

3.1. Сверхпроводящие джозефсоновские гетероструктуры как базовые элементы систем приема и обработки сигнала

[1] Абрикосов А.А. Основы теории металлов, М.: Наука, 1987.

[2] Блатт Ф. Физика электронной проводимости в твердых телах, М.: Мир, 1971.

[3] Josephson B.D. Possible New Effects in Superconducting Tunnelling // Phys. Lett. – 1962. – Vol. 1. – P. 251–2534.

[4] Josephson B.D. The discovery of tunneling supercurrents // Science. – 1974. – Vol. 184. – P. 527–530.

[5] Anderson P.W., Rowell J.M. Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect // Phys. Rev. Lett. – 1963. – Vol.10. – P. 230–232.

[6] Асламазов Л. Г., Ларкин А. И. Эффект Джозефсона в точечных сверхпроводящих контактах // Письма в ЖЭТФ. – 1969. – Т. 9. – С. 150–154.

[7] Blonder G. E., Tinkham M., Klapwijk T. M. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion // Phys. Rev. B. – 1982. – Vol. 25. – P. 4515.

[8] Kulik I. O., Omelyanchuk A. N. Josephson effect in superconductive bridges: Microscopic theory // JETP Lett. – 1975. – Vol. 21. – P. 96.

[9] Andreev A. F. Thermal conductivity of the intermediate state of superconductors // Sov. Phys. JETP. – 1964. – Vol. 19. – P. 1228.

[10] Столяров В.С. Исследование сверхпроводящих джозефсоновских контактов с туннельным и ферромагнитным слоями. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Черноголовка, 2012.

[11] Blackburn J.A., Cirillo M., Grønbech-Jensen N. A survey of classical and quantum interpretations of experiments on Josephson junctions at very low temperatures // Physics Reports. – 2016. – Vol. 611. – P. 1–33.

[12] Фейнман Р. Лейтон Р. Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т.9, Квантовая механика (II), М.: Мир, 1967.

3.2. Сверхпроводящие квантовые интерферометры и цепи на их основе как базовые ячейки различных блоков в системах приема и обработки сигнала

[1] Clarke J., Braginsky A. I. The SQUID Handbook, Weinheim: Wiley-VCH, 2004.

[2] Peterson R. L., McDonald D. G. Voltage and current expressions for a twojunction superconducting interferometer // J. Appl. Phys. – 1983. – Vol. 54. – P. 992–996.

[3] Лихарев К.К., Ульрих Б.Т. Системы с джозефсоновскими контактами. – М.: Московский университет, 1980.

[4] Clarke J. SQUID concepts and systems // NATO ASL Series, edd. H. Weinstock and M. Nisenoff. – 1989. – Vol. F59. – P. 88–148.

[5] Polonsky S. V., Semenov V. K., Shevchenko P. N. PSCAN: personal superconductor circuit analyser // Superconductor Science and Technology. – 1991. –Vol. 4, no. 11. – P. 667.

[6] Oppenlaender J., Haeussler Ch., and Schopohl N. Non-Φ_0-periodic macroscopic quantum interference in one-dimensional parallel Josephson junction arrays with unconventional grating structure // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 63. – 024511.

[7] Haeussler Ch., Oppenlaender J., and Schopohl N. Nonperiodic flux to voltage conversion of series arrays of dc superconducting quantum interference devices // Journ. of Appl. Phys. – 2001. – Vol. 89, no.3. – 1875–1879.

[8] Oppenlaender J., Haeussler Ch., Traeuble T., and Schopohl N. Sigmoid like flux to voltage transfer function of superconducting quantum interference filter circuits // Physica C. – 2002. – Vol. 368. – 125–129.

[9] Schultze V., IJsselsteijn R., and Meyer H.-G. How to puzzle out a good high-T_C superconducting quantum interference filter // Superconductor Science and Technology. – 2006. – Vol. 19. – S411–S415.

[10] Superconducting Quantum Interference Filters operated in commercial miniature cryocoolers / J. Oppenlaender, C. Haeussler, A. Friesch, J. Tomes, P. Caputo, T. Traeuble, N. Schopohl // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2005. – Vol. 15. – 936–939.

[11] Two dimensional superconducting quantum interference filters / J. Oppenlaender, Ch. Haeussier, T. Traeuble, P. Caputo, J. Tomes, A. Friesch, N. Schopohl // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – Vol. 13. – 771–774, 2003.

[12] Oppenländer J. Superconducting Quantum Interference Filters // Advances in Solid State Physics. – 2003. – Vol. 43. – 731–746.

[13] Fagaly R.K. Superconducting quantum interference device instruments and applications // Rev. Sci. Instrum. – 2006. – Vol. 77. – P. 101101.

[14] Gravitational bar detectors set limits to Planck-scale physics on macroscopic variables / F. Marin, F. Marino, M. Bonaldi, et al. // Nat. Phys. – 2012. – Vol. 9. – P. 71–73.

[15] Kirtley J. R., Kalisky B., Bert J. A. et al. Scanning SQUID susceptometry of a paramagnetic superconductor // Physical Review B. – 2012. – Vol. 85, no. 22. – P. 224518.

[16] Фалей М.И., Масленников Ю.В., Кошелец В.П. Измерительные системы на ВТСП СКВИД // Радиотехника. – 2012. – № 12. – С. 5–24.

[17] High-Tc DC SQUIDs for magnetoencephalography / Y.V. Maslennikov, et al. // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2013. – Vol.23, no. 3. – P. 1600705(5).

[18] Granata C. and Vettoliere A. Nano Superconducting Quantum Interference device: a powerful tool for nanoscale investigations // Phys. Rep. – 2016. – Vol. 614. – P. 1–69.

[19] Faley M.I., Dammers J., Maslennikov Y.V., Schneiderman J.F., Winkler D., Koshelets V.P., Shah N.J., Dunin-Borkowski R.E. High-Tc SQUID biomagnetometers // Superconductor Science and Technology. – 2017. – Vol.30, no. 8. – P. 083001.

3.3. Сверхпроводящие джозефсоновские гетероструктуры и интерферометры в квантовом пределе для блоков обработки сигнала

[1] A Rydberg quantum simulator / H. Weimer, M. Muller, P. Zoller at al. // Nature Phys. – 2010. – Vol. 6. – P. 382.

[2] Towards fault–tolerant quantum computing with trapped ions / J. Benhelm, G. Kirchmair, C.F. Roos, and R. Blatt // Nature Phys. – 2008. – Vol. 4. – P. 463.

[3] Embracing the quantum limit in silicon computing / J.J.L. Morton, D.R. McCamey, M.A. Eriksson and S.A. Lyon // Nature. – 2011. – Vol. 479. – P. 345.

[4] Омельянчук А.М., Ильичев Е.В., Шевченко С.Н. Квантовые когерентные явления в джозефсоновских кубитах, Киев: – НПП Издательство «Наукова думка», 2013.

[5] Bergquist J. C., Hulet R. G., Itano W. M., Wineland D. J. Observation of Quantum Jumps in a Single Atom // Phys. Rev. Lett. – 1986. – Vol. 57. – P. 1699–1702.

[6] Nagourney W., Sandberg J., Dehmelt H. G. Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps // Phys. Rev. Lett. – 1986. – Vol. 56. – P. 2797–2799.

[7] Koppens F.H.L., Buizert C., Tielrooij K.J., Vink I.T., Nowack K.C., Meunier T., Kouwenhoven L.P., Vandersypen L.M.K. Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot // Nature. – 2006. – Vol. 442. – P. 766–771.

[8] Childress L., Dutt M.V., Taylor J.M., Zibrov A.S., Jelezko F., Wrachtrup J., Hemmer P.R., Lukin M.D. Coherent Dynamics of Coupled Electron and Nuclear Spin Qubits in Diamond// Science. – 2006. – Vol. 314. – P. 281–284.

[9] Balasubramanian G., Neumann P., Twitchen D., et al. Ultralong spin coherence time in isotopically engineered diamond // Nature Materials Letters. – 2009. – Vol. 8. – P. 38–387.

[10] Morello A., Pla J., Zwanenburg F., et al. Single-shot readout of an electron spin in silicon// Nature. – 2010. – Vol. 467. – P. 687–691.

[11] Pla J., Tan K., Dehollain J.P., Lim W.H., Morton J. J. L., Jamieson D., Dzurak A., Morello A. A single-atom electron spin qubit in silicon // Nature. – 2012. – Vol. 489. – P. 541–545.

[12] Veldhorst M., Yang C. H., Hwang J. C. C., et al. A two-qubit logic gate in silicon // Nature. – 2015. – Vol. 526. – P. 410–414.

[13] Itano W. M., Heinzen D. J., Bollinger J.J., et al. Quantum Zeno effect // Phys. Rev. A, 1990. – Vol. 41. – P. 2295.

[14] Neumann P., Beck J., Steiner M., Rempp F., Fedder H., Hemmer P., Wrachtrup J., Jelezko F. Single-shot readout of a single nuclear spin // Science. – 2010. – Vol. 329. – P. 542–544.

[15] Vamivakas A.N., Lu C.-Y., Matthiesen C., Zhao Y., Fält S., Badolato A., Atatüre M. Observation of spin-dependent quantum jumps via quantum dot resonance fluorescence // Nature. – 2010. – Vol. 467. – P. 297–300.

[16] Friedman J. R., Patel V., Chen W., Tolpygo S. K., Lukens J. E. Quantum superposition of distinct macroscopic states // Nature. – 2000. – Vol. 406. – P. 43–45.

[17] Martinis J. M., Nam S., Aumentado J., Urbina C. Rabi Oscillations in a Large Josephson-Junction Qubit // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – P. 117901.

[18] Martinis J.M., Cooper K., McDermott R., et al. Decoherence in Josephson qubits from dielectric loss // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95. – P. 210503.

[19] Steffen M., Ansmann M., Bialczak R.C., Katz N., Lucero E., McDermott R., Neeley M., Weig E.M., Cleland A.N., Martinis J.M. Measurement of the Entanglement of Two Superconducting Qubits via State Tomography // Science. – 2006. – Vol. 313. – P. 1423–1425.

[20] Lucero E., Hofheinz M., Ansmann M., Bialczak R., Katz N., Neeley M., O'Connell A.D., Wang H., Cleland A. N., Martinis J.M. High-fidelity gates in a Josephson qubit // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 100. – P. 247001.

[21] Commercialize quantum technologies in five years / M. Mohseni, P. Read, H. Neven, S. Boixo, V. Denchev, R. Babbush, A. Fowler, V. Smelyanskiy, J. Martinis // Nature. – 2017. – Vol. 543. – P. 171–174.

[22] Mooij J.E., Orlando T.P., Levitov L., Tian L., van der Wal C.H., Lloyd S. Josephson persistent-current qubit // Science. – 1999. – Vol. 285. – P. 1036–1039.

[23] Plourde B.L.T., Robertson T.L., Reichardt P.A., Hime T., Linzen S., Wu C.E., Clarke J. Flux qubits and readout device with two independent flux lines // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 72. – P. 060506(R).

[24] Tuning the gap of a superconducting flux qubit / F.G. Paauw, A. Fedorov, C.J.P.M. Harmans, J.E. Mooij // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 102, no. 9. – P. 090501.

[25] Direct Josephson coupling between superconducting flux qubits / M. Grajcar, A. Izmalkov, S. H. W. van der Ploeg, S. Linzen, E. Il'ichev, Th. Wagner, U. Hübner, H.-G. Meyer, Alec Maassen van den Brink, S. Uchaikin, and A. M. Zagoskin // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 72. – P. 020503(R).

[26] Consistency of Ground State and Spectroscopic Measurements on Flux Qubits / A. Izmalkov, S. H. W. van der Ploeg, S. N. Shevchenko, M. Grajcar, E. Il'ichev, U. Hübner, A. N. Omelyanchouk, and H.-G. Meyer // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101. – P. 017003.

[27] On-chip RSFQ microwave pulse generator using a multi-flux-quantum driver for controlling superconducting qubits / N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa // Physica C. – 2010. – Vol. 470, no. 20. – P. 1550–1554.

[28] Josephson parametric phase-locked oscillator and its application to dispersive readout of superconducting qubits / Z. R. Lin, K. Inomata, K. Koshino, W. D. Oliver, Y. Nakamura, J. S. Tsai, T. Yamamoto // Nature Communications. – 2014. – Vol. 5. – P. 4480.

[29] Single-shot Readout of a Superconducting Qubit using a Josephson Parametric Oscillator / P. Krantz, A. Bengtsson, M. Simoen, S. Gustavsson, V. Shumeiko, W. D. Oliver, C. M. Wilson, P. Delsing, J. Bylander // Nature Communications. – 2016. Vol. 7. – P. 11417.

[30] Vion D., Aassime A., Cottet A., Joyez P., Pothier H., Urbina C., Esteve D., Devoret M. H. Manipulating the Quantum State of an Electrical Circuit // Science. – 2002. – Vol. 296. – P. 886–889.

[31] Devoret M. H. and Martinis J. M. Implementing Qubits with Superconducting Integrated Circuits // Quantum Inf. Process. – 2004. – Vol. 3, no. 1. – P. 163–203.

[32] Siddiqi I., Vijay R., Pierre F., Wilson C. M., Metcalfe M., Rigetti C., Frunzio L., Devoret M. H. RF-Driven Josephson Bifurcation Amplifier for Quantum Measurement// Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93. – P. 207002.

[33] Vijay R., Slichter D. H., Siddiqi I. Observation of Quantum Jumps in a Superconducting Artificial Atom // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 110502.

[34] Hatridge M., Vijay R., Slichter D. H., Clarke J., Siddiqi I. Dispersive magnetometry with a quantum limited SQUID parametric amplifier // Phys. Rev. B. – 2011. – Vol. 83. – P. 134501.

[35] Greenberg Ya. S., Izmalkov A., Grajcar M., Il'ichev E., Krech W., Meyer H.-G., van den Brink A. Quantum behavior of a flux qubit coupled to a resonator // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – P. 214525.

[36] Wallraff A., Schuster D.I., Blais A., Frunzio L., Huang R.S., Majer J., Kumar S., Girvin S.M., Schoelkopf R.J. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics // Nature. – 2004. – Vol. 431. – P. 162–167.

[37] Zhu X., Saito S., Kemp A., et al. Coherent coupling of a superconducting flux qubit to an electron spin ensemble in diamond // Nature. – 2011. – Vol. 478. – P. 221–224.

[38] Houck A. A., Tureci H. E., Koch J. On-chip quantum simulation with superconducting circuits // Nature Phys. – 2012. – Vol. 8. – P. 292–299.

[39] M. Stern, G. Catelani, Y. Kubo, C. Grezes, A. Bienfait, D. Vion, D. Esteve, and P. Bertet. Flux Qubits with Long Coherence Times for Hybrid Quantum Circuits // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 113. – P. 123601.

[40] Steffen M., Ansmann M., Bialczak R. C., et al. Measurement of the entanglement of two superconducting qubits via state tomography // Science –2006. – Vol. 313. – P. 1423–1425.

[41] Di Carlo L., Reed M. D., Sun L., et al. Preparation and measurement of three-qubit entanglement in a superconducting circuit // Nature – 2010. – Vol. 467. – P. 574–578.

[42] Neeley M., Bialczak R. C., Lenander M., et al. Generation of three-qubit entangled states using superconducting phase qubits // Nature. – 2010. – Vol. 467. – P. 570–573.

[43] Di Carlo L., Chow J. M., Gambetta J. M., et al. Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor // Nature. – 2009. – Vol. 460. – P. 240–244.

[44] Realization of three-qubit quantum error correction with superconducting circuits / M. D. Reed, L. DiCarlo, S. E. Nigg, L. Sun, L. Frunzio, S. M. Girvin, R. J. Schoelkopf // Nature. – 2012. – Vol. 482. – P. 382–385.

[45] Takeda S., Mizuta T., Fuwa M., van Loock P., Furusawa A. Deterministic quantum teleportation of photonic quantum bits by a hybrid technique // Nature. – 2013. – Vol. 500. – P. 315–318.

[46] Steffen L., Y. Salathe, M. Oppliger, et al. Deterministic quantum teleportation with feed-forward in a solid state system // Nature. – 2013. – Vol. 500. – P. 319–322.

[47] Il'ichev E., Shevchenko S. N., van der Ploeg S. H. W., et al. Multiphoton excitations and inverse population in a system of two flux qubits // Phys. Rev. B. – 2010. – Vol. 81. – P. 012506.

[48] Astafiev O., Zagoskin A. M., Abdumalikov Jr. A. A., et al. Resonance Fluorescence of a Single Artificial Atom // Science. – 2010. – Vol. 327. – P. 840-843.

[49] Oelsner G., et al. Dressed-State Amplification by a Single Superconducting Qubit // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 110, no. 5 . – P. 053602.

[50] Gol'tsman G.N., et al. Picosecond superconducting single-photon optical detector. Applied Physics Letters. – 2001. – Vol. 79, no. 6. – P. 705-707.

[51] Korneeva Y., Florya I., Semenov A., Korneev A., Goltsman G. New Generation of Nanowire NbN Superconducting Single-Photon Detector for Mid-Infrared // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2011. – Vol. 21, no. 3 . – P. 323–326.

[52] Yamashita T., Miki S., Terai H., Makise K., Zhen Wang. Crosstalk-free operation of multielement superconducting nanowire single-photon detector array integrated with single-flux-quantum circuit in a 0.1 W Gifford–McMahon cryocooler // Optics Letters. – 2012. – Vol. 37, no. 14. – P. 2982–2984.

[53] Stucki D., et. al. Continuous high speed coherent one-way quantum key distribution // Optics Express. – 2009. – Vol. 17. – P. 13326.

[54] Shuang Wang, et. al. 2 GHz clock quantum key distribution over 260 km of standard telecom fiber // Optics Letters. – 2012. – Vol. 37, no. 6. – P. 1008.

[55] Денисенко М.В. Амплитудная спектроскопия и мониторинг состояний сверхпроводниковых кубитов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. – Нижний Новгород, 2016.

[56] Evidence for entangled states of two coupled flux qubits / A. Izmalkov, M. Grajcar, E. Il`ichev et al. // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93. – P. 037003.

[57] Controllable coupling of superconducting flux qubits / S.H.W. van der Ploeg, A. Izmalkov, A.M. van den Brink et al. // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 98. – P. 057004.

[58] Coupling superconducting qubits via a cavity bus / J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta et al. // Nature. – 2007. – Vol. 449. – P. 443.

[59] State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit /J. Kelly, R. Barends, A.G. Fowler et al. // Nature. – 2015. – Vol. 519, no. 7541. – P. 66–69.

[60] Demonstration of a quantum error detection code using a square lattice of four superconducting qubits / A.D. C´orcoles, E. Magesan, S. J. Srinivasan et al. // Nature communications. – 2015. – Vol. 6. – P. 6979.

[61] Kou A., Smith W. C., Vool U., Brierley R.T., Meier H., Frunzio L., Girvin S.M., Glazman L.I., Devoret M.H. Fluxonium-based artificial molecule with a tunable magnetic moment // Physical Review X. – 2017. – Vol. 7, no. 3. – P. 031037.

[62] Weber S. J, Samach, G. O.a, et al. Coherent Coupled Qubits for Quantum Annealing // Physical Review Applied. – 2017. – Vol. 8, no. 1. – P. 014004.

ГЛАВА 4. Миниатюризация джозефсоновских гетероструктур и оптимизация их характеристик

4.1. Джозефсоновские гетероструктуры с нормальной проводимостью в области слабой связи для миниатюризации элементов в системе приема и обработки сигнала

[1] Blonder G. E., Tinkham M., Klapwijk T. M. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion // Phys. Rev. B. – 1982. – Vol. 25. P. 4515.

[2] Patel V., Lukens J. E. Self-shunted Nb/AlOx/Nb Josephson junctions IEEE Transactions on Applied Supercond. – 1999. – Vol. 9, no. 2. P. 3247–3250.

[3] Kupriyanov M.Yu., Brinkman A., Golubov A.A., Siegel M., Rogalla H. Double-barrier Josephson structures as the novel elements for superconducting large-scale integrated circuits // Physica C. – 1999. – Vol. 326–327. – P. 16–45.

[4] Hagedorn, D. Development of sub-micron SNS ramp-type Josephson junctions / D. Hagedorn, R. Dolata, R. Popel, F.I. Buchholz, J. Niemeyer // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2001. – Vol. 11, no. 1. P. 1134-1137.

[5] Burroughs C.J., et al. Development of a 60 Hz Power Standard Using SNS Programmable Josephson Voltage Standards // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2007. – Vol. 56, no. 2. – P. 289-294.

[6] Villegier, J. C. Integration of Planarized Internally-Shunted Submicron NbN Junctions / J. C. Villegier, S. Bouat, M. Aurino, C. Socquet-Clerc and D. Renaud // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2011. – Vol. 21, no. 3. – P. 102-106.

[7] Gudkov A. L., Kupriyanov M. Y., Samus' A. N. Properties of planar nb/alpha-si/nb josephson junctions with various degrees of doping of the alpha-si layer // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2012. – Vol. 114, no. 5. – P. 818–829.

[8] Olaya D., Baek B., Dresselhaus P., Benz S. P. High-speed Nb/Nb-Si/Nb Josephson junctions for superconductive digital electronics // IEEE Trans. Appl. Supercond. 2008. – Vol. 18. – P. 1797-1800.

[9] Olaya D., Dresselhaus P., Baek B., Benz S. P., et al. Amorphous Nb-Si barrier junctions for voltage standard and digital applications // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2009. – Vol. 19. – P. 144-148.

[10] Olaya D., Dresselhaus P., Baek B., Benz S. P., et al. Digital circuits using self-shunted Nb/Nbx Si1-x/Nb Josephson junctions // Appl. Phys. Lett. – 2010. – Vol. 96. – P. 213510.

[11] Olaya D., Dresselhaus P. D., Benz S. P. 300-GHz operation of divider circuits using high-J_c Nb/Nb_xSi_{1-x}/Nb Josephson junctions // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2015. – Vol. 25, no. 3. – P. 6987346.

[12] Golikova T. E., Wolf M. J., Beckmann D., Batov I. E., Bobkova I. V., Bobkov A. M., Ryazanov V. V. Nonlocal supercurrent in mesoscopic multiterminal SNS Josephson junction in the low-temperature limit // Phys. Rev. B. – 2014. – Vol. 89. – P. 104507.

[13] Куприянов М.Ю. Теория пространственно-неоднородных джозефсоновских структур. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Москва, 1995.

[14] Lindelof P. E. Superconducting microbridges exhibiting Josephson properties // Reports on Progress in Physics. – 1981. – Vol. 44, no. 9. – P. 949–1026.

[15] Warlaumont J.M. et al. Microwave-Enhanced Proximity Effect in Superconductor-Normal-Metal-Superconductor Microjunctions // Phys. Rev. Lett. – 1979. – Vol. 43. – P. 169–172.

[16] Likharev K. K. Progress and prospects of superconductor electronics // Superconductor Science and Technology. – 1990. – Vol. 3, no. 7. 21. – P. 325–337.

[17] Courtois H., Meschke M., Peltonen J.T., Pekola J.P. Origin of hysteresis in a proximity josephson junction // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101. – P. 067002.

[18] Garsia C. P., Giazotto F. Josephson current in nanofabricated V/Cu/V mesoscopic junctions // Appl. Phys. Lett. – 2009. – Vol. 94. – P. 132508.

[19] Golikova T.E., Hübler F., Beckmann D., Batov I.E., Karminskaya T.Y., Kupriyanov M.Y., Golubov A.A., Ryazanov V.V. Double proximity effect in hybrid planar superconductor-(normal metal/ferromagnet)-superconductor structures // Phys. Rev. B. – 2012. – Vol. 86. – P. 064416.

[20] Dubos P., et al. Josephson critical current in a long mesoscopic S-N-S junction // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 63. – P. 064502.

[21] Skryabina O. V., Egorov S. V., Goncharova A. S., et al. Josephson coupling across a long single-crystalline Cu nanowire / O. V. Skryabina, S. V. Egorov, A. S. Goncharova et al. // Applied Physics Letters. – 2017. – Vol. 110. – P. 222605.

4.2. Компактная фазовая батарея для миниатюризации элементов памяти в системах обработки сигнала

[1] Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Il'ichev E. The current-phase relation in Josephson junctions // Reviews of Modern Physics. – 2004. – Vol. 76, no. 2. – P. 411–469.

[2] Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. Неоднородное состояние сверхпроводников // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 47. – С. 1136–1142.

[3] Fulde, P., and Ferrell A. Superconductivity in a Strong Spin-Exchange Field // Phys. Rev. – 1964. – Vol. 135. – P. A550–A563.

[4] Булаевский Л. Н., Кузий В. В., Собянин А. А. Сверхпроводящая система со слабой связью и током в основном состоянии // Письма в ЖЭТФ. – 1977. – Т. 25. – С. 314.

[5] Andreev A. V., Buzdin A. I., Osgood R. M. π phase in magnetic-layered superconductors // Phys. Rev. B. – 1991. – Vol. 43, no. 13. – P. 10124–10131.

[6] Buzdin A.I., Kupriyanov M. Yu. Josephson junction with a ferromagnetic layer // JETP Letters. – 1991. – Vol. 53, no. 6. – P. 321–326.

[7] Demler E.A., Arnold G.B., Beasley M.R. Superconducting proximity effects in magnetic metals // Phys. Rev. B. – 1997. – Vol. 55. – P. 15174.

[8] Buzdin A.I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // Reviews of Modern Physics. – 2005. – Vol. 77, no. 3. – P. 935–976.

[9] Рязанов В.В. Джозефсоновский π-контакт сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник как элемент квантового бита // УФН. – 1999. – Т. **169**. – С. 920–922.

[10] Ryazanov V.V., Oboznov V.A., Rusanov A.Yu., Veretennikov A.V., Golubov A.A., Aart J. Coupling of two superconductors through a ferromagnet : evidence for a π junction // Phys. Rev. Letters. – 2001. – Vol. 86, no. 11. – P. 2427–2430.

[11] Kontos T., Aprili M., Lesueur J., Genet F., Stephanidis B., and Boursier R. Josephson junction through a thin ferromagnetic layer: negative coupling // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – P. 137007.

[12] Oboznov V.A., Bol'ginov V.V., Feofanov A.K., Ryazanov V.V., Buzdin A.I. Thickness Dependence of the Josephson Ground States of Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Junctions // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96. – P. 197003.

[13] Robinson J. W. A., Witt J. D. S., Blamire M. G. Controlled injection of spin-triplet supercurrents into a strong ferromagnet // Science. – 2010. . – Vol. 329. – P. 59–61.

[14] Chen T.Y., Tesanovic Z., Chien C.L. Unified formalism of Andreev reflection at a ferromagnet/superconductor interface // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109, no. 14. – P. 146602.

[15] Blamire M.G., Robinson J.W.A. The interface between superconductivity and magnetism: Understanding and device prospects // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2014. – Vol. 26, no. 45. – P. 453201.

[16] Eschrig M. Spin-polarized supercurrents for spintronics: A review of current progress // Reports on Progress in Physics. – 2015. – Vol. 78, no. 10. – P. 104501.

[17] Lu J.W., Chen E., Kabir M., Stan M.R., Wolf S.A. Spintronics technology: past, present and future // International Materials Reviews. – 2016. – Vol. 61, no. 7. – P. 456–472.

[18] Gelhausen J., Eschrig M. Theory of a weak-link superconductor-ferromagnet Josephson structure // Physical Review B. – 2016. – Vol. 94, no. 10. – P. 104502.

[19] Mints R.G. Self-generated flux in Josephson junctions with alternating critical current density // Phys. Rev. B. – 1998. – Vol. 57. – P. R3222.

[20] Buzdin A. Peculiar properties of the Josephson junction at the transition from 0 to π state // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 72. – P. 100501.

[21] Buzdin A., Koshelev A.E. Periodic alternating 0- and π-junction structures as realization of φ-Josephson junctions // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 67. – P. 220504.

[22] Method for reliable realization of a φ josephson junction / N. G. Pugach, E. B. Goldobin, R. Kleiner, D. Koelle // Physical Review B. – 2010. – Vol. 81, no. 104513. – P. 104513.

[23] Goldobin E., Koelle D., Kleiner R. Tunable ±φ, φ0, and φ0±φ Josephson junction // Phys. Rev. B. – 2015. – Vol. 91, no. 21. – P. 214511.

[24] Frolov, S.M., Van Harlingen, D.J., Bolginov, V.V., Oboznov, V.A., Ryazanov, V.V. Josephson interferometry and Shapiro step measurements of superconductor-ferromagnet-superconductor 0-π junctions // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol. 74, no. 2. – P. 020503.

[25] Frolov S., Stoutimore M., Crane T. et al. Imaging spontaneous currents in superconducting arrays of pi-junctions // Nature Physics. – 2008. – Vol. 4. – P. 32–36.

[26] Furusaki A, Tsukada M. Current-carrying states in Josephson junctions // Phys. Rev. B. – 1991. – Vol. 43. – P. 10164–10169.

[27] Radovic Z., Lazarides N., Flytzanis N. Josephson effect in double-barrier superconductor-ferromagnet junctions // Phys. Rev. B. – 2003. – Vol. 68. – P. 014501.

4.3. Учет влияния неоднородностей в области слабой связи джозефсоновской гетерост-руктуры при проектировании ячеек различных блоков в системах приема и обработки сигнала

[1] Buzdin A. I., Kupriyanov M. Y., Vuiichich B. The oscillation of the critical temperature of the s-f multylayers // Physica C: Superconductivity and its Applications. – 1991. – Vol. 185. – P. 2025–2026.

[2] Буздин А. И., Вуйичич Б., Куприянов М. Ю. Структуры ферромагнетик-сверхпроводник // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1992. – Т. 101, № 1. – С. 231–240.

[3] Fominov Y. V., Golubov A. A., Kupriyanov M. Y. Triplet proximity effect in FSF trilayers // JETP Letters. – 2003. – Vol. 77, no. 9. – P. 510–515.

[4] Izyumov Yu.A., Proshin Yu.N., Khusainov M.G. Competition between superconductivity and magnetism in ferromagnet/ superconductor heterostructures // Physics-Uspekhi. – 2002. – Vol. 45, no. 2, February. – P. 109–148.

[5] Gusakova D. Y., Golubov A. A., Kupriyanov M. Y. Superconducting decay length in a ferromagnetic metal // JETP Letters. – 2006. – Vol. 83, no. 9. – P. 418–422.

[6] Multiple 0-pi transitions in superconductor/insulator/ferromagnet/superconductor josephson tunnel junctions / F. Born, M. Siegel, E. K. Hollmann, et al. // Physical Review B. – 2006. – Vol. 74, no. 14. – P. 140501.

[7] Properties of superconductor/ferromagnet structures with spin-dependent scattering / M. Faure, A. I. Buzdin, A. A. Golubov, et al. // Physical Review B. – 2006. – Vol. 73, no. 6. – P. 064505.

[8] Josephson effect in superconductor/ferromagnet-normal/superconductor structures / T. Y. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, et al. // Physical Review B. – 2009. – Vol. 79, no. 21. – P. 214509.

[9] Controlled suppression of superconductivity by the generation of polarized cooper pairs in spin-valve structures / M. G. Flokstra, T. C. Cunningham, J. Kim, et al. // Physical Review B. – 2015. – Vol. 91. – P. 060501(R).

[10] Thickness dependence of the triplet spin-valve effect in superconductor–ferromagnet–ferromagnet heterostructures / D. Lenk, V. I. Zdravkov, J. Kehrle, et al. // Beilstein Journal of Nanotechnology. – 2016. – Vol. 7. – P. 957–969.

[11] Critical current in Nb-Cu-Nb junctions with nonideal interfaces / Y. Blum, A. Tsukernik, M. Karpovski, and A. Palevski // Physical Review B. – 2004. – Vol. 70. – P. 214501.

[12] Superconductor-insulator-ferromagnet-superconductor josephson junction: From the dirty to the clean limit / N. G. Pugach, M. Y. Kupriyanov, E. Goldobin, et al. // Physical Review B. – 2011. – Vol. 84, no. 14. – P. 144513.

[13] Бакурский С.В. Эффект близости в джозефсоновских структурах с составными магнитными прослойками. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Москва, 2016.

[14] Buzdin A., Baladie I. Thermodynamic properties of ferromagnet/superconductor/ferromagnet nanostructures // Physical Review B. – 2003. – Vol. 67. – P. 184519.

[15] Properties of superconductor/ferromagnet structures with spin-dependent scattering / M. Faure, A. I. Buzdin, A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov // Physical Review. – 2006. – Vol. 73, no. 6. – P. 064505.

[16] Properties of tunnel Josephson junctions with a ferromagnetic interlayer / A. S. Vasenko, A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, M. Weides // Physical Review B. – 2008. – Vol. 77, no. 13. – P. 134507.

ГЛАВА 5. Компактные джозефсоновские переключатели, вентили и элементы памяти

5.1. Джозефсоновский высокочастотный элемент памяти

[1] Filippov T., Dorojevets M., Sahu A., et al. 8-bit asynchronous wave-pipelined RSFQ Arithmetic-Logic Unit // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2011. – Vol. 21, no 3. – P. 847–851.

[2] Nagasawa S., Numata H., Hashimoto Y., Tahara S. High-frequency clock operation of Josephson 256-word x 16-bit rams // IEEE Trans. Appl. Supercond. –1999. – Vol. 9, no 2. – P. 3708–3713.

[3] Ortlepp T., Van Duzer T. Access Time and Power Dissipation of a Model 256-Bit Single Flux Quantum RAM // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2014. – Vol. 24, no 4. – P. 6803912.

[4] Liu Q., Fujiwara K., Meng X., et al. Latency and power measurements on a 64-kb hybrid Josephson-CMOS memory// IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2007. – Vol. 17, no 2. P. 526–529.

[5] Mukhanov O.A., Kirichenko A.F., Filippov T.V., Sarwana S. Hybrid semiconductor-superconductor fast-readout memory for digital RF receivers // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2011. – Vol. 21. P. 797–800.

[6] Van Duzer T., Zheng L., Whiteley S. R., Kim H., Kim J., Meng X., Ortlepp T. 64-kb hybrid Josephson-CMOS 4 Kelvin RAM with 400 ps access time and 12 mW read power // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2013. – Vol. 23, no 3. – P. 6803912.

[7] Ustinov A.V., Kaplunenko V.K. Rapid single-flux quantum logic using π-shitters // Journ. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 94, no.8. P. 5405–5407.

[8] Ortlepp T., Mielke O., Verwijs C. J. M. et al. Flip-flopping fractional flux quanta // Science. – 2006. – Vol. 312. – P. 1495–1497.

[9] Feofanov A. K., Oboznov V. A., Bol'ginov V. V., et al. Implementation of superconductor/ferromagnet/ superconductor π-shifters in superconducting digital and quantum circuits // Nat. Phys. – 2010. – Vol. 6, no. 8. – P. 593–597.

[10] Kadin A. M., Mancini C. A., Feldman M. J., Brock D. K. Can RSFQ logic circuits be scaled to deep submicron junctions? // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2001. – Vol. 11. – P. 1050–1055.

[11] Transport properties of SINIS junctions with high-current density / F. Born, D. Cassel, K. Ilin et al. // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2003. – Vol. 13, no. 2. – P. 1079–1084.

[12] Montemurro D., Massarotti D., Lucignano P., et al. Towards a Hybrid High Critical Temperature Superconductor Junction With a Semiconducting InAs Nanowire Barrier // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. – 2015. – Vol. 28, no. 12. – P. 3429–3437.

[13] Oh S., Youm D., Beasley M. R. A superconductive magnetoresistive memory element using controlled exchange interaction // Appl. Phys. Lett. – 1997. – Vol. 71. – P. 2376–2378.

[14] Held R., Xu J., Schmehl A., Schneider C.W., Mannhart J., Beasley M.R. Superconducting memory based on ferromagnetism // Appl. Phys. Lett. – 2006. – Vol. 89. – P. 163509.

[15] Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Fominov Y. V. Critical current in SFIFS junctions // JETP Letters. – 2002. – Vol. 75, no. 4. – P. 190–194.

[16] Baek B., Rippard W. H., Pufall M. R., Benz S. P., Russek S. E., Rogalla H., Dresselhaus P. D. Spin-transfer torque switching in nanopillar superconducting-magnetic hybrid josephson junctions // Physical Review Applied. – 2015. – Vol. 3, no. 1. – P. 011001.

[17] Baek B., Rippard W.H., Benz S.P., Russek S.E., Dresselhaus P.D. Hybrid superconducting-magnetic memory device using competing order parameters // Nature Communications. – 2014. – Vol. 5. – P. 3888.

[18] Bol'ginov V. V, Stolyarov V. S, Sobanin D. S, Karpovich A. L, Ryazanov V. V. Magnetic switches based on Nb-PdFe-Nb Josephson junctions with a magnetically soft ferromagnetic interlayer // JETP Letters. – 2012. – Vol. 95, no. 7. – P. 366–371.

[19] Herr A. Y., Herr Q. P. Josephson magnetic random access memory system and method. US Patent 8 270 209 B2, 2010.

[20] Qader M. A. E., Singh R. K., Galvin S. N., Yu L., Rowell J. M., and Newman N. Switching at small magnetic fields in Josephson junctions fabricated with ferromagnetic barrier layers // Appl. Phys. Lett. – 2014. – Vol. 104. – P. 022602.

[21] Experimental observation of the triplet spin-valve effect in a superconductor-ferromagnet heterostructure / V. I. Zdravkov, J. Kehrle, G. Obermeier et al. // Physical Review B. – 2013. – Vol. 87, no. 14. – P. 144507.

[22] Бабурин С., Самоделов А. Магниторезистивная память MRAM компании Everspin Technologies // Компоненты и технологии. – 2012. – Т. 10. – С. 51–54.

[23] Leitao D. C., Silva A. V., Paz E., Ferreira R., Cardoso S., Freitas P. P. Magnetoresistive nanosensors: Controlling magnetism at the nanoscale // Nanotechnology. – 2015. – Vol. 27, no. 4. – P. 045501.

[24] Bean J. J., Saito M., Fukami Sh., Sato H., Ikeda S., Ohno H., Ikuhara Y., and McKenna K. P. Atomic structure and electronic properties of MgO grain boundaries in tunnelling magnetoresistive devices // Scientific Reports. – 2017. – Vol. 7. – P. 45594.

5.2. Управляемый фазовый инвертер для миниатюризации ячеек в системе обработки сигнала

[1] Nevirkovets I. P., Belogolovskii M. A. Hybrid superconductor–ferromagnet transistor-like device // Supercond. Sci. Technol. – 2011. – Vol. 24. – P. 024009.

[2] Nevirkovets I. P., Chernyashevskyy O., Prokopenko G. V., Mukhanov O. A., Ketterson J. B. Superconducting-Ferromagnetic Transistor // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2014. – Vol. 24. – P. 6800032.

[3] Nevirkovets I. P., Chernyashevskyy O., Prokopenko G. V., Mukhanov O. A., Ketterson J. B. Control of supercurrent in hybrid superconducting-ferromagnetic transistors // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2015. – Vol. 25. – P. 7006777.

[4] Shafranjuk S, Nevirkovets I. P., Mukhanov O. A., Ketterson J. B. Control of Superconductivity in a Hybrid Superconducting/Ferromagnetic Multilayer Using Nonequilibrium Tunneling Injection // Physical Review Applied. – 2016. – Vol. 6. – P. 024018.

[5] Uspenskaya L. S., Rakhmanov A.L., Dorosinskii L.A., Chugunov A.A., Stolyarov V.S., Skryabina O.V., Egorov S.V. Magnetic patterns and flux pinning in Pd0.99Fe0.01-Nb hybrid structures // JETP Letters. – 2013. – Vol. 97, no. 3. – P. 155–158.

[6] Uspenskaya L. S., Rakhmanov A. L., Dorosinskii L. A., Bozhko S. I., Stolyarov V. S., Bolginov V. V. Magnetism of ultrathin Pd99Fe01 films grown on niobium // Materials Research Express. – 2014. – Vol. 1. – P. 036104.

[7] Micromagnetic modeling of critical current oscillations in magnetic josephson junctions / I. A. Golovchanskiy, V. V. Bol'ginov, V. S. Stolyarov et al. // Physical Review B. – 2016. – Vol. 94. – P. 214514.

[8] Johnson M. B. Clinton T. W. Magnetoquenched superconductor valve with bilayer ferromagnetic film for uniaxial switching. US Patent US 6414870 B1, 02.07.2002.

[9] Карминская Т. Ю., Куприянов М. Ю., Рязанов В. В. Сверхпроводящий прибор с джозефсоновским переходом // Патент RU 2343591. – 10.01.2009.

[10] Фоминов Я. В. Карминская Т. Ю., Тагиров Л.Р., Куприянов М. Ю., Деминов Р. Г. Сверхпроводниковый спиновый вентиль // Патент RU 2442245. – 25.10.2010.

[11] Ryazanov V.V., Bolginov V.V. Josephson magnetic switch. // Patent US 20120302446 A3. – 26.01.2012.

[12] Vernik I.V., Kirichenko A.F., Mukhanov O.A., Ohki T.A. Energy-Efficient and Compact ERSFQ Decoder for Cryogenic RAM // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2017. – Vol. 27, no. 4. – P. 7802587.

5.3 Джозефсоновские элементы для оперативных запоминающих устройств

[1] Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Fominov Y. V. Nonsinusoidal current-phase relation in SFS Josephson junctions // JETP Letters. – 2002. – Vol. 75, no. 11. – P. 588–592.

[2] Spin-valve magnetic sandwich in a Josephson junction / A. Vedyayev, C. Lacroix, N. Pugach, N. Ryzhanova // Europhysics Letters. – 2005. – Vol. 71, no. 4. – P. 679–685.

[3] Ferromagnetic Josephson junctions with steplike interface transparency / N. G. Pugach, M. Y. Kupriyanov, A. V. Vedyayev et al. // Physical Review B. – 2009. – Vol. 80, no. 13. – P. 134516.

[4] Goldobin E., Koelle D., Kleiner R. Ground states and bias-current-induced rearrangement of semifluxons in 0-π long Josephson junctions // Physical Review B. – 2003. – Vol. 67, no. 22. – P. 224515.

[5] Zenchuk, A., Goldobin E. Analysis of ground states of 0-π long Josephson junctions // Physical Review B. – 2004. – Vol. 69, no.2. – P. 024515.

[6] Gürlich C., Scharinger S., Weides M., et al. Visualizing supercurrents in ferromagnetic Josephson junctions with various arrangements of 0 and π segments // Physical Review B. – 2010. – Vol. 81, no.9. – P. 094502.

[7] Goldobin E., Koelle D., Kleiner R., Mints R.G. Josephson junction with a magnetic-field tunable ground state // Physical Review Letters. – 2011. – Vol. 107, no. 22. – P. 227001.

[8] Sickinger H., Lipman A., Weides M., et al. Experimental evidence of a φ Josephson junction // Physical Review Letters. – 2012. – Vol. 109, no. 10. – P. 107002.

[9] Ferromagnetic planar Josephson junction with transparent interfaces: a phiv junction proposal / D. M. Heim, N. G. Pugach, M. Y. Kupriyanov et al. // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2013. – Vol. 25, no. 21. – P. 215701.

[10] Goldobin E., Sickinger H., Weides M., et al. Memory cell based on a φ Josephson junction // Applied Physics Letters. – 2013. – Vol. 102, no. 24. – P. 242602.

[11] Lipman A., Mints R.G., Kleiner R., Koelle D., Goldobin E. Josephson junctions with tunable current-phase relation // Physical Review B. – 2014. – Vol. 90, no.18. – P. 184502.

[12] Goldobin E., Mironov S., Buzdin A., et al. Effective model for a short Josephson junction with a phase discontinuity // Physical Review B. – 2016. – Vol. 93, no.13. – P. 134514.

[13] Golod T., Iovan A., Krasnov V.M. Single Abrikosov vortices as quantized information bits // Nature Communications. – 2015. – Vol. 6. – P. 8628.

[14] Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Kulikov K.V., Botha A.E., Plecenik A., Seidel, P., Nawrocki W. Modeling of LC-shunted intrinsic Josephson junctions in high-T c superconductors // Superconductor Science and Technology. – 2017. – Vol. 30. – P. 024006.

ГЛАВА 6. Квантовые и нейросетевые блоки обработки сигнала

6.1. Оптимизация характеристик базовых ячеек квантовых блоков обработки сигнала

[1] Superconducting persistent-current qubit / T. P. Orlando, J. E. Mooij, L. Tian et al. // Phys. Rev. B. – 1999. – Vol. 60. – P. 15398.

[2] Quantum-state engineering with Josephson-junction devices / Y. Makhlin, G. Schon, and A. Shnirman // Rev. Mod. Phys. – 2001. – Vol. 73. – P. 357.

[3] Coherent quantum dynamics of a superconducting flux qubit / I. Chiorescu, Y. Nakamura, C.J.P.M. Harmans, J.E. Mooij // Science. – 2003. – Vol. 299. – P. 1869.

[4] Superconducting Quantum Circuits, Qubits and Computing / G. Wendin and V.S. Shumeiko. In "Handbook of Theoretical and Computational Nanotechnology". – Los Angeles: American Scientific Publishers, 2006. – Vol. 3. – P. 223–309.

[5] Controllable coupling of superconducting flux qubits / S.H.W. van der Ploeg, A. Izmalkov, A.M. van den Brink et al. // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 98. – P. 057004.

[6] Weak continuous monitoring of a flux qubit using coplanar waveguide resonator / G. Oelsner, S.H.W. van der Ploeg, P. Macha et al. // Phys. Rev. B. – 2010. – Vol. 81. – P. 172505.

[7] Quantum non-demolition measurement of a superconducting two-level system / A. Lupascu, S. Saito, T. Picot et al. // Nat. Phys. – 2007. – Vol. 3. – P. 119.

[8] Fedorov A., Macha P., Feofanov A.K., Harmans C.J.P.M., Mooij J.E. Tuned transition from quantum to classical for macroscopic quantum states // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106, no. 17. – P. 170404.

[9] Yan F., Gustavsson S., Kamal A., et al. The flux qubit revisited to enhance coherence and reproducibility // Nature Communications. – 2016. – Vol. 7. – P. 12964.

[10] Knee G.C., Kakuyanagi K., Yeh M.-C., et al. A strict experimental test of macroscopic realism in a superconducting flux qubit // Nature Communications. – 2016. – Vol. 7. – P. 13253.

[11] Mostame S., Huh J., Kreisbeck C., et al. Emulation of complex open quantum systems using superconducting qubits // Quantum Information Processing. – 2017. – Vol. 16. – P. 44.

[12] Ioffe L. B., Geshkenbein V. B., Felgel'man M. V., Fauchère A. L., Blatter G. Environmentally decoupled sds-wave Josephson junctions for quantum computing // Nature. – 1999. – Vol. 398, no. 6729. – P. 679–681.

[13] Fominov Y. V., Golubov A. A., Kupriyanov M. Y. Decoherence due to nodal quasiparticles in d-wave qubits // JETP Letters. – 2003. – Vol. 77, no. 10. – P. 587–591.

[14] Amin M. H. S., Smirnov A. Yu., Zagoskin A. M. et al. Silent phase qubit based on d-wave Josephson junctions // Phys. Rev. B. – 2005. – Vol. 71. – P. 064516.

[15] Bauch T., Lombardi F., Tafuri F., et al. Macroscopic quantum tunneling in d-wave $YBa_2Cu_{37-\delta}$ Josephson junctions // Phys. Rev. Let. – 2005. – Vol. 94. – P. 087003.

[16] Kawabata S., Asano Y., Tanaka Y., Kashiwaya S., Golubov A.A. Cooper pair transport and macroscopic quantum dynamics in Josephson junctions through ferromagnetic insulators // Physica C. – 2008. – Vol. 468, no. 7-10, 1 April. – P. 701-704.

[17] Torre G., De Luca R. Persistent currents and magnetic susceptibility of two-junction quantum interferometers // Results in Physics. – 2013. – Vol. 3. – P. 179–181.

6.2. Оптимизация принципов осуществления логических операций для квантовых блоков обработки сигнала

[1] Landau L. D. and Lifshitz E. M. Theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // Phys. Z. Sowjetunion. – 1935. – Vol. 8. – P. 153-164.

[2] Gilbert T.L. A Lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetic field // Phys. Rev. – 1955. – Vol. 100. – P. 1243.

[3] Kazantseva N., Hinzke D., Nowak U., Chantrell R. W., Atxitia U., and Chubykalo-Fesenko O. Towards multiscale modeling of magnetic materials: Simulations of FePt // Phys. Rev. B. – Vol. 77. – P. 184428 2008.

[4] Kirilyuk A., Kimel A. V., and Rasing T. Ultrafast optical manipulation of magnetic order. // Rev. Mod. Phys. – Vol. 82. – P. 2731–2784, 2010.

[5] Crowley P. J. D., Green A. G. Anisotropic Landau-Lifshitz-Gilbert models of dissipation in qubits // Phys. Rev. A. – 2016. – Vol. 94. – P. 062106.

[6] Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М. : Мир, 1978.

[7] Semenov V. K., Averin D. V. SFQ control circuits for Josephson junction qubits // IEEE Trans. on Applied Supercond. – 2003. – Vol. 13. – P. 960–965.

[8] Ohki T. A., Wulf M., Bocko M. F. Picosecond on-chip qubit control circuitry// IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2005. – Vol. 15, no. 2. – P. 837–840.

[9] Matsuoa S., Furuta K., Fujii T., Nagai K., and Hatakenaka N. Fluxon-based gate controls of capacitively coupled flux-based-phase qubits // Appl. Phys. Lett. – 2007. – Vol. 91. – P. 093103.

[10] Johnson M. W., Bunyk P., Maibaum F., et al. A scalable control system for a superconducting adiabatic quantum optimization processor // Superconductor Science and Technology. – 2010. – Vol. 23, no. 6. – P. 065004.

[11] McDermott R., Vavilov M. G. Accurate Qubit Control with Single Flux Quantum Pulses // Phys. Rev. Applied. – 2014. – Vol. **2**. – P. 014007.

[12] Glaser S., Boscain U., Calarco T. et al. Training Schrödinger's cat: quantum optimal control // Eur. Phys. J. D. – 2015. – Vol. 69. – P. 279.

[13] Liebermann P. J. and Wilhelm F. K. Optimal Qubit Control Using Single-Flux Quantum Pulses // Phys. Rev. Applied. – 2016. – Vol. 6. – P. 024022.

[14] Fujii T., Matsuoa S., Hatakenaka N. Fluxon-controlled quantum computer // Int. Journal of Quant. Inf. – 2016. – Vol. 14, no. 07. – P. 1650040.

6.3. Физические процессы в сверхпроводниковых цепях ввода/вывода сигнала

[1] Greenberg Ya. S., Izmalkov A., Grajcar M., Il'ichev E., Krech W., Meyer H.-G., van den Brink A. Low-frequency characterization of quantum tunneling in flux qubits // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66. – P. 214525.

[2] Kaplunenko V. K. and Ustinov A. V. Experimental test of a superconducting digital interface for vortex qubits // Eur. Phys. J. B. – 2004. – Vol. 38. – P. 3–8.

[3] Averin D.V., Rabenstein K., Semenov V. K. Rapid ballistic readout for flux qubits // Phys. Rev. B. – 2006. – Vol. 73. – P. 094504.

[4] Fedorov A., Shnirman A., Schön G., Kidiyarova-Shevchenko A. Reading out the state of a flux qubit by Josephson transmission line solitons // Phys. Rev. B. – 2007.– Vol. 75. – P. 224504.

[5] Yamanashi Y., Ito M., Tagami A., and Yoshikawa N. Observation of quantized energy levels in a Josephson junction using SFQ circuits // IEEE Trans. on Appl. Supercond. – 2005. – Vol. 15, no. 2. – P. 864–867.

[6] Intsio S., Pecola J., Savin A., Devyatov I., and Kidiyarova-Shevchenko A. Rapid single- flux-quantum circuits for low noise mK operation // Supercond. Sci. Technol. – 2006. – Vol. 19. – P. S335-S339.

[7] Herr (Kidiyarova-Shevchenko) A., Fedorov A., Shnirman A., Il'ichev E., and Schon G. Design of a ballistic fluxon qubit readout // Supercond. Sci. Technol. – 2007. – Vol. 20. – P. S450–S454.

[8] Fedorov K. G., Shcherbakova A. V., Schaefer R., Ustinov A. V. Josephson vortex coupled to a flux qubit // Appl. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 102. – P. 132602.

[9] Fedorov K. G., Shcherbakova A. V., Wolf M. J., Beckmann D., Ustinov A. V. Fluxon Readout of a Superconducting Qubit // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 112. – P. 160502.

[10] Pankratov A.L., Gordeeva A.V., Kuzmin L.S. Drastic suppression of noise-induced errors in underdamped long Josephson junctions // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109, no. 8. – P. 087003.

[11] Miki S., Terai H., Yamashita T., Makise K., Fujiwara M., Sasaki M., Wang Z. Superconducting single photon detectors integrated with single flux quantum readout circuits in a cryocooler // Appl. Phys. Lett. – 2011. – Vol. 99. – P. 111108.

[12] Miki S., Fujiwara M., Jin R.B., Yamamoto T., Sasaki M. Quantum Information Networks with Superconducting Nanowire Single-Photon Detectors – Superconducting Devices in Quantum Optics, Springer International Publishing, 2016.

[13] Ortlepp T., Hofherr M., Fritzsch L., Engert S., Ilin K., Rall D., Toepfer H., Meyer H.-G., and Siegel M. Demonstration of digital readout circuit for superconducting nanowire single photon detector // Opt. Express. – 2011. – Vol. 19, no. 20. – P. 18593–18601.

[14] Compound Josephson-junction coupler for flux qubits with minimal crosstalk / R. Harris, T. Lanting, A. J. Berkley, et al. // Phys. Rev. B. – 2009. – Vol. 80. – P. 052506.

6.4. Оптимизация дизайна сверхпроводниковых цепей ввода и вывода сигнала

[1] Likharev K. K. Superconductor digital electronics // Physica C. – 2012. – Vol. 482. – P. 6–18.

[2] Digital Processing, Superconductor Digital Electronics / Mukhanov O. A. in “Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications”. – Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 2015. – P. 1 – 28.

[3] Lindblad G. On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups// Commun. Math. Phys. 1976. – Vol. 48. – P. 119–130.

[4] Gorini V., Kossakowski A., Sudarshan E. C. G. Completely positive dynamical semigroups of N-level systems // J. Math. Phys. – 1975. – Vol. 17. – P. 821– 825.

[5] Scully M. O. and Zubairy M. S. Quantum Optics, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.

[6] Sillanpää M., Lehtinen T., Paila A., Makhlin Y., Hakonen P. Continuous-Time Monitoring of Landau-Zener Interference in a Cooper-Pair Box // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96. – P. 187002.

[7] Berns D. M., Oliver W. D., Valenzuela S. O., Shytov A. V., Berggren K. K., Levitov L. S., and Orlando T. P. Coherent Quasiclassical Dynamics of a Persistent Current Qubit // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 150502.

[8] Amplitude spectroscopy of a solid-state artificial atom / D. M. Berns, M. S. Rudner, S. O. Valenzuela, K. K. Berggren, W. D. Oliver, L. S. Levitov and T. P. Orlando // Nature – 2008. – Vol. 455. – P. 51–57.

[9] Pulse imaging and nonadiabatic control of solid-state artificial atoms / J. Bylander, M. S. Rudner, A. V. Shytov, S. O. Valenzuela, D. M. Berns, K. K. Berggren, L. S. Levitov, and W. D. Oliver // Phys. Rev. B. – 2009. – Vol. 80. – P. 220506 (R).

[10] Гельман А. И., Сатанин А. М. Квантовые скачки при переходах Ландау-Зинера в диссипативной динамике сверхпроводящего кубита // Письма в ЖЭТФ. – 2010. – Т. 91. Вып. 10. – С. 584–589.

[11] Dynamical decoupling and dephasing in interacting two-level systems / S. Gustavsson, F. Yan, J. Bylander, F. Yoshihara, Y. Nakamura, T. P. Orlando, W. D. Oliver // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – P. 010502.

[12] Oliver W.D. Quantum Information Processing: Lecture Notes of the 44th IFF Spring School. Editor: David P. DiVincenzo. – Juelich, 2013.

[13] Ashhab S. Landau–Zener–Stueckelberg interferometry with driving fields in the quantum regime // Journal of Physics A. – 2017. – Vol. 50, no. 13. – P. 134002.

[14] Менский М. Б. Квантовые измерения и декогеренция. – М.: Физматлит, 2001.

[15] Walls D. F., Milburn G. J. Quantum optics. – Berlin, Springer-Verlag, 1994.

[16] McLaughlin D. W., Scott A. C. Perturbation analysis of fluxon dynamics // Phys. Rev. A. – 1978. – Vol. 18. – P. 1652–1680.

6.5. Минимизация энерговыделения в сверхпроводниковых цепях ввода и вывода сигнала

[1] Likharev K. K. Classical and quantum limitations on energy consumption in computation // Int. J. Theor. Phys. – 1982. – Vol. 21. – P. 311 – 326.

[2] Likharev K. K., Rylov S. V., Semenov V. K. Reversible conveyor computation in array of parametric quantrons // IEEE Trans. Magn. – 1985. – Vol. 21. – P. 947 – 950.

[3] Takeuchi N., Ozawa D., Yamanashi Y., Yoshikawa N. An adiabatic quantum flux parametron as an ultra-low-power logic device // Supercond. Sci. Technol. – 2013. – Vol. 26. – P. 035010.

[4] Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N. Measurement of 10 zJ energy dissipation of adiabatic quantum-flux-parametron logic using a superconducting resonator // Appl. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 102. – P. 052602.

[5] Takeuchi N., Yamanashi Y., Yoshikawa N. Simulation of sub-k_BT bit-energy operation of adiabatic quantum-flux-parametron logic with low bit-error-rate // Appl. Phys. Lett. – 2013. – Vol. 103. – P. 062602.

[6] Energy efficiency of adiabatic superconductor logic / N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa // Supercond. Sci. Technol. – 2015. – Vol. 28. – P. 015003.

[7] Design and Demonstration of Interface Circuits between Rapid Single-Flux-Quantum and Adiabatic Quantum-Flux-Parametron Circuits / F. China, T. Narama, N. Takeuchi, T. Ortlepp, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2016. – Vol. 26, no. 5. – P. 1301305.

[8] Negative-Inductance SQUID as the Basic Element of Reversible Josephson-Junction Circuits / V. K. Semenov, G. V. Danilov, D. V. Averin // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2003. – Vol. 13. – P. 938 – 943.

[9] Classical and Quantum Operation Modes of the Reversible Josephson-Junction Logic Circuits /

V. K. Semenov, G. V. Danilov, D. V. Averin // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2007. – Vol. 17. – P. 455 – 461.

[10] Ren J., Semenov V. K., Polyakov Y. A., Averin D. V., Tsai J. S. Progress Towards Reversible Computing With nSQUID Arrays // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2009. – Vol. 19. – P. 961–967.

[11] Fujii T., Nishida M., and Hatakenaka N. Mobile qubits in quantum Josephson circuits // Phys. Rev. B. – 2008. – Vol. 77. – P. 024505.

[12] Ren J., Semenov V. K. Progress With Physically and Logically Reversible Superconducting Digital Circuits // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2011. – Vol. 21. – P. 780–786.

[13] Deng Q., Averin D.V. nSQUID arrays as conveyers of quantum information // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2014. – Vol. 119, no. 6. – P. 1152–1162.

[14] Averin D.V., Xu K., Zhong Y.P., Song C., Wang H., Han S. Suppression of Dephasing by Qubit Motion in Superconducting Circuits // Physical Review Letters. – 2016. – Vol. 116, no. 1. – P. 010501.

[15] Mizugaki Y., Nakajima K., Sawada Y., and Yamashita T. Superconducting Neural Circuits Using SQUIDs // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 1995. – Vol. 5, no. 2. – P. 3168–3171.

[16] Rippert E. D., Lomatch S. A multilayered superconducting neural network implementation // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 1997. – Vol. 7. – P. 3442–3445.

[17] Yamanashi Y., Umeda K., Yoshikawa N. Pseudo Sigmoid Function Generator for a Superconductive Neural Network // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2013. – Vol. 23. – P. 1701004.

[18] Onomi T., Nakajima K. An improved superconducting neural circuit and its application for a neural network solving a combinatorial optimization problem // J. Phys.: Conf. Ser. – 2014. – Vol. 507. – P. 042029.

ГЛАВА 7. Принципы построения когнитивных широкополосных сверхпроводниковых приемных систем

7.1. Системы на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров как детекторы магнитной компоненты сигнала

[1] Martínez-Pérez M. J., Koelle D. NanoSQUIDs: Basics & recent advances // Physical Sciences Reviews. – 2017.– Vol. 2. – P. 20178001.

[2] Hilbert C., Martinis J. M., Clarke J. Radiofrequency amplifier based on a dc superconducting quantum interference device // Patent US 4585999 A. – 27.04.1984.

[3] Martinez-Perez M. J., Sese J., Luis F., Drung D., and Schurig T. Note: Highly sensitive superconducting quantum interference device microsusceptometers operating at high frequencies and very low temperatures inside the mixing chamber of a dilution refrigerator // Rev. Sci. Instr. –2010. – Vol. 81. – P. 016108.

[4] Tesche C. D., Clarke J. dc SQUID: noise and optimization // J. Low Temp. Phys. 1977. – Vol. 27. – 301–331.

[5] The oscillation linewidth and noise characteristics of a parallel superconducting quantum interference filter / V. K. Kornev, I. I. Soloviev, J. Oppenlaender et al. // Superconductor Science and Technology. – 2004. – Vol. 17, no. 5. – P. S406–S409.

[6] Kornev V. K., Soloviev I. I., Mukhanov O. A. Possible approach to the driver design based on series SQIF// IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2005. – Vol. 15, no. 2. – P. 388–391.

[7] Fraunhofer regime of operation for superconducting quantum interference filters / A. V. Shadrin, K. Y. Constantinian, G. A. Ovsyannikov et al. // Applied Physics Letters. – 2008. – Vol. 93, no. 26. – P. 262503.

[8] Шарафиев А.В. Многоэлементные джозефсоновские структуры для реализации высоколинейных широкополосных устройств. Дис. … канд. физ.-мат. наук. – МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 2013.

[9] Multi-element josephson structures for implementing broadband devices / N. V. Kolotinskiy, V. K. Kornev, A. V. Sharafiev et al. // Physics of Wave Phenomena. – 2013. – Vol. 21, no. 4. – P. 294–299.

[10] Kornev V., Kolotinskiy N., Skripka V., Sharafiev A., Soloviev I., Mukhanov O. High Linearity Voltage Response Parallel-Array Cell // Journal of Physics: Conference Series. – 2014. – Vol. 507, no. 4. – P. 042018.

[11] Superconducting quantum arrays / V. Kornev, A. Sharafiev, I. Soloviev et al. // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2014. – Vol. 24, no. 4. – P. 1800606.

[12] Output power and loading of superconducting quantum array / V. K. Kornev, N. V. Kolotinskiy, V. A. Skripka et al. // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2015. – Vol. 25, no. 3. – P. 1602005.

[13] Microwave dynamics of superconducting quantum cell / V. Kornev, A. Sharafiev, N. Kolotinskiy, O. Mukhanov // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2015. – Vol. 25, no. 3. – P. 1602306.

[14] Dimensional effects affecting the linearity of active superconducting antennas / V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev et al. // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2016. – Vol. 26, no. 3. – P. 1500605.

[15] A guide to active antennas based on superconducting quantum arrays / V. K. Kornev, A. V. Sharafiev, I. I. Soloviev et al. // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2016. – Vol. 26, no. 3. – P. 1400104.

[16] Kornev V. K., Kolotinskiy N. V., Sharafiev A. V., Soloviev I. I., and Mukhanov O. A. Broadband active electrically small superconductor antennas // Superconductor Science and Technology. — 2017. — Vol. 30. – P. 103001.

7.2. Многоэлементные джозефсоновские системы в активных электрически-малых антеннах

[1] Wheeler H. Fundamental Limitations of Small Antennas // Proceedings of the IRE. – 1947. – Vol. 35, no. 12. – P. 1479–1484.

[2] McLean J. A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1996. – Vol. 44, no. 5. – P. 672–676.

[3] Hansen R. Electrically Small, Superdirective, and Superconducting Antennas. – Wiley, 2006.

[4] Kaya A., Yuksel E. Investigation of a Compensated Rectangular Microstrip Antenna With Negative Capacitor and Negative Inductor for Bandwidth Enhancement // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2007. – Vol. 55, no. 5. – P. 1275–1282.

[5] Hansen R., Collin R. Small Antenna Handbook. – Wiley, 2011.

[6] Luine J., Abelson L., Brundrett D. et al. Application of a DC SQUID array amplifier to an electrically small active antenna // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 1999. – Vol. 9, no. 2. – P. 4141–4144.

[7] Wikborg E., Semenov V., Likharev K. RSFQ front-end for a software radio receiver // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 1999. – Vol. 9, no. 2. – P. 3615–3618.

[8] Dillinger M., Madani K., Alonistioti N. Software Defined Radio: Architectures, Systems and Functions. Wiley Series in Software Radio. – Wiley, 2003.

[9] Oppenländer J., Häussler C., Schopohl N., Friesch A., Tomes J. Superconducting quantum antenna. – Patent US 7369093. – 06.05.2008.

[10] Колотинский Н.В. Сверхпроводящие квантовые решетки как широкополосные активные устройства. Дис. … канд. физ.-мат. наук. – МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 2015.

[11] Шинаков Ю.С. Методы оценки интермодуляционных помех в сотовых системах связи // Радиотехника. – 2007, № 1. – С. 69–80.

[12] Prokopenko G.V., Mukhanov O.A., Leese De Escobar A., et al. DC and RF measurements of serial Bi-SQUID arrays // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2013. – Vol. 23, no. 3. – P. 6392883.

[13] De Andrade M.C., De Escobar A.L., Taylor B.J., et al. Detection of Far-Field Radio-Frequency Signals by Niobium Superconducting Quantum Interference Device Arrays // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2015. – Vol. 25, no. 5. – P. 7230272.

[14] Berggren S., De Escobar A.L. Effects of spread in critical currents for series- and parallel-coupled arrays of SQUIDs and Bi-SQUIDs // IEEE Transactions on Applied Supercond. – 2015. – Vol. 25, no. 3. – P. 6905774.

[15] Berggren S., Taylor B.J., Mitchell E.E., Hannam K.E., Lazar J.Y., De Escobar A.L. Computational Modeling of bi-Superconducting Quantum Interference Devices for High-Temperature Superconducting Prototype Chips // Transactions on Applied Supercond. – 2016. – Vol. 26, no. 5. – P. 7470604.

[16] Critical current spread and thermal noise in bi-SQUID cells and arrays / V. K. Kornev, N. V. Kolotinskiy, A. Y. Levochkina, O. A. Mukhanov // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2017. – Vol. 27, no. 4. – P. 1601005.

[17] High-inductance bi-squid / V. K. Kornev, N. V. Kolotinskiy, D. E. Bazulin, O. A. Mukhanov // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2017. – Vol. 27, no. 4. – P. 1601304.

Основные публикации по теме диссертации

Публикации в изданиях, индексируемых поисковыми системами Web of Science и/или Scopus, а также в изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России

[A1] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Pedersen N.F., Borisenko I.V., Mozhaev P.B., Ovsyannikov G.A. The 0 and pi contact array model of bicrystal junctions and interferometers // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2003. — Vol. 13, no. 2. — P. 825–828.

[A2] Kornev V.K., **Klenov N.V.**, Oboznov V.A., Feofanov A.K., Bol'ginov V.V., Ryazanov V.V., Pedersen N.F. Vortex dynamics in Josephson ladders with pi-junctions // Superconductor Science and Technology. — 2004. — Vol. 17, no. 5. — P. S355–S358.

[A3] **Кленов Н.В.**, Корнев В.К., Соловьев И.И., Шадрин А.В., Борисенко И.В., Константинян К.И., Овсянников Г.А. Нетривиальная ток-фазовая зависимость в джозефсоновских переходах из анизотропных сверхпроводников: механизм и применение // Нелинейный мир. — 2005. — Т. 3, № 1-2. — С. 75–91.

[A4] **Klenov N.V.**, Kornev V.K., Pedersen N.F. The energy level splitting for unharmonic dc-SQUID to be used as phase Q-bit // Physica C: Superconductivity and its Applications. — 2006. — Vol. 435, no. 1. — P. 114–117.

[A5] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Splitting circuits for a single-flux-quantum-pulse driver based on a superconducting quantum interference filter // Superconductor Science and Technology. — 2006. — Vol. 19, no. 5. — P. S390–S393.

[A6] **Кленов Н. В.**, Корнев В. К. Фазовый кубит на основе двухконтактного СКВИДа с несинусоидальный ток-фазовой характеристикой джозефсоновских переходов // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. — 2006. — № 5. — С. 38–43.

[A7] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Splitting and broadening techniques for SFQ-pulse driver based on SQIF // Journal of Physics: Conference Series. — 2006. — Vol. 43. — P. 1191–1194.

[A8] **Klenov N. V.**, Kornev V. K., Pedersen N. F. The unharmonic dc SQUID energy level splitting // Journal of Physics: Conference Series. — 2006. — Vol. 43. — P. 1409–1412.

[A9] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Development of SQIF-based output broad band amplifier // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2007. — Vol. 17, no. 2. — P. 569–572.

[A10] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Synthesis of high-linearity array structures // Superconductor Science and Technology. — 2007. — Vol. 20, no. 11. — P. S362–S366.

[A11] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. How to build up the high linearity SQIF structures // Journal of Physics: Conference Series. — 2008. — Vol. 97. — P. 0120110.

[A12] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. High linearity Josephson-junction array structures // Physica C: Superconductivity and its Applications. — 2008. — Vol. 468, no. 7-10. — P. 813–816.

[A13] **Klenov N.V.**, Kornev V.K., Vedyayev A.V., Ryzhanova N.V., Pugach N.G., Rumyantseva T.S. Examination of logic operations with silent phase qubit // Journal of Physics: Conference Series. — 2008. — Vol. 97. — P. 012037.

[A14] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Differential parallel-serial SQIF structures providing high linearity response // Journal of Physics: Conference Series. — 2008. — Vol. 97. — P. 012011.

[A15] Корнев В.К., Соловьев И.И., **Кленов Н.В.**, Шадрин А.В., Муханов О.А. Выходной интерфейс для сверхпроводниковых цифровых устройств / В.К.Корнев, И.И.Соловьев, Н.В.Кленов и др.// Радиотехника.— 2009.— № 3.— С.131–141.

[A16] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. High linearity SQIF-like Josephson-junction structures // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2009. — Vol. 19, no. 3. — P. 741–744.

[A17] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Filippov T.V., Engseth H., Mukhanov O.A. Performance advantages and design issues of SQIFs for microwave applications // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2009. — Vol. 19, no. 3. — P. 916–919.

[A18] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Bi-SQUID: a novel linearization method for dc SQUID voltage response // Superconductor Science and Technology. — 2009. — Vol. 22, no. 11. — P. 114011.

[A19] Кислинский Ю.В., Овсянников Г.А., Константинян К.И., Шадрин А.В., Комиссинский Ф.В., **Кленов Н.В.**, Корнев В.К. Гибридные джозефсоновские контакты с d-волновой симметрией параметра порядка для элементов квантовых вычислительных систем // Радиотехника. – 2009. – №6. — С. 10-15.

[A20] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Dc SQUID array with nonlinear inductance // Journal of Physics: Conference Series. — 2010. — Vol. 234. — P. 042034.

[A21] **Klenov N.V.**, Kornev V.K., Sharafiev A.V., Bakurskiy S.V., Pugach N.G. Superconductor-ferromagnet-superconductor junctions in flux and phase qubits // Journal of Physics: Conference Series. — 2010. — Vol. 234. — P. 042017.

[A22] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Progress in high-linearity multi-element Josephson structures // Physica C: Superconductivity and its Applications. — 2010. — Vol. 470, no. 19. — P. 886–889.

[A23] **Klenov N.V.**, Pugach N.G., Sharafiev A.V., Bakurskiy S.V., Kornev V.K. Josephson junctions with nonsinusoidal current-phase relations based on heterostructures with a ferromagnetic spacer and their applications // Physics of the Solid State. — 2010. — Vol. 52, no. 11. — P. 2246–2251.

[A24] Soloviev I.I., Kornev V.K., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Superconducting Josephson structures with high linearity of transformation of magnetic signal into voltage // Physics of the Solid State. — 2010. — Vol. 52, no. 11. — P. 2252–2258.

[A25] Rumyantseva T.S., Pugach N.G., **Klenov N.V.** Current–phase relation in SFS Josephson junctions in the presence of s-d scattering // Moscow University Physics Bulletin. — 2011. — Vol. 66, no. 1. — P. 28–32.

[A26] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Design and experimental evaluation of SQIF arrays with linear voltage response // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — P. 394–398.

[A27] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Sharafiev A.V., Mukhanov O.A. Linear bi- SQUID arrays for electrically small antennas // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — P. 713–716.

[A28] **Klenov N.V.**, Sharafiev A.V., Bakurskiy S.V., Kornev V.K. Informational description of the flux qubit evolution // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — P. 864–866.

[A29] Bakurskiy S.V., **Klenov N.V.**, Karminskaya T.Yu., Kupriyanov M.Yu., Kornev V.K. Current-phase relation in Josephson junctions with complex ferromagnetic/normal metal interlayers // Solid State Phenomena. — 2012. — Vol. 190. — P. 401–404.

[A30] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Sharafiev A.V., Mukhanov O.A. Array designs for active electrically small superconductive antennas // Physica C: Superconductivity and its Applications. — 2012. — Vol. 479. — P. 119–122.

[A31] Soloviev I.I., Kornev V.K., Sharafiev A.V., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Bi-SQUID arrays and parallel SQIF structures for active electrically small antennas // Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. — 2012. — Vol. 6, no. 4. — P. 591–597.

[A32] **Klenov N.V.**, Kornev V.K., Sharafiev A.V., Bakurskiy S.V. Description of the evolution of the state of "Josephson atoms" in the context of the informational interpretation of quantum mechanics // Journal of Surface Investigation. X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques. — 2012. — Vol. 6, no. 3. — P. 524–529.

[A33] Корнев В.К., Соловьев И.И., Шарафиев А.В., **Кленов Н.В.** От одно- и двухконтактного СКВИДов к би-СКВИДу // Радиотехника. — 2012. — № 12. — С. 32–41.

[A34] **Кленов Н.В.**, Корнев В.К. Особенности токового транспорта в джозефсоновских гетероструктурах с нормальным и ферромагнитным би-каналом слабой связи // Радиотехника. — 2012. — № 12. — С. 42–48.

[A35] Golikova T.E., Hubler F., Beckmann D., **Klenov N.V.**, Bakurskiy S.V., Kupriyanov M.Yu., Batov I.E., Ryazanov V.V. Critical current in planar SNS Josephson junctions // JETP Letters. — 2013. — Vol. 96, no. 10. — P. 668–673.

[A36] Bakurskiy S.V., **Klenov N.V.**, Karminskaya T.Yu., Kupriyanov M.Yu., Golubov A. A. Josephson phi-junctions based on structures with complex normal/ferromagnet bilayer // Superconductor Science and Technology. — 2013. — Vol. 26, no. 1. — P. 015005.

[A37] Kornev V.K., Soloviev I.I., Sharafiev A.V., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Active electrically small antenna based on superconducting quantum array // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2013. — Vol. 23, no. 3. — P. 1800405.

[A38] Bakurskiy S.V.**,** **Klenov N.V.**, Soloviev I.I., Bol'ginov V.V., Ryazanov V.V., Vernik I.V., Mukhanov O.A., Kupriyanov M.Yu., Golubov A.A. Theoretical model of superconducting spintronic SIsFS devices // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 102. — P. 192603.

[A39] Soloviev I.I., Kornev V.K., Sharafiev A.V., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. Approaches to the creation of an active electrically small superconductive antenna // Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. — 2013. — Vol. 7, no. 4. — P. 667–670.

[A40] Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Pankratov A.L., Il'ichev E., Kuzmin L.S. Effect of Cherenkov radiation on the jitter of solitons in the driven underdamped Frenkel-Kontorova model // Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. — 2013. — Vol. 87, no. 6. — P. 060901.

[A41] Bakurskiy S.V.**,** **Klenov N.V.**, Soloviev I.I., Kupriyanov M.Yu., Golubov A.A. Theory of supercurrent transport in SIsFS Josephson junctions // Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. — 2013. — Vol. 88, no. 14. — P. 144519.

[A42] Bakurskiy S.V.**,** Gudkov A.L., **Klenov N.V.**, Kupriyanov M.Yu., Kuznetsov A.V., Soloviev I.I. Progress in the area of new energy efficient basic elements for superconducting electronics // Moscow University Physics Bulletin. — 2014. — Vol. 69, no. 4. — P. 275–286.

[A43] Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Bakurskiy S.V.**,** Pankratov A.L., Il'ichev E., Kuzmin L.S. Symmetrical Josephson vortex interferometer as an advanced ballistic single-shot detector // Applied Physics Letters. — 2014. — Vol. 105. — P. 202602.

[A44] Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Bakurskiy S.V., Bol'ginov V.V., Ryazanov V.V., Kupriyanov M.Yu., Golubov A.A. Josephson magnetic rotary valve // Applied Physics Letters. — 2014. — Vol. 105, no. 24. — P. 242601.

[A45] Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Pankratov A.L., Revin L.S., Il'ichev E., Kuzmin L.S. Soliton scattering as a measurement tool for weak signals // Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. — 2015. — Vol. 92. — P. 014516.

[A46] Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Bakurskiy S.V., Kupriyanov M.Yu., Golubov A.A. Critical current of SF–NFS Josephson junctions // JETP Letters. — 2015. — Vol. 101, no. 4. — P. 240–246.

[A47] Bakurskiy S.V., Golubov A.A., **Klenov N.V.**, Kupriyanov M.Yu., Soloviev I.I. Josephson effect in SIFS tunnel junctions with domain walls in the weak link region // JETP Letters. — 2015. — Vol. 101, no. 11. — P. 765–771.

[A48] **Klenov N.V.**, Soloviev I.I., Shchegolev A.E., Pankratov A.L. Ballistic detection of weak signals in active Josephson media // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — Vol. 70, no. 1. — P. 35–41.

[A49] Porokhov N.V., Kalabukhov A.S., Chukharkin M.L., Maresov A.G., Khrykin D.A., **Klenov N.V.**, Snigirev O.V. The physical basis of the fabrication of the third generation of high-temperature

superconducting wires on quartz substrates // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — Vol. 70, no. 2. — P. 134–139.

[A50] **Klenov N.V.**, Kuznetsov A.V., Soloviev I.I., Bakurskiy S.V., Tikhonova O.V. Magnetic reversal dynamics of a quantum system on a picosecond timescale // Beilstein Journal of Nanotechnology. — 2015. — Vol. 6. — P. 1946–1956.

[A51] Bakurskiy S.V., Kupriyanov M.Yu., Baranov A.A., Golubov A.A., **Klenov N.V.**, Soloviev I.I. Proximity effect in multilayer structures with alternating ferromagnetic and normal layers // JETP Letters. — 2015. — Vol. 102, no. 9. — P. 586–593.

[A52] **Klenov N.V.**, Ruzhickiy V. I., Soloviev I. I. Switching between the stable states of a long Josephson φ-junction // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — Vol. 70, no. 5. — P. 404–410.

[A53] Adjemov S.S., **Klenov N.V.**, Tereshonok M.V., Chirov D.S. Methods for the automatic recognition of digital modulation of signals in cognitive radio systems // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — Vol. 70, no. 6. — P. 448–456.

[A54] Adjemov S.S., **Klenov N.V.**, Tereshonok M.V., Chirov D.S. The use of artificial neural networks for classification of signal sources in cognitive radio systems // Programming and Computer Software. — 2016. — Vol. 42, no. 3. — P. 121–128.

[A55] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Kolotinskiy N. V. Design issues of HTS bi-SQUID // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2016. — Vol. 26, no. 5. — P. 1601205.

[A56] Bakurskiy S.V., **Klenov N.V.**, Soloviev I.I., Kupriyanov M.Yu., Golubov A.A. Superconducting phase domains for memory applications // Applied Physics Letters. — 2016. — Vol. 108, no. 4. — P. 042602.

[A57] Adjemov S.S., **Klenov N.V.**, Tereshonok M.V., Chirov D.S. A neural-network method for the synthesis of informative features for the classification of signal sources in cognitive radio systems // Moscow University Physics Bulletin. — 2016. — Vol. 71, no. 2. — P. 174–179.

[A58] Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Schegolev A.E., Bakurskiy S.V., Kupriyanov M.Yu. Analytical derivation of dc SQUID response // Superconductor Science and Technology. — 2016. — Vol. 29, no. 9. — P. 094005.

[A59] Schegolev A.E., **Klenov N.V.**, Soloviev I.I., Tereshonok M.V. Adiabatic superconducting cells for ultra-low-power artificial neural networks // Beilstein Journal of Nanotechnology. — 2016. — Vol. 7. — P. 1397–1403.

[A60] Bakurskiy S. V., **Klenov N. V.**, Soloviev I. I., Kupriyanov M. Y., Golubov A. A. Observability of surface currents in p-wave superconductors // Superconductor Science and Technology. — 2017. — Vol. 30, no. 4. — P. 044005.

[A61] Bakurskiy S. V., Filippov V. I., Ruzhickiy V. I., **Klenov N. V.**, Soloviev I. I., Kupriyanov M. Y., Golubov A. A. Current-phase relations in SIsFS junctions in the vicinity of 0-π transition //

Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics. — 2017. — Vol. 95, no. 9. — P. 094522.

[A62] Kuznetsov A. V., **Klenov N. V.** An optimization method for the calculation of Hamiltonian matrix elements for Josephson flux qubits // Moscow University Physics Bulletin. — 2017. — Vol. 72, no. 3. — P. 287–293.

Патенты РФ, а также международные патенты

[A63] Корнев В.К., Соловьев И.И., **Кленов Н.В.** Сверхпроводящий широкополосный СВЧ усилитель. Патент РФ RU 2353051 от 20.04.2009.

[A64] Kornev V.K., Soloviev I.I., **Klenov N.V.**, Mukhanov O.A. High linearity superconducting radio frequency magnetic field detector Патент США US 008179133 от 15.05.2012; US 008933695 от 13.01.2015; US 9588191 B1 от 07.03.2017.

[A65] Соловьев И.И., Корнев В.К., **Кленов Н.В.**, Шарафиев А.В., Калабухов А.С., Чухаркин М.Л., Снигирев О.В. СВЧ-усилитель на основе высокотемпературного СКВИДа с четырьмя джозефсоновскими контактами. Патент РФ RU 2544275 от 20.05.2015.

[A66] Куприянов М.Ю., Бакурский С.В., **Кленов Н.В.**, Соловьев И.И., Гудков А.Л., Рязанов В.В. Высокочастотный сверхпроводящий элемент памяти. Патент РФ RU 2554612 от 27.06.2015 г.

[A67] Куприянов М.Ю., Бакурский С.В., **Кленов Н.В.**, Соловьев И.И. Джозефсоновский 0-пи переключатель. Патент РФ RU 2554614 от 27.06.2015.

[A68] Соловьев И.И., Куприянов М.Ю., Снигирев О.В., **Кленов Н.В.** Флаксонный баллистический детектор. Патент РФ RU 2592735 от 27.07.2016.

[A69] Куприянов М.Ю., Бакурский С.В., **Кленов Н.В.**, Соловьев И.И. Джозефсоновский магнитный поворотный вентиль. Патент РФ RU 2601775 от 10.11.2016.

[A70] Куприянов М.Ю., Бакурский С.В., **Кленов Н.В.**, Соловьев И.И. Джозефсоновский фазовый доменный вентиль. Патент РФ RU 2620027от 22.05.2017.

Учебники и учебно-методические пособия

[A71] Сборник задач по атомной физике / **Н. В. Кленов**, С. С. Красильников, Е. А. Крылова и др. — Издательство физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 2010. — С. 216.

[A72] Корнев В. К., **Кленов Н. В.** Задачи физического практикума по сверхпроводниковой электронике. — Издательство Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 2012. — С. 77.

[A73] **Кленов Н. В.**, Бакурский С. В., Соловьев И. И. Квантовая теория твердого тела в вопросах и задачах. — Издательство физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 2013. — С. 73.

[A74] Атомная физика. Сборник задач / С. В. Бакурский, С. М. Зырянов, **Н. В. Кленов** и др. — Из-во научной литературы «Нобель Пресс», Москва, 2014. — С. 226.

[A75] Макроскопическая квантовая электроника: от основ к применениям. Учебное пособие в вопросах и задачах / **Н. В. Кленов**, А. Е. Щеголев, А. А. Киселев и др. — Брис–М, Москва, 2016. — С. 164.

Избранные публикации в изданиях, индексируемых Российским Индексом Научного Цитирования (РИНЦ)

[A76] Гудков А., **Кленов Н.**, Соловьев И. Цифровые системы приема и обработки информации на основе сверхпроводниковой электроники // Электроника. Наука. Технологии. Бизнес. — 2014. — Т. 137. — С. 86–93.

[A77] **Кленов Н. В.**, Кузнецов А. В., Соловьев И. И., Бакурский С. В., Денисенко М. В., Сатанин А. М. Потоковый кубит в цепях быстрой одноквантовой логики: управление и считывание // Физика низких температур. — 2017. — Т. 43, № 7. — С. 991–1002.

[A78] **Кленов Н.В.** Системы приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках // 6-ая Всероссийская конференция «Радиоэлектронные средства получения, обработки и визуализации информации» (РСПОВИ-2016). Доклады. Москва, 2016. — С. 5–9.

[A79] **Кленов Н.В.** Принципы построения сверхпроводниковых искусственных нейросетей // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения / Материалы Международной научно-технической конференции «INTERMATIC–2017», 20 - 24 ноября 2017 г., Москва. / Под ред. академика РАН А.С. Сигова. – М.: Галлея-Принт, 2016, часть 1.

[A80] **Кленов, Н.В.** Сверхпроводящие φ-элементы на основе джозефсоновских структур с ферромагнитными слоями / Н. В. Кленов, С. В. Бакурский, В. И. Ружицкий и др. // Журнал радиоэлектроники (электронный журнал). — 2013. — Т. 5.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

Ордена Трудового Красного Знамени
федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ»
(МТУСИ)

FEDERAL COMMUNICATIONS AGENCY OF THE RUSSIAN FEDERATION

MOSCOW TECHNICAL UNIVERSITY OF COMMUNICATIONS AND INFORMATICS
(MTUCI)

ул. Авиамоторная, д. 8а, Москва, 111024,
www.mtuci.ru; мтуси.рф; e-mail: kanc@mtuci.ru
Телефон (495) 957-77-31; факс (495) 957-77-36
ОГРН 1027700117191; ИНН/КПП 7722000820/772201001; ОКПО 01179952;
ОКВЭД 85.22, 46.19, 58.19, 61.10, 68.32, 72.19, 85.21, 85.23, 85.42.9; ОКТМО 45388000

22.05. 2018 г. № 1119/02-17

На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ
Ректор МТУСИ
_____ С.Д. Ерохин

АКТ
о внедрении результатов диссертационной работы
Кленова Николая Викторовича
«Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках»

Комиссия в составе:
начальник НИО, д.т.н., проф. С.С. Аджемов;
заведующий НИЛ, к.т.н., доц. М.В. Терешонок;
ведущий научный сотрудник, д.т.н., доц. Д.С. Чиров

составила настоящий акт о том, что **результаты** диссертации «Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук, а именно

– джозефсоновские гетероструктуры с непосредственной проводимостью в области слабой связи в топологии «мостик переменной толщины» позволяют существенно (до 200 нм) уменьшить размеры сверхпроводниковых элементов в составе блока обработки сигнала когнитивной широкополосной системы связи (КШСС),

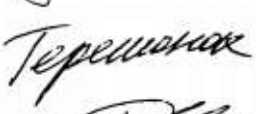
использованы в деятельности МТУСИ для выполнения работ по СЧ НИР «Эстафета-Ф-МТУСИ» для

– анализа существующих адаптивных методов пространственно-временного формирования диаграммы направленности и обработки сложных радиолокационных сигналов,

– обоснования представленных выводов по тенденциям и перспективам развития адаптивных методов формирования диаграммы направленности антенной системы для обнаружения и распознавания сложных локационных сигналов в перспективных многофункциональных радиолокационных станциях повышенной информативности.

Использование предложенных в диссертации концепций позволило определить наиболее перспективные технические решения для реализации аппаратной части комплексов «когнитивного радио». Выявлена ключевая проблема известных подходов – слишком большой (микронный) размер джозефсоновских туннельных гетероструктур, ключевых элементов аналоговых и цифровых устройств сверхпроводниковой электроники. Разработанные новые технические решения позволили увеличить степень интеграции проектируемых сверхпроводниковых интегральных микросхем, и тем самым способствовали решению описанной ключевой научной проблемы.

д.т.н., проф. С.С. Аджемов

 к.т.н., доц. М.В. Терешонок

д.т.н., доц. Д.С. Чиров

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

Ордена Трудового Красного Знамени
федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ»
(МТУСИ)

FEDERAL COMMUNICATIONS AGENCY OF THE RUSSIAN FEDERATION

MOSCOW TECHNICAL UNIVERSITY OF COMMUNICATIONS AND INFORMATICS (MTUCI)

ул. Авиамоторная, д. 8а, Москва, 111024,
www.mtuci.ru; мтуси.рф; e-mail: kanc@mtuci.ru
Телефон (495) 957-77-31; факс (495) 957-77-36
ОГРН 1027700117191; ИНН/КПП 7722000820/772201001; ОКПО 01179952;
ОКВЭД 85.22, 46.19, 58.19, 61.10, 68.32, 72.19, 85.21, 85.23, 85.42.9; ОКТМО 45388000

22.05. 2018 г. № 1120/02-17

На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ
Ректор МТУСИ
С.Д. Ерохин

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы

Кленова Николая Викторовича

«Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках»

Комиссия в составе:

заведующий НИЛ, к.т.н., доц. М.В. Терешонок;

заведующий НИЛ, к.т.н., доц. Е.М. Лобов;

заведующий НИЛ, к.т.н., И.В. Головкин

составила настоящий акт о том, что **результаты** диссертации «Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук, а именно

– разработанные джозефсоновские гетероструктуры со сверхпроводящими, изолирующими и магнитными слоями в области слабой связи позволяют существенно (до 500 нм) уменьшить размеры базовых элементов сверхпроводниковых запоминающих устройств в составе блока обработки сигнала когнитивной широкополосной системы связи (КШСС),

– джозефсоновские гетероструктуры со сверхпроводящими, изолирующими и магнитными слоями в области слабой связи позволяют для устройств хранения информации в составе КШСС уменьшить длительность операции «Считывание» до 10 пс, а также добиться аналогичной длительности операции «Запись» для элементов оперативных запоминающих устройств,

использовались для исследования новых методов обработки широкополосного группового сигнала в СЧ НИР «Экспедиция-2020-МТУСИ», СЧ НИР «Экспедиция-2020-МТУСИ-2», СЧ НИР «Эстафета-2030-МТУСИ», а именно, для

– разработки оперативного целевого прогноза возможностей современных и перспективных систем приема, обработки, хранения и защиты информации, в том числе использующих в своей работе макроскопические квантовые эффекты,

– исследований в области развития возможностей современных и перспективных средств и технологий обработки сигналов в когнитивных системах радиосвязи и радиомониторинга, в том числе на основе энергоэффективной элементной базы сверхпроводниковой электроники,

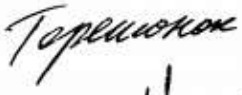
– исследований в области развития принципов построения аналого-цифровых преобразователей на основе макроскопических квантовых эффектов и определения наиболее перспективных путей их совершенствования.

Использование предложенных в диссертации технических решений позволило

– увеличить степень интеграции проектируемых сверхпроводниковых интегральных микросхем,

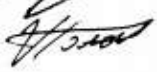
– улучшить качество проектирования матриц криогенной памяти, совместимых со сверхпроводниковыми интегральными микросхемами,

– повысить уровень подготовки специалистов – проектировщиков сверхпроводниковых интегральных микросхем.



к.т.н., доц. М.В. Терешонок

к.т.н., доц. Е.М. Лобов



к.т.н. И.В. Головкин

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

Ордена Трудового Красного Знамени
федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ»
(МТУСИ)

FEDERAL COMMUNICATIONS AGENCY OF THE RUSSIAN FEDERATION

MOSCOW TECHNICAL UNIVERSITY OF COMMUNICATIONS AND INFORMATICS
(MTUCI)

ул. Авиамоторная, д. 8а, Москва, 111024,
www.mtuci.ru; мтуси.рф; e-mail: kanc@mtuci.ru
Телефон (495) 957-77-31; факс (495) 957-77-36
ОГРН 1027700117191; ИНН/КПП 7722000820/772201001; ОКПО 01179952;
ОКВЭД 85.22, 46.19, 58.19, 61.10, 68.32, 72.19, 85.21, 85.23, 85.42.9; ОКТМО 45388000

22.05. 2018 г. № 1118/02-17

На №_____ от _____

УТВЕРЖДАЮ
Ректор МТУСИ
С.Д. Ерохин

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы

Кленова Николая Викторовича

«Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках»

Комиссия в составе:
начальник НИО, д.т.н., проф. С.С. Аджемов;
заведующий НИЛ, к.т.н., доц. М.В. Терешонок;
ведущий научный сотрудник, д.т.н., доц. Д.С. Чиров;

составила настоящий акт о том, что **результаты** диссертации «Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук, а именно

– разработанные энергоэффективные джозефсоновские передающие линии для управления и считывания состояний в квантовых блоках обработки сигналов когнитивной широкополосной системы связи (КШСС) позволяют на два порядка (до пикосекундных масштабов) уменьшить длительность логических операций, а также реализовать неразрушающую операцию «Считывание»,

– разработанные ячейки адиабатических джозефсоновских передающих линий в составе нейросетевых блоков обработки сигналов КШСС позволяют на четыре порядка (до аттоджоулевых масштабов, порядка 10^{-18} Дж/операция) уменьшить выделение энергии при функционировании нейронов и синапсов,

– методика построения электрически малых активных антенн на основе последовательных цепочек сверхпроводящих квантовых интерферометров позволяет без использования цепей обратной связи осуществлять преобразование магнитной компоненты сигнала в отклик напряжения с коэффициентом преобразования до 8000 мкВ/мкТ и линейностью более 100 дБ,

– совокупность разработанных элементов и схемотехнических решений позволяет реализовать в одном криогенном пакете широкополосную радиоприемную систему, состоящую из:

– широкополосной антенны, совмещенной с малошумящим усилителем, базовые ячейки которого функционируют в частотном диапазоне до 100 ГГц с возможностью увеличения динамического диапазона;

– аналого-цифрового преобразователя и блока обработки сигнала с увеличенным быстродействием за счет использования сверхпроводящих искусственных нейросетей и магнитной памяти, совместимой с логическими цепями, для элементов которых тактовая частота достигает 100 ГГц,

использованы в деятельности МТУСИ для выполнения работ по проекту РФФИ «Когнитивные комплексы приема, обработки и защиты информации на основе сверхпроводниковой элементной базы нового поколения» для

– разработки концепции функционирования универсальной одноквантовой логики в классическом, адиабатическом, обратимом, квантовом режиме и режиме искусственной нейронной сети,

– разработки интерфейсов между классическими, нейросетевыми и квантовыми блоками комплекса обработки информации.

Использование предложенных в диссертации технических решений позволило впервые разработать цепи для связи сверхпроводникового блока обработки сигнала, как с квантовыми регистрами, так и с устройствами полупроводниковой электроники. Выполненный автором анализ воздействия распространяющихся по нелинейным

джозефсоновским резонаторам солитоноподобных возбуждений (флаксонов) на динамику состояния квантовой системы лег в основу методов проектирования цепей управления для сверхбыстрых и энергоэффективных адиабатических квантовых вычислений.

Также разработан принцип формирования активных широкополосных сверхпроводниковых антенн для СВЧ диапазона частот на базе многоконтурных интерферометров с линейным откликом; создана методика для аналитического описания базовых ячеек такие приемных систем.

д.т.н., проф. С.С. Аджемов

к.т.н., доц. М.В. Терешонок

д.т.н., доц. Д.С. Чиров

Справка о внедрении результатов диссертационной работы Н.В. Кленова
«ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ЭФФЕКТОВ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ»

Результаты диссертационной работы Кленова Николая Викторовича «Системы приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках» (специальность 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения) использованы в деятельности Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» при выполнении НИР:

№ п.п.	Форма/Тип внедрения	Внедренные результаты	Место внедрения результатов	Уровень и степень значимости результатов внедрения
1	При реализации Федеральной Целевой Программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»	Выявлены общие закономерности макроскопической квантовой интерференции в «умных» многоэлементных джозефсоновских структурах, которые обеспечивают высокую линейность отклика напряжения на магнитную компоненту входного электромагнитного сигнала. Предложено два подхода к построению последовательных многоэлементных джозефсоновских структур, для которых линейность отклика напряжения на магнитный сигнал способна достигать 100 дБ. Большое внимание уделялось разработке научно-методических материалов и модернизации спецкурсов, читаемых студентам и аспирантам Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова по темам «Электронные состояния в наноструктурах. Нанотехнология.	Физический факультет МГУ, лаборатория криоэлектроники. НИР «Исследование процессов в новых устройствах электроники на основе квантования переноса заряда и магнитного потока» (Государственный контракт с Минобрнауки России от «07» июля 2009 г. № 02.740.11.0229). Подтверждающий документ: Акты сдачи-приемки по этапам № 1 и 2 от «14» сентября 2009 года и от «15» декабря 2009 года соответственно.	Высокая значимость внедрения, уровень соответствует мировому. На основе полученных результатов было успешно проведено патентное исследование, предметом которого являлась конструкция СВЧ-усилителя на основе параллельных и последовательных цепочек СКВИДов постоянного тока, имеющего повышенный коэффициент усиления и чрезвычайно высокую линейность в достаточно широкой полосе частот в диапазоне 1 – 10 ГГц. Были спроектированы и успешно протестированы фотошаблоны последовательных джозефсоновских структур, обеспечивающих высокую линейность отклика напряжения на магнитный сигнал

2	При реализации Федеральной Целевой Программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России»	Выбраны и апробированы комплексные методы и средства конструирования новых миниатюрных СВЧ устройств – СВЧ СКВИД-усилителей – с использованием программного комплекса для анализа сверхпроводящих цепей PSCAN. Разработаны методы линеаризации вольт-потокового преобразования в системе приема магнитной компоненты сигнала на основе последовательной цепочки, состоящей из многоконтактных интерферометров со специальным образом подобранным площадями джозефсоновских контактов для получения свободного от искажения динамического диапазона на уровне 120 дБ в гигагерцовом диапазоне частот.	Физический факультет МГУ, лаборатория криоэлектроники. НИР «Разработка миниатюрного интегрального СВЧ-СКВИД–усилителя сигналов С-диапазона на основе тонких пленок ВТСП для спутниковых бортовых систем связи» (Государственный контракт с Минобрнауки России от «11» марта 2013 г. № 14.513.11.0009). Подтверждающий документ: Акты приемки исполненных обязательств по этапам № 1 и 2 от «08» августа 2013 года и от «14» октября 2013 года соответственно.	Высокая значимость внедрения, уровень соответствует мировому, что подтверждается публикацией по теме проекта в журнале Physical Review E. На основе полученных результатов были разработаны методы создания миниатюрных конструкций СВЧ устройств с электрически управляемыми характеристиками нового поколения на основе планарных структур, содержащих активные среды: джозефсоновские переходы и электродинамические элементы конструкции СВЧ-СКВИД – усилителя сигналов С-диапазона из пленок высокотемпературных сверхпроводников.

Руководитель НИР
Заведующий кафедрой физики, полупроводников и
лабораторией «Криоэлектроника» физического факультета МГУ, профессор _____ **Снигирев О.В.**

Подпись профессора Снигирева О.В. заверяю
Начальник научного отдела физического факультета _____ **Баранова Н.Б.**

Справка о внедрении результатов диссертационной работы Н.В. Кленова «Принципы построения устройств для приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках»

Результаты диссертационной работы Кленова Николая Викторовича «Системы приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках» (специальность 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения) использованы в деятельности Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» при выполнении НИР:

№ п.п.	Форма/Тип внедрения	Внедренные результаты	Место внедрения результатов	Уровень и степень значимости внедрения
1	При реализации Федеральной Целевой Программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»	Разработана принципиальная схема измерения квантово-механического состояния «искусственного атома» за счет использования волновых пакетов (квази)солитонного вида. Эта схема построена на основе выполненного Кленовым Н.В. анализа воздействия распространяющихся по нелинейным джозефсоновским резонаторам солитоноподобных возбуждений (флаксонов) на динамику состояния квантовой системы, доказавшего возможности осуществления манипуляций с состояниями кубита за счет приложения импульсов магнитного потока длительностью 0.5…5 пс.	Физический факультет МГУ, кафедра атомной физики, физики плазмы и микроэлектроники. НИР «Исследование нелинейно-оптических процессов в высокоинтенсивных лазерных импульсах ультракороткой длительности для разработки методов диагностики и управления процессами со сверхвысоким временным и пространственным разрешением» (Государственный контракт с Минобрнауки России от «06» сентября 2010 г. № 14.740.11.0065). Подтверждающий документ: Акт приемки исполнения обязательств этапа № 5 «Обобщение и оценка результатов исследований» и работы в целом.	Высокая значимость внедрения, уровень соответствует мировому, что подтверждается в том числе публикацией результатов НИР в ведущих международных научных изданиях (Laser Physics, Physical Review A, Physical Review Letters).

Полученные результаты использованы для совершенствования и модернизации курса «Основы физики конденсированного состояния вещества», читаемого Кленовым Н.В. для студентов кафедры, а также при подготовке специалистами, бакалаврами и магистрантами (Бакурский С.В., Кузнецов А.В., Щеголев А.Е., Ружицкий В.И.) выпускных квалификационных работ.

Руководитель НИР
профессор кафедры атомной физики, физики плазмы и микроэлетроники **Попов А.М.**

Подпись профессора Попова А.М. заверяю
Начальник научного отдела физического факультета **Баранова Н.Б.**

Справка о внедрении результатов диссертационной работы Н.В. Кленова
«ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ЭФФЕКТОВ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ»

Результаты диссертационной работы Кленова Николая Викторовича «Системы приема и обработки сигнала на основе макроскопических квантовых эффектов в сверхпроводниках» (специальности 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения, 05.27.01 – Твердотельная электроника, радиоэлектронные компоненты, микро- и наноэлектроника, приборы на квантовых эффектах) использованы в деятельности Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» при выполнении НИР:

№ п.п.	Форма/Тип внедрения	Внедренные результаты	Место внедрения результатов	Уровень и степень значимости результатов внедрения
1	При реализации Федеральной Целевой Программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России»	Разработаны программные комплексы для определения оптимальных параметров структуры джозефсоновского перехода с многокомпонентной прослойкой, включающей ферромагнитный слой в области слабой связи, в целях создания сверхпроводниковых спиновых вентилей и магнитной джозефсоновской памяти, совместимой с цепями сверхпроводниковой быстрой одноквантовой логики. Разработан и оптимизирован для расчетов на двумерной сетке алгоритм моделирования характеристик джозефсоновской структуры, включающей многокопонентую прослойку из ферромагнитного, нормального и изолирующего слоев в произвольной конфигурации.	НИИЯФ МГУ, отдел микроэлектроники. НИР «Сверхпроводниковый спиновый вентиль на основе джозефсоновского перехода с прослойкой из изолятора, сверхпроводника и ферромагнетика» (Соглашение № 8746 с Минобрнауки России от «04» октября 2012 г.). Подтверждающий документ: Акты сдачи-приемки по этапам № 1 и 2 при выполнении НИР.	Высокая значимость внедрения, уровень соответствует мировому. На основе полученных результатов было успешно проведено патентное исследование, предметом которого являлась конструкция и метод моделирования характеристик сверхпроводникового спинового вентиля. Определена область параметров, для которой значения произведения абсолютной величины критического тока джозефсоновской гетероструктуры предложенной топологии на нормальное сопротивление составляет порядка 2мВ. Доказана возможность управления характеристиками такой структуры за счет приложения магнитных полей напряженностью порядка 10Э.

2	При выполнении работ по гранту Президента Российской Федерации	Оптимизирована интерференционная схема сверхпроводникового детектора квантовых состояний джозефсоновского кубита, функционирование которого основано на рассеянии баллистических джозефсоновских вихрей на измеряемом потенциале. Разработано улучшенное аналитическое описание сигнальных и шумовых характеристик биСКВИДа, обладающего высокой линейностью преобразования магнитного поля в напряжение; на основе биСКВИДа предложена базовая ячейка схем обратимых вычислений. Разработан метод аналитического описания отклика напряжения и тока низкотемпературных СКВИДов постоянного тока.	НИИЯФ МГУ, отдел микроэлектроники. НИР «Разработка элементной базы для энергоэффективных сверхпроводниковых и полупроводниковых систем детектирования сигнала, приема и обработки информации» (Договор с Минобрнауки России от «03» февраля 2014г. № 14.120.14.1841-МК). Подтверждающий документ: Выписки из протоколов заседаний Ученого Совета НИИЯФ и ОЯФ ФФ МГУ №8 от 21 ноября 2014 г. и №11 от 27 ноября 2015 г.	Высокая значимость внедрения, уровень соответствует мировому, что подтверждается публикацией по теме проекта в журнале Applied Physical Letters и получением патента на изобретение. В частности, при помощи разработанного метода проанализировано влияние индуктивности и разброса параметров джозефсоновских переходов интерферометра на форму его отклика напряжения и тока на входной магнитный сигнал. Предложенный метод расчета позволяет оптимизировать проектирование сверхпроводниковых блоков приема сигнала на основе одиночных низкотемпераутрных СКВИДов и их цепочек. Также создан задел для практической реализации джозефсоновских магнитных поворотных вентилей.

3	При выполнении работ по договору с Российским Фондом Фундаментальных Исследований	Разработаны физические основы функционирования новых базовых элементов цифровой сверхпроводниковой электроники и спинтроники, а также сверхпроводниковых детекторов для приема (считывания) и обработки информации, отличающихся от своих полупроводниковых аналогов высокой энергоэффективностью, уникальной чувствительностью и (или) быстродействием	НИИЯФ МГУ, отдел микроэлектроники. НИР «Разработка физических основ элементной базы современной сверхпроводниковой электроники и спинтроники» (Договора с РФФИ от «06» мая 2015г. № 15-32-20362/12 и от «27» апреля 2016г. 15-32-20362/16).	Высокая значимость внедрения, уровень соответствует мировому. Разработаны на основе теоретического исследования зарядового транспорта в новых базовых элементах устройств сверхпроводниковой электроники концепции новых энергоэффективных логических схем и ячеек памяти. Представлена методика исследования динамики (с учетом флуктуаций) и усредненных характеристик многоэлементных джозефсоновских структур высокочувствительных энергоэффективных и широкополосных детекторов на базе длинных и коротких джозефсоновских контактов.

Руководитель НИР
Ведущий научный сотрудник отдела микроэлектроники
НИИЯФ МГУ им. Д.В. Скобельцына _____ **Соловьев И.И.**

Подпись Соловьева И. И. заверяю
Ученый секретарь НИИЯФ МГУ _____ **Сигаева Е.А.**