Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»

На правах рукописи

Хазов Михаил Леонидович

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ АНТЕНН В СИСТЕМАХ СВЯЗИ МІМО

Специальность 2.2.15 – Системы, сети и устройства телекоммуникаций

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель доктор технических наук, профессор Крейнделин В.Б.

Москва, 2023

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ		4
1. ИССЛЕДОВАНИ	ІЕ И АНАЛИЗ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ МІМО	
ИЗВЕСТНЫХ АЛГОРИТИ	МОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ АНТЕНН С ИЗВЕСТНЫМИ	[
КРИТЕРИЯМИ ОПТИМА	ЛЬНОСТИ	16
1.1. Модель систем	иы MIMO без переключения (автовыбора) антенн	16
1.2. Модель систем	иы MIMO с переключением антенн	20
1.3. Алгоритмы пе	реключения антенн с полным и неполным перебором	27
1.4. Анализ извест	ных алгоритмов переключения антенн, использующи	X
известные критерии оптим	иальности	33
1.5. Вычислительн	ая сложность алгоритмов переключения антенн	35
1.6. Выводы к разд	елу 1	41
2. НОВЫЙ КРИТЕ	РИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ. ОЦЕНКА ЭФФЕКТА ОТ	
ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ	В АЛГОРИТМЕ ПОЛНОГО ПЕРЕБОРА.	43
2.1. Предлагаемый	новый критерий оптимальности для автовыбора анте	нн
		43
2.2. Анализ предла	гаемого критерия оптимальности в условиях отсутсти	зия
пространственной корреля	щии замираний	47
2.3. Вычислительн	ая сложность для алгоритма полного перебора с новы	ÍM
критерием оптимальности		51
2.4. Упрощение вы	числения следа корреляционной матрицы ошибок	
оценивания		53
2.5. Вычислительн	ая сложность для алгоритма полного перебора с новы	ÍM
упрощенным критерием о	птимальности	57

2.6. A	Анализ предлагаемого критерия оптимальности с упрощенным				
вычислением	м следа корреляционной матрицы ошибок оценивания в условиях				
отсутствия пространственной корреляции замираний					
2.7. H	Выводы к разделу 2	64			
3. PA	ЗРАБОТКА И АНАЛИЗ НОВЫХ АЛГОРИТМОВ ПЕРЕКЛЮЧЕН	КИ			
AHTEHH B	СИСТЕМАХ СВЯЗИ МІМО НА ОСНОВЕ НОВОГО КРИТЕРИЯ				
ОПТИМАЛІ	ЬНОСТИ	65			
3.1. H	Новый упрощенный алгоритм переключения антенн № 1	65			
3.2. H	Новый упрощенный алгоритм переключения антенн № 2	68			
3.3. A	Анализ характеристик известных и предлагаемых алгоритмов в				
условиях отсутствия пространственной корреляции замираний					
3.4. <i>A</i>	3.4. Анализ характеристик предлагаемых алгоритмов в условиях наличия				
пространств	енной корреляции замираний	77			
3.5. H	Вычислительная сложность для алгоритма неполного перебора с				
новым крите	ерием оптимальности	89			
3.6. H	Выводы к разделу 3	93			
4. OLI	ІЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ				
ПРЕДЛОЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ АНТЕНН					
4.1. (Оценка вычислительной сложности при использовании различных				
критериев переключения антенн в условиях полного и неполного перебора 95					
4.2. 0	Оценка энергетических потерь в антенных переключателях	104			
4.3. H	Выводы к разделу 4	108			
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 1					
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ 11					
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ					
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 1					
ПРИЛ	ОЖЕНИЕ 2	126			

Введение

Актуальность темы. На протяжении всей истории развития подвижной радиотелефонной связи растет потребность в увеличении пропускной способности каналов связи, что, прежде всего, обусловлено ростом количества пользователей и устройств, передачей по сетям связи больших и сверхбольших объемов информации, а также появлением «умных» телефонов – смартфонов, которые постоянно поддерживают активное соединение с сетью передачи данных и вне зависимости от действий или бездействия пользователя передают и принимают информацию (данные).

Узким местом в организации связи между пользователями является пропускная способность радиоканала. Именно характеристики радиоканала системы связи определяют важные в понимании современного потребителя услуг связи параметры, такие как скорость передачи данных и количество одновременно обслуживаемых пользователей с минимальным числом отказов в обслуживании.

Одним из способов увеличения пропускной способности радиоканала является расширение его полосы частот. Однако, ресурс радиочастотного спектра ограничен при известной современному обществу организации связи, т.е. у подхода, основанного на увеличении пропускной способности радиоканала только за счет расширения используемой полосы частот, есть серьезные ограничения и со временем эти ограничения только усиливаются [0], [2]. К примеру, при появлении в 2007 году в России систем связи 3G стандарта UMTS все операторы связи России изначально довольствовались полосой частот в 105 МГц, из которых 45 МГц предназначались для передачи сигнала от абонента к базовой станции и 60 МГц – от базовой станции к абоненту (в дальнейшем полоса была расширена еще на 30 МГц, в том числе за счет выделения под 3G диапазона стандарта E-GSM) [4]. Для запуска в эксплуатацию в 2012 году систем 4G стандарта LTE была выделена полоса частот в 200 МГц (сейчас уже более, чем 500 МГц) [5], [6], [7], [8]. Для запуска в эксплуатацию системы 5G (вероятно, появится в России к 2025 году,

задержка связана с ожиданием появления отечественного оборудования связи) операторское сообщество говорит о необходимости выделения минимальной суммарной полосы частот в 400 МГц, а с учетом диапазонов миллиметровых (верхнего) и дециметровых (нижнего) длин волн – запрашиваемая операторами для использования полоса частот составляет порядка 5 ГГц [9], [25]. Все эти системы различных поколений связи (2G/3G/4G/5G) будут какое-то время сосуществовать одновременно. Параллельно со стандартизацией систем пятого поколения ведется работа по созданию систем следующего, перспективного шестого поколения связи, потребует выделения еще большего частотного ресурса [26], [27]. ЧТО Необходимость расширения полосы частот заставляет разработчиков искать более высокие свободные диапазоны. Заметно ростет требуемое для обеспечения непрерывного покрытия и устойчивого соединения количество базовых станций. Строительство и эксплуатация инфраструктуры связи в более высоких частотных диапазонах обходится заметно дороже. В то же время, использование абонентских терминалов, способных работать в различных диапазонах частот, увеличивает стоимость устройств для пользователей и делает их менее доступными для потребителя.

При постоянном росте нагрузки на сети связи становится жизненно необходимым спектральной эффективности заметное повышение И помехоустойчивости системы связи, чтобы снижать потребность в дефицитном частотном ресурсе и расходы на развертывание и эксплуатацию современных и увеличивать пропускную способность перспективных систем связи, И отказоустойчивость системы связи.

Повышать помехоустойчивость системы, в том числе нужно и для снижения мощности излучения радиопередатчиков, а также и для снижения вероятного негативного влияния на здоровье граждан. Вместе с этим, сокращается и энергопотребление, что положительно влияет на экологию и окружающую нас среду. Положительные эффекты могут быть конвертированы в более низкую стоимость услуг связи для пользователей. Одновременно уменьшаются: габариты базовых станций, размеры и вес передатчика, стоимость изготовления и

транспортировки оборудования связи. Повышается надежность системы связи, в том числе благодаря меньшему нагреву оборудования и меньшей мощности, затрачиваемой на охлаждение, снижаются межсистемные и внутрисистемные помехи.

Системы связи со многими передающими и многими приемными антеннами (Multiple-Input-Multiple-Output системы связи, MIMO) получили широкое распространение благодаря намного более высокой помехоустойчивости и пропускной способности по сравнению с системами связи в традиционной реализации с одной антенной на каждой из сторон (Single-Input-Single-Output системы связи, SISO) [2].

До появления систем связи MIMO характеристики систем SISO качественно, без расширения используемой полосы частот, совершенствовались в основном за счет поиска новых сигнально-кодовых конструкций и методов помехоустойчивого кодирования, обработки сигналов. Появление MIMO дало заметный качественный скачок, ценой которого стал рост вычислительной сложности используемых методов обработки сигналов.

Системы МІМО предполагают наличие нескольких антенн, как на передающей стороне (*N* антенн), так и на приемной стороне (*M* антенн). Передающей (приемной) сторонами могут быть базовая станция системы подвижной радиотелефонной связи, абонентское (оконечное) устройство, пользовательский терминал.

Многоантенные системы позволяют преодолеть ограничения пропускной способности одноантенного канала связи SISO, описываемого классической для теории информации теоремой Шеннона-Хартли [2]. Системы МІМО обеспечивают высокую спектральную эффективность благодаря пространственному мультиплексированию (уплотнению) сигналов и пространственному разнесению антенн [2]. Системы МІМО используются как в профессиональных, так и в личных целях. Многоантенные системы позволяют повысить надежность радиосвязи и пропускной способности канала связи, вместе с тем, снизить коэффициент ошибок на бит информации (Bit Error Rate, BER).

Приемник в окружающей среде со значительным рассеянием может разделять сигналы, одновременно переданные от многих антенн (пространственное мультиплексирование). В этой связи появляется возможность передавать параллельные независимые потоки данных.

В условиях разделения пространственных потоков информации вместе с ростом числа антенн линейно растет пропускная способность канала связи и системы связи. Указанные преимущества возникают благодаря появлению множества пространственных путей распространения в канале связи. Архитектура связи Bell Labs Space Time (BLAST) содержит пример системы связи с пространственным мультиплексированием [2], [3].

Увеличение отношения сигнал/шум (ОСШ) повышает пропускную способность на дополнительную величину в логарифмической зависимости.

Описанные выше преимущества появляются одновременно и с определенными недостатками. Классические многоантенные системы непросто произвести по причине заметного количества радиочастотных трактов. Рост радиочастотных трактов приводит к необходимости увеличения размеров систем связи, одновременно растет энергопотребление и стоимость изготовления таких систем. Для пользователя услуг связи высокий рост стоимости средств связи неприемлем и это может стать сдерживающим или даже блокирующим фактором развития технологий и систем связи.

Таким образом, стоимость изготовления и размеры радиочастотных трактов с увеличением количества активных антенн заметно растут. Сохранить основные преимущества и заметно снизить затраты на реализацию многоантенных систем возможно используя принцип переключения (автовыбора) антенн [2], [10].

При автовыборе (переключении) антенн для ограниченного числа радиочастотных трактов по заданному критерию оптимальности могут быть выбраны и оптимально назначены приемные и/или передающие антенны.

Для осуществления автовыбора антенн используются антенные переключатели. В таких переключателях имеют место энергетические потери, величина которых составляет порядка 0,5 дБ [20], [21], [22]. [37]. При наличии двух

переключателей (по одному переключателю на передающей и приемной сторонах) общая величина потерь составляет порядка 0,8 – 1,0 дБ. В то же время, помехоустойчивость многоантенной системы связи растет не только с увеличением числа активных антенн (радиотрактов), но и с увеличением общего числа антенн (пассивных антенн). При этом, энергетический выигрыш от применения переключения (автовыбора) антенн может достигать 18 дБ и более по сравнению с классическими системами МІМО, порядок которых определен числом используемых активных антенн [2].

Таким образом, существует возможность реализовать недорогой вариант многоантенной системы с незначительными потерями и низкой вычислительной сложностью на дополнительных элементах (переключателях) и получить преимущество в виде высокой помехоустойчивости системы связи и более высокой пропускной способности канала связи за счет использования большого числа разнесенных в пространстве пассивных антенн.

Затраты на строительство сетей электросвязи могут быть значительно снижены в случае применения на практике принципа переключения антенн. Незначительные потери в помехоустойчивости заметно компенсируются лучшими характеристиками помехоустойчивости, приемлемой сложностью и стоимостью реализации в сравнении с системами связи с прекодированием или в случае использования антенных решеток и технологии формирования луча [62]. Принцип переключения антенн позволяет не только снизить затраты на производство и эксплуатацию, но и повысить энергоэффективность системы связи, что в век зеленой энергетики и ответственного отношения к окружающей среде, следования ESG-принципам (Environmental, Social, and Corporate Governance, – экологическое, социальное корпоративное управление), впервые сформулированные И генеральным секретарем ООН Кофи Аннаном, становится конкурентным преимуществом для компаний – производителей оборудования связи [98].

Решение практических задач создания инфраструктуры связи связано с использованием принципа переключения (автовыбора) антенн в системах связи MIMO. Существенно повышается надежность соединения и помехоустойчивость

системы, увеличивается территория покрытия. Примером использования этого принципа является распределенная антенная система с центральным управляющим элементом.

Однако, при большом количестве пассивных антенн возрастает и число их возможных комбинаций на передаче и приеме, значительно увеличивается число переборов антенн для поиска оптимальной комбинации радиотрактов. Таким образом, вычислительная сложность при поиске оптимальной комбинации заметно увеличивается и в определенный момент становится недостижимой для практического применения этой технологии в связи с драматическим ростом количества возможных комбинаций антенн на приеме и передаче.

Эффективный алгоритм автовыбора с низкой вычислительной сложностью может помочь практическому применению технологии переключения антенн. Эффективность алгоритма переключения антенн определяется используемым критерием оптимальности.

Критерий оптимальности предназначен для поиска лучшей по заданному критерию комбинации антенн на стороне передатчика и (или) на стороне приемника. Решение о переключении (автовыбора) антенн осуществляется на основе работы алгоритма автовыбора по заданному критерию оптимальности с учетом реального состояния канала связи, наличия в нем искажений и замираний, шумов и помех.

Основной задачей данной работы является поиск обладающего низкой вычислительной сложностью алгоритма автовыбора антенн с новым критерием оптимальности, при использовании которого достигаются характеристики помехоустойчивости системы связи с незначительными энергетическими потерями в сравнении с лучшими алгоритмами с известными критериями автовыбора. В связи с этим, в работе найдены, разработаны и исследованы: новый критерий оптимальности для автовыбора антенн и новые алгоритмы автовыбора антенн с низкой вычислительной сложностью.

Степень разработанности темы. Изучением и вопросами применения технологии MIMO в современных системах беспроводной радиотелефонной связи,

в том числе вопросами поиска алгоритмов переключения антенн с низкой вычислительной сложностью и подходящим критерием оптимальности, занимался ряд российских ученых, в их числе: М.Г. Бакулин, В.П. Волчков, В.Б. Крейнделин, С.В. Мелихов, А.В. Пестряков, А.Г. Самойлов. Указанная тема нашла свое отражение и в работах зарубежных ученых: Bruno C., Goldsmith A., Larsson E.G., Papadias C.B., Rusek, F., Spencer Q.H., Zhang R. и иных ученых, в частности [0], [2], [10], [11], [12], [13], [14], [18], [19], [24], [27], [28], [29], [30], [33], [34], [40], [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57], [57], [60], [64], [65], [66], [67], [68], [70], [71], [72], [73], [74], [75], [76], [78], [80], [81], [82], [93], [94], [95], [96], [97], [99], [108].

Целью настоящей работы является разработка алгоритмов переключения (автовыбора) антенн для систем связи МІМО, демонстрирующих при их использовании по сравнению с известными алгоритмами более высокие либо сравнимые характеристики помехоустойчивости системы связи и обладающих приемлемой для практического применения вычислительной сложностью.

Решаемые задачи. Для достижения цели в работе решаются следующие задачи:

- Анализ характеристик известных алгоритмов переключения (автовыбора) антенн.
- Поиск, разработка и исследование нового критерия оптимальности для переключения (автовыбора) антенн.
- Разработка и исследование новых алгоритмов переключения (автовыбора) антенн с низкой вычислительной сложностью и незначительными энергетическими потерями в сравнении с лучшими алгоритмами.

Методы решения. Для реализации решаемых задач выполнялась работа по основным направлениям:

- Исследование в системах связи МІМО известных алгоритмов переключения антенн с низкой вычислительной сложностью.
- Разработка нового критерия оптимальности для автовыбора антенн;

- Исследование нового оптимального алгоритма переключения (автовыбора) антенн с более лучшими характеристиками в сравнении с характеристиками известных алгоритмов переключения антенн.
- Разработка и исследование новых упрощенных алгоритмов переключения антенн использующих новый критерий оптимальности.

Численные методы использовались для решения задачи разработки новых алгоритмов.

Имитационное моделирование использовалось для целей оценки эффективности алгоритмов.

Практическая значимость разработанных новых алгоритмов переключения антенн оценивалась, исходя из сравнительного анализа по параметрам помехоустойчивости системы связи и вычислительной сложности новых алгоритмов с новым критерием автовыбора и тех же параметров при использовании известных алгоритмов, использующих известные критерии автовыбора.

Методы научного исследования. Научное исследование, прежде всего, базировалось на использовании теории связи, имитационном компьютерном моделировании, теории алгоритмов, применялись методы оценки вычислительной сложности, использовался математический аппарат из теорий численных методов, а также линейной алгебры.

Теоретическая значимость работы:

Посредством обоснования для вектора информационных символов связи суммы дисперсий ошибок оценивания с вероятностью ошибки аргументирован выбор лучшего критерия оптимальности в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции. Снижение вероятности ошибки обеспечивает повышение качества и целостности передаваемой информации.

 Установлена высокая эффективность применения нового критерия оптимальности с различными алгоритмами переключения антенн по результатам сравнительной оценки характеристик помехоустойчивости системы связи с известными алгоритмами переключения антенн, выполненной методом статистического моделирования.

Объект исследований – система связи МІМО с автовыбором антенн.

Предмет исследований – алгоритмы переключения (автовыбора) антенн в системах связи МІМО.

Научная новизна работы:

- Для целей переключения антенн предложен и исследован вместе с алгоритмом полного перебора новый критерий оптимальности, основанный на минимуме следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции. При его использовании система связи МІМО демонстрирует в исследованных конфигурациях и условиях до 1 дБ превосходящие характеристики помехоустойчивости. Значение вычислительной сложности нового критерия оптимальности ниже в 1,5 раза в сравнении с наилучшим из известных критериев оптимальности в виде максимума пропускной способности.
- Разработана упрощенная версия критерия в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок оценивания (демодуляции) с вычислительной сложностью порядка 2,5 раз ниже в сравнении с наилучшим из известных критериев оптимальности в виде максимума пропускной способности.
- Разработаны новые квазиоптимальные алгоритмы, пошагово увеличивающие (IIZF) или пошагово уменьшающие (IDZF) размерность формируемой матрицы канала, незначительно (до 0,5 дБ для IIZF и до 1,2 дБ для IDZF) уступающие в помехоустойчивости оптимальному алгоритму с лучшим из известных критериев оптимальности в виде максимума пропускной способности, при этом обладающие значительно более низкой вычислительной сложностью. Низкая вычислительная сложность квазиоптимального алгоритма IIZF позволяет использовать его в реальных системах связи MIMO с современными микропроцессорами, включая отечественные образцы.

Практической ценностью работы является разработка новых алгоритмов переключения антенн, применение которых в системе связи МІМО обеспечивает более высокие по сравнению с известными алгоритмами характеристики помехоустойчивости и приемлемую для практического использования в реальных многоантенных системах связи МІМО вычислительную сложность, в том числе и в системах МІМО высоких порядков.

Выносимые на защиту основные положения.

- 1. Новый критерий оптимальности в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок оценивания или демодуляции позволяет при его алгоритмом полного перебора (оптимальным использовании с алгоритмом) получить В исследованных условиях выигрыш В помехоустойчивости системы связи МІМО 0,5 – 1,0 дБ по сравнению с лучшим из известных критериев оптимальности в виде максимума пропускной способности.
- Оптимальный алгоритм полного перебора при использовании нового критерия оптимальности обеспечивает выигрыш в вычислительной сложности в 1,5 раза по сравнению с использованием лучшего из известных критериев оптимальности в виде максимума пропускной способности.
- 3. Низкая вычислительная сложность нового квазиоптимального алгоритма переключения (автовыбора) антенн позволяет применять его в реальных системах связи МІМО при незначительных потерях в помехоустойчивости системы связи – до 0,5 дБ в сравнении с лучшим из известных алгоритмов переключения антенн.

Использование и внедрение результатов диссертационной работы.

Результаты работы в части разработки новых алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО на приемной и передающей сторонах были использованы Санкт-Петербургским филиалом «Ленинградское отделение научно-исследовательского института радио» федерального государственного бюджетного учреждения «Ордена Трудового Красного Знамени Российский научно-исследовательский институт радио имени М.И. Кривошеева» в целях радиочастотного планирования сетей беспроводного доступа, в том числе в целях сокращения количества базовых станций для покрытия территорий фиксированной площади, что подтверждено соответствующим актом о внедрении.

Результаты в части исследования существующих и новых алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО были использованы в разработках Российского научно-исследовательского института радио имени М.И. Кривошеева (ФГБУ НИИ Радио) в целях реализации автовыбора антенн и показали свою эффективность, позволив увеличить пропускную способность канала связи в условиях многолучевой среды распространения радиоволн без увеличения занимаемой полосы частот или мощности передатчика, что подтверждено соответствующим актом.

В Приложении 1 к настоящей работе содержатся копии актов о внедрении и использовании ее результатов.

Апробация диссертации. Выносимые на защиту основные положения диссертационной работы представлялись обсуждались И летально на специализированных научно-технических конференциях: Международная научноконференция «INTERMATIC-2015», Москва, 2015 техническая г.; Х международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества», Москва, 2016 г.; Международная научнотехническая конференция «INTERMATIC-2017», Москва, 2017 г.; XIII международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества», Москва, 2019 г.; Международная научнотехническая конференция «Телекоммуникационные и вычислительные системы, 2021 Москва. г: Международная научно-техническая конференция «Телекоммуникационные и вычислительные системы, Москва, 2022 г.

Личный вклад автора. В части разработки и исследования алгоритмов переключения антенн, обеспечивающих лучшие характеристики помехоустойчивости системы связи МІМО, диссертантом внесен основной вклад в

опубликованные научные труды. Результаты диссертационной работы получены автором самостоятельно, из публикаций с соавторами в диссертацию включены только личные результаты автора. Диссертантом разработаны квазиоптимальные алгоритмы с приемлемой для их практического использования вычислительной сложностью. Автор также обобщил результаты исследований и сформулировал основные выводы. Вклад соавторов ограничивался обсуждением полученных результатов по результатам проработки лично автором совместно поставленных задач.

Достоверность. Результаты диссертационной работы достоверны, что подтверждается согласованностью результатов теоретического анализа и имитационного моделирования. Достоверность результатов также подтверждается актами об их внедрении и обсуждались со специалистами, в том числе на научных конференциях.

Публикации. В перечень ВАК Минобрнауки России вошли 4 работы с участием автора. Работы автора представлены на 6 международных и отраслевых конференциях. Опубликовано 10 работ.

Соответствие паспорту специальности. Результаты исследования соответствуют паспорту научной специальности 2.2.15 «Системы, сети и устройства телекоммуникаций» в части пункта 15: исследование и разработка новых сигналов, а также соответствующих модемов, кодеков, мультиплексоров и селекторов, обеспечивающих высокую надежность И качество обмена информацией в условиях воздействия внешних и внутренних помех.

Структура и объем работы. Диссертация содержит введение, четыре раздела, заключение, список сокращений и условных обозначений, список литературы, два приложения, 126 страниц текста, иллюстрируется 40 рисунками и 9 таблицами. Список литературы состоит из 114 наименований. Приложения содержат 3 страницы, в том числе акты, подтверждающие внедрение и использование результатов диссертационных исследований.

1. Исследование и анализ в системах связи МІМО известных алгоритмов переключения антенн с известными критериями оптимальности

Целью первого раздела является представление модели MIMO без переключения и с переключением антенн, изложение существующих алгоритмов переключения антенн, проведение их анализа и обоснование нецелесообразности, а в ряде случаев и невозможности применение этих алгоритмов в системах MIMO при наличии большого количесва антенн.

Рассмотрены известные алгоритмы переключения антенн с известными критериями оптимальности, проведен анализ помехоустойчивости системы связи МІМО.

Сделан вывод, что наилучшими характеристиками по помехоустойчивости обладает система МІМО при использовании алгоритмов полного перебора. Однако использование алгоритма полного перебора фактически невозможно из-за его высокой вычислительной сложности в системах связи МІМО с большим количеством антенн.

1.1. Модель системы МІМО без переключения (автовыбора) антенн

Рассмотрим систему МІМО. Обозначим количество передающих антенн буквой N, а количество приемных антенн буквой M. Обозначим буквой P количество передающих радиотрактов и буквой L количество приемных радиотрактов.

В традиционной системе МІМО без автовыбора антенн число радиотрактов передачи равно числу передающих антенн P = N, а число радиотрактов приема равно числу приемных антенн L = M. Обобщенная структура традиционной системы связи приведена на Рис. 1.



Рис. 1. Схематическое изображение традиционной системы связи МІМО

В системе МІМО без автовыбора антенн P = N, L = M и ее модель описывается традиционным уравнением [2], [23], [24]:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{N}} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{\eta} \quad (1)$$

где $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ ... \\ y_M \end{bmatrix}$ – вектор-столбец комплексных отсчётов наблюдения размерности $M \times 1$; $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ ... \\ s_N \end{bmatrix}$ – вектор-столбец передаваемых QAM-символов размерности

N×1; ρ – среднее ОСШ для каждой из приемных антенн, $\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \dots \\ \eta_M \end{bmatrix}$ – вектор

комплексных отсчётов аддитивного белого гауссовского шума в приемных антеннах с единичной корреляционной матрицей и нулевым средним; **H** – комплексная матрица канала МІМО, размерности *M*×*N* с коэффициентами передачи между каждой передающей и каждой приемной антеннами [2]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N} \\ \dots & \dots & h_{ij} & \dots \\ h_{M1} & h_{M2} & \dots & h_{MN} \end{bmatrix},$$
(2)

где элементы h_{ij} матрицы **H** – комплексные коэффициенты передачи канала связи МІМО между *i* – й приемной антенной и *j* – й передающей антенной. Коэффициенты h_{ij} – комплексные гауссовские случайные величины с нулевыми средними и с единичными дисперсиями.

Приведем обоснование того, что каждая компонента вектора **η** гауссовская. Для этого запишем выражение для центральной предельной теоремы теории вероятностей (ЦПТ): $\delta_n = \sum_{i=1}^n \xi_i$, где ξ_i – последовательность независимых случайных величин, имеющих конечное математическое ожидание и дисперсию. ЦПТ утверждает, что сумма большого количества независимых случайных величин имеет распределение близкое к нормальному исходя из того, что каждая из величин является случайным фактором [0], [3], [83], [86]. Иначе, распределение δ_n является гауссовским при $n \rightarrow \infty$. Таким образом, основываясь на теории вероятностей, а именно на центральной предельной теореме, имеем в различных приемных антеннах гауссовский шум [41]. Гауссовский шум предполагается некоррелированным в различных приемных антеннах [2] благодаря разнесению различных антенн в пространстве. Соответственно, имеем гауссовский вектор шума с некоррелированными компонентами.

Наличие замираний в канале связи обуславливает то, что величины коэффициентов передачи случайные. Коэффициенты передачи h_{ij} являются комплексными случайными гауссовскими величинами с нулевыми средними, которые могут быть коррелированы друг с другом. Это предположение также справедливо и для релеевских замираний, которые появляются в случае отсутствия прямой видимости между передающими и между приемными антеннами [2], [48].

Если же между передающими и между приемными антеннами есть прямая видимость, тогда распределение коэффициентов передачи h_{ij} гауссовское с ненулевым средним, что фактически соответствует замираниям Релея-Райса [3].

Пространственная корреляция между элементами матрицы Η коэффициентами передачи h_{ii} – обычно существует на практике. Этому есть следующее объяснение: у двух электромагнитных волн, которые излучаются двумя различными источниками – передающими антеннами, при отражении от одного и того же препятствия появляются коррелированные коэффициенты передачи. Таким корреляции коэффициентов образом, степень передачи h_{ii} определяется условиями распространения электромагнитных колебаний или, иными словами, сигналов в канале связи MIMO, а также наличием и характером отражающих элементов, на практике – различных препятствий между передающими и приемными антеннами.

Для точного описания корреляции замираний может быть использована матрица **R** размерности $MN \times MN$ – корреляционная матрица замираний, элементами которой являются корреляционные коэффициенты между всеми парами элементов h_{ii} матрицы канала **H** размерности $M \times N$.

Практическое применение полной матрицы **R** представляется затруднительным.

Известны различные модели, имитирующие и описывающие пространственную корреляцию замираний в системах связи МІМО. На практике, к числу часто используемых в современных стандартах систем сотовой подвижной радиотелефонной связи относится модель Кронекера [2].

Известно, что с увеличением количества передающих и приемных антенн эффективность системы МІМО (спектральная, энергетическая) увеличивается. Число передающих антенн и число приемных антенн может быть большим. В этом случае система МІМО получила название Massive МІМО. В классической системе Massive МІМО количество передающих антенн равно количеству передающих трактов, а количество приемных антенн равно количеству приемных трактов. Каждый отдельный тракт подразумевает наличие дорогостоящих активных элементов (на передаче – высокоэффективный линейный усилитель; на приеме – малошумящий усилитель). Соответственно, с увеличением числа растут габариты активных элементов стоимость, системы И энергопотребление.

В то же время, существует запрос на рост помехоустойчивости и повышение спектральной эффективности системы связи в связи с ростом количества беспроводных устройств, прежде всего для Интернета Вещей (Internet of Things, или IoT) и желанием пользователей получать доступ к сети связи на более высоких скоростях и по более низкой стоимости. Одновременно повышаются требования к габаритам устройств, прежде всего для Интернета Вещей.

В рамках существующих систем МІМО необходимо найти компромисс между характеристиками помехоустойчивости и величиной спектральной эффективности системы связи, с одной стороны, и стоимостью, габаритами, энергопотреблением оборудования связи, с другой стороны. В классической системе МІМО без переключения антенн такого компромисса не существует [23]. Система МІМО с переключением антенн позволяет найти удовлетворительный компромисс.

1.2. Модель системы МІМО с переключением антенн

Сложность реализации радиочастотного тракта в системе МІМО прямо зависит от количества радиотрактов, иными словами, активных антенн. Невозможно для массового рынка бесконечно увеличивать число активных элементов и, соответственно, число передающих и приемных трактов по причине существенного ухудшения потребительских и стоимостных характеристик. Рост помехоустойчивости системы (повышение ее энергоэффективности) при сохранении приемлемых габаритов и стоимости производства может быть получен при использовании принципа переключения антенн (Antenna Selection) [18], [23], [28], [100], [101], [102], [103]. Другими словами, снижение затрат на производство радиочастотного тракта и эксплуатацию системы МІМО при одновременном сохранении большей части из существующих преимуществ систем МІМО возможно при применении подхода, известного как переключение (автовыбор) антенн [23], [100].

Реализация переключения антенн на приемной стороне. Широко используется пространственное разнесение антенн на приемной стороне, что увеличивает помехоустойчивость системы связи [3], [16]. В приемник одновременно приходят различные копии переданного сигнала со своими собственными комплексными коэффициентами передачи наложенным И собственным шумом.

Обобщенная структура системы МІМО с переключением антенн только на приемной стороне приведена на Рис. 2 [18].



Рис. 2. Пример системы МІМО с переключением на приемной стороне

В данном случае на стороне передатчика количество антенн равно количеству радиочастотных трактов, т.е. P = N, а со стороны приемника количество радичастотных трактов меньше количества приемных антенн L < M. Из всех имеющихся антенн приемника выбирается либо только одна приемная антенна в случае, когда в приемнике есть один радиочастотный тракт, либо несколько приемных антенн, в случае, когда в приемнике реализовано несколько радиочастотных трактов которых L должно быть меньше числа ветвей разнесения или общего количества M всех антенн в приемнике [18]. В целях обеспечения выбора нескольких антенн (радиотрактов) L по заданному критерию оптимальности из общего числа M антенн приемника непосредственно в приемнике должна быть реализована обратная связь.

Для получения энергетического выигрыша копии сигнала в приемнике выбираются или комбинируются одним из трех известных способов [3], [17]:

1. Выбор копии сигнала с наиболее высоким ОСШ, известный как автовыбор или selection diversity. За время длительности принимаемого сигнала в приемнике выбирается одна антенна с максимальным отношением и с ее помощью принимается полезная информация.

2. Обобщенный выбор и дальнейшее сложение всех копий с равными весами без учета ОСШ или equal gain combining. За время длительности принимаемого сигнала в приемнике выбирается сразу несколько приемных антенн *L* из общего их количества *M* (ветвей разнесения).

3. Выбор и дальнейшее сложение всех копий с весами в зависимости от ОСШ, известный как оптимальное линейное сложение или maximal ratio combining.

Из приведенных известных способов обработки сигнала на стороне приемника наиболее высокую помехоустойчивость демонстрирует третий способ, т.е. оптимальное линейное сложение, но ценой этой эффективности является повышение стоимости и габаритов приемника, а также математической сложности обработки сигнала.

На практике целесообразно применять второй и третий способы, то есть из общего числа M приемных антенн выбирается L антенн (обычно равное числу радиотрактов). Номера выбранных антенн $i \in I$, где I – это подмножество выбранных приемных антенн.

Уравнение для описания модели такой системы связи:

$$\tilde{\mathbf{y}}^{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\rho}{N}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{I}} \cdot \mathbf{s} + \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{\mathrm{I}} , \qquad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{y}}^{I}$ – это вектор принимаемых сигналов, содержащий только те отсчеты полного вектора \mathbf{y} , номера которых принадлежат подмножеству I, размерность вектора $\tilde{\mathbf{y}}^{I} - L \times 1$; \mathbf{s} – это вектор передаваемых QAM-символов, размерность этого вектора – $N \times 1$; ρ – это среднее ОСШ для каждой из приемных антенн; $\tilde{\mathbf{\eta}}^{I}$ – вектор комплексных отсчётов гауссовского аддитивного белого шума размерности $L \times 1$; $\tilde{\mathbf{H}}^{I}$ — комплексная подматрица полной матрицы канала МІМО **H**, содержащая только те строки из полной матрицы, номера которых *i* принадлежат подмножеству *I*.

Для лучшей наглядности описания математической модели выбора антенн рассмотрим выбор четырех из восьми антенн на стороне приемника в системе связи MIMO 8×8. Таким образом, в данном случае в нашей системе MIMO P = N = 8, M = 8, L = 4. Пусть приемником принято решение выбрать приемные антенны с номерами i=2, i=3, i=5, i=7, т.е. $I = \{2,3,5,7\}$. В этом случае переход от полной матрицы канала к подматрице канала следующий:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{18} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{28} \\ \dots & \dots & h_{ij} & \dots \\ h_{81} & h_{82} & \dots & h_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} h_{21} & h_{22} & \dots & h_{28} \\ h_{31} & h_{32} & \dots & h_{38} \\ h_{51} & h_{51} & \dots & h_{58} \\ h_{71} & h_{72} & \dots & h_{78} \end{bmatrix},$$
(4)

а представление вектора принимаемых сигналов от полного вектора следующее:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_M \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{\mathbf{y}}^{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ y_5 \\ y_7 \end{bmatrix}.$$
(5)

Реализация переключения антенн на стороне передатчика. Рассмотрим вариант гибридной передачи (hybrid maximal ratio transmission) с максимальным ОСШ. Выбирается антенна или же их множество, обеспечивающее лучшее эквивалентное соотношение сигнала и шума.

Обратная линия связи между обработчиком сигналов приемника и передатчиком информационных символов обеспечивает переключение антенн на передающей стороне (см. Рис. 3) [18].



Рис. 3. Система связи MIMO с реализацией переключения (автовыбора) антенн на стороне передатчика.

Для определения подмножества антенн в передатчике с их общим количеством P < N, задействованным в определенный момент времени для передачи потока данных, из общего множества всех антенн приемника N, необходимо знание коэффициентов передачи h_{ij} для каждой из передающих антенн в направлении всех приемных антенн.

Если в нашей модели есть всего одна приемная антенна с одним радиочастотным трактом, то на стороне передатчика выбирается P антенн из общего количества N таким образом, чтобы принимаемые сигналы обеспечивали наилучшее ОСШ, то есть имели максимальные коэффициенты передачи в канале на стороне приемника при сохранении постоянного значения общей излучаемой мощности.

Если в нашей модели есть несколько передающих с меньшим числом радиочастотных трактов на стороне передатчика, тогда приемник с помощью обратного канала связи направляет команду передатчику о выборе антенн с номерами $j \in J$, образующих подмножество передающих антенн J. На интервале одного символа в приемник передается набор параметров в виде вектора-столбца информационных символов s_j . Вектор принимаемых сигналов y в этом случае представлен следующим выражением:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{P}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}^J \cdot \tilde{\mathbf{s}}^J + \mathbf{\eta} , \qquad (6)$$

где
$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_M \end{bmatrix}$$
 – это вектор принимаемых сигналов, размерности $M \times 1$; $\tilde{\mathbf{s}}^J$ – это

вектор передаваемых QAM-символов, размерности P×1; р – это среднее ОСШ

для каждой из приемных антенн; $\mathbf{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \dots \\ \eta_M \end{bmatrix}$ – это вектор комплексных отсчётов

гауссовского аддитивного белого шума размерности $M \times 1$; $\tilde{\mathbf{H}}^{J}$ – комплексная подматрица полной матрицы канала МІМО **H**, содержащая только те столбцы из полной матрицы, номера которых *j* принадлежат множеству *J*.

Для лучшей наглядности описания математической модели выбора антенн рассмотрим выбор четырех из восьми антенн на стороне передатчика в системе связи МІМО 8×8 . Таким образом, в данном случае в нашей системе МІМО M = L = 8, N = 8, P = 4. Пусть обработчиком сигналов приемника дана команда на выбор антенн передатчика с номерами j = 2, j = 3, j = 5, j = 7, т.е. $J = \{2,3,5,7\}$. В этом случае переход от полной матрицы канала к выбранной подматрице выглядит следующим образом:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{18} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{28} \\ \dots & \dots & h_{ij} & \dots \\ h_{81} & h_{82} & \dots & h_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{\mathbf{H}}^{J} = \begin{bmatrix} h_{12} & h_{13} & h_{15} & h_{17} \\ h_{22} & h_{23} & h_{25} & h_{27} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{81} & h_{83} & h_{85} & h_{87} \end{bmatrix}.$$
(7)

Переключение антенн одновременно на стороне приемника и на передающей стороне. Используя те же обозначения для числа антенн и числа радиочастотных трактов на передающей и приемной сторонах, отметим, что в системе МІМО можно одновременно передать *P* потоков данных, применив при этом пространственно-временное кодирование и разнесение. При переключении антенн одновременно как на стороне приемника, так и на передающей стороне, из

общего количества M приемных антенн выбирается L < M антенн с номерами $i \in I$, а из общего количества N передающих антенн выбирается P < N антенн с номерами $j \in J$ что схематически представлено на Рис. 4 [18], [33], [45].



Рис. 4. Пример системы MIMO с переключением антенн как на стороне передатчика, так и на приемной сторонах.

В целях обеспечения выбора нескольких антенн с номерами $i \in I$ по заданному критерию оптимальности из общего числа антенн приемника, непосредственно в приемнике должна быть реализована обратная связь. Приемник также с помощью еще одного обратного канала связи с передатчиком, направляет команду передатчику о выборе антенн с номерами $j \in J$, образующих подмножество передающих антенн J. На интервале одного символа в приемник передается набор параметров в виде вектора-столбца информационных символов \mathbf{s}_i .

Вектор принимаемых сигналов в этом случае представлен следующим выражением:

$$\tilde{\mathbf{y}}^{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\rho}{P}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}^{IJ} \cdot \tilde{\mathbf{s}}^{J} + \tilde{\boldsymbol{\eta}}^{I} , \qquad (8)$$

где $\tilde{\mathbf{y}}^{I}$ – это вектор принимаемых сигналов, размерности $L \times 1$; $\tilde{\mathbf{s}}^{J}$ – это вектор передаваемых QAM-символов, размерности $P \times 1$; ρ – это среднее ОСШ для каждой из приемных антенн; $\tilde{\boldsymbol{\eta}}^{I}$ – это вектор комплексных отсчётов гауссовского

аддитивного белого шума размерности $L \times 1$; $\tilde{\mathbf{H}}^{\scriptscriptstyle U}$ – комплексная подматрица полной матрицы канала МІМО **H**.

Подматрица $\tilde{\mathbf{H}}^{II}$ содержит строки из полной матрицы \mathbf{H} с номерами *i* принадлежащими подмножеству *I*, а также столбцы из полной матрицы \mathbf{H} , с номерами *j* принадлежащими подмножеству *J*.

Для лучшей наглядности описания математической модели автовыбора антенн рассмотрим выбор четырех из восьми антенн на стороне передатчика и одновременно четырех из восьми антенн на стороне приемника. Таким образом, в данном случае в нашей системе МІМО M = 8, L = 4, N = 8, P = 4. Пусть обработчиком сигналов приемника дана команда на выбор антенн передатчика с номерами j = 2, j = 3, j = 5, j = 7, т.е. $J = \{2,3,5,7\}$ и на выбор антенн приемника с номерами i = 2, i = 3, i = 5, i = 7, т.е. $I = \{2,3,5,7\}$. В этом случае представление выбора подматрицы канала следующее:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{18} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{28} \\ \dots & \dots & h_{ij} & \dots \\ h_{81} & h_{82} & \dots & h_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{\mathbf{H}}^{IJ} = \begin{bmatrix} h_{22} & h_{23} & h_{25} & h_{27} \\ h_{32} & h_{33} & h_{35} & h_{37} \\ h_{51} & h_{53} & h_{55} & h_{57} \\ h_{71} & h_{73} & h_{75} & h_{77} \end{bmatrix}.$$
(9)

1.3. Алгоритмы переключения антенн с полным и неполным перебором

Существуют различные алгоритмы переключения антенн, при этом каждый из них работает в связке с выбранным критерием оптимальности. Оптимальным алгоритмом по выбранному критерию оптимальности является алгоритм полного перебора [18], [23]. Работа алгоритма полного перебора заключается в полном последовательном переборе всех возможных комбинаций антенн на передающей и приемной сторонах с целью поиска экстремума выбранного критерия оптимальности, т.е. его максимального либо минимального значения. Работа оптимального алгоритма заключается в переборе абсолютно всех комбинаций подматриц $\hat{\mathbf{H}}$ размерности $P \times L$ внутри матрицы \mathbf{H} или полной матрицы канала

размерности $N \times M$ и выборе целевой подматрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ размерности $P \times L$ с комбинацией передающих и приемных радиотрактов, показывающей наилучшие по заданному критерию оптимальности характеристики.

При использовании одного и того же критерия выбора антенн (критерия оптимальности) оптимальный алгоритм или алгоритм полного перебора обладает наибольшей вычислительной сложностью, алгоритм случайного выбора множества антенн обладает наименьшей сложностью.

При большом количестве пассивных антенн возрастает и число возможных комбинаций активных (выбираемых) антенн на передаче и приеме, значительно возрастает число переборов антенн для поиска оптимальной активной комбинации, таким образом, вычислительная сложность заметно увеличивается и в определенный момент становится недостижимой для практического применения этой технологии в связи с драматическим ростом количества возможных комбинаций антенн на приеме и передачи.

В Табл. 1. приведено количество всех возможных комбинаций выбираемых (активных) антенн в системе МІМО в зависимости от общего числа антенн (пассивных антенн) и имеющегося количества радиотрактов при условии равенства общего количества передающих и общего количества приемных антенн – N = M, а также условии равенства количества активных антенн (радиотрактов) на передаче и на приеме – P = L. Количество возможных комбинаций определяется по формуле:

$$Q(N, M, L, P) = C_N^P C_M^L = \frac{N!}{(N-P)! P!} \cdot \frac{M!}{(M-L)! L!},$$
(10)

где *N* и *M* – общее количество пассивных антенн, на передающей и приемной сторонах; *P* и *L* – количество передающих и количество приемных радиотрактов (фактически выбираемых активных антенн).

Результаты вычислений по формуле (10) приведены в таблицах: Табл. 1, Табл. 2.

Табл. 1. Количество всех возможных комбинаций антенн в системах МІМО различных конфигураций.

N = M	8	12	16	24	32	48	64
L = P	4	6	8	12	16	24	32
Q(N,M,L,P)	$4,9.10^{3}$	$8,53 \cdot 10^5$	$1,65 \cdot 10^8$	$7,31 \cdot 10^{12}$	3,61·10 ¹⁷	$1,03 \cdot 10^{27}$	$3,35 \cdot 10^{36}$

Табл. 2. Количество всех возможных комбинаций антенн в системах МІМО, где есть восемь передающих и восемь приемных радиотрактов.

N = M	12	16	24	32	48	64
L = P = 8	8	8	8	8	8	8
Q(N,M,L,P)	$2,45 \cdot 10^{5}$	$1,65 \cdot 10^8$	5,41·10 ¹¹	$1,11.10^{14}$	$1,42.10^{17}$	1,96·10 ¹⁹

Из приведенных в таблицах Табл. 1 и Табл. 2 расчетов становится очевидным, что вычислительная сложность оптимального алгоритма выбора антенн при большом количестве антенн оказывается крайне высокой. Полный перебор (оптимальный алгоритм) на практике можно применять только для систем МІМО малых размерностей (порядков). В связи с этим перед научным сообществом поставлены задачи по разработке квазиоптимальных алгоритмов выбора антенн (алгоритмов неполного перебора) с низкой вычислительной сложностью и с наилучшими результатами при определении комбинации активных антенн на приеме и передаче (зависит от выбора критерия оптимальности), что является крайне необходимым для применения систем МІМО в практических целях в перспективных стандартах подвижной радиотелефонной связи. При этом, монетой разменной В данном случае является разумное снижение помехоустойчивости системы.

Алгоритм полного перебора с критерием оптимальности в виде максимума нормы Фробениуса (максимума ОСШ).

При работе этого алгоритма осуществляется полный перебор всех возможных комбинаций подматриц $\hat{\mathbf{H}}$ размерности $P \times L$ и выбирается подматрица $\tilde{\mathbf{H}}$ с наилучшими характеристиками по критерию оптимальности в виде нормы Фробениуса (или максимум ОСШ), выражение для которого имеет следующий вид [18], [41]:

$$\max_{\tilde{\mathbf{H}}} \left\| \tilde{\mathbf{H}} \right\|_{F}^{2} = \max_{\tilde{\mathbf{H}}} \sum_{m=1}^{L} \sum_{n=1}^{P} \left| \tilde{h}_{mn} \right|^{2}.$$
(11)

Алгоритм полного перебора, оптимальный по критерию автовыбора – максимум пропускной способности.

При работе этого алгоритма осуществляется полный перебор всех возможных комбинаций подматриц $\hat{\mathbf{H}}$ размерности $P \times L$ и выбирается подматрица $\tilde{\mathbf{H}}$ с наилучшими характеристиками по критерию оптимального автовыбора в виде максимума пропускной способности, выражение для которого представлено ниже [18].

$$C_{\max} = \max_{\tilde{\mathbf{H}}} \log \det \left(\mathbf{1} + \frac{\rho}{P} \cdot \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}' \right).$$
(12)

Известные алгоритмы неполного перебора.

К известным алгоритмам неполного перебора, иными словами, квазиоптимальным алгоритмам, относятся алгоритм выбора антенн на основе оценки евклидовых норм столбцов и затем норм строк матрицы канала MIMO, известный в литературе как NSA (Norm Based Antenna selection) вместе с его модификациями, например, IDNSA (Iterative Decremental Norm Based Antenna selection) [18], [28], [104], [105], [106].

Фактически, работа алгоритма NSA состоит из двух укрупненных шагов и заключается на первом шаге в выборе подматрицы $\hat{\mathbf{H}}$, размерность которой $M \times P$, из полной матрицы канала \mathbf{H} (14). Подматрица $\hat{\mathbf{H}}$ содержит выбранные из матрицы канала \mathbf{H} столбцы, для которых евклидовые нормы максимальны и все строки матрицы канала \mathbf{H} . На втором шаге из подматрицы $\hat{\mathbf{H}}$ по аналогичному принципу выбора строк с максимальными евклидовыми нормами находится целевая подматрица $\tilde{\mathbf{H}}$, размерность которой $L \times P$. Матрицей $\tilde{\mathbf{H}}$ определены выбранные антенны для переключения как на стороне передатчика, так и на стороне приемника. Рассмотрим работу алгоритма NSA для MIMO с M = 8, L = 4, N = 8, P = 4. Пусть на первом шаге максимальные евклидовые нормы вычислены для столбцов (фактически, для антенн передатчика) с номерами j = 2, j = 3, j = 5, j = 7, т.е. $J = \{2,3,5,7\}$, а на втором шаге максимальные евклидовые нормы вычислены для строк (фактически, для антенн приемника) с номерами i = 2, i = 3, i = 5, i = 7, т.е. $I = \{2,3,5,7\}$. Далее согласно сделанному в процессе работы алгоритма выбору по обратному каналу передается команда на выбор антенн передатчика, а выбор антенн приемника осуществляется приемником самостоятельно.

Представление работы алгоритма NSA по укрупненным шагам следующее:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{18} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{28} \\ \dots & \dots & h_{ij} & \dots \\ h_{81} & h_{82} & \dots & h_{88} \end{bmatrix} \Rightarrow \hat{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{H}}^{J} = \begin{bmatrix} h_{12} & h_{13} & h_{15} & h_{17} \\ h_{22} & h_{23} & h_{25} & h_{27} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{81} & h_{83} & h_{85} & h_{87} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{H}}^{IJ} = \begin{bmatrix} h_{22} & h_{23} & h_{25} & h_{27} \\ h_{32} & h_{33} & h_{35} & h_{37} \\ h_{51} & h_{53} & h_{55} & h_{57} \\ h_{71} & h_{73} & h_{75} & h_{77} \end{bmatrix}$$
(13)

Приведем математические выражения для работы алгоритма NSA.

Выражение для вычисления, сравнения и выбора максимальных значений евклидовых норм для столбцов матрицы **H**:

$$\max_{i} \left\| \mathbf{h}_{j} \right\| = \max_{i} \sqrt{\sum_{i=1}^{L} \left| h_{ij} \right|^{2}}, j = 1...N.$$
(14)

Среди всех $\mathbf{h}_{j}, j = 1...N$, согласно примеру, выбирается P = 4 столбца с максимальными евклидовыми нормами $\|\mathbf{h}_{j}\|$ и формируется подматрица $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{\tilde{H}}^{J}$, размерность которой $M \times P$.

Выражение для вычисления, сравнения и выбора максимальных значений евклидовых норм всех строк подматрицы $\hat{\tilde{\mathbf{H}}} = \tilde{\mathbf{H}}^J$ следующее:

$$\max_{j} \left\| \mathbf{h}_{i} \right\| = \max_{j} \sqrt{\sum_{j=1}^{P} \left| h_{ij} \right|^{2}}, i = 1...M .$$
(15)

Среди всех $\mathbf{h}_i, i = 1...M$ выбирается L = 4 строк с максимальными евклидовыми нормами $\|\mathbf{h}_i\|$ и формируется целевая подматрица $\tilde{\mathbf{H}}$, размерность которой определена количеством выбираемых активных антенн на передаче и приеме, т.е. $L \times P$.

Вместе с описанным выше алгоритмом NSA (14), (15) известны его итерационные вариации с изменяющейся размерностью подматрицы канала МІМО, как с уменьшением ее размерности (IDNSA), также и с увеличением ее размерности (IINSA) [18], [28], [104], [105], [106].

Описание работы алгоритма IDNSA можно представить следующим образом. В первую очередь, вычисляются евклидовые нормы столбцов матрицы **H**. Затем выбирается один столбец, для которого эта норма минимальна:

$$\left\|\mathbf{h}_{\min}\right\| = \min_{1 \le j \le N} \left\|\mathbf{h}_{j}\right\|.$$
(16)

Этот столбец исключается из дальнейших вычислений. Матрица **H** преобразуется в матрицу $\hat{\mathbf{H}}^{(1)}$ размерности $M \times (N-1)$. На следующем шаге вычисляются евклидовые нормы всех строк новой матрицы $\hat{\mathbf{H}}^{(1)}$, выбирается одна строка с минимальной евклидовой нормой (17):

$$\left\|\mathbf{h}_{\min}\right\| = \min_{1 \le i \le M} \left\|\mathbf{h}_{i}\right\|.$$
(17)

Выбранная строка исключается из дальнейших вычислений. Матрица $\hat{\mathbf{H}}^{(1)}$ преобразуется в матрицу $\hat{\mathbf{H}}^{(2)}$ размерности $(M-1) \times (N-1)$. Повторяем последовательное итерационное исключение одного столбца и одной строки с минимальной евклидовой нормой из преобразованной матрицы канала, повторяя этот процесс до преобразования матрицы **H** в целевую матрицу $\tilde{\mathbf{H}}$ с целевой размерностью $L \times P$.

Результатом работы алгоритма IDNSA на шаге *п* является матрица $\tilde{\mathbf{H}}^{(n)} = \hat{\mathbf{H}}^{(n)}$, размерности $(M - n) \times (M - n)$, где $1 \le n \le M - L$, для случая когда M = N и L = P – общее количество и количество выбираемых антенн на передаче и приеме. К недостатку описанных выше алгоритмов NSA, IDNSA (14), (15), (16), (17) относится то, что они не применимы к использованию с другими критериями автовыбора, отличающимися от используемого в них критерия оптимальности в виде максимума евклидовой нормы. Анализ характеристик алгоритмов представлен в третьем разделе, подраздел 3.3.

1.4. Анализ известных алгоритмов переключения антенн, использующих известные критерии оптимальности

Для понимания и сравнения описанных в подразделе 1.3 первого раздела характеристик работы известных алгоритмов выполнена оценка их эффективности методом статистического моделирования посредством сравнения полученных результатов по помехоустойчивости системы связи на уровне $BER = 10^{-3}$ (традиционный уровень вероятности ошибки для систем беспроводной связи).

Моделирование проводилось для конфигурации выбираемого и общего количества антенн 6 из 10. Выбор осуществляется одновременно на стороне приемника и передатчика. Условиями выбора являются:

- методы: модуляции 64-QAM, демодуляции MMSE;
- вид помехоустойчивого кодирования турбокодирование (скорость 1/2, число итераций декодирования – 4);
- исследуемые алгоритмы автовыбора антенн:
 - о оптимальный алгоритм или полного перебора с известным критерием: максимум пропускной способности (12) (MaxCapFull);
 - о оптимальный алгоритм с критерием оптимальности: максимум нормы Фробениуса или максимум ОСШ (11) (FrobeniusFull);
 - о квазиоптимальный с критерием: максимум евклидовой нормы (14), (15) (NSA);

- о квазиоптимальный (пошагово понижающий размерность исходной матрицы канала алгоритм неполного перебора) с критерием: максимум евклидовой нормы (16), (17) (IDNSA);
- о квазиоптимальный алгоритм случайного выбора антенн;
- матрица канала Н точно известна на приемной стороне;
- число передающих антенн равно 10;
- число передающих радиотрактов равно 6;
- число приемных антенн равно 10;
- число приемных радиотрактов равно 6;
- вид замираний в канале связи МІМО некоррелированные релеевские;
- длина кадра 573 бита;
- число экспериментов более 100000 (обоснование выбора количества экспериментов в Приложении 2);
- доверительный интервал 0,25 · 10⁻⁴ (приложение 2).

На Рис. 5 показаны результаты моделирования кривых помехоустойчивости при использовании известных алгоритмов переключения антенн с известными критериями оптимальности.



Рис. 5. Кривые помехоустойчивости системы MIMO с известными алгоритмами переключения антенн с известными критериями оптимальности.

Из Рис. 5 очевидно, что наилучшие характеристики помехоустойчивости демонстрирует система МІМО с оптимальным алгоритмом и критерием в виде максимума пропускной способности (12) (MaxCapFull). В то же время, как это будет продемонстрировано в разделе 4, оптимальный алгоритм с таким критерием обладает наибольшей среди всех исследованных алгоритмов вычислительной сложностью. Критерий максимума ОСШ (11) демонстрирует относительно низкую эффективность.

Снижение помехоустойчивости системы в случае применения квазиоптимальных алгоритмов можно компенсировать выбором лучшего критерия оптимальности, т.е. критерия, по которому обычно осуществляется выбор каждой из пары антенн на передаче и приеме. В разделе 0 представлены новые квазиоптимальные алгоритмы, использующие новый критерий оптимальности для автовыбора антенн.

1.5. Вычислительная сложность алгоритмов переключения антенн

Выполним подсчет необходимого количества арифметических операций в целях реализации известных оптимальных алгоритмов полного перебора (11), (12) и известных упрощенных квазиоптимальных алгоритмов NSA (14), (15), IDNSA (16), (17). Эти арифметические операции выполняются микропроцессором средства связи.

Для упрощения дальнейшего сравнения вычислительной сложности для всех исследуемых в работе алгоритмов возьмем M = N и L = P, т.е. на передаче и приеме общее количество антенн одинаковое, количество выбираемых антенн также одинаковое.

Обозначим общую вычислительную сложность в виде греческой буквы *v* и запишем следующее выражения для ее расчета:

$$\begin{aligned}
\nu_{\Sigma}^{y_{\mathcal{M}H}} &= Q \cdot \nu_{n}^{y_{\mathcal{M}H}} \\
\nu_{\Sigma}^{c_{n}} &= Q \cdot \nu_{n}^{c_{n}} + Q
\end{aligned}$$
(18)

где Q – количество всех возможных комбинаций для выбранной конфигурации пассивных и активных антенн, определяемое для алгоритмов полного перебора по формуле (10), а v_n – общее число арифметических операций, необходимых для реализации одной комбинации. К таким операциям относятся операции действительного сложения и операции действительного умножения. Операции действительного сложения и умножения могут, в зависимости от типа процессора и особенностей программного обеспечения занимать как одинаковое время на исполнение, так и разное [88], [88], [89], [91].

Для вычисления v_{Σ}^{cn} из выражения (18) требуется учесть необходимость сравнения всех вычисленных значений подматриц канала по заданному критерию оптимальности, для чего в выражение включено слагаемое Q.

Для всех алгоритмов полного перебора параметр Q будет иметь одинаковые значения для выбранной конфигурации антенн. Отличия будут только в значении параметра V_n .

Вычислительная сложность для алгоритма полного перебора с критерием оптимальности в виде максимума нормы Фробениуса (11).
Найдем значение параметра v_1 , а именно число арифметических операций для обработки процессором выражения из (11): $\sum_{n=1}^{L} \sum_{j=1}^{P} \left| \tilde{h}_{mn} \right|^2$.

Величина \tilde{h}_{mn} является комплексным числом и записывается в виде суммы действительной и мнимой частей $\tilde{h}_{mn} = \tilde{h}_{mn,c} + j \cdot \tilde{h}_{mn,s}$. Принимая во внимание, что квадрат модуля комплексного числа z = a + jb есть длина вектора z и вычисляется по формуле $|z|^2 = a^2 + b^2$ [83], приходим к выводу, что для вычисления значения $|\tilde{h}_{mn}|^2$ потребуется два действительных умножения плюс действительное сложение.

Сложение P и L чисел требует P-1 и L-1 действительных сложений. Для вычисление суммы $\sum_{m=1}^{L} \sum_{n=1}^{P}$ потребуется $(P-1) \cdot (L-1)$ сложений [86], [87]. Также потребуется выполнить $(P-1) \cdot (L-1)$ операций действительного умножения для вычисления всех $|\tilde{h}_{mn}|^{2}$.

Учитывая написанное в двух предыдущих абзацах, для формирования выражения $\sum_{m=1}^{L} \sum_{n=1}^{P} \left| \tilde{h}_{mn} \right|^2$ требуется следующее количество действительных операций:

$$v_{1}^{y_{MH}} = 2 \cdot (P-1) \cdot (L-1)$$

$$v_{1}^{c_{n}} = (P-1) \cdot (L-1+1) = (P-1) \cdot L$$
(19)

Итого, для реализации алгоритма полного перебора с критерием оптимальности в виде нормы Фробениуса (11) требуется выполнить следующее количество операций:

$$v_{frob}^{y_{MH}} = Q \cdot v_{1}^{y_{MH}} = Q \cdot 2 \cdot (P-1) \cdot (L-1)$$

$$v_{frob}^{c_{n}} = Q \cdot v_{1}^{c_{n}} + Q \cdot Q \cdot (P-1) \cdot L + Q$$
(20)

Вычислительная сложность для алгоритма полного перебора с критерием оптимальности – максимум пропускной способности (12). Найдем значение параметра v_1 , а именно число арифметических операций для обработки процессором выражения из (12):

$$\log \det \left(\mathbf{1} + \frac{\rho}{P} \cdot \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}' \right).$$
 (21)

Матрица канала $\tilde{\mathbf{H}}$ имеет размерность $L \times P$. Матрица $\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'$ имеет размерность $L \times L$ и состоит из элементов $\tilde{\mathbf{T}}_{ij} = \sum_{k=1}^{P} h_{ik} h'_{kj}$ с i, j = 1...L.

Вычисление одного значения $h_{ik}h'_{kj}$ требует одного комплексного умножения. Соответственно, вычисление одного значения $\tilde{\mathbf{T}}_{ij}$ требует P комплексных умножений и P-1 комплексных сложений, что соответствует $4 \cdot P$ действительных умножений и $2 \cdot P - 2$ действительных сложений. Для полного перемножения матриц $\tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'$ требуется выполнить L^2 подобных операций. С учетом эрмитового характера матрицы $\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'$ значение $\tilde{\mathbf{T}}_{ij}$ необходимо вычислить приблизительно $L^2/2$ раз.

Таким образом, для вычисления матрицы $\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'$ потребуется действительных операций: $v_1^{y_{MH}} = 4 \cdot P \cdot \frac{L^2}{2}$ – умножений и $v_1^{cn} = (2 \cdot P - 2) \cdot \frac{L^2}{2} = (P - 1) \cdot L^2$ – сложений. Значение $\frac{\rho}{P}$ из выражения (21) известно заранее (вычисляется не в режиме

реального времени). Таким образом, для вычисления матрицы $\tilde{\mathbf{D}} = \left(\mathbf{1} + \frac{\rho}{P} \cdot \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'\right)$ из общего выражения (21) потребуется выполнить следующее количество операций действительного умножения:

$$v_2^{y_{MH}} = 4 \cdot P \cdot \frac{L^2}{2}.$$
 (22)

Также потребуется выполнить следующее количество операций действительного сложения:

$$v_2^{cn} = (P-1) \cdot L^2 + L.$$
(23)

Для понимания сложности вычисления определителя матрицы det $\tilde{\mathbf{D}} = \det\left(\mathbf{1} + \frac{\rho}{P} \cdot \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'\right)$ выполним следующие действия. Известно QR – pазложение матрицы [49], [50]. Для матрицы $\tilde{\mathbf{D}}$ запись ее QR разложения следующая: $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$, где в нашем случае Q – унитарная матрица размерности $L \times L$, а **R** – верхняя треугольная матрица, также называемая правой треугольной матрицей (свойства унитарной матрицы: $\mathbf{Q}' = \mathbf{Q}^{-1}$, $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q}' = \mathbf{1}$, $|\det \mathbf{Q}| = 1$).

Учтем в дальнейшем следующее свойство определителя матрицы $C = A \cdot B$, det $C = \det A \cdot \det B$ [41], [87]. Применим это свойство к матрице $\tilde{D} = Q \cdot R$, тогда det $\tilde{D} = \det Q \cdot \det R = 1 \cdot \det R = \det R$.

Для матрицы **R** определитель равен det $\mathbf{R} = \prod_{i=1}^{L} \mathbf{R}_{ii}$ и требует L-1 комплексных умножений.

Вычислительная сложность QR – разложения матрицы [49], [50] составляет $\frac{2}{3}L^3 + L^2 + \frac{1}{3}L - 2$ комплексных умножений и столько же комплексных сложений. Комплексное умножение эквивалентно четырем действительным умножениям и двум сложениям. Комплексное сложение состоит из двух действительных сложений.

Таким образом, количество действительных умножений (24) и количество действительных сложений (25) для вычисления определителя матрицы следующее.

$$v_{det}^{y_{MH}} = 4 \cdot \left(\frac{2}{3}L^3 + L^2 + \frac{1}{3}L - 2\right).$$
(24)

$$v_{\text{det}}^{c_{\pi}} = 4 \cdot \left(\frac{2}{3}L^3 + L^2 + \frac{1}{3}L - 2\right).$$
(25)

Соответственно, учитывая (18), (21), (22), (23), (24), (25), для реализации алгоритма полного перебора с критерием автовыбора антенн в виде максимума пропускной способности (12) требуется всего действительных операций:

$$v_{\max CapFull}^{y_{MH}} = Q \cdot (v_{2}^{y_{MH}} + v_{det}^{y_{MH}}) = Q \cdot \left[4 \cdot P \frac{L^{2}}{2} + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}L^{3} + L^{2} + \frac{1}{3}L - 2\right)\right]$$

$$v_{\max CapFull}^{cn} = Q \cdot (v_{2}^{cn} + v_{det}^{cn}) + Q =$$

$$= Q \cdot \left[(P - 1) \cdot L^{2} + L + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}L^{3} + L^{2} + \frac{1}{3}L - 2\right)\right] + Q$$

$$(26)$$

Из выражений (20) и (26) очевидно, что алгоритм полного перебора с критерием оптимального автовыбора антенн в виде нормы Фробениуса (11) имеет второй порядок сложности, а алгоритм полного перебора с критерием оптимального автовыбора антенн в виде максимума пропускной способности (12) имеет третий порядок сложности.

Вычислительная сложность квазиоптимального алгоритма неполного перебора IDNSA с критерием оптимального автовыбора в виде евклидовой нормы (16), (17).

На первом шаге работы алгоритма IDNSA для вычисления евклидовой нормы вектора (16) потребуется действительных умножений $2 \cdot P \cdot M$ и действительных сложений $P \cdot M$. Для сравнения значений векторов потребуется N = M действительных операций сложения. Таким образом, общее количество сложений составит $P \cdot M + M$.

На втором шаге работы алгоритма IDNSA для вычисления евклидовой нормы вектора (17) потребуется действительных умножений $2 \cdot P \cdot (M-1)$ и действительных сложений $P \cdot (M-1)$. Для сравнения значений векторов потребуется (N-1) = (M-1) действительных операций сложений. Таким образом, общее количество сложений составит $P \cdot (M-1) + (M-1)$.

Учитывая написанное выше, для реализации всех итераций при работе алгоритма IDNSA потребуется всего действительных умножений:

$$v_{IDNSA}^{y_{MH}} = 2 \cdot P \cdot M + 2 \cdot P \cdot (M-1) + 2 \cdot P \cdot (M-2) + \dots$$

$$+ 2 \cdot P \cdot (M-L+1)$$
(27)

В то же время, для реализации всех итераций при работе алгоритма IDNSA потребуется всего действительных сложений:

$$\nu_{IDNSA}^{cn} = (P \cdot M + M) + P \cdot (M - 1) + (M - 1) + \dots + P \cdot (M - L + 1) + (M - L + 1)$$
(28)

Выражение (27) можно переписать в следующем виде:

$$v_{IDNSA}^{y_{MH}} = \frac{2 \cdot P \cdot M + 2 \cdot P \cdot (M - L + 1)}{2} \cdot (M - L)$$
(29)

Выражение (28) можно переписать в следующем виде:

$$v_{IDNSA}^{cn} = \frac{P \cdot M + M + P \cdot (M - L + 1) + (M - L + 1)}{2} \cdot (M - L)$$
(30)

Вычислительная сложность для известного алгоритма неполного перебора NSA с критерием оптимального автовыбора в виде евклидовой нормы (14), (15).

Фактически, для оценки вычислительной сложности работы алгоритма NSA требуется сложить количество действительных операций, требующихся для вычисления и дальнейшего сравнения всех евклидовых норм в целях формирования целевой матрицы канала (14), (15) – здесь потребуется действительных умножений и действительных сложений.

$$v_{NSA}^{y_{MH}} = P \cdot M + L \cdot N$$

$$v_{NSA}^{cn} = P \cdot M + M + L \cdot N + N$$
(31)

1.6. Выводы к разделу 1

1. При росте количества антенн возможно сохранить преимущества классических систем МІМО применив переключение (выбор) антенн.

2. В системах МІМО с большим количеством антенн нецелесообразна, а в ряде случаев невозможна реализация известных алгоритмов переключения антенн ввиду их высокой вычислительной сложности или низкой помехоустойчивости системы. 3. Актуальной является задача снижения вычислительной сложности алгоритмов выбора в системе МІМО с большим количеством антенн, в равной степени, как и поиск критерия оптимальности, использование которого дает заметный выигрыш в помехоустойчивости системы и повышает качество самого алгоритма выбора антенн.

2. Новый критерий оптимальности. Оценка эффекта от его использования в алгоритме полного перебора.

Целью второго раздела является разработка нового критерия оптимальности *tr*(**R**) (**минимум следа корреляционной матрицы ошибок оценивания или демодуляции**) и анализ улучшения характеристик систем MIMO при использовании этого критерия в алгоритмах полного перебора.

Наглядно продемонстрировано, что при использовании в качестве критерия оптимальности минимума следа корреляционной матрицы ошибок оценивания достигаются наилучшие характеристики помехоустойчивости системы МІМО при более низкой вычислительной сложности, чем в случае использования в качестве критерия оптимальности критерия оптимальности в виде максимума пропускной способности (12).

В то же время, использование нового критерия в сочетании с алгоритмом полного перебора фактически невозможно для систем связи МІМО с большим количеством антенн. Подтверждена проблема отсутствия и необходимости поиска простого алгоритма с низкой вычислительной сложностью, использующего новый критерий оптимальности для автовыбора антенн.

В текущем разделе также продемонстрирована возможность упрощения вычисления нового критерия оптимальности $tr(\mathbf{R})$ и проанализирован эффект от такого упрощения.

2.1. Предлагаемый новый критерий оптимальности для автовыбора антенн

К выбору нового критерия оптимальности подтолкнуло понимание важности обеспечения качества и целостности передаваемой информации, для чего, как известно, необходимо минимизировать вероятность ошибки [8], [12]. Влияние ошибок в определенных случаях может заметить рядовой пользователь, например,

в виде задержек в получении данных, либо «бульканий» звука собеседника при разговоре с ним.

Известные критерии оптимальности для выбора антенн напрямую не направлены на минимизацию вероятности ошибки. Актуальным становится поиск простого нового критерия оптимальности, тесно связанного с вероятностью ошибки.

Получить аналитические выражения для определения вероятности ошибки для систем MIMO весьма затруднительно, либо эти выражения становятся слишком сложными [12], [13].

В целях достижения лучших характеристик для задачи выбора антенн в MIMO целесообразно начать использовать критерий, непосредственно связанный с минимумом вероятности ошибки. Таким простым критерием оказался критерий в виде дисперсий ошибок оценивания информационных символов на выходе демодулятора. Очевидно, чем меньше дисперсия ошибки оценивания, тем ниже вероятность ошибки.

У каждой компоненты вектора информационных символов имеется своя дисперсия ошибки оценивания. В качестве критерия предлагается использовать суммарную дисперсию ошибки оценивания всех символов, входящих в вектор информационных символов. Эта суммарная дисперсия является следом корреляционной матрице ошибок оценивания.

Оценку вектора информационных символов \hat{S} можно выполнить используя известное выражение для алгоритма с критерием в виде минимума среднеквадратической ошибки $\hat{S} = (\tilde{H}'\tilde{H} + 2\sigma_{\eta}^2 1)^{-1}\tilde{H}'\tilde{y}$. Также можно использовать более простой подход, основанный на критерии декорреляции (Zero forcing, ZF). Иными словами, при использовании линейного демодулятора в соответствии с моделью принимаемого сигнала (3), (6), (8) по критерию оптимальности Zero forcing можно выполнить оценку, используя известное выражение [1], [2], [13], [14]:

$$\hat{\mathbf{S}} = 2\sigma_{\eta}^{2} \left(\tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{R} \tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{y}} .$$
(32)

Для каждого информационного символа дисперсия равна значению одного из элементов главной диагонали корреляционной матрицы ошибок демодуляции или оценивания [2], [30]. Дисперсия ошибок оценивания для информационного символа *i* находится в корреляционной матрицы ошибок оценивания **R** на главной диагонали. Остальными элементами матрицы **R** являются коэффициенты корреляции. Запишем выражение для корреляционной матрицы ошибок оценивания или ошибок демодуляции:

$$\mathbf{R} = 2\sigma_{\eta}^{2} \left(\tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1}.$$
(33)

Средняя вероятность ошибки на выходе демодулятора зависит от суммы значений элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{R} = 2\sigma_{\eta}^2 (\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}})^{-1}$ или от суммарной дисперсии ошибок оценивания. Обоснуем эту связь с двух различных сторон.

Запишем выражения для определения вероятности ошибки и дисперсии ошибки оценивания символа *i* :

$$P_i = P\left\{\widehat{\mathbf{S}}_i \neq \mathbf{S}_i\right\} = f\left(D_i\right), i = 1...M; D_i = E\left\{\left|\widehat{\mathbf{S}}_i - \mathbf{S}_i\right|^2\right\}.$$
(34)

Аналитическое выражение для вычисления средней вероятности ошибки на выходе демодулятора.

$$P = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} P_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} f(D_i), \qquad (35)$$

где $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} f(D_i)$ – точный критерий, который не представляется возможным использовать на практике в силу его высокой вычислительной сложности для систем МІМО высоких порядков. Функция $f(D_i)$ показывает зависимость вероятности ошибки от дисперсии ошибки оценивания. Именно эту функцию трудно точно вычислить.

Соответственно, попробуем вычислить этот критерий приближенно и покажем его связь с *P*:

$$f(D_i) = f(0) + D_i f'(0) + \dots \approx f(0) + D_i f'(0), \qquad (36)$$

где f'(0) > 0.

$$P \approx \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \left[f(0) + D_i f'(0) \right] = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} f(0) + \frac{f'(0)}{M} \sum_{i=1}^{M} D_i , \qquad (37)$$

где $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} f(0) -$ это $const_1, \frac{f'(0)}{M} -$ это $const_2 > 0.$

Из выражения (37) следует, что при снижении суммарной дисперсии ошибок оценивания снижается и вероятность самой ошибки.

Посмотрим теперь, какой вывод можно сделать при рассмотрении неравенства Чебышева, которое показывает связь вероятности ошибки демодуляции от дисперсии ошибки оценивания. Запишем это неравенство применительно к нашему случаю [83], [87]:

$$P_{i}\left\{\left\|\widehat{\mathbf{S}}_{i}-\mathbf{S}_{i}\right\|\geq a\right\}\leq\frac{D_{i}}{a^{2}},$$
(38)

где a > 0.

Усредним неравенство (38) по информационным символам.

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} P_i \le \frac{1}{a^2 \cdot M} \sum_{i=1}^{M} D_i .$$
(39)

Из выражения (39) очевидно, что для достижения минимума суммарной вероятности ошибки символов $\min(P_i)$ достаточно найти минимум суммарной дисперсии ошибок оценивания символов $\min(D_i)$.

Суммарная дисперсия ошибок оценивания есть ни что иное как след $tr(\mathbf{R})$ матрицы $\mathbf{R} = 2\sigma_{\eta}^{2} (\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}})^{-1}$, т.е. $\sum_{i=1}^{M} D_{i} = tr(\mathbf{R})$.

Таким образом, в качестве критерия оптимальности для выбора антенн в системе МІМО целесообразно взять минимум суммы дисперсий ошибок оценивания (демодуляции), что представляет собой след $tr(\mathbf{R})$ матрицы \mathbf{R} :

$$\min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr(\mathbf{R}) = \min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr\left(2\sigma_{\eta}^{2}\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1} = 2\sigma_{\eta}^{2}\min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr\left(\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}.$$
 (40)

Физический смысл критерия $\min_{\tilde{H}} tr(\mathbf{R})$ состоит в его направленном действии, заключающемся в минимизации средней величины дисперсии ошибок

оценивания всех информационных символов. Вероятность ошибки при демодуляции сигнала MIMO прямым образом зависит от этой величины.

2.2. Анализ предлагаемого критерия оптимальности в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний

Для целей анализа нового критерия автовыбора антенн $\min_{\mathbf{H}} tr(\mathbf{R})$ (40) выполнена оценка эффективности оптимальных алгоритмов, использующих новый критерий оптимальности в виде минимума суммы дисперсий ошибок оценивания (демодуляции) (40) и лучший из известных – критерий максимума пропускной способности (12). Полученные результаты по помехоустойчивости системы сравненивались на уровне величины $BER = 10^{-3}$.

Моделирование проводилось для конфигурации выбираемого и общего количества антенн 4 из 10 (4 из 4 для случаев без автовыбора) при следующих общих условиях:

- методы: модуляции 64-QAM, демодуляции MMSE;
- вид помехоустойчивого кодирования турбокодирование (скорость 1/2, число итераций декодирования – 4);
- исследуемые алгоритмы автовыбора антенн:
- о оптимальный (полного перебора) с критерием максимума пропускной способности (12) (MaxCapFull);
- о оптимальный с новым критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf);
- матрица канала Н точно известна на приемной стороне;
- число передающих антенн равно 10 (для стороны с автовыбором) и равно
 4 (для стороны без автовыбора);
- число передающих радиотрактов равно 4 (для стороны с автовыбором) и равно 4 (для стороны без автовыбора);

- число приемных антенн равно 10 (для стороны с автовыбором) и равно 4 (для стороны без автовыбора);
- число приемных радиотрактов равно 4 (для стороны с автовыбором) и равно 4 (для стороны без автовыбора);
- вид замираний в канале связи МІМО некоррелированные релеевские;
- длина кадра 573 бита:
- число экспериментов более 100000 (обоснование выбора количества экспериментов в Приложении 2);
- доверительный интервал $0,25 \cdot 10^{-4}$ (приложение 2).

Анализ эффективности использования нового критерия для случая переключения антенн на приеме.

Зависимость коэффициента *BER* от ОСШ для случая переключения антенн только на приемной стороне представлена на Рис. 6.



Рис. 6. Кривые помехоустойчивости системы МІМО с автовыбором антенн только на приеме при использовании оптимального алгоритма с критериями в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции и максимума пропускной способности

Из Рис. 6 очевидно, что при переключении антенн только на приемной стороне использование нового критерия автовыбора антенн (40) с оптимальным алгоритмом позволяет получить выигрыш в помехоустойчивости системы МІМО 0,5 дБ по сравнению с лучшим из известных алгоритмов – оптимальным алгоритмом с критерием максимума пропускной способности (12).

Анализ эффективности использования нового критерия для случая переключения антенн на передаче.

Зависимость коэффициента *BER* от ОСШ для случая переключения антенн только на передающей стороне представлена на Рис. 7.



Рис. 7. Кривые помехоустойчивости системы MIMO с автовыбором антенн только на передаче при использовании оптимального алгоритма с критериями в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции и максимума пропускной способности

Из Рис. 7 очевидно, что при переключении антенн только на передающей стороне использование нового критерия автовыбора антенн (40) с оптимальным алгоритмом позволяет получить выигрыш в помехоустойчивости системы МІМО 0,5 дБ по сравнению с лучшим из известных оптимальным алгоритмом с критерием в виде максимума пропускной способности (12).

Анализ эффективности использования нового критерия оптимальности для случая переключения антенн на приемной и передающей сторонах.

Зависимость коэффициента *BER* от ОСШ для случая одновременного переключения антенн как на передающей, так и на приемной сторонах представлена на Рис. 8.



Рис. 8. Кривые помехоустойчивости системы MIMO с автовыбором антенн при использовании оптимального алгоритма с критериями в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции и максимума пропускной

способности

Из Рис. 8 очевидно, что при переключении антенн одновременно на приемной передающей сторонах использование нового критерия автовыбора антенн (40) с оптимальным алгоритмом позволяет получить выигрыш в помехоустойчивости системы МІМО 0,5 дБ по сравнению с лучшим из известных алгоритмов – оптимальным алгоритмом с критерием максимума пропускной способности (12).

Из Рис. 6, Рис. 7, Рис. 8 очевидно, что использование нового критерия автовыбора антенн (40) с оптимальным алгоритмом позволяет получить одинаковый выигрыш в помехоустойчивости системы МІМО в сравнении с лучшим из известных алгоритмов – оптимальным алгоритмом с критерием максимума пропускной способности (12) независимо от того на какой из сторон осуществляется переключение антенн (0,5 дБ на уровне величины $BER = 10^{-3}$). Вместе с тем, значение $BER = 10^{-3}$ достигается при большем уровне ОСШ для случаев переключения антенн только на одной из сторон (дополнительно, + 3 дБ).

2.3. Вычислительная сложность для алгоритма полного перебора с новым критерием оптимальности

Для оценки вычислительной сложности оптимального алгоритма с новым критерием $\min_{\tilde{H}} tr(\mathbf{R})$ – минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf) используем подход, описанный в подразделе 1.5. Напомним, что L = P.

Перепишем для наглядности выражение для нового критерия (40): $\min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr(\mathbf{R}) = \min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr \left(2\sigma_{\eta}^{2} \tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} = 2\sigma_{\eta}^{2} \min_{\tilde{\mathbf{H}}} tr \left(\tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$ декомпозируем его и найдем вычислительную сложность его составных частей.

Обозначим $\mathbf{T} = \tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$. Таким образом, $\mathbf{R} = \mathbf{T}^{-1}$. Матрица \mathbf{T} имеет размерность $P \times P$ или $L \times L$ при P = L (см. Рис. 4 и выражение (9)) и состоит из элементов $\mathbf{T}_{ij} = \sum_{k=1}^{P} h'_{ik} h_{kj}$ с i, j = 1...P.

Для вычисления одного значения $h'_{ik}h_{kj}$ требуется выполнить одно комплексное умножение. Для вычисления одного значения \mathbf{T}_{ij} потребуется Pкомплексных умножений и P-1 комплексных сложений, что соответствует $4 \cdot P$ действительных умножений и $2 \cdot (P-1)$ действительных сложений. Для полного перемножения матриц $\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$ требуется выполнить P^2 подобных операций. С учетом эрмитового характера матрицы $\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$ значение \mathbf{T}_{ij} необходимо вычислить приблизительно $P^2/2$ раз. Таким образом, для вычисления матрицы **T** потребуется действительных операций: $v_1^{y_{MH}} = 2 \cdot P^3 - умножений и v_1^{c_n} = P^3 - P^2 - сложений.$

Известно [51], что для обращения комплексной эрмитовой матрицы размерности $P \times P$ требуется примерно $2 \cdot P^3$ действительных умножений, $2P^3 - 2P^2 + P$ действительных сложений и P делений, что примерно равно $2P^3$ действительных умножений и $2 \cdot (P^3 - P^2 + P)$ действительных сложений.

Вычисление следа матрицы размерности $P \times P$ требует P-1 действительное сложение, поскольку на главной диагонали матрицы **R** будут действительные числа.

Вычислительная сложность всех составных частей выражения для нового критерия (40):

$$v_{\Sigma}^{y_{MH}} = (2 \cdot P^{3} + 2 \cdot P^{3}) = 4 \cdot P^{3}$$

$$v_{\Sigma}^{c_{n}} = [(P^{3} - P^{2}) + 2 \cdot P^{3} - 2P^{2} + 3P - 1] = 3 \cdot (P^{3} - P^{2} + P) - 1$$
(41)

Таким образом, учитывая (18), для оптимального алгоритма с новым критерием $\min_{\mathbf{H}} tr(\mathbf{R})$ – минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf) требуется всего действительных операций (18), (42):

$$v_{MinTrVzf}^{y_{MH}} = Q \cdot v_{\Sigma}^{y_{MH}} = Q \cdot 4 \cdot P^{3}$$

$$v_{MinTrVzf}^{cn} = Q \cdot v_{\Sigma}^{cn} + Q = Q \cdot \left(3 \cdot (P^{3} - P^{2} + P) - 1\right) + Q^{2}$$
(42)

Сравним сложности для оптимальных алгоритмов с критериями в виде максимума нормы Фробениуса (11), максимума пропускной способности (12), минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) из соответствующих выражений для расчета вычислительной сложности (20), (26), (42).

Очевидно, что оптимальный алгоритм с новым критерием (40) обладает несколько меньшей вычислительной сложностью, чем у лучшего из известных оптимальных алгоритмов с критерием (12).

2.4. Упрощение вычисления следа корреляционной матрицы ошибок оценивания

Запишем аналитические выражения для вычисления корреляционной матрицы и ее следа. При переключении антенны выбираются по критерию: минимум следа матрицы $\mathbf{R} = 2\sigma_{\eta}^2 (\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}})^{-1}$, т.е. $tr(\mathbf{R}) \rightarrow \min$. Этот минимум ищется по всем возможным комбинациям выбираемых активных антенн как на стороне передатчика, так и на приемной стороне. Запишем выражение для матрицы \mathbf{R} в следующем виде:

$$\mathbf{R} = 2\sigma_{\eta}^{2} \left(\tilde{\mathbf{H}}' \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1} = 2\sigma_{\eta}^{2} \mathbf{T}^{-1}, \qquad (43)$$

где $\mathbf{T} = \widetilde{\mathbf{H}}'\widetilde{\mathbf{H}}$.

$$\min tr(\mathbf{R}) = \min tr\left[2\sigma_{\eta}^{2}\left(\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}\right] = 2\sigma_{\eta}^{2}\min tr\left(\mathbf{T}^{-1}\right).$$
(44)

При вычислении корреляционной матрицы ошибок оценивания необходимо выполнить обращение матрицы **T** для каждой из комбинаций активных антенн, перебираемых алгоритмом их переключения, целью работы которого является поиск оптимальной комбинации активных антенн как на передаче, так и на приеме. Известно, что вычислительные сложности для операции произведения матриц и для операции обращения матрицы составляют ~ N^3 [41]. Актуальным является поиск способа для упрощенного вычисления следа $tr(\mathbf{R})$ и возможности снижения вычислительной сложности. Для этого можно, с одной стороны, пробовать найти более простой алгоритм переключения антенн, с другой стороны, попробовать упростить вычисление предложенного критерия оптимальности $tr(\mathbf{R})$ – сумму элементов главной диагонали матрицы **R**.

Известен ряд Неймана [30], [31], [32]:

$$(\mathbf{1}-\mathbf{X})^{-1}=\sum_{s=0}^{\infty}\mathbf{X}^{s},$$
(45)

где Х – это некоторая матрица.

Для упрощения вычисления $tr(\mathbf{R}) \rightarrow \min$ возможно приближенно вычислить значение \mathbf{T}^{-1} с помощью ряда Неймана, ограничившись его членами нулевого и первого порядков. Член ряда Неймана второго порядка также целесообразно учитывать после некоторого упрощения.

Обозначим (1-X) = Z, тогда X = 1 - Z. Перепишем выражение (45) относительно Z:

$$\mathbf{Z}^{-1} = \sum_{s=0}^{\infty} \left(\mathbf{1} - \mathbf{Z}\right)^{s} \,. \tag{46}$$

Возьмем диагональную матрицу **K**, у которой все элементы нулевые, кроме элементов главной диагонали. На главной диагонали матрицы **K** лежат диагональные элементы матрицы **T**, то есть $\mathbf{K} = diag(\mathbf{T})$.

При умножении слева или справа матрицы **T** на **K**⁻¹ результирующая матрица будет иметь на главной диагонали все единицы. Пусть таким произведением будет матрица **Z**.

Таким образом, $\mathbf{Z} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}$, следовательно $\mathbf{T} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{Z}$, при этом, согласно [41]:

$$\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1} \,. \tag{47}$$

Перепишем выражение (46):

$$\mathbf{Z}^{-1} = \sum_{s=0}^{\infty} (\mathbf{1} - \mathbf{Z})^s = \sum_{s=0}^{\infty} (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T})^s .$$
(48)

Запишем выражение (48) только для членов ряда Неймана нулевого, первого и второго порядков:

$$\mathbf{Z}^{-1} \approx \approx \mathbf{1} + (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}) + (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}) \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}) =$$
(49)
= 2 \cdot 1 - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} + (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}) \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}).

Учитывая выражения (47), (49), запишем выражение для матрицы \mathbf{T}^{-1} :

$$\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1} \approx 2 \cdot \mathbf{K}^{-1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} + (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}) \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T}) \cdot \mathbf{K}^{-1} =$$

= 2 \cdot \mathbf{K}^{-1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} + (\mathbf{1} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} - \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot

Учитывая (43), (50) перепишем выражение (44) в несколько ином виде:

$$\min tr(\mathbf{R}) = \min tr\left[2\sigma_{\eta}^{2}\left(\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}\right] = 2\sigma_{\eta}^{2}\min tr\left(\mathbf{T}^{-1}\right) = 2\sigma_{\eta}^{2}\min tr\left(\mathbf{Z}^{-1}\cdot\mathbf{K}^{-1}\right) \approx 2\sigma_{\eta}^{2}\min tr\left[3\cdot\mathbf{K}^{-1} - 3\cdot\mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{K}^{-1} + \mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{K}^{-1}\right].$$
(51)

Запишем выражение для упрощенного критерия оптимальности в виде следа матрицы $\hat{\mathbf{R}}$:

$$\min tr(\hat{\mathbf{R}}) = 2\sigma_{\eta}^{2}\min tr[3\cdot\mathbf{K}^{-1} - 3\cdot\mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{K}^{-1} + \mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{K}^{-1}\cdot\mathbf{T}\cdot\mathbf{K}^{-1}].$$
(52)

Представление (50) оказывается достаточно точным и может быть использовано для критерия оптимальности.

Порядок вычислительной сложности является кубическим в связи с наличием произведения матриц $\mathbf{T} = \mathbf{\tilde{H}}'\mathbf{\tilde{H}}$. Однако, произведение $\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1}$ имеет второй порядок вычислительной сложности [35].

Необходимо учитывать, что нашей целью является не вычисление самой корреляционной матрицы \mathbf{R} , а вычисление только ее следа, что требует вычисления лишь диагональных элементов матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ (52).

В то же время, вычислительная сложность представления (50) все еще является кубической из-за наличия члена ряда Неймана второго порядка, фактически произведения $\mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1}$, и его вычисление необходимо несколько упростить. Произведем замену первого множителя этого произведения – матрицы \mathbf{K}^{-1} – на число α (альфа), вычисленное как среднее значение всех диагональных элементов матрицы \mathbf{K}^{-1} . Для наглядности запишем выражение для такого приближения в матричной форме:

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{11}} & 0 & 0\\ 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{k_{LL}} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0\\ 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} = \alpha,$$
(53)

где $\alpha = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \frac{1}{k_{ii}}.$

Остается понять, как упростить вычисление произведения $\alpha \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1}$. Это можно сделать, применив следующий подход, позволяющий получить гибкость в выборе между более низкой вычислительной сложностью либо более высокой помехоустойчивостью системы при работе оптимального алгоритма с упрощенным критерием выбора антенн. В произведении $\alpha \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1}$ для вычисления матрицы $\mathbf{T} = \tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$ предлагается учитывать только часть наибольших по модулю элементов матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$. Оставшиеся же элементы пусть будут равными нулю. Таким образом, предлагается вычислять произведения усеченных матриц. В подразделе 2.6 проведено моделирование для системы MIMO 4x8. При критерия вычислении упрощенного вычисляется произведение $\alpha \cdot \mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1}$, где $\mathbf{T}_{trunc} = \tilde{\mathbf{H}}_{trunc}' \tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ и усеченная подматрица канала – матрица $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ (размерности 4x4) состоит только из четырех максимальных по модулю элементов подматрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}$ (размерности 4x4). Все остальные 12 элементов усеченной подматрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ являются нулевыми. Таким образом, $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc} \subseteq \tilde{\mathbf{H}}$.

С учетом написанного выше перепишем выражение для вычисления упрощенного критерия оптимальности в виде следа матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ (52) в еще более упрощенном варианте в виде следа матрицы $\hat{\mathbf{R}}$:

$$\min tr\left(\hat{\mathbf{R}}\right) =$$

$$= \min tr\left[3 \cdot \mathbf{K}^{-1} - 3 \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1} + \alpha \cdot \mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1}\right],$$
(54)

где матрица **T** вычисляется как произведение **T** = $\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$, в котором $\tilde{\mathbf{H}}$ – подматрица, перебираемая при работе алгоритма из матрицы полного канала связи МІМО – **H** ; матрица $\mathbf{K} = diag(\mathbf{T})$; $\alpha = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \frac{1}{k_{ii}}$ – это число равное среднему значению диагональных элементов матрицы \mathbf{K}^{-1} ; усеченная матрица \mathbf{T}_{trunc}

вычисляется как произведение $\mathbf{T}_{trunc} = \tilde{\mathbf{H}}'_{trunc}\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$, в котором матрица $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ имеет

размерность матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ и содержит только часть ее максимальных по модулю элементов.

2.5. Вычислительная сложность для алгоритма полного перебора с новым упрощенным критерием оптимальности

Для оценки вычислительной сложности оптимального алгоритма с новым упрощенным критерием – минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции min $tr(\hat{\mathbf{R}})$ (54) (MinTrVzf_no_inv) используем подход, описанный в подразделе 1.5. Возьмем равное количество активных антенн на приеме и передаче, что означает P = L на Рис. 4. Будем учитывать, что нашей целью является вычисление только следа матрицы $\hat{\mathbf{R}}$, что требует вычисления лишь диагональных элементов матрицы $\hat{\mathbf{R}}$. Также примем во внимание следующие тождества [51]:

$$tr(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = tr(\mathbf{A}) + tr(\mathbf{B});$$

$$tr(\alpha \mathbf{A}) = \alpha tr(\mathbf{A});$$

$$tr(\mathbf{AB}) = tr(\mathbf{BA});$$

$$tr(\mathbf{AB}) = tr(\mathbf{C}),$$

(55)

где **A** и **B** – произвольные матрицы, а элементы матрицы **C** вычисляются по известному выражению $c_{ij} = \sum_{k=1}^{L} a_{ik} b_{kj}$ с i = 1...L [41].

Декомпозируем выражение (54) и найдем вычислительную сложность его составных частей.

Для обращения матрицы $\mathbf{K} = diag(\mathbf{T})$, то есть вычисления обратной матрицы \mathbf{K}^{-1} потребуется выполнить *L* действительных делений. В нашей оценке сделаем допущение о равной вычислительной сложности операций действительного деления и действительного умножения. Примем, что для вычисления матрицы \mathbf{K}^{-1} потребуется выполнить *L* действительных умножений.

Для вычисления следа произведения $tr(3 \cdot \mathbf{K}^{-1}) = 3 \cdot tr(\mathbf{K}^{-1})$ потребуется одно действительное умножение и L-1 действительных сложений, так как на главной диагонали матрицы \mathbf{K}^{-1} находятся действительные числа.

Таким образом, для вычисления следа первого слагаемого из выражения (54) потребуется действительных операций: $v_1^{y_{MH}} = L + 1 -$ умножений и $v_1^{cn} = L - 1 -$ сложений.

Для вычисления следа второго слагаемого из выражения (54) – следа произведения $tr(3 \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1})$, учитывая, что $\mathbf{T} = \tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$ потребуется вычислить след произведение матриц $3 \cdot tr[(\mathbf{K}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{H}}') \cdot (\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{K}^{-1})].$

Произведение матриц $\mathbf{K}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{H}}'$, учитывая, что \mathbf{K}^{-1} является диагональной матрицей с действительными числами и принимая во внимание известное выражение для вычисления элементов матрицы $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$: $c_{ij} = \sum_{k=1}^{L} a_{ik} b_{kj}$, где i = 1...L, j = 1...L требует выполнения L^2 умножений действительных чисел на комплексные [41], что можно принять за $2 \cdot L^2$ действительных умножений.

С учетом симметрии для вычисления произведения $\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{K}^{-1}$ дополнительных операций не требуется.

Обозначим $\mathbf{A} = (\mathbf{K}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{H}}')$ и $\mathbf{B} = (\tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{K}^{-1})$. Остается вычислить след произведения матриц $tr(\mathbf{AB}) = tr(\mathbf{C})$ (55). Для вычисления следа произведения матриц потребуется вычислить значения только диагональных элементов матрицы \mathbf{C} , т.е. ее элементы c_{ii} , i = 1...L. Для вычисления одного элемента c_{ii} требуется L комплексных умножений и L-1 сложений. Таким образом, для вычисления одного элемента c_{ii} потребуется $4 \cdot L$ действительных умножений и $2 \cdot (L-1)$ действительных сложений. Таких операций для целей вычисления следа матрицы \mathbf{C} требуется выполнить L раз. Дополнительно для вычисления следа $tr(\mathbf{C}) = \sum_{i=1}^{L} c_{ii}$ (суммы диагональных элементов) необходимо выполнить еще L-1 действительное сложение. Всего для вычисления следа $tr(\mathbf{C})$ потребуется $4 \cdot L^2$ действительных умножений и $2 \cdot (L-1) \cdot L + (L-1)$ действительных сложений.

Таким образом, для вычисления следа второго слагаемого из выражения (54) – следа произведения $tr(3 \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{K}^{-1})$ необходимо выполнить действительных операций: $v_2^{y_{MH}} = 6 \cdot L^2 + 1$ – умножений и $v_2^{c_n} = 2 \cdot L^2 - L - 1$ – сложений.

Вычислительная сложность следа третьего слагаемого с усеченными матрицами из выражения (54) – следа произведения $\alpha \cdot \mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1}$ будет варьироваться в зависимости от размерности матриц в произведении и от того насколько была усечена подматрица канала $\tilde{\mathbf{H}}$, иными словами, какое количество ненулевых элементов содержит усеченная подматрица $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$. От этого будет прямо зависеть вычислительная сложность произведения $\mathbf{T}_{trunc} = \tilde{\mathbf{H}}'_{trunc}\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ и остальных вычислений. В подразделе 2.6 проведено моделирование для системы МІМО 4*x*8. При вычислении упрощенного критерия усеченная подматрица канала – матрица $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ (размерности 4*x*4) состоит только из четырех максимальных по модулю элементов подматрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}$ (размерности 4*x*4), а все остальные 12 элементов усеченной подматрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ являются нулевыми. Попробуем понять, какое количество действительных операций потребуется для вычисления $\alpha \cdot tr[(\mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1})]$ при таких вводных.

Для формирования усеченной подматрицы $\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ требуется выполнить сортировку комплексных элементов подматрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ по модулю в целях выбора заданного количества ее максимальных по модулю элементов. Вычислительная сложность сортировки массива из *n* элементов составляет порядка $n \cdot \log_2 n$ операций действительного сложения. При $n = L \times L = L^2$ потребуется $2 \cdot L^2 \cdot \log_2 L$ операций.

Вычислительная сложность полного произведения матриц $\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}$ (подраздел 2.3) составляет $2 \cdot P^3$ умножений и $P^3 - P^2$ сложений. Для матрицы размерности 4x4 при наличии только четырех коэффициентов передачи количество всех операций при перемножении матрицы на эрмитово сопряженную $\mathbf{T}_{trunc} = \tilde{\mathbf{H}}'_{trunc}\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ оказывается, с учетом симметрии произведения $\tilde{\mathbf{H}}'_{trunc}\tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$, в 20 раз меньше полной кубической сложности при наличии в ней всех значимых коэффициентов передачи. Таким образом, для вычисления усеченной матрицы $\mathbf{T}_{trunc}^{4(16)}$ потребуется всего $\frac{L^3}{10}$ действительных умножений и $\frac{L^3 - L^2}{20}$ действительных сложений.

Для обращения матрицы $\mathbf{K}_{trunc} = diag(\mathbf{T}_{trunc})$, то есть вычисления обратной матрицы \mathbf{K}_{trunc}^{-1} потребуется выполнить *L* действительных делений, что примем равным *L* действительных умножений.

В матрице $\mathbf{T}_{trunc} = \tilde{\mathbf{H}}'_{trunc} \tilde{\mathbf{H}}_{trunc}$ в нашем случае порядка половины элементов нулевые. При произведении $\mathbf{A}_{trunc} = (\mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1})$ на главной диагонали матрицы \mathbf{A} будут единицы. Таким образом, вычисление \mathbf{A} требует порядка $\frac{L^2}{2} - L$ действительных умножений.

Остается вычислить след произведения матриц $tr(\mathbf{A}_{trunc} \cdot \mathbf{A}_{trunc}) = tr(\mathbf{C}_{trunc})$ (55). Для вычисления следа произведения усеченных матриц, у которых на главной диагонали единицы потребуется менее $4(L^2 - L)$ действительных умножений и $2 \cdot (L^2 - L) + (L - 1)$ действительных сложений.

Всего для вычисления следа третьего слагаемого из выражения (54) – следа произведения $\alpha \cdot tr[(\mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1}) \cdot (\mathbf{T}_{trunc} \cdot \mathbf{K}_{trunc}^{-1})]$ для системы МІМО 4*x*8 и усечении подматрицы канала **Ĥ** размерности 4*x*4 до 4 максимальных элементов необходимо выполнить действительных операций: $v_3^{y_{MH}} = \frac{1}{10}L^3 + \frac{L^2}{2} + 4(L^2 - L) + 1 - 1$

умножений и $v_3^{cn} = 2 \cdot L^2 \cdot \log_2 L + \frac{1}{20}(L^3 - L^2) + 2 \cdot L^2 - L - 1 -$ сложений.

Таким образом, учитывая (18) и наличие в выражении (54) трех слагаемых для оптимального алгоритма с новым упрощенным критерием $\min_{\mathbf{R}} tr(\hat{\mathbf{R}})$ –

минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (MinTrVzf_no_inv) для конфигурации MIMO 4x8 и усечении подматрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}$ размерности 4x4 до 4 максимальных элементов требуется всего действительных операций (18), (54).

$$v_{MinTrVzf_no_inv}^{4(16)y_{MH}} = Q \cdot (v_1^{y_{MH}} + v_2^{y_{MH}} + v_3^{y_{MH}}) = Q \cdot (\frac{1}{10}L^3 + 10L^2 + \frac{1}{2}L^2 - 3L + 3)$$

$$v_{MinTrVzf_no_inv}^{4(16)c\pi} = Q \cdot (v_1^{c\pi} + v_2^{c\pi} + v_3^{c\pi} + 2) + Q =$$

$$= Q \cdot \left[2L^2 \log_2 L + \frac{1}{20}(L^3 - L^2) + 4L^2 - L - 1 \right] + Q$$
(56)

Оценка выигрыша в вычислительной сложности показывает преимущество предложенной упрощенной реализации вычисления критерия переключения антенн по сравнению с его традиционной реализацией. Вычислительная сложность (56) упрощенной реализации критерия $\min tr(\hat{\mathbf{R}})$ (54) (MinTrVzf_no_inv) в зависимости от антенной конфигурации до двух –трех раз ниже вычислительной сложности классической его реализации min $tr(\mathbf{R})$ (40).

2.6. Анализ предлагаемого критерия оптимальности с упрощенным вычислением следа корреляционной матрицы ошибок оценивания в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний

Дополним выполненный в подразделе 2.2 анализ статистическим моделированием кривых помехоустойчивости системы МІМО в целях сравнения характеристик оптимального алгоритма с критерием оптимальности в виде упрощенного вычисления следа корреляционной матрицы ошибок оценивания с известными оптимальными алгоритмами.

Моделирование проводилось в тех же условиях, что и в подразделе 2.2 для конфигураций выбираемого количества 4 радиотрактов из общего количества 8 антенн, одинакового на приемной и передающей сторонах.

Исследуемые алгоритмы автовыбора антенн в их различных сочетаниях:

- оптимальный с критерием в виде максимума нормы Фробениуса или максимума ОСШ (11) (FrobeniusFull);
- оптимальный с упрощенным критерием: минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции, без обращения матрицы (54) (MinTrVzf_no_inv) при расчете которого использовалось усечение подматрицы канала **Ĥ** размерности 4*x*4 до 4 максимальных элементов;
- оптимальный (полного перебора) с критерием максимума пропускной способности (12) (MaxCapFull);

Сравнение характеристик алгоритмов проведем при $BER = 10^{-3}$, а также при $FER = 10^{-2}$ (рисунки: Рис. 9., Рис. 10.).





упрощенным вычислением нового критерия оптимальности

Из Рис. 11 очевидно, что при использовании в системе связи МІМО оптимального алгоритма с упрощенным критерием в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (54) (MinTrVzf_no_inv), без обращения матрицы при $BER = 10^{-3}$ помехоустойчивость системы связи на 4 дБ превосходит систему с оптимальным алгоритмом и критерием в виде максимума

нормы Фробениуса или максимума ОСШ (11) (FrobeniusFull) и уступает 15 дБ системе с оптимальным алгоритмом с лучшим из известных критериев – критерием максимума пропускной способности (12).

Дополним анализ исследуемых алгоритмов автовыбора антенн зависимостью FER от ОСШ, представлен на Рис. 12.



Рис. 12. Кривые помехоустойчивости системы МІМО 4*x*8 для алгоритма с упрощенным вычислением нового критерия оптимальности

Из Рис. 12 очевидно, что при использовании в системе связи МІМО оптимального алгоритма с упрощенным критерием в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (54) (MinTrVzf_no_inv), без обращения матрицы при FER = 10^{-2} помехоустойчивость системы связи на 4 дБ превосходит систему с оптимальным алгоритмом и критерием в виде максимума нормы Фробениуса или максимума ОСШ (11) (FrobeniusFull) и уступает 13,5 дБ системе с оптимальным алгоритмом с лучшим из известных критериев – критерием максимума пропускной способности (12).

2.7. Выводы к разделу 2

1. Из оптимальных алгоритмов наилучшие результаты по помехоустойчивости системы связи независимо от антенной конфигурации обеспечивает использование алгоритма с новым критерием – минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции $\min tr(\mathbf{R})$ (40) или MinTrVzf. Выигрыш от его использования в сравнении с лучшим из известных критериев оптимальности MaxCapFull (12) для исследуемых конфигураций составляет 0,5 дБ (на уровне $BER = 10^{-3}$) в отсутствии пространственных корреляций замираний в конфигурации МІМО 4x10. Характеристики помехоустойчивости системы МІМО при использовании нового критерия оптимальности MinTrVzf (40) улучшаются с ростом количества активных и пассивных антенн.

2. Новый оптимальный алгоритм с критерием MinTrVzf (43) обладает меньшей вычислительной сложностью в сравнении с лучшим из известных алгоритмов с критерием MaxCapFull (12). В то же время, сохраняется актуальность задачи по снижению вычислительной сложности алгоритмов выбора в системе с большим количеством антенн.

3. Вычисление нового критерия оптимальности (43) упрощается с помощью выражения (54). Оценка выигрыша в вычислительной сложности показывает преимущество упрощенной реализации по сравнению с его традиционной реализацией до двух – трех раз (в зависимости от антенной конфигурации). В то же время, характеристики помехоустойчивости системы МІМО при использовании в качестве критерия оптимальности его упрощенной реализации (54) ухудшаются.

3. Разработка и анализ новых алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО на основе нового критерия оптимальности

Целью третьего раздела является изложение и анализ характеристик новых упрощенных алгоритмов переключения антенн, использующих новый критерий выбора антенн – минимум следа корреляционной матрицы ошибок оценивания (40).

Задачей поиска и анализа эффективности новых упрощенных алгоритмов, использующих в качестве критерия оптимальности минимум следа корреляционной матрицы ошибок оценивания (40), уже занимаются ведущие российские ученые – специалисты по системам радиосвязи [63].

В условиях отсутствия и наличия пространственной корреляции замираний выполнена сравнительная оценка помехоустойчивости систем МІМО при использовании известных оптимальных, нового оптимального алгоритма и новых упрощенных алгоритмов.

3.1. Новый упрощенный алгоритм переключения антенн № 1

Новый алгоритм № 1 – алгоритм IIZF основан на последовательном увеличении количества антенн вплоть до заданного значения и использует новый критерий оптимальности (40) для автовыбора антенн.

Для наглядности возьмем систему МІМО размерности N = M, где необходимо выбрать одинаковое количество антенн на сторонах передатчика и приемника и это количество, в принятых в работе обозначениях, P = L.

Начальные условия работы алгоритма. Одинаковое количество антенн на приеме и на передаче, формируемая нами матрица $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(0)} = [$], т.е. это пустая, не содержащая никаких элементов, матрица размерности 0×0 .

Шаг за шагом будем увеличивать размерность начальной матрицы, пока не будет сформирована требуемая подматрица $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(k)}$, размерности $L \times P$.

Таким образом, на каждом из последующих шагов формируется квадратная матрица $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(k)}$, k –го порядка. Количество шагов k = 0...P = 0...L.

На первом шаге работы алгоритма из полной матрицы канала **H** выбираем максимальный по модулю элемент $h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)}$, иными словами, будет выбрана пара антенн на передаче и приеме с максимальным коэффициентом передачи. Элемент $h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)}$ формирует матрицу $\hat{\mathbf{H}}^{(1)}$, размерности 1×1.

На втором шаге последовательно из полной матрицы выбираются и перебираются подматрицы $\tilde{\mathbf{H}}^{(2)} = \begin{bmatrix} h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)} & h_{\hat{i}(1)j(2)} \\ h_{i(2)\hat{j}(1)} & h_{i(2)j(2)} \end{bmatrix}$ размерности 2×2, которые содержат в себе выбранный на первом шаге элемент $h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)}$. Целевая подматрица $\hat{\mathbf{H}}^{(2)}$ находится из полной матрицы канала **H** посредством перебора всех существующих комбинаций подматриц второго порядка $\tilde{\mathbf{H}}^{(2)}$, каждая из которых содержит элемент $h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)}$ и окаймляющий его элемент $h_{\hat{i}(2)j(2)}$, пока не будет определен элемент $h_{\hat{i}(2)\hat{j}(2)}$, удовлетворяющий заданному условию выбора для подматрицы $\hat{\mathbf{H}}^{(2)}$. Условие выбора подматрицы представлено ниже.

$$\left\{\hat{i}(2)\,\hat{j}(2)\right\} = \arg\min_{\substack{1\le i\le M\\i\neq \hat{i}(1)}} \min_{\substack{1\le j\le N\\j\neq \hat{j}(1)}} f\left(\tilde{\mathbf{H}}^{(2)}\right),\tag{57}$$

где $f(\tilde{\mathbf{H}}^{(2)})$ – это след корреляционной матрицы ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathrm{H}}^{(2)}$, определяемый по формуле:

$$f(\tilde{\mathbf{H}}^{(2)}) = tr(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{H}}^{(2)}) = 2\sigma_{\eta}^{2} tr\left[\left(\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}\right].$$
(58)

В результате описанных выше действий будет выбрана еще одна передающая и приемная антенны с использованием нового критерия оптимальности и сформирована матрица $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(2)} = \begin{bmatrix} h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)} & h_{\hat{i}(1)\hat{j}(2)} \\ h_{\hat{i}(2)\hat{j}(1)} & h_{\hat{i}(2)\hat{j}(2)} \end{bmatrix}$.

По сформулированному правилу на шаге N-1 буде сформирована подматрица $\hat{\mathbf{H}}^{(n-1)} = \begin{bmatrix} h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)} & \dots & h_{\hat{i}(1)\hat{j}(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(1)} & \dots & h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(n-1)} \end{bmatrix}.$

Условие выбора элемента матрицы Н на шаге *n* следующее.

$$\left\{\hat{i}(n)\,\hat{j}(n)\right\} = \arg\min_{\substack{1 \le i \le M \\ i \ne i(1) \\ \cdots \\ i \ne i(n-1) \\ j \ne j(n-1)}} \min_{\substack{1 \le j \le N \\ j \ne j(n-1) \\ j \ne j(n-1)}} f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)})\,, \tag{59}$$

где $f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)})$ – это след корреляционной матрицы $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{H}}^{(n)}$, определяемый по формуле:

$$f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)}) = tr(\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{H}}^{(n)}) = 2\sigma_{\eta}^{2} tr\left[\left(\tilde{\mathbf{H}}'\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}\right].$$
(60)

В результате описанных выше действий будем перебирать подматрицы

$$\tilde{\mathbf{H}}^{(n)} = \begin{bmatrix} h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)} & \dots & h_{\hat{i}(1)\hat{j}(n-1)} & h_{\hat{i}(1)j(n)} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(1)} & \dots & h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(n-1)} & h_{\hat{i}(n-1)j(n)} \\ h_{\hat{i}(n)\hat{j}(1)} & \dots & h_{i(n)\hat{j}(n-1)} & h_{i(n)j(n)} \end{bmatrix}.$$

После перебора всех возможных комбинаций, работа алгоритма № 1 – алгоритма IIZF с использованием нового критерия оптимальности (40) будет завершена и будет сформирована целевая матрица $\begin{bmatrix} h_{i(1)}(0) & \dots & h_{i(1)}(n) & \dots & h_{i(1)}(n) \end{bmatrix}$

$$\hat{\mathbf{H}}^{(n)} = \begin{bmatrix} i_{(1)j(1)} & \cdots & i_{(1)j(n-1)} & i_{(1)j(n)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(1)} & \cdots & h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(n-1)} & h_{\hat{i}(n-1)\hat{j}(n)} \\ h_{\hat{i}(n)\hat{j}(1)} & \cdots & h_{\hat{i}(n)\hat{j}(n-1)} & h_{\hat{i}(n)\hat{j}(n)} \end{bmatrix}$$

3.2. Новый упрощенный алгоритм переключения антенн № 2

Новый алгоритм № 2 – алгоритм IDZF основан на итерационном уменьшении количества антенн из всех возможных вплоть до заданного и использует новый критерий оптимальности для автовыбора антенн (40).

Как и ранее, будем исследовать систему МІМО размерности N = M, и P = L.

Начальные условия работы алгоритма. Одинаковое количество антенн на приеме и на передаче, формируемая нами матрица $\hat{\mathbf{H}}^{(0)} = \mathbf{H}$, т.е. это полная матрица канала размерности $N \times M$.

Шаг за шагом будем уменьшать размерность начальной матрицы, пока не будет сформирована требуемая подматрица $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(k)}$ размерности $L \times P$.

Таким образом, на каждом последующем шаге формируется квадратная матрица $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(k)}$, k-го порядка.

Пусть i(1) и j(1) – текущие номера строк и столбцов, соответственно. Для матрицы $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(0)} = \mathbf{H}$, $1 \le i(1) \le (M = N)$, $1 \le j(1) \le (N = M)$. Обозначим $\tilde{\mathbf{H}}^{(1)}(i(1), j(1))$ – матрицу $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(0)}$, у которой исключены строка i(1) и столбец j(1).

Первый шаг работы алгоритма заключается в поиске строки i(1) и столбца j(1), при исключении которых для оставшихся строк и столбцов, т.е. для сформированной матрицы $\tilde{\mathbf{H}}^{(1)}(i(1), j(1))$, выполняется условие:

$$\left\{\hat{i}(1)\,\hat{j}(1)\right\} = \arg\min_{1 \le i \le M} \min_{1 \le j \le N} f\left(\tilde{\mathbf{H}}^{(1)}[i(1), j(1)]\right),\tag{61}$$

где $f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)})$ – это след обратной корреляционной матрицы ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{H}}^{(n)}$ (60).

Результатом работы алгоритма № 2 на первом шаге является матрица $\tilde{\mathbf{H}}^{(1)}(\hat{i}(1), \hat{j}(1)) = \hat{\mathbf{H}}^{(1)}$ размерности $(M-1) \times (M-1)$. На втором шаге перебираем матрицы $\tilde{\mathbf{H}}^{(2)}(i(2), j(2))$, которые являются матрицей $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(1)}$ с исключенными строкой i(2) и столбцом j(2). Условием для выбора матрицы $\hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(2)}$ является:

$$\{\hat{i}(2)\,\hat{j}(2)\} = \arg\min_{\substack{1\le i\le M\\i(2)\neq\hat{i}(1)}}\min_{1\le j\le N\\j(2)\neq\hat{j}(1)}f(\tilde{\mathbf{H}}^{(2)}[i(2),j(2)])\,,\tag{62}$$

где $f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)})$ – след обратной корреляционной матрицы ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathrm{H}}^{(n)}$ (60).

Результатом работы алгоритма № 2 на втором шаге является матрица $\tilde{\mathbf{H}}^{(2)}(\hat{i}(2), \hat{j}(2) = \hat{\tilde{\mathbf{H}}}^{(2)}$ размерности $(M-2) \times (M-2)$.

На шаге *n* перебираем матрицы $\tilde{\mathbf{H}}^{(n)}(i(n), j(n))$, которые являются матрицей $\hat{\mathbf{H}}^{(n-1)}$ с исключенными строкой i(n) и столбцом j(n). Условием для выбора матрицы $\hat{\mathbf{H}}^{(n)}$ является:

$$\{\hat{i}(n)\hat{j}(n)\} = \arg\min_{\substack{1 \le i \le M \\ i(n) \neq \hat{i}(1)}} \min_{\substack{1 \le j \le N \\ i(n) \neq \hat{j}(1)}} f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)}[i(n), j(n)]),$$
(63)

где $f(\tilde{\mathbf{H}}^{(n)})$ – след обратной корреляционной матрицы ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{R}}_{\mathbf{H}}^{(n)}$, см. формулу (60).

Результатом работы алгоритма № 2 – алгоритма IDZF на шаге n является матрица $\tilde{\mathbf{H}}^{(n)}(\hat{i}(n), \hat{j}(n) = \hat{\mathbf{H}}^{(n)}$, размерности $(M - n) \times (M - n)$, где $1 \le n \le M - L$, а L = P – количество выбираемых антенн на передаче и приеме.

3.3. Анализ характеристик известных и предлагаемых алгоритмов в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний

Проведем сравнительный анализ характеристик помехоустойчивости системы МІМО при использовании известных и предлагаемых алгоритмов с различными критериями автовыбора антенн в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний [2]. Оценивались новые и известные алгоритмы полного и неполного перебора с новым (40) и известными критериями выбора антенн. Также проведено сравнение характеристик известных алгоритмов с новым алгоритмом, использующим упрощенное вычисление критерия оптимальности, без обращения матрицы канала.

Эффективность алгоритмов оценивалась методом статистического моделирования посредством оценки помехоустойчивости системы MIMO с автовыбором антенн. В качестве дополнительной оценки выполнено сравнение характеристик алгоритмов с характеристиками классической системы МІМО без автовыбора антенн. Оценка проведена методом статистического моделирования посредством сравнения полученных результатов по помехоустойчивости системы на типичном уровне коэффициента $BER = 10^{-3}$. Оценка дополнена сравнением помехоустойчивости на более характеристик системы низком уровне коэффициента $BER = 10^{-4}$ и на уровне коэффициента $FER = 10^{-2}$.

Моделирование проводилось для конфигураций выбираемого и общего количества антенн, одинакового на приемной и передающей сторонах (для 4 из 8; для 4 из 12 и для 10 из 14) при следующих общих условиях:

- модуляция 64-QAM;
- демодуляция MMSE;
- турбокодирование (скорость 1/2, число итераций декодирования 4);
- исследуемые алгоритмы:
- о оптимальный (полного перебора) с критерием в виде максимума пропускной способности (12) (MaxCapFull);
- оптимальный с критерием в виде максимума нормы Фробениуса или максимума ОСШ (11) (FrobeniusFull);
- оптимальный с новым критерием в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf);
- квазиоптимальный с критерием в виде максимума евклидовой нормы (14)
 , (15) (NSA);

- квазиоптимальный (пошагово понижающий размерность исходной матрицы канала алгоритм неполного перебора) с критерием в виде максимума евклидовой нормы (16), (17) (IDNSA);
- квазиоптимальный (пошагово понижающий размерность исходной матрицы канала алгоритм неполного перебора) с новым критерием в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (63) (IDZF);
- квазиоптимальный (пошагово увеличивающий размерность формируемой матрицы канала алгоритм неполного перебора) с новым критерием: минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (59) (IIZF);
- оптимальный с упрощенным критерием: минимум следа корреляционной матрицы ошибок оценивания, без обращения матрицы (52) (MinTrVzf_no_inv);
- матрица канала **H** точно известна на приемной стороне;
- количество передающих антенн N = 8; N = 12; N = 14;
- количество передающих радиотрактов P = 4; P = 10;
- количество приемных антенн M = 8; M = 12; M = 14;
- количество приемных радиотрактов L = 4; L = 10;
- вид замираний в канале связи МІМО некоррелированные релеевские;
- длина кадра 573 или 597 бит:
- число экспериментов более 100000 (обоснование выбора количества экспериментов в Приложении 2);
- доверительный интервал 0,25 · 10⁻⁴ (приложение 2).

Начнем анализ с понимания базовых характеристик системы MIMO без переключения антенн для целей оценки преимуществ разработанных и известных алгоритмов переключения антенн.

На Рис. 13 и Рис. 14 представлены результаты статистического моделирования, выполненного для оценки помехоустойчивости классической

системы МІМО размерности 4x4 и 10x10 без автовыбора антенн. Очевидно, что результаты работы двух оцениваемых оптимальных алгоритмов (известного и нового) совпадают.



Рис. 13. Помехоустойчивость классической системы MIMO 4x4





Из Рис. 13 очевидно, что для конфигурации 4x4 классического канала МІМО без автовыбора антенн показателе ОСШ на уровне 10^{-3} дБ составляет 25,7 дБ. Из Рис. 14 очевидно, что для конфигурации 10x10 классического канала МІМО без автовыбора антенн то же отношение ОСШ составляет 17,1 дБ –
становится меньше за счет эффекта пространственного разнесения и увеличения количества путей распространения сигнала.

На Рис. 15 и Рис. 16 показаны результаты моделирования кривых помехоустойчивости системы МІМО для оптимальных алгоритмов с известными (11), (12) и новым критерием (40) оптимальности, выполненные в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний для МІМО в конфигурации 4*x*8. На Рис. 17 показаны аналогичные результаты моделирования для МІМО в конфигурации более высокого порядка – 10*x*14.



Рис. 15. Кривые помехоустойчивости с *BER* системы MIMO 4x8 для



оптимальных алгоритмов

Рис. 16. Кривые помехоустойчивости с *FER* системы MIMO 4*x*8 для оптимальных алгоритмов.

Из Рис. 15, Рис. 16 очевидно, что для конфигурации системы МІМО 4*x*8 в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний использование нового критерия автовыбора антенн MinTrVzf (40) с оптимальным алгоритмом позволяет получить выигрыш в помехоустойчивости системы связи МІМО 0,5 дБ при значении $BER = 10^{-3}$ и $FER = 10^{-2}$, а при значении $BER = 10^{-4}$ выигрыш 0,6 дБ по сравнению с лучшим из известных алгоритмов – оптимальным алгоритмом с критерием максимума пропускной способности (12).

В то же время, использование нового критерия автовыбора антенн (40) с оптимальным алгоритмом при значении $BER = 10^{-3}$ дает выигрыш порядка 18,3 дБ по сравнению с оптимальным алгоритмом с критерием нормы Фробениуса (11) и порядка 23 дБ по сравнению с классической системой МІМО без переключения антенн в конфигурации 4x4.



Рис. 17. Кривые помехоустойчивости системы МІМО 10*x*14 для оптимальных алгоритмов

С учетом оценки поведения кривых помехоустойчивости на Рис. 17 очевидно, что из оптимальных алгоритмов наилучшие результаты независимо от

антенной конфигурации обеспечивает алгоритм с критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) – выигрыш от его использования для исследуемых конфигураций составляет 0,75 дБ при значении $BER = 10^{-3}$ и 1 дБ при значении $BER = 10^{-4}$. При этом, характеристики помехоустойчивости системы МІМО при использовании нового критерия оптимальности улучшаются с увеличением количества антенн. Таким образом, критерий максимума пропускной способности (12) заметно уступает для всех конфигураций, при этом наихудшие результаты среди оптимальных алгоритмов демонстрирует критерий максимума ОСШ (11).

В системе МІМО с помехоустойчивым кодированием при уровне $BER = 10^{-3}$ (традиционный уровень вероятности ошибки для систем беспроводной связи) выигрыш от применения оптимального алгоритма автовыбора антенн с различными критериями в сравнении с характеристиками МІМО без автовыбора антенн (сравниваем с Рис. 13, где 25,5 дБ для конфигурации 4x4 и Рис. 14, где 17,1 дБ для конфигурации 10x10) составляет:

при использовании критерия максимума ОСШ (11) (FrobeniusFull) – в зависимости от конфигурации, порядка 3 – 5 дБ;

при использовании критерия максимума пропускной способности (12) (MaxCapFull) – порядка 23 дБ для конфигурации 4*x*8 и порядка 15,3 дБ для конфигурации 10*x*14;

при использовании критерия минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции, (40), (MinTrVzf) – порядка 23 дБ для конфигурации 4x8 и порядка 16,1 дБ для конфигурации 10x14;

На Рис. 18 показаны результаты моделирования кривых помехоустойчивости для оптимальных алгоритмов с известными критериями оптимальности (11), (12), одновременно показаны кривые помехоустойчивости при использовании известных и новых квазиоптимальных алгоритмов (14), (15), (16), (17), (59), (63) в условиях отсутствия пространственной корреляции замираний для МІМО в конфигурации 4*x*8. На Рис. 19 показаны аналогичные результаты моделирования для МІМО в конфигурации более высокого порядка – 4*x*12.



Рис. 18. Кривые помехоустойчивости системы МІМО 4*x*8 для квазиоптимальных

и известных оптимальных алгоритмов.



Рис. 19. Кривые помехоустойчивости системы МІМО 4*x*12 для квазиоптимальных и известных оптимальных алгоритмов.

Из квазиоптимальных алгоритмов (Рис. 18, Рис. 19) наилучшие результаты независимо от антенной конфигурации обеспечивают алгоритмы с критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40), заметно превосходя характеристики оптимального алгоритма с критерием максимума ОСШ (11). Новый квазиоптимальный алгоритм пошагово увеличивающий размерность

формируемой матрицы канала IIZF (описан в подразделе 3.1), незначительно, порядка 0,2 – 0,4 дБ, уступает оптимальному алгоритму с лучшим из известных критериев максимума пропускной способности (12). При этом, как будет показано в разделе 4, алгоритм IIZF обладает существенно меньшей вычислительной сложностью. Новый алгоритм неполного перебора IDZF с новым критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (описан в подразделе 3.2) уступает 0,6 – 1,2 дБ относительно нового квазиоптимального алгоритма IIZF, пошагово увеличивающего размерность формируемой матрицы канала, при этом, как будет показано в разделе 4, обладает более высокой вычислительной сложностью.

Квазиоптимальные алгоритмы NSA, IDNSA (описаны в подразделе 1.3) с известными критериями (14), (15), (16), (17) демонстрируют низкую эффективность, уступая наиболее худшему из оцениваемых оптимальному алгоритму с критерием максимума ОСШ (11) и значительно уступая по характеристикам новым квазиоптимальным алгоритмам (59), (63).

Из Рис. 18, Рис. 19 очевидно, что с увеличением количества передающих и приемных антенн при сохранении количества передающих и приемных радиотрактов характеристики помехоустойчивости системы заметно улучшаются. Физически это объясняется возможностью выбора наилучших путей распространения сигнала из их большего возможного количества.

3.4. Анализ характеристик предлагаемых алгоритмов в условиях наличия пространственной корреляции замираний

В реальных системах беспроводной связи существует пространственная корреляция замираний сигналов в различных антеннах, обусловленная близким расположением антенн [2], [59], [61].

Связь между матрицей некоррелированного релеевского канала и матрицей коррелированного канала связи описывается следующим отношением:

$$vec(\mathbf{H}) = \mathbf{R}^{1/2} \cdot vec(\mathbf{H}_{w}), \qquad (64)$$

где $vec(\mathbf{H})$ – операция преобразования матрицы (в нашем случае размерности $M \times N$) в вектор-столбец (размерности $M \times N \times 1$); \mathbf{H}_{w} – матрица некоррелированного релевского канала, состоящая из комплексных некоррелированных гауссовских случайных величин h_{ij} с нулевыми средними и одинаковыми дисперсиями; \mathbf{H} – матрица коррелированного канала той же размерности, что и \mathbf{H}_{w} ; \mathbf{R} – корреляционная матрица размерности $M \cdot N \times M \cdot N$.

Матрица **R** имеет очень высокую размерность, в связи с чем выражение (64) редко применяется для моделирования. На практике используют упрощенную вариацию указанной модели – модель Кронекера, которая описывается следующим выражением [40]:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{r}^{1/2} \cdot \mathbf{H}_{w} \cdot \mathbf{R}_{t}^{1/2}, \tag{65}$$

где матрицы \mathbf{R}_{r} и \mathbf{R}_{r} определяют корреляцию между строками и столбцами матрицы \mathbf{H} и служат моделью корреляции между сигналами приемных и передающих антенн. В приведенной формуле (.)^{1/2} обозначает квадратный корень из матрицы [41].

Таким образом, матрица \mathbf{R}_{i} называется корреляционной матрицей на передаче (в нашем случае, размерности $N \times N$) и описывает корреляцию между столбцами матрицы \mathbf{H} , а матрица \mathbf{R}_{r} – корреляционной матрицей на приеме (в нашем случае, размерности $M \times M$). Это положительно определенные эрмитовые матрицы [41], у которых элементы главной диагонали равны единице.

Коэффициенты корреляции, входящие в состав матриц \mathbf{R}_r и \mathbf{R}_r в (65) могут быть получены путем аналитических расчетов или путем натурных измерений.

Согласно известным экспериментальным результатам натурных измерений коэффициенты корреляции могут быть в интервале от – 0,75 до + 0,75 [17], [23]. Также известно, что от уровня коэффициентов корреляции зависит пропускная способность канала МІМО и характеристики системы МІМО в целом [2], [17], [23].

В источнике [2] приведена модель для вычисления корреляционных матриц \mathbf{R}_{r} и \mathbf{R}_{r} , которая позволяет вычислить их, исходя из расстояния между элементами передающих и приёмных антенн. ρ – коэффициент корреляции сигналов в двух соседних антенных элементах. При относительно небольших коэффициентах корреляции эти корреляционные матрицы становятся трехдиагональными.

$$\mathbf{R}_{r} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{r} & 0 & \cdots & 0 \\ \rho_{r} & 1 & \rho_{r} & \cdots & \vdots \\ 0 & \rho_{r} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \rho_{r} \\ 0 & \cdots & 0 & \rho_{r} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{t} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{t} & 0 & \cdots & 0 \\ \rho_{t} & 1 & \rho_{t} & \cdots & \vdots \\ 0 & \rho_{t} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \rho_{t} \\ 0 & \cdots & 0 & \rho_{t} & 1 \end{bmatrix}.$$
(66)

Проведем сравнительный анализ характеристик системы МІМО при наличии пространственной корреляции замираний. Сравним для различных условий корреляций замираний результаты моделирования лучшего из известных алгоритмов – оптимального алгоритма автовыбора антенн, использующего критерий максимума пропускной способности (12), с результатами для нового оптимального алгоритма, а также его квазиоптимальных аналогов, при тех же условиях моделирования.

Эффективность алгоритмов, как и в подразделе 3.3 настоящей работы, оценивалась методом статистического моделирования посредством оценки помехоустойчивости системы МІМО для конфигурации 4 из 8 при различных значениях коэффициентов корреляции и при следующих общих условиях:

- метод модуляции 64-QAM;
- метод демодуляции MMSE;
- вид помехоустойчивого кодирования турбокодирование (скорость 1/2, число итераций декодирования – 4);
- исследуемые алгоритмы автовыбора антенн:
- оптимальный (полного перебора) с критерием максимума пропускной способности (12) (MaxCapFull);
- оптимальный с критерием минимума следа корреляционной матрицы
 ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf);

- квазиоптимальный (пошагово понижающий размерность исходной матрицы канала алгоритм неполного перебора) с критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (63) (IDZF);
- квазиоптимальный (пошагово увеличивающий размерность формируемой матрицы канала алгоритм неполного перебора) с критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (59) (IIZF);
- матрица канала Н точно известна на приемной стороне;
- число передающих антенн N = 8;
- число передающих радиотрактов P = 4;
- число приемных антенн M = 8;
- число приемных радиотрактов L = 4;
- вид замираний в канале связи МІМО коррелированные пространственные на основе модели Кронекера (65), где корреляционные матрицы вычисляются по формуле (66);
- длина кадра 573 бита;
- число экспериментов более 100000 (обоснование выбора количества экспериментов в Приложении 2);
- доверительный интервал 0,25 · 10⁻⁴ (приложение 2).

На рисунках Рис. 20, Рис. 21 представлены результаты моделирования четырех алгоритмов – двух оптимальных с лучшим из известных (12) и новым критерием оптимальности (40) и двух новых квазиоптимальных алгоритмов с новым критерием оптимальности (40) в условиях наличия пространственной корреляции замираний на основе модели Кронекера при одной и той же конфигурации системы МІМО 4*x*8, значении коэффициента $\rho_r = 0$, значениях коэффициента $\rho_r = 0$, двных 0,3 и - 0,3. Для комбинаци $\rho_r = 0$, $\rho_t = 0$, т.е. в отсутствии пространственных коррелированных замираний, результаты моделирований при конфигурации МІМО 4*x*8 представлены в подразделе 3.3 на рисунках Рис. 15, Рис. 18.



Рис. 20. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных

замираний при коэффициенте ρ_t , равном 0,3



Рис. 21. Помехоустойчивость системы МІМО 4*x*8 в условиях пространственных замираний при коэффициенте *р*, равном -0,3

Далее на Рис. 22, Рис. 23 представлены результаты моделирования тех же четырех алгоритмов с Рис. 20, Рис. 21 при той же конфигурации системы МІМО 4x8, значении коэффициента $\rho_r = 0$ и значениях коэффициента ρ_t , равных 0,6 и - 0,6.



Рис. 22. Помехоустойчивость системы МІМО 4х8 в условиях пространственных

замираний при коэффициенте ρ_t , равном 0,6



Рис. 23. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных замираний при коэффициенте ρ_t , равном -0,6

На Рис. 24, Рис. 25 представлены результаты моделирования тех же четырех алгоритмов с Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23 при той же конфигурации системы МІМО 4x8, значениях коэффициента ρ_r , равных 0,3 и - 0,3 и значении коэффициента ρ_t , равном 0.



Рис. 24. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных

замираний при коэффициенте ρ_r , равном 0,3



Рис. 25. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных замираний при коэффициенте ρ_r , равном -0,3

Ниже на Рис. 26, Рис. 27 представлены результаты моделирования тех же четырех алгоритмов с Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23, Рис. 24, Рис. 25 при той же конфигурации системы МІМО 4x8, значениях коэффициента ρ_r , равных 0,6 и - 0,6, значении коэффициента ρ_r , равном 0.



Рис. 26. Помехоустойчивость системы МІМО 4*x*8 в условиях пространственных

замираний при коэффициенте ρ_r , равном 0,6



Рис. 27. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных замираний при коэффициенте ρ_r , равном -0,6

Также на Рис. 28, Рис. 29 представлены результаты моделирования тех же четырех алгоритмов с Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23, Рис. 24, Рис. 25, Рис. 26, Рис. 27 при той же конфигурации системы МІМО 4*x*8, одинаковых значениях коэффициентов ρ_r и ρ_t , равных 0,3 и равных 0,6.



Рис. 28. Помехоустойчивость системы МІМО 4*x*8 в условиях пространственных

замираний при коэффициентах ρ_r и ρ_t , равных 0,3



Рис. 29. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных замираний при коэффициентах ρ_r и ρ_t , равных 0,6

Далее на Рис. 30, Рис. 31 представлены результаты моделирования тех же четырех алгоритмов с Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23, Рис. 24, Рис. 25, Рис. 26, Рис. 27, Рис. 28, Рис. 29 при той же конфигурации системы MIMO 4*x*8,

коэффициенте ρ_r , равном -0,3 и ρ_t , равном 0,3 (на Рис. 30), коэффициенте ρ_r , равном 0,6, а ρ_t , равном 0,3 (на Рис. 31).



Рис. 30. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных

замираний при коэффициенте ρ_r , равном -0,3, а ρ_t , равном 0,3



Рис. 31. Помехоустойчивость системы МІМО 4*x*8 в условиях пространственных замираний при коэффициенте ρ_r , равном 0,6, а ρ_t , равном 0,3

На Рис. 32, Рис. 33 представлены результаты моделирования тех же четырех алгоритмов с Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23, Рис. 24, Рис. 25, Рис. 26, Рис. 27, Рис.

28, Рис. 29, Рис. 30, Рис. 31 при той же конфигурации системы МІМО 4x8, коэффициенте ρ_r , равном - 0,6 и ρ_t , равном 0,3 (на Рис. 32), коэффициенте ρ_r , равном - 0,6, а ρ_t , равном 0,6 (на Рис. 33).



Рис. 32. Помехоустойчивость системы МІМО 4x8 в условиях пространственных

замираний при коэффициенте ρ_r , равном -0,6, а ρ_t , равном 0,3



Рис. 33. Помехоустойчивость системы МІМО 4*x*8 в условиях пространственных замираний при коэффициенте ρ_r , равном -0,6, а ρ_t , равном 0,6

Результаты анализа кривых помехоустойчивости на Рис. 20, Рис. 21, Рис. 22, Рис. 23, Рис. 24, Рис. 25, Рис. 26, Рис. 27, Рис. 28, Рис. 29, Рис. 30, Рис. 31, Рис. 32, Рис. 33 представлены в Табл. 3.

В Табл. 3 представлена сводная информация по энергетическому выигрышу в сравнении со значениями ОСШ на уровне коэффициента *BER*, равном 10⁻³, взятыми для оптимального алгоритма с лучшим из известных критериев оптимальности (12). Выигрыш оценивался при использовании оптимального алгоритма с новым критерием оптимальности (40) и его двух новых упрощенных аналогов (59), (63) с новым критерием оптимальности (40) в условиях наличия пространственной корреляции замираний на основе модели Кронекера при одной и той же конфигурации системы МІМО 4(8)*x*4(8) и при разных значениях коэффициентов корреляции на приеме ρ_r или на передаче ρ_t по модели (66).

Табл. 3. Сводная оценка энергетического выигрыша при использовании в системе связи МІМО алгоритмов с новым критерием оптимальности (40) в условиях наличия пространственной корреляции замираний в сравнении со значениями ОСШ, взятыми для оптимального алгоритма с лучшим из известных критериев оптимальности (12) на уровне 10⁻³ по *BER*.

Конфигурация системы МІМО 4 <i>х</i> 8									
ρ_r	0	0	0	0	0	0,3	-0,3	0,6	
ρ_{t}	0	0,3	-0,3	0,6	-0,6	0	0	0	
$\frac{E_b / N_o}{MaxCapFull}_{BER=10^{-3}}$	3,7	3,1	3,05	3,95	4,05	3,05	3,2	4,05	
$\Delta_{MinTrVzf}$	-0,6	-0,5	-0,6	-0,6	-0,6	-0,5	-0,6	-0,65	
Δ_{IDMMSE}	0,2	0,3	0,3	0,2	0,45	0,25	0,25	0,25	
Δ_{IIMMSE}	0,7	1,0	0,9	1,2	1,05	0,85	0,65	1,05	
		Кон	фигураци	ия систем	ы МІМО	4 <i>x</i> 8			
ρ_r	-0,6	0,3	0,6	-0,3	0,6	-0,6	-0,6		
$ ho_t$	0	0,3	0,6	0,3	0,3	0,3	0,6		
E_b / N_o MaxCapFull BER=10 ⁻³	4,05	3,5	5,4	3,45	4,25	4,35	5,3		
$\Delta_{MinTrVzf}$	-0,7	-0,5	-0,9	-0,5	-0,75	-0,7	-0,8		

$\Delta_{\textit{IDMMSE}}$	0,25	0,2	0,4	0,3	0,55	0,35	0,5
Δ_{IIMMSE}	1,0	0,8	1,2	0,75	1,2	1,0	1,4

Из Табл. 3 очевидно преимущество в помехоустойчивости системы MIMO при использовании нового оптимального алгоритма с новым критерием (40) и незначительное отставание при использовании новых квазиоптимальных алгоритмов (59), (63) от оптимального алгоритма с лучшим из известных критериев оптимальности (12).

3.5. Вычислительная сложность для алгоритма неполного перебора с новым критерием оптимальности

Вычислительная сложность алгоритма неполного перебора IIZF.

Для оценки вычислительной сложности нового алгоритма неполного перебора IIZF (59) (основан на пошаговом увеличении количества выбираемых антенн, вплоть до заданного) с новым критерием – минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf) повторим логику работы этого алгоритма, описанную в подразделе 3.1, оценивая вычислительную сложность на каждом шаге.

Оценку произведем для конфигурации МІМО с N = M и L = P.

Шаг 1. Из полной матрицы канала **H** выбирается максимальный по модулю элемент $h_{\hat{i}(1)\hat{j}(1)}$, что требует вычисления модуля и дальнейшего сравнения всех комплексных элементов матрицы **H**.

Известно, что модуль комплексного числа z = x + iy вычисляется с помощью выражения $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вычисление модулей всех элементов матрицы **H** требует $2N^2$ действительных умножений и N^2 действительных сложений. Операцию вычисления корня квадратного можно не учитывать, поскольку он определяется табличным способом, таблица значений квадратного корня хранится в памяти. В то же время, сравнение значений всех элементов h_{ii} требует N^2 действительных

сложений и выполняется в реальном времени. Таким образом, число операций на первом шаге $v_1^{y_{MH}} = 2N^2$ и $v_1^{c_n} = 2N^2$.

Шаг 2. Перебираются подматрицы с числом переборов $(N-1)^2$. Учитывая полученное ранее выражение (42), в котором $Q = (N-1)^2$, а L = P = 2, получим необходимое количество операций на втором шаге (67):

$$v_{2}^{\mathcal{V}MH} = 34 \cdot (N-1)^{2}$$

$$v_{2}^{CI} = 25 \cdot (N-1)^{2}$$
(67)

На шаге «п». Перебираются подматрицы с числом переборов $(N - n + 1)^2$. Учитывая полученное ранее выражение (42), в котором $Q = (N - n + 1)^2$, L = P = n, получим необходимое количество операций на втором шаге:

$$V_{n}^{y_{MH}} = (N - n + 1)^{2} \cdot \left[2 \cdot n^{3} + (4 \cdot n + 1) \cdot \frac{n^{2}}{2} \right],$$

$$V_{n}^{c_{n}} = (N - n + 1)^{2} \cdot \left[2 \cdot n^{3} + (4 \cdot n - 4) \cdot \frac{n^{2}}{2} + n - 1 \right].$$
(68)

где n = 1...L.

Для завершения оценки вычислительной сложности необходимо просуммировать вычислительную сложность на всех шагах работы алгоритма IIZF.

$$v_{IIZF}^{y_{MH}} = v_1^{y_{MH}} + \sum_{n=2}^{L} v_n^{y_{MH}} = 2N^2 + \sum_{n=1}^{L} \left[(N-n+1)^2 \cdot \left[2n^3 + (4n+1)\frac{n^2}{2} \right] \right],$$

$$v_{IIZF}^{c_n} = v_1^{c_n} + \sum_{n=2}^{L} v_n^{c_n} = 2N^2 + \sum_{n=1}^{L} \left[(N-n+1)^2 \cdot \left[2n^3 + (4n-4)\frac{n^2}{2} + n - 1 \right] \right].$$
(69)

Запишем в общем виде итоговое выражение для расчета вычислительной сложности алгоритма неполного перебора IIZF:

$$v_{IIZF} = v_{IIZF}^{y_{MH}} + v_{IIZF}^{c_n}, \qquad (70)$$

где значения $V_{IIZF}^{y_{MH}}$ и $V_{IIZF}^{c_{n}}$ взяты из выражения (69).

Вычислительная сложность алгоритма неполного перебора IDZF.

Для оценки вычислительной сложности нового алгоритма неполного перебора IDZF (63) (основан на пошаговом уменьшении количества выбираемых антенн, вплоть до заданного) с новым критерием – минимум следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции (40) (MinTrVzf) повторим логику работы этого алгоритма, описанную в подразделе 3.2, оценивая вычислительную сложность на каждом шаге.

Оценку произведем для конфигурации MIMO с N = M и L = P.

Шаг 1. Из полной матрицы канала **H** после перебора всех подматриц размерности $(N-1) \times (N-1)$ исключается строка $\hat{i}(1)$ и столбец $\hat{j}(1)$, удовлетворяющие условию (61). Вычислительная сложность таких операций рассчитывается, исходя из выражения (41) при P = L = (N-1) и требует всего N^2 операций перебора и сравнений всех полученных значений.

На первом шаге всего требуется

$$v_1^{y_{MH}} = \left[2 \cdot (N-1)^3 + (4 \cdot (N-1)+1) \cdot \frac{(N-1)^2}{2} \right] \cdot N^2$$
 действительных умножений и
 $v_1^{c_n} = \left[2 \cdot (N-1)^3 + (4 \cdot (N-1)-4) \cdot \frac{(N-1)^2}{2} + (N-1)-1 \right] \cdot N^2$ действительных

сложений.

В результате работы алгоритма на первом шаге размерность матрицы **Н** уменьшится.

Шаг 2. Из неполной матрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}^{(1)}$, размерность которой $(N-1)\times(N-1)$, после перебора всех подматриц размерности $(N-2)\times(N-2)$ исключается строка $\hat{i}(2)$ и столбец $\hat{j}(2)$, удовлетворяющие условию (62). Вычислительная сложность таких операций рассчитывается исходя из выражения (41) при P = L = (N-2) и требует всего $(N-1)^2$ операций перебора и сравнений всех полученных значений.

На втором шаге всего требуется операций

$$v_2^{\text{умн}} = \left[2 \cdot (N-2)^3 + (4 \cdot (N-2)+1) \cdot \frac{(N-2)^2}{2} \right] \cdot (N-1)^2$$
 действительных умножений
и $v_2^{\text{сл}} = \left[2 \cdot (N-2)^3 + (4 \cdot (N-2)-4) \cdot \frac{(N-2)^2}{2} + (N-2)-1 \right] \cdot (N-1)^2$ действительных

сложений.

В результате работы алгоритма на втором шаге размерность матрицы $\tilde{\mathbf{H}}^{(1)}$ также уменьшится.

На шаге «п». Из неполной матрицы канала $\tilde{\mathbf{H}}^{(n-1)}$, размерность которой $(N-n+1)\times(N-n+1)$, после перебора всех подматриц размерности $(N-n)\times(N-n)$ исключается строка $\hat{i}(n)$ и столбец $\hat{j}(n)$, удовлетворяющие условию (63). Вычислительная сложность таких операций рассчитывается, исходя из выражения (41) при P = L = (N-n) и требует всего $(N-n+1)^2$ операций перебора и сравнений всех полученных значений, где n = 1...(N-L).

На шаге «n» всего требуется
$$v_n^{\text{умн}} = \left[2 \cdot (N-n)^3 + (4 \cdot (N-n)+1) \cdot \frac{(N-n)^2}{2}\right] \cdot (N-n+1)^2$$
 действительных

умножений и $v_n^{cn} = \left[2 \cdot (N-n)^3 + (4 \cdot (N-n) - 4) \cdot \frac{(N-n)^2}{2} + (N-n) - 1\right] \cdot (N-n+1)^2$

сложений.

В результате работы алгоритма размерность матрицы $\tilde{\mathbf{H}}^{(n-1)}$ на шаге «n» уменьшится до целевой матрицы размерности $L \times P$, где L = P.

Для завершения оценки вычислительной сложности необходимо просуммировать вычислительную сложность на всех шагах работы алгоритма IDZF.

$$\begin{aligned} v_{IDZF}^{y_{MH}} &= \sum_{n=1}^{N-L} v_{n}^{y_{MH}} = \\ &= \sum_{n=1}^{N-L} \left[\left[2 \cdot (N-n)^{3} + (4 \cdot (N-n) + 1) \cdot \frac{(N-n)^{2}}{2} \right] \cdot (N-n+1)^{2} \right], \end{aligned}$$
(71)
$$\begin{aligned} v_{IDZF}^{c_{n}} &= \sum_{n=1}^{N-L} v_{n}^{c_{n}} = \\ &= \sum_{n=1}^{N-L} \left[\left[2 \cdot (N-n)^{3} + (4 \cdot (N-n) - 4) \cdot \frac{(N-n)^{2}}{2} + (N-n) - 1 \right] \cdot (N-n+1)^{2} \right]. \end{aligned}$$

3.6. Выводы к разделу 3

1. В конфигурации MIMO 10x14 при значении $BER = 10^{-4}$ выигрыш от использования с оптимальным алгоритмом нового критерия MinTrVzf (43) в сравнению с использованием критерия MaxCapFull (12) составляет 1 дБ. Характеристики помехоустойчивости системы становятся лучше при более низких значениях коэффициента *BER*.

2. Оптимальный алгоритм с новым критерием минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции MinTrVzf (43) при значении BER = 10^{-3} демонстрирует выигрыш в 0,8 дБ в условиях наличия пространственных корреляций замираний, для МІМО низкой размерности 4x8 и при значениях коэффициентов корреляции $\rho_r = -0.6$, $\rho_t = 0.6$ (66).

3. Характеристики помехоустойчивости системы связи МІМО при использовании нового критерия оптимальности MinTrVzf (43) улучшаются с ростом количества активных и пассивных антенн. С усилением пространственной корреляции выигрыш в помехоустойчивости при использовании в виде критерия oптимальности нового критерия MinTrVzf (43) также растет в сравнении использованием критерия MaxCapFull (12) при одних и тех же коэффициентах корреляции.

4. Снижение помехоустойчивости системы МІМО в случае применения квазиоптимальных алгоритмов можно компенсировать выбором лучшего критерия

оптимальности, т.е. критерия, по которому обычно осуществляется выбор радиотрактов. Новые квазиоптимальные алгоритмы IIZF (59), IDZF (63) демонстрируют характеристики помехоустойчивости незначительно уступающие характеристиками лучших оптимальных алгоритмов MinTrVzf (43) и MaxCapFull (12). Система с алгоритмом IIZF (59) демонстрирует потери 0,2 – 0,5 дБ в сравнении с оптимальным алгоритмом с критерием MaxCapFull (12), а с алгоритмом IDZF (63) – демонстрирует потери до 1,2 дБ,

4. Оценка возможности практической реализации предложенных алгоритмов переключения антенн

Целью четвертого раздела является комплексная оценка вычислительной сложности всех представленных в работе алгоритмов переключения антенн.

Обоснована возможность практического применения алгоритмов переключения антенн в современных системах связи.

В то же время, проанализированы величины энергетических потерь и их влияние на помехоустойчивость системы МІМО в антенных переключателях, используемых для формирования радиотрактов.

Предложены рекомендации по использованию переключателей и частотных диапазонов для получения максимальных энергетических преимуществ в системах MIMO с автовыбором (переключением) антенн.

При всех заметных положительных результатах диссертационной работы сохраняется актуальность снижения энергетических потерь и снижения вычислительной сложности алгоритмов переключения антенн при сохранении или, что вполне возможно, улучшении характеристик помехоустойчивости систем.

4.1. Оценка вычислительной сложности при использовании различных критериев переключения антенн в условиях полного и неполного перебора

Ниже в Табл. 4 и Табл. 5 приведены результаты оценки вычислительной сложности для оптимальных алгоритмов с известными Frob (11), MaxCapFull (12) и новым критерием оптимальности MinTrVzf (40), в том числе с его упрощенной модификацией MinTrVzf_no_inv (54). Также приведены результаты оценки вычислительной сложности для упрощенных алгоритмов неполного перебора с известными NSA (14), (15), IDNSA (16), (17) и новым критерием оптимальности IIZF (59), IDZF (63). Оценки приведены, в том числе, и для системы MIMO высокого порядка с количеством пассивных антенн, равным 64.

Табл. 4. Оценка вычислительной сложности для различных алгоритмов автовыбора антенн в системе МІМО.

	Bce	го операц	ий действ	ительного	умножени	я и дейст	вительног	о сложени	Я
Трак-	Ан-	MaxCap	MinTrV	MinTrV	IDZF	IIZF	Frob	IDNSA	NSA
тов	тенн	Full	zf	zf_no_inv	10 El	11231	1100	IDIGII	11011
4	12	$1,6.10^{8}$	$1,0.10^{8}$	$7,1.10^{7}$	$3,4 \cdot 10^{6}$	6,9 ·10 ⁴	$7,6 \cdot 10^{6}$	$1,1.10^{3}$	$2,2.10^{2}$
6	12	$1,8 \cdot 10^{9}$	$1,2.10^{9}$	$6,1 \cdot 10^8$	$3,6 \cdot 10^{6}$	$2,1\cdot 10^{5}$	$6,9 \cdot 10^{7}$	$1,1.10^{3}$	$3,1.10^{2}$
8	12	$1,2.10^{9}$	$8,4.10^{8}$	$3,3.10^{8}$	$3,7 \cdot 10^{6}$	$4,1\cdot 10^{5}$	$3,8 \cdot 10^{7}$	$8,5 \cdot 10^2$	$4,1.10^{2}$
4	10	$2,8 \cdot 10^7$	$1,8 \cdot 10^{7}$	$1,3 \cdot 10^{7}$	$1,1.10^{6}$	$4,3 \cdot 10^4$	$1,4 \cdot 10^{6}$	$6,6 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^2$
6	10	$9,1.10^{7}$	6,3·10 ⁷	$3,2.10^{7}$	$1,2.10^{6}$	1,2 ·10 ⁵	$3,6 \cdot 10^{6}$	$5,7 \cdot 10^2$	$2,6 \cdot 10^2$
8	10	9,6·10 ⁶	$6,9 \cdot 10^{6}$	$2,7 \cdot 10^{6}$	$1,2 \cdot 10^{6}$	$2,0.10^{5}$	$3,1.10^{5}$	$3,3 \cdot 10^2$	$3,4.10^{2}$
4	8	$3,2 \cdot 10^{6}$	$2,0.10^{6}$	$1,4 \cdot 10^{6}$	3,0·10 ⁵	$2,3 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^{5}$	$3,4 \cdot 10^2$	$1,4 \cdot 10^2$
6	8	$1,6.10^{5}$	$1,1.10^{6}$	5,6·10 ⁵	$3,0.10^{5}$	5,4 ·10 ⁴	$6,4.10^{4}$	$2,1.10^{2}$	$2,1.10^{2}$
	Табл	. 5. Оце	нка выч	ислительн	юй слож	ности д	ля разли	чных ал	горитмов

автовыбора антенн в системе MIMO высокого порядка.

	Всего операций для МІМО высоких порядков									
Трак- тов	Ан- тенн	MaxCap Full	MinTrV zf	IDZF	IIZF	Frob	IDNSA	NSA		
8	64	9,3·10 ²²	$6,7 \cdot 10^{22}$	$5,0.10^{10}$	$3,4 \cdot 10^7$	$3,0.10^{21}$	$8,5 \cdot 10^{4}$	$2,2 \cdot 10^{3}$		
24	64	$7,4 \cdot 10^{39}$	$6,0.10^{39}$	$8,5 \cdot 10^{10}$	1,5 ·10 ⁹	$1,0 \cdot 10^{38}$	$1,5 \cdot 10^{5}$	$6,3 \cdot 10^{3}$		
32	64	$9,4 \cdot 10^{41}$	$7,6 \cdot 10^{41}$	$8,9 \cdot 10^{10}$	3,4 ·10 ⁹	$1,0 \cdot 10^{40}$	$1,5 \cdot 10^{5}$	$8,3 \cdot 10^{3}$		
48	64	$2,2.10^{35}$	$1,8 \cdot 10^{35}$	$9,0.10^{10}$	$8,2 \cdot 10^{9}$	$1,6.10^{33}$	$9,4 \cdot 10^{4}$	$1,2 \cdot 10^4$		

Данные в Табл. 4 и Табл. 5 демонстрируют возможность практического применения нового алгоритма неполного перебора IIZF (59). Далее это будет обосновано оценкой времени, затрачиваемого современным микропроцессором на реализацию этого алгоритма как на стороне базовой станции, так и на стороне мобильного терминала пользователя, при различных конфигурациях MIMO.

Производительность современных микропроцессоров составляет десятки и сотни ГФлопс (FLOPS, количество операций с плавающей запятой в секунду). Так, процессор Эльбрус 8СВ набирает в тестах 378 ГФлопс и даже 576 ГФлопс, процессор Эльбрус–16С демонстрирует производительность в 750 ГФлопс, а в перспективе производительность Эльбрус–16С составит 1536 ГФлопс [89], [90]. Процессоры семейства Эльбрус могут быть использованы на стороне базовой станции. Производительность современных процессоров для мобильных

пользовательских устройств составляет 150 – 380 ГФлопс для Qualcomm Snapdragon серии 800 [91].

В Табл. 6 показана оценка времени, требуемого процессорам Эльбрус и Qualcomm для поиска лучшей комбинации передающих и приемных радиотрактов при использовании нового алгоритма неполного перебора IIZF (59). Данные получены по формуле:

$$t_{(IIZF)} = \frac{V_{(IIZF)}}{GFlops_{processor}},$$
(72)

где *V_{IIZF}* – общая вычислительная сложность для приведенной в Табл. 6 конфигурации антенн МІМО, рассчитанная по формуле (70); *GFlops_{processor}* – производительность, выраженная в количестве операций с плавающей запятой в секунду, для определенного микропроцессора.

Табл. 6. Время, требуемое процессору для поиска лучшей комбинации передающих и приемных радиотрактов для МІМО различных конфигураций.

			Максимальное время на обработку, с			
Трактов	Антенн	IIZF операций, ед.	Qualcomm Snapdragon 8xx	Эльбрус – 16С	Эльбрус 8CB	
8	64	$3,40\cdot 10^7$	$2,27 \cdot 10^{-4} c$	4,53·10⁻⁵ c	8,99 · 10 ^{−5} c	
6	12	$2,12 \cdot 10^{5}$	$1,42 \cdot 10^{-6} c$	$2,83 \cdot 10^{-7} c$	$5,61 \cdot 10^{-7} c$	
6	10	1,19·10 ⁵	$7,95 \cdot 10^{-7} \mathrm{c}$	$1,59 \cdot 10^{-7} \mathrm{c}$	$3,15 \cdot 10^{-7} c$	
4	8	$2,29 \cdot 10^4$	$1,53 \cdot 10^{-7} \mathrm{c}$	3,05·10 ⁻⁸ c	6,06·10 ⁻⁸ c	

Выполним подсчет примерных временных интервалов, по истечение которых требуется переключать антенны. Для этой цели оценим, в течение какого времени параметры канала остаются постоянными. Типовая частота для сосременных систем связи – 3 ГГц. Выполним оценку для случая перемещения пользовательского терминала в пространстве со скоростью 72 км/час или 20 м/с. Доплеровский сдвиг частоты определяется по формуле [112]:

$$f_d = \frac{V}{\lambda} = \frac{V \cdot f}{c},\tag{73}$$

где в числителе – скорость движения, а в знаменателе – длина волны, соответствующая частоте сигнала или, что одно и то же – отношение скорости свята к несущей частоте.

При обозначенных выше вводных доплеровский сдвиг частоты будет равным 200 Гц. Таким образом, период колебания составляет 1/200 секунд или 5 миллисекунд – это время за которое существенно меняется состояние канала связи.

Возьмем интервал в 100 раз меньше и примем за время, в течение которого параметры канала практически постоянны. Это интервал – 0,05 миллисекунд. В течение этого интервала времени переключать антенны нет необходимости.

Из Табл. 6 очевидно, что быстродействия современных микропроцессоров, в случае использования в ней предложенного нового квазиоптимального алгоритма IIZF (59), будет достаточно для поиска лучшей комбинации антенн в системе MIMO, а также и для периодического переключения антенн.

На следующих рисунках наглядно для визуального сравнения представлена оценка вычислительной сложности для различных алгоритмов автовыбора антенн в системе MIMO.

На Рис. 34, Рис. 35 наглядно представлена вычислительная сложность реализации известных и новых алгоритмов полного и неполного перебора. Показана сумма действительных операций сложений и умножений при различном равном количестве приемных и передающих радиотрактов для МІМО с 8 пассивными приемными и 8 передающими антеннами.



Рис. 34. Вычислительная сложность реализации известных и новых алгоритмов полного и неполного перебора для восьми пассивных приемных и передающих антенн.



Рис. 35. Вычислительная сложность реализации известных и новых алгоритмов полного и неполного перебора для восьми пассивных приемных и передающих

антенн.

На Рис. 36, Рис. 37 показана сумма действительных операций сложений и умножений для реализации различных алгоритмов при различном количестве радиотрактов, одинаковом на приемной и передающей сторонах, для МІМО с четырнадцатью пассивными приемными и четырнадцатью передающими антеннами.



Рис. 36. Вычислительная сложность реализации алгоритмов полного и неполного перебора для четырнадцати пассивных приемных и передающих антенн.



Рис. 37. Вычислительная сложность реализации алгоритмов полного и неполного перебора для четырнадцати пассивных приемных и передающих антенн.

На Рис. 38 наглядно представлена вычислительная сложность реализации известного оптимального алгоритма Frob (11), известных алгоритмов неполного перебора NSA (14), (15), IDNSA (16), (17) и новых алгоритмов неполного перебора IIZF (59), IDZF (63). Показана сумма действительных операций сложений и умножений при количестве приемных и количестве передающих радиотрактов равном шести для системы MIMO с четырнадцатью приемными и четырнадцатью передающими пассивными антеннами.



Рис. 38. Вычислительная сложность реализации оптимального алгоритма Frob (11), алгоритмов неполного перебора NSA (14), (15), IDNSA (16), (17) и новых алгоритмов неполного перебора IIZF (59), IDZF (63) для четырнадцати пассивных приемных и передающих антенн.

На Рис. 39 и Рис. 40 наглядно представлена вычислительная сложность реализации различных алгоритмов. Показана сумма операций действительных сложений и действительных умножений для различных конфигураций приемных и передающих радиотрактов в МІМО высокого порядка с шестьюдесятью четырьмя пассивными приемными и шестьюдесятью четырьмя передающими антеннами.



Рис. 39. Вычислительная сложность реализации известных и новых алгоритмов полного и неполного перебора для шестидесяти четырех пассивных приемных и

передающих антенн.



Рис. 40. Вычислительная сложность реализации известных NSA (14), (15), IDNSA (16), (17) и нового алгоритма неполного перебора IIZF (59) для шестидесяти четырех пассивных приемных и передающих антенн.

Из анализа вычислительной сложности представленных на Рис. 34, Рис. 35, Рис. 36, Рис. 37, Рис. 38 и Рис. 39 алгоритмов можно сделать вывод о значительном

преимуществе нового алгоритма неполного перебора IIZF (59) с новым критерием оптимальности MinTrVzf (40) над известными оптимальными алгоритмами полного перебора с критериями оптимальности Frob (11), MaxCapFull (12) для большинства комбинаций активных радиотрактов и пассивных антенн MIMO.

Предлагаемый новый оптимальный алгоритм с новым критерием MinTrVzf (40) демонстрирует в 1,5 раза более низкую вычислительную сложность в сравнении с лучшим из известных оптимальных алгоритмов с критерием MaxCapFull (12).

Вычислительная сложность нового алгоритма неполного перебора IIZF (59) в сравнении с лучшим из известных оптимальных алгоритмов MaxCapFull (12) значительно, до двух – трех порядков, ниже для конфигураций MIMO с количеством пассивных антенн 8, 10, 12. При этом, как это продемонстрировано в подразделах 3.3 и 3.4, системы связи с этими алгоритмами демонстрируют схожие характеристики помехоустойчивости (Рис. 18, Рис. 19).

Из анализа данных, визуально представленных на Рис. 40, можно сделать вывод о том, что в системах MIMO высоких порядков вычислительная сложность нового алгоритма неполного перебора IIZF (59) на три – четыре порядка выше вычислительной сложности наиболее простых из известных алгоритмов неполного перебора NSA (14), (15), IDNSA (16), (17), что не является помехой к использованию нового алгоритма в реальных современных системах связи при относительно небольшом количестве радиотрактов (например, при конфигурации MIMO 8 на 64), но дает основания для продолжения поиска более простых алгоритмов, при использовании которых достигаются сравнимые характеристики помехоустойчивости. Разница в характеристиках помехоустойчивости системы MIMO при использовании нового алгоритма неполного перебора IIZF (59) и известных алгоритмов неполного перебора NSA (14), (15), IDNSA (16), (17) наглядно продемонстрирована на Рис. 18, Рис. 19, где очевидно, что алгоритмы NSA, IDNSA (описаны в 1.3) демонстрируют низкую эффективность.

4.2. Оценка энергетических потерь в антенных переключателях

Антенные переключатели необходимы для переключения антенн в целях выбора оптимальной комбинации активных антенн в системе МІМО в каждый При отдельный период времени. оценке вносимых переключателями энергетических потерь, следует учитывать наличие потерь как на передающей, так и на приемной сторонах, т.е. табличные значения потерь необходимо удваивать. Характеристики переключателей каталогах ведущих есть В мировых производителей, таких как Murata Manufacturing Company Ltd, Peregrine Semiconductor Corporation, Keysight Technologies, Radiall [20], [21], [22]. [36], [37], [107], [108], [110].

Удобная классификация переключателей антенн представлена на сайте pSemi в части продукция [111]. Там же размещен актуальный каталог.

Так, сверхвысокочастотные переключатели делят на группы (классы):

- с высокой изоляцией (развязкой входа и выхода);

- с высоколинейными характеристиками;

- с низкими внутренними потерями;

- широкополосные;

- высокой мощности;

– для подстройки антенн;

- с расширенным температурным диапазоном;

– и др.

Более чем 25 лет развивая технологию Si & Al2O3 или кремний на сапфире, компания Peregrine Semiconductor совершенствует технологию UltraCMOS, которая по ряду показателей обладает лучшими параметрами, чем десятилетиями доминирующая на рынке технология GaAs. К достоинствам переключателей pSemi относят их низкую стоимость, низкое энергопотребление, высокую линейность характеристик и расширенный рабочий диапазон температур. По этим параметрам они превосходят некоторые традиционные GaAs переключатели. Однако, это не

самые быстрые и мощные переключатели. Лучшее время переключения составляет 145 нс. Коммутируемая мощность 18 Вт [38].

Хорошее сравнение характеристик широкополосных СВЧ переключателей представлено в Интернет на портале Хабр [39].

Сравнительные характеристики известных СВЧ переключателей представлены в следующих таблицах: Табл. 7, Табл. 8, Табл. 9.

Табл. 7. Линейка широкополосных СВЧ переключателей – pSemi с сопротивлением тракта 50 Ом

Конфигу		Рабочая частота, ГГц		Потери, дБ		Изоляция,		DO 1 75	IP3 по	Скорость
P/N	конфигу						дБ		входу,	переключения
4	рация	Мин.	Max.	Мин.	Max.	Мин.	Max.	ДDМ	дБм	(вкл. / выкл), нс
PE42524	SPDT	0,01	40	0,6	5,5	33	84	32,5	52	225
PE42522	SPDT	0,000009	26,5	0,7	5,3	22	73	33	59	3000
PE42542	SP4T	0,000009	18	0,7	31	27	90	33	58	3000
PE42543	SP4T	0,000009	18	0,7	3,2	29	90	33	59	500
PE42520	SPDT	0,000009	13	0,6	2	18	90	39	66	5500
PE42521	SPDT	0,000009	13	0,6	1,85	17	90	39	65	500
PE95421	SPDT	0,001	8,5	0,77	1,38	38	75,6	33	60	700
PE95420	SPDT	0,001	8,5	0,77	1,38	38	48	33	60	700/300
PE42020	SPDT	0	8	0,6	1,1	34	84	38	62	10000
PE42540	SP4T	0,00001	8	0,7	1,2	31	90	33	58	5000
PE42553	SPDT	0,000009	8	0,6	0,85	41	45	39	66	5500
PE42441	SP4T	0,01	8	0,8	1,2	31	33	31	58	5000

Табл. 8. Сравнение характеристик СВЧ переключателя - РЕ42522 с

ведущими мировыми производителями

Микрос	хема	PE42522	HMC547LP3	HMMC-2027	MP203	MASW-0021 03-1363	TGS2353–2
Производ	цитель	Peregrine	Hittite (ADI)	Agilent (Keysight)	Микран	MACOM	Triquint(Qorvo)
Рабочая	Мин.	0,000009	DC	DC	0,1	0,05	0,5
частота, ГГц	Макс.	26,5	20	26.5	20	20	18
Потери	1 ГГц	0,9	1,3	1,25	1,35	0,35	0,4
лБ лля	10 ГГц	1,4	1,6	1,4	1,8	0,7	0,75
частот:	15 ГГц	1,9	1,8	1,6	2,1	0,8	1,15
	20 ГГц	3	2	1,7	2,25	1,05	2

	25 ГГц	5,3	2,8	1,85	-	1,45	_
	1 ГГц	82	63	73	58	75	60
Изопяния	10 ГГц	44	47	46	52	46	33
лБ	15 ГГц	35	48	46	44	34	32
A2	20 ГГц	26	39	37	42	28	21
	25 ГГц	22	37	34	—	24	_
Мошность	Р0,1 дБ	31	_	_	-	36	_
лБм	Р1 дБ	_	23	27	_	_	_
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	Макс.	32	30	25	17	38	41
IP3 по вхо	ду, дБм	59	45	_	-	59	_
Скорость п чения (вкл/н	ереклю- зыкл), нс	3000	3,0/6,0	1	0,1/0,9	20	31/18
Потребл мощность	яемая , мкВт	320	15	2000	15000	420000	8000
Корп	yc	LGA-29	QFN-16	Кристалл	Кристалл	Кристалл	Кристалл
Размер, м	м х мм	4 x 4	3 x 3	0,9 x 0,96	1,5 x 1,0	1,44 x 2,112	1,15 x 1,65
Рабоч.	Мин.	-40	-40	-55	-	-65	-40
темп	Макс.	+85	+85	+125	-	+125	+85

По совокупности параметров PE42522 сложно назвать «лучшим в своем классе». Тем не менее у него одна из самых лучших характеристик по потребляемой мощности, лучшая изоляция в 82 дБ на частоте 1 ГГц, IP3 по входу 59 дБм имеет только переключатель MACOM, потребляемая мощность которого выше более чем в 1000 раз.

В классе «до 60 ГГц» сравним с конкурентами широкополосный переключатель pSemi PE426525. По совокупности параметров, переключатель PE426525 лучший переключатель в своем классе. У этого переключателя низкое потребление в 2.7 мкВт. Переключатель работает в расширенном диапазоне рабочих температур (-55...+125 градусов Цельсия).

Табл. 9. Сравнение характеристик СВЧ переключателя – РЕ426525 с характеристиками переключателей ведущих мировых производителей.

Микросхема		PE426525	HMC986A	AMMC-2008	MA4AGSW2
Производ	итель	Peregrine	Hittite (ADI)	Avago	MACOM
Рабочая	Мин.	0,009	0,1	2	0,05
частота, ГГц	Макс.	60	50	50	50

	10 ГГц	0,9	2,0	1,6	0,45
Потори иБ	25 ГГц	1,3	1,8	1,6	0,56
для частот:	45 ГГц	1,7	2,1	2,0	0,7
	50 ГГц	1,9	2,3	1,6	0,65
	60 ГГц	2,6	3,4	_	_
	10 ГГц	76	75	<50	51
Иголяния	25 ГГц	44	35	35	42
лЕ	45 ГГц	39	33	25	35
дв	50 ГГц	38	30	23	33
	60 ГГц	38	27	_	_
Marriera	Р0,1 дБ	_	25	_	_
лБм	Р1 дБ	33	28	14	_
дрм	Макс.	30	27	20	23
IP3 по входу, дБм		48	40	27	_
Скорость чения (вкл	переклю- /выкл), нс	8	11	0,1 / 0,09	20
Управляю	Низкий	-3,0	-3,05,0	-3,0	-1,4
шие уровни, В	Высокий	+3,0	0	0	+1,4
Мощи управлен	ность ия, мкВт	2,7	30	60	28000
Кор	пус	Flip-Chip	Кристалл	Кристалл	Кристалл
Размер, 1	MM X MM	2,495 x 2,149	0,98 x 0,75	0,93 x 0,63	1,245 x 0,78
Рабон темп	Мин.	-55,0	-55,0	-	-55,0
1 000 1. TOMI	Макс.	+125,0	+85,0	-	+125,0

В то же время, для применения в активных системах связи МІМО для получения максимальных преимуществ в энергетических характеристиках желательно использовать переключатели с лучшими параметрами внутренних потерь, величина которых, в идеале, не должна превышать 0,5 дБ. Из известных переключателей такие характеристики достижимы на частотах до 2 ГГц. На частоте в 3 ГГц неплохой считается величина внутренних потерь в 0,7 – 0,8 дБ, а на частоте в 6 ГГц – порядка 1 дБ.

К группе переключателей с низкими внутренними потерями в 2022 году от 0.35 дБ на 1000 МГц, от 0.5 дБ на 2000 МГц, от 0,75 дБ на 3000 МГц и порядка 1 дБ на 6000 МГц отнесены переключатели pSemi PE4239, PE42421, PE42430, PE42440, PE42441, PE4245, PE4250, PE4251, PE4256, PE4259, PE42641.

4.3. Выводы к разделу 4

1. Новый оптимальный алгоритм полного перебора с новым критерием оптимальности MinTrVzf (43) является в 1,5 раза менее сложным в реализации в сравнении с лучшим из известных оптимальных алгоритмов полного перебора MaxCapFull (12).

2. Новый алгоритм неполного перебора с новым критерием оптимальности IIZF (59) в сравнению с лучшими алгоритмами MinTrVzf (43) и MaxCapFull (12) демонстрирует до двух – трех порядков более низкую вычислительную сложность.

3. Новый алгоритм неполного перебора с новым критерием оптимальности IIZF (59) возможно на практике реализовать в реальных системах связи МІМО, что обосновано оценкой времени, затрачиваемого современным микропроцессором на его реализацию, а также подсчетом примерного времени, требуемого для переключения антенн, в том числе при использовании микропроцессоров отечественной архитектуры.

4. Для получения наилучших характеристик помехоустойчивости в системах МІМО с автовыбором (переключением) антенн необходимо использовать переключатели с лучшими параметрами внутренних потерь, величина которых не должна превышать 0,6 дБ. Из известных переключателей такие характеристики достижимы на частотах до 2 ГГц. На частоте в 3 ГГц неплохой считается величина внутренних потерь в 0,7 – 0,8 дБ, а на частоте в 6 ГГц – порядка 1 дБ.
Заключение

Основными результатами диссертационной работы являются:

1. Новый оптимальный алгоритм полного перебора с новым критерием оптимальности в виде минимума следа корреляционной матрицы ошибок демодуляции MinTrVzf (43) с наилучшими результатами в сравнении с лучшим из известных алгоритмов MaxCapFull (12) независимо от антенной конфигурации и значений *BER*. Выигрыш в помехоустойчивости системы при значении $BER = 10^{-3}$ составляет до 0,75 дБ в отсутствии пространственных корреляций замираний для конфигурации MIMO 10*x*14. Характеристики помехоустойчивости при использовании нового критерия оптимальности MinTrVzf (43) улучшаются с ростом количества активных и пассивных антенн. Также растет выигрыш от MinTrVzf (43) в оптимальности использования критерия сравнении С использованием критерия MaxCapFull (12) с усилением корреляционных связей и при более низких значениях BER. Выигрыш в помехоустойчивости системы увеличивается до 1 дБ при более низких значениях $BER = 10^{-4}$. Алгоритм MinTrVzf (43) демонстрирует при значении $BER = 10^{-3}$ выигрыш в 0,8 дБ в условиях наличия пространственных корреляций замираний для МІМО низкой размерности 4x8 и при значениях корреляционных коэффициентов $\rho_r = -0, 6, \rho_r = 0, 6$ (66).

2. Новый оптимальный алгоритм полного перебора с новым критерием оптимальности MinTrVzf (43) является в 1,5 раза менее сложным в реализации в сравнении с лучшим из известных оптимальных алгоритмов полного перебора с критерием оптимальности MaxCapFull (12).

3. Характеристики помехоустойчивости системы связи МІМО с новым алгоритмом неполного перебора IIZF (59) и новым критерием оптимальности (40) сопоставимы с характеристиками лучших оптимальных алгоритмов с критериями MinTrVzf (43) и MaxCapFull (12). Система с алгоритмом IIZF (59) демонстрирует потери 0,2 – 0,5 дБ в сравнении с оптимальным алгоритмом с критерием

MaxCapFull (12), при этом алгоритм IIZF (59) обладает до двух – трех порядков более низкой вычислительной сложностью. Алгоритм неполного перебора IIZF (59) с новым критерием оптимальности (40) можно реализовать в реальных системах связи МІМО, что обосновано оценкой времени, затрачиваемого современным микропроцессором на его реализацию, а также подсчетом примерного времени, требуемого для переключения антенн, в том числе при использовании микропроцессоров отечественной архитектуры.

4. Используемые в системах МІМО с автовыбором антенн антенные переключатели вносят дополнительные потери, при этом на частотах от 2 до 6 ГГц величина внутренних потерь антенных переключателей минимальна и составляет 0,5 – 1 дБ. Этот диапазон частот является основным для современных систем связи.

5. Вычисление нового критерия оптимальности MinTrVzf (43) также можно упростить, используя выражение (54) (Рис. 11).

Таким образом, цель диссертационного исследования достигнута, поставленные задачи решены.

Список сокращений и условных обозначений

ОСШ	– Отношение сигнал/шум (отношение энергии бита к
	спектральной плотности мощности шума)
СВЧ	– Сверх высокие частоты
ЦП	– Цифровой процессор
ЦПТ	– Центральная предельная теорема
BER	– Bit Error Rate, коэффициент битовых ошибок
FER	– Frame Error Rate / Коэффициент ошибок по кадрам
FLOPS	– FLoating-point Operations Per Second, операций с плавающей
	точкой в секунду
IEEE	– Institute of Electrical & Electronics Engineers / Институт
	инженеров по электротехнике и электронике
ІоТ	– Internet of Things, Интернет Вещей
IPS	– Instructions Per Second / Количество инструкций в секунду
LTE	– Long Term Evolution, стандарт сети связи четвертого поколения
	– сети связи беспроводного доступа долговременного развития
MIMO	 Multiple-Input-Multiple-Output / Системы с несколькими
	передающими и несколькими приемными антеннами
OFDM	– Orthogonal-Frequency Division Multiplexing / Ортогональное
	мультиплексирование с частотным уплотнением
QAM	– Quadrature amplitude modulation, квадратурно-амплитудная
	модуляция
SISO	– Single-Input-Single-Output, Системы связи с одной антенной на
	передающей стороне и одной антенной на приемной стороне
UMTS	 – Universal Mobile Telecommunications System networks /
	Технология сотовой связи, разработанная Европейским

институтом телекоммуникационных стандартов (ETSI) для внедрения серей связи третьего поколения 3G

- UltraCMOS Ultra complementary metal-oxide-semiconductor / Комплементарная структура металл-оксид-полупроводник или КМОП – технология изготовления микросхем
- **ZF** Zero Forcing / Метод обнуления, декоррелятор

Список литературы

- Аджемов, А.С. Общая теория связи: учебник для вузов / А.С. Аджемов, В.Г. Санников. – М.: Горячая линия – Телеком, 2018. – 624 С.
- Бакулин, М.Г. Технология МІМО: принципы и алгоритмы / М.Г. Бакулин, Л.А. Варукина, В.Б. Крейнделин. – М.: Горячая линия – Телеком, 2014. – 244 С.
- 3. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / 2-е изд.: пер. с англ. М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. 1104 С.
- Государственная комиссия по радиочастотам при Минкомсвязи России. Решение от 23 октября 2006 года № 06-17-01-001 «О выделении полос радиочастот 1935-1980 МГц, 2010-2025 МГц и 2125-2170 МГц для радиоэлектронных средств стандарта IMT-2000/UMTS на территории Российской Федерации».
- 5. Государственная комиссия по радиочастотам при Минкомсвязи России. Решение от 8 сентября 2011 г. № 11-12-02 «Об использовании радиочастотного спектра радиоэлектронными средствами стандарта LTE и последующих его модификаций».
- Государственная комиссия по радиочастотам при Минкомсвязи России. Решение от 28 декабря 2017 г. № 17-44-06 «Об использовании полос радиочастот радиоэлектронными средствами стандарта LTE и последующих его модификаций в режиме NB-IoT».
- 3GPP TS 36.201 v.8.1.0. Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); LTE Physical Layer; General Description (Release 8). – (https://www.etsi.org/ deliver/etsi_ts/136200_136299/136201/08.01.00_60/ts_136201v080100p.pdf).
- ETSI TS 136 201 V11.1.0 (2013-02). Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); LTE physical layer; General description (3GPP TS 36.201 version 11.1.0 Release 11). – (https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/136200_136299/ 136201/11.01.00_60/ts_136201v110100p.pdf).

- 9. ETSI TS 123 501 V15.2.0 (2018-06). 5G; System Architecture for the 5G System (3GPP TS 23.501 version 15.2.0 Release 15). (https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/123500_123599/123501/15.02.00_60/ts_123501v150200p.pdf).
- Ngo, H.Q. Massive MIMO: Fundamentals and System Designs / H. Q. Ngo. Linköping University Electronic Press, 2015. – 301 p.
- Lu, L. An Overview of Massive MIMO: Benefits and Challenges / L. Lu, G. Ye
 Li, A. L. Swindlehurst, A. Ashikhmin, R. Zhang. // IEEE journal of selected topics in signal processing. – 2014. – Volume: 8, issue: 5. – pp. 742-758.
- Larsson, E.G. Massive MIMO for next generation wireless systems / E. G. Larsson,
 O. Edfors, F. Tufvesson, T. L. Martezza // IEEE Communications Magazine. –
 2014. Volume: 52, issue: 2. pp. 186-195.
- Rusek, F. Scaling up MIMO: Opportunities and challenges with very large arrays
 / F. Rusek, D. Persson, B. K. Lau, E. G. Larsson, T. Martezza, O. Edfors, F. Tufvesson // IEEE Signal Processing Magazine. 2013. Volume: 30, issue: 1. pp. 40-60.
- 14. Крейнделин, В.Б. Моделирование инфокоммуникационных систем [Электронный ресурс]: Лабораторный практикум для бакалавров очной формы обучения направления 11.03.02 / В.Б. Крейнделин, А.Э. Смирнов, Т.Б.К. Бен Режеб. М.: МТУСИ, 2018. (http://www.mtuci.ru/structure/library/catalogue/download.php?book_id=1841).
- Jungnickel, V. The Role of Small Cells, Coordinated Multi-point, and Massive MIMO in 5G / V. Jungnickel, K. Manolakis, W. Zirwas, B. Panzner, V. Braun, M. Lossow, M. Sternad, R. Apelfröjd, T. Svensson // IEEE Communications Magazine. – 2014. – Volume: 52, issue: 5. – pp. 44-51.
- Прокис Дж. Цифровая связь / пер. с англ. под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. – 797 с.
- 17. Боккуцци Дж. Обработка сигналов для беспроводной связи / пер. с англ. Ю.Л.
 Цвирко. М.: Техносфера, 2012. 672 с.
- Sanayei S., Nosratinia A. Antenna Selection in MIMO Systems // IEEE Communication Magazine. – 2004. – № 10. – P. 68–73.

- Hampton J.R. Introduction to MIMO Communications. UK, Cambridge University Press, 2014. – 288 p.
- 20. Keysight Technologies, 2017 Published in USA, December 1, 2017 5989-8065EN, www.keysight.com.
- 21. http://datasheet.elcodis.com/pdf2/105/36/1053632/njg1535hd3.pdf.
- 22. https://www.infineon.com/dgdl?fileId=db3a30433f1b26e8013f2db58bc03856.
- Andreas F. Molisch. Wireless Communications. Second Edition, UK, Wiley, 2011.
 827 p.
- 24. G. Huang, C.B.Papadias and S.Venkatesan. MIMO Communication for Cellular Networks. USA, Springer Science+Busyness Media LLC, 2012, 314 p.
- 25. https://www.etsi.org/technologies/5g.
- Девяткин, Е.Е. 6G на старте. / Е.Е. Девяткин, Г.С. Бочечка, В.О. Тихвинский,
 А.С. Бородин. Электросвязь (январь 2020, с. 12-17).
- Бакулин, М.Г., Проблема повышения спектральной эффективности и емкости в перспективных системах связи 6G / М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин. – «Т Сотт: Телекоммуникации и транспорт», 2020. Том 14. № 2. С. 25-31.
- P. J. Smith, T. W. King, L. M. Garth and M. Dohler, "An Analysis of Low Complexity Algorithms for MIMO Antenna Selection," 2006 IEEE International Conference on Communications, Istanbul, Turkey, 2006, pp. 1380-1385.
- Бакулин, М.Г. Критерии автовыбора антенн в системах МІМО / М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, М.Л. Хазов // Электросвязь. 2018. № 10. С. 78-81.
- Kreyndelin, V. Effective precoding and demodulation techniques for 5G communication systems / V. Kreyndelin, A. Smirnov, T. Ben Rejeb // in proc. Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2018. pp. 1-6.
- В. М. Вержбицкий. Вычислительная линейная алгебра: учебное пособие для вузов. М.: Директ-Медиа, 2021. - 354 с.

- Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. Численные методы линейной алгебры: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика: ИНФРА-М, 2008. 480 С.
- Крейнделин, В.Б. Алгоритмы переключения антенн в системах МІМО / В.Б.
 Крейнделин, М.Л. Хазов. // Электросвязь. 2017. № 10. С. 59-64.
- 34. Крейнделин, В.Б. Исследование преимуществ автовыбора антенн в системах МІМО в сравнении с базовой системой МІМО без автовыбора антенн / В.Б. Крейнделин, М.Л. Хазов. // Цифровая обработка сигналов. – 2018. – №4. – С. 63-68.
- J. E. Gentle. Matrix Algebra. Theory, Computations and Applications in Statistics. NY, USA, Springer Science+Business Media, LLC, 2007, 532 p.
- 36. 2021 pSemi Corporation, DOC-35227-20, https://www.psemi.com/wpcontent/uploads/2021/06/pSemi_RF-Product-Catalog-2021.pdf.
- 37. https://www.psemi.com/products/family/rf-switches/low-il-rf-switches.
- 38. https://habr.com/ru/company/efo/blog/307614/.
- 39. https://habr.com/ru/company/efo/blog/316526/.
- Savo G.Glisic. Advanced Wireless Communications. 4G Cognitive and Cooperative Broadband Technologies. Chichester, U.K.: John Wiley & Sons, 2007, 865 p.
- 41. Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра.- М.: Физматлит, 2007, 480 с.
- 42. Крейнделин, В.Б. Моделирование инфокоммуникационных систем [Электронный ресурс]: Лабораторный практикум для бакалавров очной формы обучения направления 11.03.02 / В.Б. Крейнделин, А.Э. Смирнов, Т.Б.К. Бен Режеб. М.: МТУСИ, 2018. (http://www.mtuci.ru/structure/library/catalogue/download.php?book_id=1841).
- 43. Крейнделин, В.Б. Переключение антенн в системах МІМО / В.Б. Крейнделин,
 М.Л. Хазов. Материалы Международной научно-технической конференции «INTERMATIC-2017» / М.: МИРЭА. Часть 4. 20 24 ноября 2017 г. С. 1048-1051.

- 44. Крейнделин, В.Б. Проблемы применения технологии переключения антенн в многоантенных системах МІМО / В.Б. Крейнделин, М.Л. Хазов. Материалы Х международной отраслевой научно-технической конференции «Технологии информационного общества» / МТУСИ. – 15-16 марта 2016 г. – ISBN: 978-5-903650-34-7. – С. 230.
- 45. Крейнделин, В.Б. Преимущества и открытые вопросы при переключении антенн в многоантенных системах МІМО / В.Б. Крейнделин, М.Л.Хазов. // Материалы международной научно-технической конференции «INTERMATIC-2015» / М.: МИРЭА. – Часть 5. – 1-5 декабря 2015 г. – С. 236-238.
- 46. Хазов, М.Л. Сравнение систем МІМО, с автовыбором антенн и без автовыбора антенн / М.Л.Хазов. Материалы XIII международной отраслевой научно-технической конференции «Технологии информационного общества» / М.: МТУСИ. – 20-21 марта 2019 г.
- 47. Крейнделин, В.Б. Упрощение вычисления нового критерия автовыбора антенн в системах связи МІМО / В.Б. Крейнделин, М.Л.Хазов. // Труды международной научно-технической конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы 2021» / М.: МТУСИ. – 13-16 декабря 2021 г. – С. 280-293.
- A.M. Tulino and S. Verdu. Random Matrix Theory and Wireless Communications. Netherlands: Delft. NOW Publishers Inc., 2004, 190 p.
- 49. Horn, R. A., Johnson C. R. Matrix analysis (англ.). Cambridge University Press, 1990.
- Press, WH; Teukolsky, SA; Vetterling, WT; Flannery, BP (2007), "Раздел 2.10. QR-разложение", Числовые рецепты: искусство научных вычислений (3-е изд.), Нью-Йорк: Издательство Кембриджского университета.
- 51. Бакулин М.Г. Технологии в системах радиосвязи на пути к 5G / М.Г. Бакулин,
 В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов / Москва Горячая линия Телеком 2018 280 с.

- 52. Bruno Clerckx, Claude Oestges / Multi-User MIMO / Mimo Wireless Networks (Second Edition), 2013.
- 53. C.B. Papadias / MIMO communication for wireless networks / Academic Press Library in Mobile and Wireless Communications, 2016.
- 54. D. Zhang, ... K.S. Huq / SISO to mmWave massive MIMO, 2017.
- 55. Spencer, Quentin H., A. Lee Swindlehurst, and Martin Haardt. «Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels.» IEEE transactions on signal processing 52.2 (2004): 461-471.
- 56. Eldad Perahia, Robert Stacey. Next Generation Wireless LANs 802.11n and 802.11ac, 2013.
- 57. Бакулин М.Г. Технология OFDM: Учебное пособие для вузов / М.Г. Бакулин,
 В.Б. Крейнделин, А.М. Шлома, А.П. Шумов– М.: Горячая Линия Телеком,
 2017. 352 с.
- 58. Мелихов С.В. Технологии цифровой радиосвязи: OFDM, COFDM, OFDMA, SC-FDMA, MIMO: Учебное наглядное пособие для лекционных и практических занятий, курсового проектирования, самостоятельной работы студентов радиотехнических специальностей – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2021. – 46 с.
- 59. Тимощук Р.С. Исследование пространственно-временной корреляционной модели для радиосистем с разносом передачи / Р.С. Тимощук, В.И. Носов Вестник СибГУТИ. № 4. 2012. С. 31–49.
- 60. Brown T., De Carvaljo E. Practical Guide to the MIMO Radio. Wiley. 2012.
- 61. Янцен А.С. Оценка помехоустойчивости и пропускной способности технологии МІМО с учетом корреляции сигналов в антеннах / А.С. Янцен, В.И. Носов Вестник СибГУТИ. № 2. 2016. С. 63–77.
- 62. Крейнделин, В.Б. Упрощенные алгоритмы переключения антенн в системах связи МІМО / В.Б. Крейнделин, М.Л.Хазов. // Труды международной научнотехнической конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы 2022» / М.: МТУСИ. – 12-15 декабря 2022 г.

- Бакулин М.Г. Алгоритмы автовыбора антенн в системе МІМО без перебора комбинаций / М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов // Информационные процессы, Том 20, № 4, 2020, стр. 330–341.
- 64. Крейнделин, В.Б. Исследование радиоинтерфейса беспроводных систем межмашинного взаимодействия М2М / В.Б. Крейнделин, А.Э. Смирнов, Т.Б.К. Бен Режеб // Т-Сотт Телекоммуникации и транспорт. 2014. №6. С. 71-74.
- 65. Крейнделин, В.Б. Эффективность методов обработки сигналов в системах MU-MIMO высоких порядков / В.Б. Крейнделин, А.Э. Смирнов, Т.Б.К. Бен Режеб // Т-Сотт - Телекоммуникации и транспорт. - 2016. - №12. - С. 2430.
- 66. Калачиков А. А. Построение аналитической модели радиоканала МІМО на основе аппроксимации полной корреляционной матрицы / А. А. Калачиков, Н. С. Щелкунов // Доклады Академии наук высшей школы РФ. 2020. № 3 (48). С. 52-61.
- 67. Agbotiname L.I. «Standard Propagation Channel Models for MIMO Communication Systems» / L.I. Agbotiname, E.I. Augustus, A.A. Aderemi, K.V. N. Kavitha // Wireless Communications and Mobile Computing 2021, ID 8838792, 36 pages.
- 68. Самойлов С.А., Аль Тахар И.А. Свидетельство о государственной регистрации программы № 2022612962 / Программа моделирования обработки разнесенных сигналов / Заявка № 2022611615 от 01.03.2022. Заявлено №59400.
- Аль Тахар И.А. Analysis of two-ray model using MIMO technology // Тезисы докладов перспективные технологии в средствах передачи информации. Владимир, - 2021. - С. 64-67.
- И.А. Аль Тахар. Модель системы МІМО // Тезисы докладов всероссийской научной конференции физика техника и технологии сложных систем. Ярославль, - 2020, - С.184-185.

- Ю. Б. Зубарев, А. Г. Самойлов. Проблемы имитации многолучевых радиоканалов связи // Проектирование и технология электронных средств, 2019, № 4, с. 10-17.
- 72. Беспалов, А.Н. Алгоритм приема дискретных сообщений в каналах с памятью для систем МІМО [Текст] / А.Н. Беспалов // Физика и технические приложения волновых процессов: XVII Международная научно-техническая конференция — Казань. 2019. Т.З. С. 33–35.
- 73. Крейнделин, В.Б. Синтез эквивалентной виртуальной матрицы канала МІМО для пространственно-временных кодов высоких размерностей / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Электросвязь. - 2019. - No1. - C. 37-41.
- 74. Филимонов, А.А. Квадратурная обработка сигналов OFDM в каналах с памятью / В.Г. Карташевский, А.А. Филимонов А.Н. Беспалов // Радиолокация, навигация, связь: Сборник трудов XXVI Международной научно-технической конференции. – Воронеж, 2020. – Том 2. – С. 136 – 145.
- 75. Olshannikova E. Visualizing Big Data with augmented and virtual reality: challenges and research agenda / E. Olshannikova, A. Ometov, Y. Koucheryavy, T. Olsson // Journal of Big Data. 2015. —Vol. 2. No.1. P. 1-27.
- 76. Ratasuk R. Overview of narrowband IoT in LTE Rel-13 / R. Ratasuk, N. Mangalvedhe, Y. Zhang, M. Robert, J. Koskinen // 2016 IEEE Conference on Standards for Communications and Networking (CSCN). 2016. P. 1-7.
- 77. С.И. Дингес, А.В. Пестряков, Д.А. Соловьев Программа «Вектор-МІМО версии 2.0 моделирования МІМО системы» // 26-я международная Крымская конференция "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии" (КРЫМИКО'2016) — 2016. — С. 401-405.
- C. García-Pardo, J.M.M.G. Pardo, J. Rodriguez, and L. Juan-Llacer Comparison between Time and Frequency Domain MIMO Channel Sounders // in Proc. VTC Fall. 2010. P. 1-5.
- 79. В.П. Волчков, А.А. Шурахов Комбинированная двухкритерильная оптимизация линейных прекодеров системы МІМО с алгебраической ротацией символьного созвездия // — 2013. — С. 15.

- S. Wyne, A. F. Molisch, P. Almers, G. Eriksson, J. Karedal, and F. Tufvesson, Outdoor-to-indoor office MIMO measurements and analysis at 5.2 GHz, IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 57, no. 3, pp. 1374-1386, May 2008.
- Aleksiejunas R. MIMO channel reconstruction from lower dimensional multiple antenna measurements // Wireless Personal Communications. - 2017. - Vol. 96. -P. 543-562.
- Han B., Zheng Y. Higher rank principal Kronecker model for triply selective fading channels with experimental validation // IEEE Transactions on Vehicular Technology. - 2015. - Vol. 64 (5). - P. 1654-1663.
- 83. Тихонов В.И., Статистическая радиотехника, "Советское радио", М., 1966.,
 678 с.
- 84. Шелухин О. И. Радиосистемы ближнего действия. М.: Радио и связь, 1989.
 238 с.
- 85. Островский М.А., Модели негауссовых активных помех, действующих на приемные антенные решетки, Изв. ВУЗов Радиофизика, т.40, №6, 1997г.
- Рытов С.М., Введение в статистическую радиофизику, ч.1, "Наука", Москва, 1976 г., 494 с.
- 87. Крамер Г., Математические методы статистики, Изд. "Мир", Москва, 1975 г.,
 648 с.
- 88. Большое тестирование процессоров различных архитектур / Хабр (habr.com)
 // <u>https://habr.com/ru/company/icl_services/blog/501588/</u>.
- 89. http://www.mcst.ru/Elbrus-16C.
- 90. http://www.mcst.ru/Elbrus-8C.
- 91. https://versus.com/ru/qualcomm-snapdragon-810-msm8994-vs-qualcomm-snapdragon-835/tflops.
- 92. Ланкастер, П. Теория матриц / П. Ланкастер. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1973. 280 с.
- 93. Vieira, J. A flexible 100-antenna testbed for Massive MIMO / J. Vieira et al. // in proc. 2014 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), 2014. – pp. 287-293

- 94. Пономарев, Л. И. Оптимизация спектральной эффективности в многоканальных системах сотовой связи / Л.И. Пономарев, А.И. Скородумов // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т.54, № 1. – С. 81-97.
- Bertaccini, D. Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications / D. Bertaccini, F. Durastante. – CRC Press, 2018. – 354 p.
- 96. Ballard, G. Communication Costs of Strassen's Matrix Multiplication / G. Ballard,
 J. Demmel, O. Holtz, O. Schwartz // Communications of the ACM. 2014 Volume: 57, № 2. pp. 107-114.
- 97. Крейнделин, В.Б., Панкратов, Д.Ю Совместное использование технологий автовыбора антенн на передаче и пространственно-временного кодирования // Электросвязь — 2012. № 2, С. 22-24.
- 98. <u>https://dzen.ru/a/Y4oFzu4byCm1QBrs.</u>
- Biglieri E., Calderbank R., Constantinides A., Goldsmith A., Paulraj A. and Poor H.V. MIMO Wireless Communication. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2007, 344 p.
- 100. Yisong Lin, Mingjie Zhuang The complexity analysis and performance comparison of MIMO systems based on antenna selection techniques, COMPUTER MODELLING & NEW TECHNOLOGIES 2014 18(11) 1380-1386.
- 101. Shital Shegokar Jangid. Antenna Selection with Spatial Multiplexing MIMO Systems. International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication, February 2015, pp. 97-100.
- 102. Tai, Tzu-Hao & Chung, Wei-Ho & Lee, Ta-Sung. (2015). A Low Complexity Antenna Selection Algorithm for Energy Efficiency in Massive MIMO Systems. pp. 284-289.
- Y.S. Choi, A. F. Molisch, M. Z. Win, J. H. Winters. Fast algorithms for antenna selection in MIMO systems. IEEE Vehicular Technology Conference, 2003, Vol. 3, pp. 1733-1737.
- A. Gorokhov. Antenna selection algorithms for MEA transmission systems. IEEE ICASSP, 2002, Vol. 3, pp. 2857-2860

- 105. Hyunsub Kim, Hyukyeon Lee, Jihye Koo and Jaeseok Kim Low-complexity lattice reduction algorithm for MIMO detectors with tree searching, EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking (2017) 2017:17.
- 106. Sudhanshu Gaur and Mary Ann Ingram Transmit/Receive antenna selection for MIMO systems to improve error performance of linear receivers, School of ECE, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332-0250 USA;
- 107. Murata Manufacturing Company, Ltd. (Нагаокаке Киото, Япония, https://en.wikipedia.org/wiki/ Murata_Manufacturing);
- 108. PeregrineSemiconductorCorporation(Сан-Диего,США,https://en.wikipedia.org/wiki/Peregrine_Semiconductor);
- 109. Аджемов С.С., Терешонок М.В., Чиров Д.С. Оптимизация алгоритмов поиска устойчивых групп абонентов систем мобильной радиосвязи // Т-Сотт: Телекоммуникации и транспорт. 2009. № S1. C. 129-130.
- 110. Radiall (Абервиль, Франция, https://en.wikipedia.org/wiki/Radiall).
- 111. https://www.psemi.com/products/family/rf-switches.
- 112. https://habr.com/ru/articles/125766/.
- 113. Bakulin M.G., Kreyndelin V.B., Khazov M.L. New quasi-optimal algorithms of antenna selection with low complexity. T-Comm, vol. 17, no.7, pp. 47-56.
- 114. Михайлов Г.А., Войтишек А.В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. Учебное пособие для вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 368 с.

Приложение 1

Акты о внедрении и использовании результатов диссертационной работы

УТВЕРЖДАЮ Директор филиала ФГУП НИИР - ЛОНИИР П.А. Михайлов

Акт о внедрении результатов диссертационной работы Хазова М.Л. "Разработка и исследование алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО"

Научно-техническая комиссия в составе директора НТЦ-42, к.т.н. Синильникова А.М., директора НТЦ-41, к.т.н. Коломенского К.Ю., ведущего научного сотрудника, к.т.н., проф. Коновалова Л.М. составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Хазова М.Л. в части разработки новых алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО на приемной и передающей сторонах были использованы в целях радиочастотного планирования сетей беспроводного доступа с технологией МІМО для оценивания увеличения радиуса сот, площади радиопокрытия ячеек в таких сетях и сокращения количества базовых станций для покрытия территорий фиксированной площади.

Акт рассмотрен и одобрен на заседании секции НТС филиала ФГУП НИИР - ЛОНИИР, протокол №121/17 от 22.12.2017.

Председатель комиссии

директор НТЦ-42,

к.т.н.

Maria

А.М. Синильников

Члены комиссии:

директор НТЦ-41,

К.Т.Н.

начальник отдела НТО-411,

К.Т.Н.

К.Ю. Коломенский

Е.А. Брусин



Акт о внедрении результатов диссертационной работы Хазова М.Л. "Разработка и исследование алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО"

Научно-техническая комиссия в составе начальника испытательного центра к.т.н., доц. И.В.Кокошкина, начальника отдела В.А.Струкова, директора центра Д.А.Климова составила настоящий Акт о том, что результаты диссертационной работы М.Л. Хазова в части исследования существующих и новых алгоритмов переключения антенн в системах связи МІМО были использованы в разработках ФГУП НИИР в целях реализации автовыбора антенн и показали свою эффективность, позволив увеличить пропускную способность канала связи в условиях многолучевой среды распространения радиоволн без увеличения занимаемой полосы частот или мощности передатчика.

Акт рассмотрен и одобрен на заседании секции СБССН НТС НИИР, протокол № 3 от 17.07.2018 г.

Председатель комиссии Начальник испытательного центра к.т.н., доц.

Члены комиссии: начальник отдела И.В.Кокошкин

В.А.Струков

Д.А.Климов

директор центра

125

Приложение 2

Обоснование выбора количества экспериментов при моделировании. Точность при моделировании.

Точность результатов моделирования оценивается через неравенство Чебышева [51], [114]:

$$N_{\rm SKCR} > \frac{1}{4 \cdot \Delta P_{\rm out} \cdot (1 - P_{\rm dobep})}$$

где $\Delta P_{ouu} = P_{ouu}^{ucmunhoe} - P_{ouu}^{ouenovhoe}$ – разность между истинным значением вероятности ошибки $P_{ouu}^{ucmunhoe}$ и оценкой вероятности ошибки $P_{ouu}^{ouenovhoe}$, P_{dobep} – вероятность выполнения условия: $\left| P_{ouu}^{ucmunhoe} - P_{ouu}^{ouenovhoe} \right| \leq \Delta P_{ouu}$.

Величина ΔP_{out} называется доверительным интервалом, а величина P_{dobep} – доверительной вероятностью.

Расчет необходимого количества экспериментов.

Пример 1. Исходные данные: $\Delta P_{out} = 0, 6 \cdot 10^{-4}$ (подходит для сравнения результатов моделирования по уровню $BER = 10^{-4}$), $P_{dosep} = 0,9$ (с вероятностью 90% разброс значений результатов эксперимента находится в диапазоне $\pm 0, 3 \cdot 10^{-4}$ от их истинных значений).

Количество экспериментов: $N_{_{_{3KCN}}} > \frac{1}{4 \cdot 0, 6 \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0, 9)} = 41667.$

Пример 2. $\Delta P_{out} = 0,25 \cdot 10^{-4}$, $P_{dogep} = 0,9$ (с вероятностью 90% разброс значений в диапазоне $\pm 0,125 \cdot 10^{-4}$ от истинных).

Количество экспериментов: $N_{_{_{3KCN}}} > \frac{1}{4 \cdot 0, 25 \cdot 10^{^{-4}} \cdot (1 - 0, 9)} = 100000.$