

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ  
Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное  
бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский технический университет связи и информатики»

На правах рукописи

**Шорин Александр Олегович**

**ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ  
ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА В СИСТЕМАХ  
МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ**

05.12.13 – Системы, сети и устройства телекоммуникаций

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
доктор технических наук,  
профессор **Шлома Александр Михайлович**

Научный консультант  
кандидат технических наук,  
доцент Сорокин Александр Степанович

Москва – 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.....	4
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА В СИСТЕМАХ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ .....	13
1.1 Проблема качества обслуживания трафика в системах мобильной связи с учетом подвижности абонентов .....	13
1.2 Задача синтеза моделей функционирования систем мобильной связи как систем массового обслуживания .....	19
1.3 Задача синтеза алгоритмов прогноза перегрузок в системах мобильной связи .....	24
1.4 Краткие выводы по главе.....	32
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА С УЧЕТОМ МОБИЛЬНОСТИ АБОНЕНТОВ .....	34
2.1 Особенности модели, используемой для расчета потерь в системах мобильной связи.....	34
2.2 Вывод системы уравнений баланса фаз с учетом мобильности абонентов и замираний сигнала в системах мобильной связи.....	39
2.3 Решение системы уравнений баланса фаз .....	42
2.4 Оценка влияния мобильности на показатель интенсивности потерь абонентских соединений .....	55
2.5 Краткие выводы по главе.....	66
ГЛАВА 3. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПУАССОНОВСКОГО ПОТОКА В СИСТЕМАХ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ.....	68
3.1 Постановка задачи прогноза перегрузок как задачи фильтрации параметров потока требований.....	68
3.2 Вывод и решение уравнений фильтрации .....	76
3.3 Вывод и решение уравнений прогноза.....	84
3.4 Моделирование синтезированных алгоритмов фильтрации и прогноза....	86
3.5 Краткие выводы по главе.....	97
ГЛАВА 4. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТНЫХ ПРОГРАММ И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	99

4.1. Анализ зависимостей двумерных плотностей вероятности от параметров пуассоновских потоков.....	99
4.2 Имитационная модель, учитывающая замирания сигнала в радиоканале и мобильность абонентов в системе.....	109
4.3 Программа моделирования на основе техники «сетей Петри» .....	112
4.4 Результаты эксперимента .....	128
4.5 Краткие выводы по главе.....	141
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	143
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	145
СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ.....	151
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	152
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Оценка межсимвольной (ISI) интерференции и интерференции между поднесущими (ICI) для OFDM сигналов при наличии ошибок синхронизации по частоте.....	164
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Блок схемы алгоритмов моделирования функционирования соты.....	181
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Акты внедрения.....	188

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

**Актуальность темы исследования.** Развитие систем мобильной связи, даже на фоне чрезвычайно активного распространения компьютерных и цифровых технологий, отличается особенной стремительностью. При этом их внедрение и реализация встречают активнейший встречный отклик со стороны социума. Складывается ситуация, когда становится модным обладание самым последним вариантом технологий и умение пользоваться новейшими вариантами сервиса. В сложившихся условиях операторы сетей становятся обладателями небывалой экономической выгоды. Конкуренция за рынок и ресурсы достигает высочайшего уровня. Главным показателем коммерческого успеха выступает время, затрачиваемое на внедрение новых технологий, услуг и сервисных приложений. Наиболее простым и доступным при этом является подход заимствования уже разработанных и имеющихся на рынке «западных» технологий. Экономическая обоснованность такого варианта развития не вызывает сомнений. Так поступают все и везде. Доработка технологических и теоретических моментов отодвигается на второй план, так как требует затрат времени – основного конкурентного показателя. При этом не удивительно то, что обширные возможности, связанные с более детальной проработкой отдельных аспектов функционирования систем мобильной связи, остаются как бы «за бортом» реальных систем ввиду того, что в силу тех или иных обстоятельств они оказались не готовыми для непосредственного внедрения.

Со всей уверенностью можно утверждать, что такая ситуация не может продолжаться долго. Она носит кратковременный характер и несет в себе, наряду с неоспоримыми преимуществами, и существенные потери для соответствующей отрасли и направления технического/научного развития. Наиболее ярко существующие издержки начинают проявляться, как и положено, в наиболее «узких», критических местах сетей связи. Самым значимым из них является ограниченный ресурс радиоканала. В него все крепче и безнадежнее упирается процесс развития и наращивания мощности систем мобильной связи. Пока еще

сохраняются возможности, связанные в РФ с «расчисткой» частотных диапазонов от устаревших (и не совсем устаревших) систем связи и управления, в большинстве ситуаций, относящихся к силовым ведомствам. Но в ближайшие несколько лет и этот ресурс будет исчерпан.

Поэтому, не сходя с реалистической платформы, можно утверждать, что в среднесрочной перспективе проявится более активный спрос на разработки усовершенствованных методов и оптимизированных алгоритмов функционирования систем мобильной связи.

**Степень разработанности темы.** Системы мобильной связи обязаны своим появлением революционным идеям Л. Клейнрока [18, 98-100], позволившим сделать переход от «старых» технологий стационарного характера, связанных с организацией связи на базе коммутации каналов, к «новым» динамическим технологиям распределения ресурса при организации связи на базе коммутации пакетов. К сожалению, революционное продвижение идей динамической организации пока остановилось на уровне формирования подключений по радиоканалу [81, 88, 91]. Проектирование опорной сети в системах мобильной связи продолжает базироваться на идеологии стационарной организации [7-9, 13-15, 20, 23, 96, 101, 103]. Конкретно, при проектировании за каждой отдельной базовой станцией закрепляется на постоянной основе такое количество ресурса/аппаратуры, которое будет достаточным для обработки трафика, возникающего на ней в час наибольшей нагрузки (ЧНН). При этом никак не учитывается то, что большую часть времени суток выделенный ресурс остается недоиспользованным (замороженным). В настоящее время операторы «большой тройки» в РФ оперируют при проектировании показателями ЧНН, достигаемыми на каждой отдельной соте за месяц. Пиковые нагрузки при этом зачастую заметно превосходят средние. Это позволяет судить, насколько завышенными являются требования на ресурс при существующих требованиях на качество. Если в какой-то локальной зоне в принципе не хватает ресурса для обслуживания трафика, то производится строительство дополнительной базовой станции и зона обслуживания разбивается на более мелкие кластеры. Относительный уровень

случайных всплесков нагрузки возрастает, а заложенный запас ресурса в сети растет. При этом не является секретом то, что локальные всплески нагрузки на сотах, как правило, различаются по времени. Снизить излишние затраты ресурса позволяет использование на базовых станциях адаптивных антенн [6, 54, 61], но из-за соображений экономической эффективности они пока не нашли широкого применения, за исключением сетей стандарта McWILL [53, 57, 58, 66, 82, 83, 102, 104]. Фактически в системах мобильной связи операторы столкнулись с явлением двухмерного пространственного и одномерного по оси времени блуждания таких макропараметров как нагрузка и концентрация абонентов. Таким образом, поведение указанных макропараметров является сугубо нестационарным. А технология организации работы сети продолжает базироваться на статической концепции [12, 25, 26]. Ясно, что такой подход приводит к чрезмерным затратам.

Основной трудностью, с которой приходится сталкиваться при попытке решения, является относительная новизна указанной проблемы, возникшей непосредственно с развитием систем мобильной связи. Как следствие, наблюдается отсутствие технических и даже теоретических наработок по указанной тематике. Не существует выработанного единого подхода и терминологии. Поэтому можно говорить, что данное направление еще не оформилось в самостоятельную дисциплину. Хотя явно просматривается ее определение как динамической (нестационарной) теории систем массового обслуживания.

В сложившихся условиях остается возможным только формулировать отдельные, может даже очень важные, но все-таки частные, задачи и осуществлять попытки их решения. В случае успеха представляется полезным методическое осмысление значимости и возможного места, которое может занять полученное решение в рамках общего взгляда на проблематику.

Анализ состояния вопроса показал, что ряд авторов уже имеют работы в данном направлении. В качестве примера можно указать на работы О.А. Шорина [14, 19, 69, 87, 95], проведшего исследования по вопросам обнаружения и оценки определяющих концентрацию мобильных абонентов параметров, а также статистической связи параметра блокировки вызовов (Grade of Service GoS) с

численностью абонентов в зоне обслуживания; на работы Г.П. Башарина [3, 4, 38], посвященные развитию теории Эрланга на случаи потока комбинированной нагрузки разного характера, а также теории мобильности с пересечением абонентами границ сот, работу Н.Б. Суторихина [37], посвященную развитию теории распределения Эрланга на случаи описания блокировок вызовов (GoS) в совокупности с «обрывами» соединений (Call Drop Rate (CDR)), но только для стационарных сетей.

Ряд работ относится к смежным направлениям, но их результаты можно рассматривать как применимые для динамической теории массового обслуживания. Это труды Э. Сейджа и Дж. Мелсы [32, 33] по методу «инвариантного погружения» для решения задачи синтеза уравнений стохастической фильтрации, работы А.М. Шломы [45-51] по методам косвенной фильтрации, а также базовые работы Р.Л. Стратоновича [36], В.И. Тихонова, М.А. Миронова, В.Н. Харисова [39-41] и Б.Р. Левина [22], устанавливающие общие основы теории и техники решения задач фильтрации. Также нужно отметить фундаментальные работы Дж. Кемени, Дж. Снелла [17], С. Карлина [16] и его ученика Ф. Спицера [35] по теории случайных блужданий.

Одновременно с этим было установлено, что ряд очень значимых вопросов остается пока недостаточно проработанным. В реальных условиях поведение концентрации абонентов в большинстве ситуаций подчиняется законам медленных флуктуационных «движений». В таких случаях модель ударных волн, использованная в работах О.А. Шорина [42, 95], не достаточно точно описывает поведение подвижных абонентов, а методы теории поиска [2, 97] остаются слишком инерционными. Возникает задача синтеза уравнений фильтрации для интенсивностей дискретных потоков в нестационарных условиях. Она до сих пор оставалась не решенной. Также не проработан вопрос развития теории распределения Эрланга (Энгсета) на совместное поведение числа абонентов, блокировок вызовов (GoS) и уровня сорванных звонков («обрывов» соединений) (CDR). Их решение позволило бы заметно продвинуться как в теоретическом, так

и в технико-прикладном направлениях по описанию динамики поведения систем мобильной связи.

**Цели и задачи.** Цель данной работы – повышение эффективности обслуживания трафика в системах мобильной связи на основе применения методов расчета канального ресурса, учитывающих влияние мобильности абонентов в пределах зон обслуживания на основные показатели качества, а также в результате использования алгоритмов прогноза локальных перегрузок при динамическом управлении канальным ресурсом.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи.

1. Разработать метод формализованного описания влияния скорости перемещения абонентов на поведение основных показателей качества работы системы мобильной связи (GoS и CDR).

2. Найти многомерные статистические распределения для совместного распределения числа абонентов, занятых и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов, определяющие эффективность использования канального ресурса системы.

3. Синтезировать алгоритмы фильтрации для интенсивности пуассоновского потока и на их основе разработать метод прогноза возможных локальных перегрузок в системах мобильной связи.

4. Разработать программы моделирования для проверки корректности результатов, получаемых на основе найденных многомерных распределений основных показателей качества работы. Определить границы применимости полученных аналитических соотношений.

5. Определить временные интервалы, в пределах которых формируемые оценки прогноза обладают точностью, приемлемой для решения практических задач, связанных с адаптивным перераспределением ресурсов для устранения потерь качества обслуживания в локальных зонах спонтанного всплеска нагрузки.

#### **Научная новизна диссертационной работы**

1. Получены решения составленных уравнений баланса в виде многомерных совместных распределений числа абонентов, числа занятых и потерянных из-за



«обрывов» соединений каналов, что позволило более точно и объективно, по сравнению с традиционным одномерным подходом, основанном на модели Эрланга (Энгсета), описать состояние сети и показатели качества с учетом их взаимного влияния.

2. На основе усреднения найденных многомерных распределений получены частные распределения для отдельных комбинаций показателей качества, что позволило разработать уточненные правила расчета качества работы систем мобильной связи как по всему комплексу показателей, так и по их отдельным комбинациям с учетом взаимного влияния.

3. Получены результаты анализа влияния скорости движения абонентов на показатель процентов «обрывов» соединений в линиях связи с OFDM сигналами, позволяющие оценить условия «обрыва» соединения из-за снижения уровня радиосигнала ниже порогового.

4. Получены алгоритмы фильтрации для нестационарной интенсивности потока Пуассона, составившие основу метода прогноза перегрузок системы мобильной связи в условиях случайно изменяющихся интенсивностей входящего и выходящего абонентских потоков.

5. Разработана программа моделирования работы множества подвижных абонентов на территории соты, позволяющая при ограниченных вычислительных затратах в рамках имитационной модели воспроизводить одновременно протекающие в сети реальные процессы, различающиеся по динамике поведения до 100000 раз.

На основе моделирования установлено, что полученные в работе результаты обладают уровнем гарантированной достоверности 0.99 в пределах интервала отклонений до 10%.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Теоретическая значимость работы состоит в том, что предложены методы расчета с учетом скорости движения абонента для таких показателей качества связи как вероятность отказа на запрос и вероятность «обрыва» соединения, а также методы фильтрации интенсивности пуассоновских потоков, для которых рассмотрены варианты

развития на задачи слежения за параметрами систем массового обслуживания. Эти методы открывают перспективу развития такой дисциплины, как нестационарные системы массового обслуживания. Теоретические результаты диссертации могут быть также использованы при разработке и анализе в условиях нестационарного поведения любой системы (устройства), допускающей описание с помощью пуассоновских потоков.

Практическая значимость диссертации заключается в том, что на основе разработанных в ней практических рекомендаций, методов, алгоритмов и результатов моделирования оказалось возможным повысить достоверность прогнозирования локальных перегрузок в системе мобильной связи с макросотами за 35 минут до их наступления. Внедрение их в ядро программной поддержки работы систем мобильной связи открывает возможность адаптивного управления каналным ресурсом и «парирования» большинства хаотически возникающих на территории обслуживания локальных перегрузок.

**Использование и внедрение результатов диссертации** подтверждено актами о внедрении, приложенными к диссертации (Приложение 3). При непосредственном участии диссертанта был создан ряд высокоэффективных алгоритмов обработки измерений, базирующихся на использовании теоретических и прикладных результатов исследований работы сетей связи в нестационарных условиях. Эти разработки были внедрены на предприятиях в работах, проводимых по оптимизации систем мобильной связи ООО «Национальное радиотехническое бюро», по созданию системы мобильной связи стандарта McWILL ЗАО «Национальный институт радио и инфокоммуникационных технологий», а также НИЛ-31 НИЧ МГУСИ при создании систем мониторинга и управления на базе радиомодемов «Интеграл».

**Личный вклад.** Теоретические и практические исследования, проведенные расчеты с использованием ПЭВМ, а также рекомендации, методики и выводы получены автором лично.

**Методология и методы исследования.** В работе при решении поставленных задач использовались результаты и методы теории передачи сигналов по каналам

связи, методы математической статистики, стохастической фильтрации, теории вероятности, случайных процессов, теории массового обслуживания, многомерного анализа, а также методы вычислительной математики и программирования. Теоретическую основу исследования составили работы Дж. Кемени, Дж. Снелла, Р.Л. Стратоновича и А.М. Шломы по стохастической фильтрации, Д. Прокиса по теории цифровой связи, и Г.П. Башарина по теории массового обслуживания.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Метод расчета канального ресурса на основе трехмерного совместного распределения числа абонентов, числа занятых и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов, позволяет на 6-36%, в зависимости от структуры сети, повысить эффективность обслуживания трафика.

2. Полученные зависимости влияния скорости движения абонентов и рабочих характеристик радиолинии на интенсивность «обрывов» соединений в системах мобильной связи с OFDM сигналами, показывают, что при изменении скорости движения абонентов от 5 м/с до 30 м/с в радиолиниях с модуляцией QAM-64, интенсивность «обрывов» соединений возрастает в сто раз, что эквивалентно снижению уровня сигнал/шум более чем на 5 дБ.

3. Полученные алгоритмы фильтрации интенсивностей входящих и исходящих абонентских потоков и разработанный на их основе метод прогноза перегрузок, позволяют с повышенной достоверностью обнаруживать условия, приводящие к локальным перегрузкам в системах с макросотами, за 35 минут до момента возникновения самих перегрузок.

4. Разработанная программа моделирования поведения мобильных абонентов в зоне обслуживания соты, позволяет воспроизводить адекватно реальным условиям процессы, различающиеся на несколько порядков по динамике поведения, а также подтверждает корректность полученных в диссертации результатов для уровня достоверности 0.99.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность результатов диссертационной работы подтверждается корректностью применения

математического аппарата и согласованностью результатов, полученных с помощью разработанных методик, с результатами теоретического анализа и имитационного моделирования. Основные показатели эффективности, полученные теоретически, подтверждаются на практике, о чем свидетельствуют соответствующие акты внедрения результатов работы.

Полученные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались со специалистами на Российских и Международных конференциях по проблемам развития систем сотовой связи и обработке сигналов: Международная конференция «Мобильный бизнес: перспективы развития и проблемы реализации систем мобильной связи в России и за рубежом» 2008-2016 гг.; Международный конгресс «Коммуникационные технологии и сети» (СТN-2012, СТN-2013); Научная сессия НИЯУ МИФИ, 2013 г.; а также на VII и VIII Международных отраслевых научно-технических конференциях «Технологии информационного общества» (МТУСИ 2013-2014 гг.)

Основные научные результаты диссертации опубликованы в 42 научных работах, из них 11 [52-55, 59, 65, 70, 71, 78, 79, 87] статей в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК: Радиотехника; Электросвязь; T-Comm; Вестник РАЕН; Динамика сложных систем – XXI век.

## **ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА В СИСТЕМАХ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ**

### **1.1 Проблема качества обслуживания трафика в системах мобильной связи с учетом подвижности абонентов**

Системы мобильной связи за последнее десятилетие приобрели вид глобального элемента, внедрившегося повсеместно в общую сферу человеческой деятельности. В результате мобильная связь обрела черты самостоятельного явления со своими специфическими законами действия, свойствами и формами влияния. Естественно, что эти законы и проявления в достаточной степени остаются не раскрытыми и не изученными, так как до настоящего времени с ними не приходилось иметь дела в таком объеме и таких формах. Однако и нельзя сказать, что для изучения мобильной связи не существует подходов вовсе. Действительно, мобильная связь возникла как продукт развития средств коммуникаций и смежных с этими средствами областей деятельности (автоматика, управление, контроль, статистический анализ, системы массового обслуживания). Большинство ее специфических свойств в той или иной степени проявились и обнаружилось на более ранних этапах. Это, в свою очередь, приводило к осмыслению, поиску решений и разработке адекватных методов анализа соответствующих задач. Но шаблонное заимствование и использование по принципу аналогичности известных методов и традиционных подходов порой таит в себе скрытые изъяны и требует постоянного осмысления вопросов и контроля ограниченности применимости, выявлению наличия изъянов. Порой такое осмысление оказывается продуктивным не только в вопросах анализа, но и в вопросах синтеза. Приводит к формированию новой технологической базы, созданию аппаратно-программных блоков, устройств, комплексов нового типа, появлению новых математических методов и развитию существующих подходов к решению задач.

Выясняется, что фиксированная настройка параметров, хорошо зарекомендовавшая себя для систем стационарной связи, начинает существенно

ограничивать возможности систем мобильной связи. Динамический характер поведения нагрузки, пространственные деформации распределения трафика, спонтанные возникновения/исчезновения зон концентрации абонентов и перегрузок начинают заметно сказываться на качественных показателях работы системы в условиях соизмеримости доступного и запрашиваемого ресурсов. Управление доступным ресурсом и настройкой параметров системы в режиме подстройки под текущее состояние позволяет существенно поднять границу производительности, начиная с которой происходит недопустимая потеря качества обслуживания абонентов. Естественно, что методы динамического управления существенно усложняют алгоритмическое ядро поддержки системы, требуют тщательной настройки и апробации. Однако цена вопроса настолько велика (частотный ресурс выделенных каналов практически исчерпан), что сопутствующие издержки можно не принимать во внимание. Трудность как раз заключается в том, что динамика исчерпания ресурсов заметно выше скорости разработки новых методов и доведения их до уровня промышленного производства. Например, выясняется, что в существующих сотовых сетях стандартов 2G-3G удаленному управлению принципиально доступны только такие параметры как: электрический наклон диаграммы антенн (Tilt); включение/выключение передатчика (рабочей частоты); уровень мощности трансляции и пороги, связанные с распределением ресурсов между служебными и пользовательскими каналами. В системах 4G еще существует возможность управления распределением спектра (поднесущих) между сотами. Оказывается, что нет возможности электрического управления азимутами диаграмм направленности антенн. Адаптивные антенные системы, способные реализовать такое управление, пока можно обнаружить только в новейшем проекте инженерного стандарта [104]. Отсутствие аппаратной базы для реализации динамического режима управления существенно снижает практическую ценность разработок, по крайней мере, на текущем интервале времени. Поэтому при выборе тематики данной работы сделана попытка избежать вопросов, реализация решений которых требует внедрения аппаратуры нового поколения. Основное внимание

целесообразно сконцентрировать на методах управления, реализация которых доступна на существующей элементной базе.

Предлагаемое направление исследований может быть классифицировано как относительно небольшая часть от описанной глобальной проблематики научно-технического направления. В ее содержание целесообразно включить решение двух задач. Первая – разработка адекватного математического аппарата для оценки основных рабочих параметров сот систем мобильной связи, таких как GoS (уровень блокировок по вызовам из-за перегрузок) и CDR (уровень сорванных звонков («обрывов» соединений)), с учетом движения абонентов, которые формируют случайные потоки входящих регистраций и запросов на выход из зоны обслуживания соты. Эта задача основана на развитии математического аппарата, предложенного в [95], для анализа блокировок GoS в условиях нерегулярного движения мобильных абонентов. В частности, размерность статистических распределений, составляющих основу решения указанной задачи, при этом возрастает и достигает значения трех. Это, в свою очередь, существенно усложняет этап проверки и требует разработки усовершенствованных методов моделирования. Вторая задача – разработка математического аппарата статистической фильтрации интенсивности пуассоновских потоков, на основе которого можно предсказать поведение такого показателя, как наполненность зоны обслуживания соты абонентами, что, в свою очередь, позволяет предсказывать возникновение/исчезновение локальных перегрузок. В работе [95] был развит математический аппарат для предсказания возникновения перегрузок в условиях, когда в потоке мобильных абонентов возникает ударная волна [42]. Но такое явление характерно для условий «сильных» воздействий на поток. Когда же уровень воздействия умеренный, ударная волна не возникает. Характер поведения становится подобен флуктуациям случайного процесса. Возникает естественный вопрос, каковы перспективы предсказания перегрузок в таких ситуациях. В этом случае целесообразно обратиться к методам статистической фильтрации [41]. Однако методы стохастической фильтрации для интенсивности пуассоновского потока не разработаны. Основная сложность состоит в том, что известное

уравнение Р. Калмана и интегро-дифференциальная система уравнений Р.Л. Стратоновича [41] предполагают дифференцируемость условной плотности вероятности наблюдений по фильтруемому параметру. В случае пуассоновского потока это не имеет места. Даже формально записать указанные выше уравнения не удастся. В этом случае целесообразно обратиться к иному, малоизвестному методу синтеза стохастических уравнений, фигурирующему в литературе под названием «метод инвариантного погружения» [32, 33], который необходимо модернизировать для случая фильтрации интенсивности пуассоновского потока.

Решение двух поставленных задач, а также разработка программ имитационного моделирования, позволивших проверить достоверность полученных аналитических результатов и разработанных методов обработки, составляют содержание диссертации.

В основу подхода к проблеме возникновения перегрузок и «обрывов» соединений уместно положить естественное предположение о том, что они напрямую связаны с числом абонентов в зоне обслуживания соты. Число абонентов является случайным и изменяющимся во времени. Чем больше абонентов, тем выше должна становиться вероятность перегрузки и тем большее число активных абонентов, которые могут попасть в условия, приводящие к «обрыву» соединения. Традиционный подход для расчета ключевых показателей качества работы сети предполагает применение закона Эрланга В, в котором параметр заказанной нагрузки является входящим и должен быть фиксированным по величине. Для режима случайных изменений входящей нагрузки закон Эрланга В не применим. Требуется его модификация. Кроме того, учет конечности числа абонентов в соте должен, в общем случае, приводить к снижению ожидаемого уровня интенсивности запросов на установление новых соединений по мере роста нагрузки. В результате характер поведения нагрузки с ростом испытывает насыщение, которое начинает заметно проявляться для пико и микросот, в которых число абонентов не велико.

Явление потери каналов по причине «обрывов» соединений из-за попадания активных абонентов в зоны радиозамираний, сказывается негативно на уровень



перегрузок. Объясняется это тем, что система не может мгновенно определить факт потери канала. Проходит некоторое время, прежде чем ресурс потерянного канала снова попадает в множество доступности для использования. В результате эффективная пропускная способность соты становится несколько меньше. Одновременно с этим величина пропускной способности становится случайной, что тоже служит препятствием для использования традиционного подхода с распределением Эрланга В.

Но общие соображения подсказывают, что когда число абонентов на обслуживаемой территории значительно превосходит нагрузочную способность соты и когда вероятность попадания абонентов в зоны радиозамираний не велика, то ошибки, связанные с применением закона Эрланга В для расчета показателя вероятности блокировки вызовов (GoS), не должны быть ощутимыми. Вопрос о том, как будет «деформироваться» закон Эрланга при введении в рассмотрение мобильности абонентов и замираний представляется очень важным, поскольку ответ на него позволит:

- 1) получить границы применимости традиционного подхода;
- 2) найти возможные поправки и корректирующие методы, которые позволят расширить границы применимости закона Эрланга В;
- 3) выяснить, в каких реальных условиях традиционный метод расчета использовать нельзя.

С показателем CDR (процент сорванных звонков, или «обрывов» соединений) дело обстоит несколько хуже. Для него не существует устоявшихся подходов анализа. Этот параметр стандартно относят к классу «измерительных» (эмпирических) характеристик, подлежащих полному устранению (удержанию на нулевом уровне). Его влияние на работу соты не рассматривается, т.к. считается, что в нормальном состоянии он должен быть очень мал. Тем не менее, вариант попытки создания теоретической основы для анализа отказов в стационарных сетях можно найти в литературе [37]. Если такое явление как CDR интерпретировать как отказ прибора, то можно воспользоваться общими идеями анализа, заложенными в [37]. При этом нужно учитывать, что прямое заимствование результатов [37]

невозможно, так как они получены для фиксированных проводных систем связи. Для мобильных систем такое явление, как «обрыв» соединения (CDR) и связанных с ним процедур, имеет ряд специфических обстоятельств, которые совершенно не свойственны фиксированным сетям. В результате эту задачу нужно решать заново, учитывая все специфические особенности.

Наконец, полученные аналитические результаты поведения показателей GoS и CDR от характера поведения мобильных абонентов и от характеристик соты необходимо проверить на имитационных моделях. Чтобы выяснить, при каких условиях аналитические результаты становятся неточными.

На этом этапе возникает две трудности.

Во-первых, наблюдаются существенные различия скорости протекания физических процессов, одновременно наблюдаемых в системе мобильной связи. Так для входящего/выходящего потоков абонентов среднее число регистраций за секунду может достигать нескольких десятков, а среднее время нахождения в макросоте и среднее время до срыва звонка (соединения) могут составлять тысячи секунд. В результате, для получения достоверных результатов, оказывается необходимым моделировать в рамках единой имитационной программы процессы с динамическим диапазоном разброса скоростей протекания, составляющим порядка ста тысяч. Использование стандартных систем и языков имитационного моделирования (GPSS World, AnyLogic, Rockwell Arena) оказывается невозможным из-за недопустимо больших вычислительных затрат. Возникает отдельная задача разработки специальных методов и алгоритмов, позволяющих моделировать в рамках единой программы процессы с таким диапазоном скоростей при ограниченной вычислительной сложности.

Во-вторых, для контроля необходимо получить экспериментальные данные для совместных распределений числа абонентов в соте, числа занятых и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов. Так как реальные соты могут иметь на территории обслуживания достаточно большое число абонентов (имеются ввиду макросоты) то, чтобы получить достоверный результат моделирования для каждого возможного числа абонентов, потребуются огромный вычислительный

ресурс. Поэтому целесообразно использовать подход, предполагающий сбор статистических данных не для каждого из возможных значений числа абонентов, а для интервалов таких значений. Указанные интервалы нужно выбирать так, чтобы, с одной стороны, существенно сократить объем представительных выборок, а, с другой стороны, не слишком огрубить результаты влияния числа абонентов на показатели качества, замаскировав их усредненными показателями.

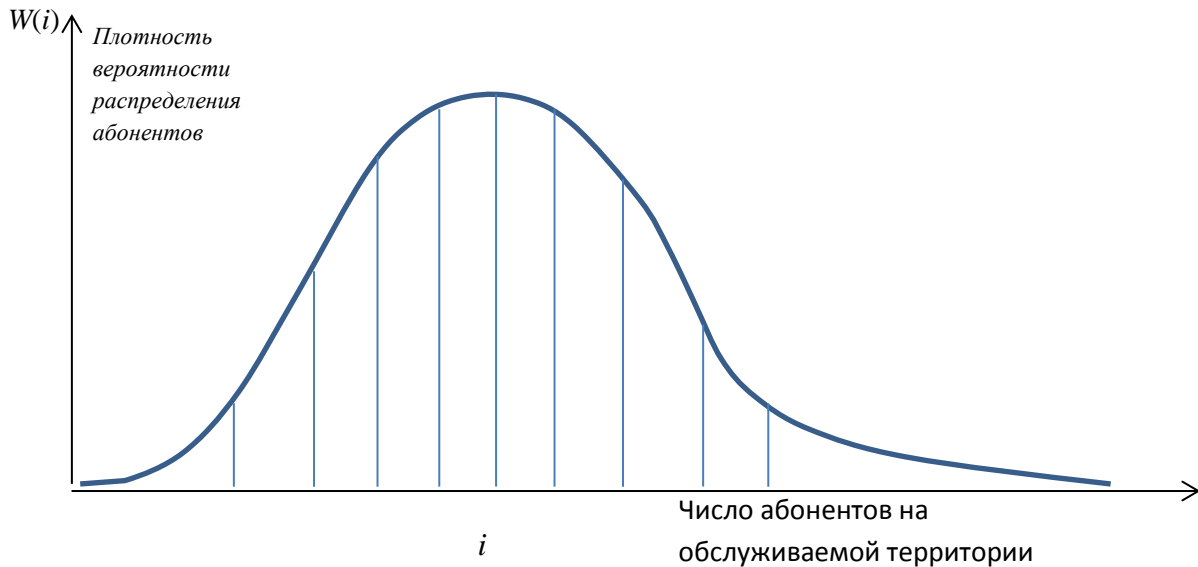


Рисунок 1.1 – Распределение случайного числа абонентов в соте и разбивка на интервалы для сбора статистических данных

На рисунке 1.1 показан пример распределения случайного числа абонентов на обслуживаемой территории соты и возможный вариант разбиения диапазона возможных значений числа абонентов на интервалы, для каждого из которых будет проводиться отдельный сбор статистических данных.

Крайний верхний интервал в общем случае может иметь бесконечную верхнюю границу.

## 1.2 Задача синтеза моделей функционирования систем мобильной связи как систем массового обслуживания

Для исследования работы систем мобильной связи необходимо создать адекватные модели. При этом возникает традиционная проблема уровня детализации, воспроизводимого в моделях. Действительно, так или иначе, всегда

приходится выбирать уровень подробности, начиная с которого модель становится феноменологической. Например, при детализации модели работы соты на макроуровне, обнаруживается, что нельзя с полной подробностью воспроизвести движение абонентов в зонах обслуживания сот для всевозможных реальных застроек. А при развитии модели на микроуровне – невозможно, оставаясь в пределах мыслимой вычислительной сложности, воспроизвести побитовую обработку в приемопередающих модулях и тем более работу на уровне полупроводниковых переходов. Поэтому придется определить уровни макро и микровоспроизведения, вне которых модели будут использовать феноменологическое (огрубленное) описание результатов действий. Такие уровни всегда связаны с формулировкой решаемой задачи.

Представляется целесообразным выбрать направление исследований повышения эффективности обслуживания трафика в системах мобильной связи за счет адаптации к условиям наполняемости обслуживаемой территории мобильными абонентами. В такой постановке вполне естественно на уровне организации связи ограничиться детализацией по признаку занят канал или свободен. На макроуровне тоже нужно ограничить детализацию. Так, в случаях, когда предметом исследования являлась бы конкретная проблемная зона работы сотовой сети, следовало бы детально смоделировать пути продвижения транспорта, застройку, технологические параметры сот и распределение интенсивности запрашиваемого трафика по территории. Тогда настройка параметров позволила бы провести оптимизацию сотовой сети в окрестности проблемной территории и добиться наилучших показателей. Но это была бы просто некоторая проектно-инженерная работа, не содержащая в себе обобщающих результатов. Следовательно, мобильность абонентов, их трафик и поток завершений сеансов связи нужно описывать в некоторой усредненной форме, но в таком виде, чтобы для широкого спектра типовых ситуаций получаемые результаты модели были в максимальной степени сближены с реальными. В [95] для описания влияния подвижности абонентов на заполнение территории обслуживания сот было предложено использовать модель массового обслуживания

вида  $M/M/\infty$  (по классификации Л. Клейнрока). Она представляется подходящей и для задач, решаемых в данной работе. То есть, поступление в зону обслуживания соты новых абонентов, описывается моделью случайного потока, подчиняющегося закону Пуассона. Поток выходящих из зоны обслуживания абонентов также описывается случайной моделью. Характеристики указанного выходящего потока определяются средним временем пребывания абонентов в соте. Время пребывания отдельного абонента в соте является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону. Бесконечность в модели  $M/M/\infty$  означает, что число абонентов на территории обслуживания соты может быть неограниченно большим. Последнее предположение, конечно, является приближением. Именно о таких приближениях говорилось выше. Реально число абонентов на территории не может превышать некоторого значения, хотя бы потому, что, начиная с некоторого значения, просто невозможно будет найти место для новых абонентов. Но такие ситуации имеют исчезающе малую вероятность, и поэтому их можно не исключать из математической модели, поскольку они, практически, не оказывают влияния на статистические показатели работы.

Если обратиться к модели мобильности  $M/M/\infty$ , описывающей число абонентов в соте, то можно увидеть, что ее описание полностью задают два параметра:  $\lambda^m$  – интенсивность потока входящих регистраций;  $\mu^m$  – величина обратная к средней длительности пребывания абонента в соте. В классической теории массового обслуживания, как отмечалось в [95], эти параметры считают постоянными, не изменяющимися во времени. Естественным развитием такой модели является введение нестационарности для поведения  $\lambda^m$  и  $\mu^m$ . При этом открываются возможности для описания широкого класса реальных ситуаций, охватывающих поведение подвижных абонентов в зоне обслуживания сот. В [95] класс нестационарных ситуаций поведения подвижных абонентов был ограничен моделью скачка (вверх или вниз), линейного роста/спада и комбинаций скачка и линейного роста/спада для интенсивностей  $\lambda^m$  и  $\mu^m$ . Такая модель, как уже оговаривалось, подходит для описания ударных волн [42], или случаев сильных

внешних воздействий. Медленные хаотические изменения требуют перехода к модели стохастических процессов и использованию методов аппарата стохастической фильтрации марковских процессов. Классическая задача исследования поведения системы массового обслуживания заметно преобразуется. Она становится не просто нестационарной, а стохастической. Поэтому результаты решения поставленной задачи имеют более широкие перспективы, чем применение для описания поведения подвижных абонентов в зоне обслуживания соты.

Можно указать еще одно направление исследований, явно просматриваемое для развития выбранной модели. Оно связано с уточнением физической природы характеристик, определяющих численные значения  $\lambda^m$  и  $\mu^m$ . Так, например, в работе [4] предложено рассматривать зависимость интенсивности входящих регистраций  $\lambda^m$  от длины границы соты. Однако, на практике довольно сложно оценить длину границы зоны обслуживания. Она обладает высокой степенью изрезанности и хаотичным характером, связанным с застройкой местности, мощностями излучаемых станциями пилот-сигналов и даже с погодой. Тем не менее, выявление подобных связей может оказаться полезным. Например, если подобная зависимость получена для эталонной соты, то на ее основе (с помощью перерасчета) можно получить усредненные значения  $\lambda^m$  для сот других размеров, работающих в сходных условиях. Тем не менее, целесообразно не углубляться в более тонкие структуры зависимостей  $\lambda^m$  и  $\mu^m$  от других физических параметров, а рассматривать их как ключевые самостоятельные параметры, определяющие влияние подвижности абонентов на степень заполнения обслуживаемой территории.

Поведение подвижных абонентов с точки зрения системы мобильной связи значимо только потому, что оно определяет поведение трафика. При отсутствии такой связи, мобильность не имела бы самостоятельного значения, кроме вопросов организации переключений (handover). В простейшем представлении модель зависимости трафика от подвижности (заполнения соты) выражается через линейную связь между числом абонентов на обслуживаемой территории соты и

заказываемой нагрузкой. Работа базовой станции в рамках соты тоже может быть представлена как функционирование устройства массового обслуживания, подчиняющегося модели  $M/M/N$ . Здесь  $N$  – максимальное число логических каналов, которое может поддерживать сота. Если все каналы заняты и приходит очередной абонентский запрос на соединение, то происходит отказ в обслуживании (GoS). Такая модель является на текущий момент традиционной для описания работы соты. Новым является только то, что интенсивность входящих запросов, или заказанная нагрузка, увязывается в виде некоторой зависимости от числа абонентов в зоне обслуживания. Представляется полезным обратить внимание на работу [19], в которой предлагается более детальная проработка вопросов взаимосвязи потока входящих запросов со структурой сот в зонах взаимных перекрытий. При этом выявляются возможности адаптивного управления для снижения уровня GoS, и, как следствие, подъема производительности системы мобильной связи. Но эти эффекты проявляются не на уровне отдельной соты, а на уровне организации работы групп соседних сот, зоны покрытий которых перекрываются. В рамках данной диссертации надсотовые алгоритмы и структуры не рассматриваются, так как считается целесообразным на первом этапе ограничить предмет исследований отдельной сотой. При таком подходе отдельная сота описывается как двухслойная система массового обслуживания, в которой «нижний» слой связан с процессами входа/выхода абонентов из зоны обслуживания, а «верхний» – установки/завершения абонентских соединений. Модель «верхнего» слоя – система массового обслуживания, поведение которой определяется тремя параметрами:  $\lambda$  – удельная (из расчета на одного абонента в зоне обслуживания) интенсивность потока входящих запросов на установление абонентских соединений;  $\mu$  – величина обратная средней длительности существования абонентского соединения в соте;  $N$  – максимальное число абонентских соединений, которое может поддерживать сота. Параметр  $N$  является технологическим и в процессе работы не изменяется (по крайней мере, на современном уровне развития сетей мобильной связи это так). А параметры  $\lambda$  и  $\mu$  могут быть нестационарными и изменяться.

В статическом режиме исследование необходимо провести для более сложной структурной модели соты, использующей трехслойную форму системы массового обслуживания. Третий, «самый верхний», слой вводится для описания процессов потерь абонентских каналов из-за «обрывов» соединений, возникающих при попадании абонентов в зоны радиозамираний, и процессов восстановления каналов связи, связанных с «оборванными» соединениями, на множестве доступного для использования ресурса. Для этого слоя целесообразно рассмотреть два параметра интенсивностей. Первый  $\omega$  – удельная интенсивность потока попаданий активных абонентов в зоны радиозамираний, задающая вероятность «обрыва» соединения,  $\nu$  – величина обратная среднему времени, затрачиваемому системой на обнаружение потерянных каналов и восстановлению их на множестве доступного ресурса. Модель массового обслуживания, соответствующая «третьему слою»  $M/M/k$ , где  $k$  – число активных каналов, задействованных сотой для абонентских соединений ( $k \leq N$ ). Эта модель описывает режим, связанный с CDR, как результат работы специфической системы массового обслуживания.

Параметры  $\omega$  и  $\nu$  являются характерной особенностью систем мобильной связи, поскольку зависят как от скорости движения абонентов, так и от качества радиоканала. В современных системах мобильной связи используется радиointерфейс с OFDM сигналами, а скорости движения абонентов могут достигать нескольких сотен км/час. Поэтому представляется целесообразным установить характер зависимости параметров  $\omega$  и  $\nu$  от скорости движения абонентов в системах с OFDM сигналами, а через них и зависимость показателя качества CDR.

### **1.3 Задача синтеза алгоритмов прогноза перегрузок в системах мобильной связи**

На современном уровне развития систем мобильной связи в качестве основного сдерживающего фактора выступает ограниченная пропускная способность радиоканала. Она является самым «узким местом» в технологии и, что неприятно, не имеет ясной перспективы в плане разрешения. Уже предприняты



попытки задействовать остававшиеся до сих пор без должного внимания степени свободы, связанные с технологиями на основе поляризационно-ортогонального (ММО) и пространственно-селективного [104] приема. Но перспективы таких методов, с одной стороны достаточно ограничены, а с другой – требуют высокой трудоемкости при реализации. В таких условиях важную роль приобретают методы, позволяющие оптимально использовать доступный ресурс. Они связаны с динамичным режимом адаптивной подстройки к изменяющимся обстоятельствам. Действительно, наряду со стационарной составляющей распределения трафика между сотами, как показал опыт, существует и нестационарная составляющая с довольно ощутимым относительным уровнем. У различных сот сети мобильной связи время ЧНН (час наибольшей нагрузки) может заметно отличаться. Эту информацию вполне возможно оценить и зафиксировать в алгоритмах перераспределения ресурса радиоканала. Но динамическую составляющую, спонтанно перераспределяющуюся как по территории обслуживания сети, так и по времени заранее предугадать невозможно. Ее можно только прогнозировать по текущим наблюдениям. Чем за большее время будет удаваться предсказывать перегрузки в локальных зонах, тем проще по технологии будет организовать перераспределение доступного ресурса радиоканала и избежать такого нежелательного явления как блокировки запросов (GoS).

В основе работы любой процедуры статистического предсказания лежит принцип инерции физического процесса, выступающего в качестве основного предопределяющего фактора поведения предсказываемого показателя. Чем более инертен такой процесс, тем на большее время вперед и более качественно можно предсказать поведение интересующего показателя. Поэтому и для сети мобильной связи, рассматриваемой в диссертации на уровне работы отдельной соты, нужно определиться с таким инертным базовым процессом. Он должен быть достаточно медленно изменяющимся, иметь ясную физическую связь с трафиком, генерируемым абонентами в соте, и поддаваться измерению, что обеспечит условие его предсказуемости. Естественно, что в качестве такого процесса, в первую очередь, рассматривается процесс, описывающий изменение числа

абонентов, находящихся на территории обслуживания соты. Такой показатель изменяется относительно медленно, по крайней мере, для макросот и сот средних размеров. Он поддается измерению. Действительно, при каждом входе в зону обслуживания соты, абонент выполняет процедуру локальной регистрации. А выход абонента с территории обслуживания соты однозначно детектируется либо по операции handover, либо по регистрации входа на территорию другой (соседней) соты. Остается выяснить только вопрос связи между такими показателями как число абонентов в соте и уровень запрашиваемой нагрузки. Здесь могут рассматриваться самые разные модели. Но наиболее естественной, по крайней мере, в первом приближении представляется линейная зависимость между ними.

Фактически предлагается модель, задающая интенсивность входящих абонентских запросов

$$\Lambda = \lambda \cdot (i - n_a), \quad (1.1)$$

где  $\Lambda$  – интенсивность потока абонентских запросов,  $i$  – число абонентов в соте в данный момент времени,  $n_a$  – число активных абонентов в соте,  $\lambda$  – удельная интенсивность абонентских запросов на работу в сети. Формула (1.1) определяет линейный закон связи между числом «свободных абонентов» и интенсивностью запросов. Коэффициент пропорциональности линейной модели связи – это  $\lambda$ . Активные абоненты исключены из общего числа, так как они, как правило, уже не могут проявлять активность в плане создания новых соединений, пока не освободятся.

В простейшем случае параметр  $\lambda$  можно считать постоянным. Однако в общем случае целесообразно рассмотреть ситуацию, когда поведение  $\lambda$  описывается стохастическими уравнениями «движения». В результате открывается возможность рассматривать ситуации, когда удельная интенсивность абонентских запросов хаотически изменяется. Случайность в данном контексте следует трактовать как невозможность учета совокупности всех влияющих факторов, что предопределяет применение вероятностной модели описания. Постоянная

составляющая в линейном законе (1.1) равна нулю, так как совершенно ясно, что при отсутствии абонентов в соте интенсивность запросов будет равна нулю.

Для параметра средней длительности абонентского соединения в соте, естественно, использовать модель с отсутствием зависимости от числа абонентов и от числа активных абонентов. Поэтому

$$\mu = \frac{1}{T_{\text{соед}}} \quad (1.2)$$

в рамках предлагаемой к рассмотрению модели это, либо постоянная величина, либо медленно изменяющийся марковский процесс, описываемый системой стохастических уравнений.

Такие подробные рассуждения относительно выбора модели приводятся лишь потому, что на их основе можно детально проработать вопросы, составляющие направление исследований диссертации.

Модель стохастических дифференциальных уравнений, описывающих «движение» параметров, которые необходимо предсказывать, удобна тем, что позволяет в простом виде генерировать оценки прогноза. Действительно, в решении задачи фильтрации, как известно [33, 36, 41, 44, 47-49], необходимо формировать оценки экстраполяции, а по рассогласованию прогноза с наблюдениями должна осуществляться коррекция оценки состояния фильтруемого процесса. Поэтому в самом решении уравнений фильтрации уже заложен механизм прогноза. Нужно просто обнулить компоненту «порождающего процесса» и генерировать тренд прогноза на основе полученных уравнений сноса с начальным состоянием в позиции оценки фильтрации. На рисунке 1.2 показан наглядный пример формирования оценки прогноза таким способом.

Решение задачи прогноза перегрузок представляется достаточным выполнить в приближении первого порядка (линейное приближение). Поэтому при формировании указанного прогноза достаточно использовать только экстраполяционные оценки средних значений параметров  $\lambda$  и  $\mu$ . В ситуациях со значительными уровнями флуктуаций  $\lambda$  и  $\mu$ , приближения первого порядка будет

недостаточно. Придется формировать уравнения фильтрации непосредственно для параметра ожидаемой нагрузки вида  $\Lambda/\mu$ . Такая задача значительно сложнее с точки зрения аналитики, а результаты ее решения не обладают наглядностью. Поэтому на первом этапе целесообразно рассмотреть только ситуации, допускающие использование линейного приближения. В результате задача прогноза перегрузок в локальных зонах сети мобильной связи приобретает лаконичную форму. Одновременно вопросы по разработке математических методов, позволяющих ее решить, становятся хорошо понимаемыми. Это развитие теории фильтрации на случаи изменяющихся интенсивностей пуассоновских потоков, и развитие аппарата теории систем массового обслуживания, принадлежащих классу  $M/M/N$ , на случаи работы в нестационарных условиях.



Рисунок 1.2 – Формирование оценки предсказания на основе уравнения тренда сноса стохастического процесса

Модель системы массового обслуживания, в случае успешного разрешения математических вопросов, при этом достигает достаточно высокой общности для охвата большинства реальных ситуаций, приводящих к локальным перегрузкам в сетях мобильной связи.

Для применения полученных результатов на практике в настоящий момент

сложились все необходимые условия:

- 1) компактность и высокая производительность вычислительных устройств;
- 2) высокая емкость и компактность модулей хранения информации;
- 3) широкое внедрение цифровых приемников и цифровых модулей формирования сигналов передатчиков для БС сотовых сетей;
- 4) внедрение систем удаленного доступа и управления параметрами антенн и приемно-передающих модулей БС.

Учитывая все вышеизложенное, можно дать формулировку понятия «эффективного обслуживания трафика» и определить связанные с этим понятием задачи, которые необходимо решить в работе.

Введем понятие функционала  $P$ , задающего значение канального ресурса, необходимого для оказания услуг связи при заданных условиях на основные показатели качества, например, такие как вероятность отказа на запрос обслуживания и вероятность «обрыва» соединения. Такой функционал

$$P = F(\rho, M, D, G)$$

и определяемое им значение канального ресурса  $N$  – число доступных каналов в системе, зависят от аналитического вида функции  $F$ , устанавливающей связь между канальным ресурсом и параметрами вида:  $\rho$  – суммарный обслуживаемый трафик,  $M$  – число абонентов на территории,  $G$  – допустимая вероятность блокировки запроса обслуживания из-за перегрузки,  $D$  – верхний порог для числа «обрывов» соединений.

Тогда задачу **эффективного обслуживания трафика** можно сформулировать следующим образом.

1. При стационарном трафике заданного уровня **необходимо найти вид функции  $F$** , обеспечивающей в реальной ситуации минимальное значение  $P$  ( $N_0 = \min P$ ) (минимально необходимое значение канального ресурса для поддержания заданного трафика  $\rho$ ) при установленных показателях качества  $M, D, G$ :

$$\begin{cases} F_{opt} = \arg \left\{ \min_F \{P; P = F(\rho, M, D, G)\} \right\}, \\ N_0 = \min_F \{P; P = F(\rho, M, D, G)\}. \end{cases} \quad (1.3)$$

2. При не стационарном трафике, возникающем в виду изменения во времени одного или нескольких параметров  $\rho, M, D, G$ , которые в свою очередь изменяются во времени из-за подвижности абонентов, **необходимо синтезировать алгоритмы управления канальным ресурсом**, позволяющие поддерживать на заданном уровне показатели качества  $\rho, D, G$ , при минимально возможных значениях прироста  $\Delta N$ , обеспечивающего результирующий используемый канальный ресурс:  $N_0 + \Delta N$ .

Эффективным обслуживанием трафика, согласно (1.3), следует называть поддержание показателей качества на заданном уровне при минимально возможном для этого канальном ресурсе.

Если зафиксировать канальный ресурс, под эффективным обслуживанием трафика следует понимать применение такого метода, который позволяет обслужить с заданными показателями качества большую нагрузку (трафик) или, что вытекает из этого, – большее число абонентов (при прочих равных условиях).

Для оценки повышения эффективности обслуживания трафика предлагается использовать показатель

$$\zeta = \frac{\rho_{\max} - \rho}{\rho} 100\%, \quad (1.4)$$

где  $\rho$  и  $\rho_{\max}$  – канальный трафик (число активных абонентских линий), который система способна обслужить до и после оптимизации при условии сохранения заданных показателей ( $G, D, N$ ).

Приведенная формулировка подразумевает две задачи, которые надо решить, чтобы достичь поставленной цели.

1. Определить аналитические зависимости, наиболее адекватно описывающие показатели качества, которым должна удовлетворять система

(причем адекватность должна быть подтверждена экспериментально, например, на основе имитационного моделирования).

2. Синтезировать алгоритм, позволяющий поддерживать заданные показатели качества путем изменения используемых ресурсов системы в случае ухудшения ситуации с нагрузкой (с возрастающим по времени трафиком).

Единственная и реальная трудность на пути внедрения разрабатываемых алгоритмов оперативного управления ресурсом сети для парирования ситуаций, приводящих к локальным перегрузкам, это организационный фактор. Сети мобильной связи приобрели огромные размеры. Их модернизация требует колоссальных материальных затрат. Операторы с осторожностью относятся ко всем проектам масштабной реорганизации. Поэтому представляется практичным использовать предлагаемые варианты алгоритмов анализа-управления на примере относительно небольших сетей нового поколения и/или на отдельных небольших фрагментах существующих сетей мобильной связи ведущих операторов. В результате такого подхода будет возможно оценить положительный эффект от предлагаемых методов и сопоставить его с материальными затратами на их реализацию и внедрение. На начальном этапе нужно получить теоретические оценки эффективности и, по возможности, проверить их методами имитационного моделирования. Именно этот уровень проработки вопроса был поставлен в качестве основной задачи при выполнении данной диссертационной работы.

Результаты такого исследования могут оказаться полезными не только для сетей мобильной связи, но и для широкого ряда иных приложений. Например, для задач распределенного управления, анализа эффективности коммерческой/рекламной деятельности, связанной с привлечением клиентов, распознавания ситуаций, способных спровоцировать катастрофы и т.п.

Естественным развитием теоретической базы для статистического анализа поведения систем массового обслуживания в нестационарных условиях будет объединение методов, ориентированных на работу в условиях «ударных волн» [42, 95] с методами, ориентированными на фильтрацию флуктуационных вариаций, рассмотренными в диссертации. Но такие вопросы из-за своей трудоемкости в

диссертации не рассматривались. Также нужно отметить, что метод «инвариантного погружения», предложенный в [32, 33] для синтеза уравнений стохастической фильтрации, имеет несколько более общую форму, чем тот, который требуется в рамках предложенной модели для описания работы сот в системах мобильной связи. Поэтому, например, вполне очевидными представляются обобщения на ситуации, когда фильтруемый полезный параметр не является просто интенсивностью пуассоновского потока, а связан с ней через функциональную зависимость. Также допускаются обобщения на ситуации, в которых и дисперсия «порождающего процесса» в уравнениях «движения» функционально связана с фильтруемым параметром. Однако, для систем мобильной связи такие обобщения представляются не адекватными моделям поведения трафика в сотах и потому далее не рассматриваются. Кроме того, указанные обобщения существенно усложняют форму представления результатов и приводят к потере наглядности.

#### **1.4 Краткие выводы по главе**

1. Анализ основных рабочих параметров, используемых на практике для описания качества работы сотовой сети, показал, что наряду с блокировками, или отказами на запросы обслуживания, (GoS) важная роль отводится и показателю уровня «обрывов» соединений (сорванных звонков) (CDR). Поэтому для исследования в диссертации предлагается расширить стандартную модель Эрланга В, работающую только с блокировками, на показатель «обрывов» соединений. Такая модель будет иметь большую размерность, но зато позволит в единой форме описывать блокировки и «обрывы». Одновременно предлагается в такую модель ввести учет подвижности абонентов и качество радиоканала.

2. Показано, что управление каналным ресурсом системы мобильной связи целесообразно проводить на основе прогноза возможных перегрузок системы. Метод прогноза перегрузок может основываться на решении задачи стохастической фильтрации для изменяющихся интенсивностей пуассоновских потоков.



3. Предложено для проверки адекватности разработанных моделей и полученных на их основе аналитических решений разработать имитационную программу работы системы мобильной связи.

4. Сформулировано понятие «эффективного обслуживания трафика», которое учитывает существенные параметры системы, что позволяет записать модели исследуемого процесса, а также сформулировать критерий и синтезировать по нему оптимальный алгоритм управления канальным ресурсом системы.

## **ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРАФИКА С УЧЕТОМ МОБИЛЬНОСТИ АБОНЕНТОВ**

### **2.1 Особенности модели, используемой для расчета потерь в системах мобильной связи**

С повсеместным глобальным внедрением и развитием систем мобильной связи происходит усовершенствование методов анализа и выработка новых, более совершенных, критериев оценки качества их работы. Их применение позволяет добиться более эффективного обслуживания трафика в условиях, отвечающих сформировавшимся ситуациям. В этом процессе явно выделяются два направления. Первое – поиск новых характеристик и параметров, позволяющих учитывать все нюансы и особенности обслуживания трафика. Второе – выделение из указанных характеристик наиболее значащих, которые имеют заметную связь с качеством работы на уровне, который способны распознать как отдельные абоненты, так и подсистемы, организованные на базе исходной системы мобильной связи.

На этапе начального развертывания систем мобильной связи в глобальном масштабе для оценки качества обслуживания соединений, как на уровне отдельной соты, так и отдельной подсети, были сформированы и утвердились два основных показателя. Первый – вероятность блокировки вызова (GoS), второй – вероятность срыва звонка («обрыва» соединения) (CDR). Первый из указанных параметров показывает, какова вероятность того, что абонент при запросе соединения получит отказ по причине перегрузки сети в локальной зоне его размещения (в соте/сотах обслуживания). Такие отказы часто называют «обрывами в начале соединения». Второй из указанных параметров связан с потерей абонентом соединения по причине пропадания радиосигнала, или попадания в зону радиотени/радиопомех, в условиях, когда сеанс связи уже установился. Такие отказы часто называют «обрывами в конце соединения».

Наряду с указанной парой характеристик для оценок качества используются

и другие показатели: уровень качества связи QR (Quality Rate); уровень помех (Interference); уровень успешных НО (НО Success Rate) и т.д [86]. Но все они связаны с качеством работы сети на более низких уровнях иерархии (на физическом уровне (радиоканал) или на уровне звена передачи данных (НО – это процедура переключения звена передачи)). Плохое качество работы этих уровней не приводит к катастрофическим последствиям. На более высоких уровнях просто производится переключение на другие элементы, не подверженные влияниям, снижающим качество. Например, абонентское соединение переключают на другую радиочастоту, не подверженную воздействию помех, попытку НО повторяют с возможной заменой соты перехода и т.д. А вот GoS и CDR приводят к потерям на высоком – сеансовом уровне. Последствия их более значительны, так как непосредственно обнаруживаются пользователями. Именно поэтому основное внимание будет сконцентрировано на указанной паре показателей качества, будут предложены более детальные, развернутые методы их анализа.

На текущий момент развития, в системах мобильной связи все шире стали применяться малоразмерные соты. Наряду с микросотами стали появляться пико и даже фемтосоты. Такие соты обладают рядом характерных особенностей, не наблюдаемых на уровне макросот. Во-первых, указанные особые свойства связаны с существенным ограничением числа абонентов, зарегистрированных на территории соты, которое становится сопоставимым с числом активных сессий, которое может поддерживать сота. Это новое явление, мало изученное в теории, поскольку на предыдущих этапах развития оно, практически, не встречалось. Сети до недавнего времени проектировались так, чтобы удельная нагрузка абонента была незначительна. А это означало, что в зоне обслуживания число абонентов значительно превышало каналный ресурс соты. Именно поэтому для интенсивности потока запросов на организацию абонентских соединений использовалась модель постоянного уровня, не зависящая от числа поддерживаемых соединений. Новые условия требуют учета того, что с ростом числа активных сессий в соте число абонентов, находящихся в свободном состоянии (Idle Mode), уменьшается, и, следовательно, интенсивность запросов на

установление новых соединений должна падать. Во-вторых, нужно учитывать влияние уровня «обрывов в конце» (CDR) на процесс освобождения каналов и, следовательно, на уровень «обрывов в начале» (GoS). Такое влияние становится значимым с увеличением длительности отдельных абонентских соединений. В-третьих, при работе системы мобильной связи на предельных уровнях пропускной способности требуется учитывать, что число абонентов в каждой соте случайно и меняется со временем. Флуктуации этого числа в сторону увеличения в определенные моменты могут вызывать перегрузки по трафику.

Три вышеперечисленных явления необходимо изучить теоретически, создать аналитическую основу и адекватную программу моделирования. В результате будет возможно установить, в каких условиях они оказывают значимое влияние на оценки производительности, которые пока традиционно формируют с помощью простой модели Эрланга. Такая основа позволит, при проектировании систем мобильной связи, добиться более высоких результатов и снизить издержки, неизбежно возникающие при использовании неадекватных методов анализа. Кроме того, развитие предлагаемой методики на случаи динамического поведения позволит предсказывать возможные перегрузки в сотах, возникающие по причине локального скопления абонентов, и, как следствие, открыть возможность динамического управления ресурсом радиоканала для их предотвращения.

Именно эти три аспекта (ограниченное число абонентов, случайные изменения числа абонентов и возможность завершения соединений по причине CDR), предлагается ввести в общую модель работы отдельной соты и с их учетом получить расширенную модель Эрланга В.

Для описания процесса установки соединения используется модель пуассоновского потока, интенсивность которого пропорциональна числу абонентов в соте, находящихся в состоянии Idle Mode (не активных). При этом удельная интенсивность возникновения запросов, приходящаяся на одного свободного абонента, считается постоянной величиной и обозначается  $\lambda$ . Конечно, это несколько упрощенная форма описания процесса установления соединения, но при корректном выборе величины  $\lambda$ , она вполне подходит для решения

поставленной задачи анализа перегрузок на уровне соты. Таким образом, если обозначить через  $i$  – число абонентов в соте,  $n_a$  ( $0 \leq n_a \leq i$ ) – число активных абонентов (или занятых каналов) в соте на текущий момент времени, тогда интенсивность потока запросов на установку новых соединений будет:

$$\Lambda = \lambda(i - n_a). \quad (2.1)$$

Завершение соединения может произойти по двум причинам:

- 1) в штатном режиме, по причине завершения сеанса;
- 2) в нештатном режиме, по причине «обрыва» радиосоединения абонента с базовой станцией (БС), который возникает либо из-за попадания в зону радиотени или в зону интенсивного воздействия помех.

Для описания этих процессов также используется модель независимых пуассоновских потоков с удельными интенсивностями (на одного активного абонента)  $\mu$  и  $\omega$ , соответственно. То есть, интенсивность потока событий штатного завершения в конкретный момент времени будет

$$M = \mu \cdot n_a, \quad (2.2)$$

а потока событий потерь радиоканала из-за «обрыва» соединения

$$\Omega = \omega \cdot n_a. \quad (2.3)$$

Следует учесть, что при штатном режиме завершения соединения сеть сразу возвращает занятый канал в множество свободных ресурсов, доступных для использования. В нештатном случае сеть не способна сразу распознать ситуацию и затрачивает определенное время, связанное либо с истечением времени на таймере, фиксирующем использование радиоканала, либо с выполнением некоторого установленного числа неудачных попыток контакта с абонентским оборудованием по выделенному каналу управления. Для описания возвращения потерянного радиоканала в множество свободных ресурсов предлагается использовать модель экспоненциально распределенной задержки со средним  $1/\nu$ . Тогда, если в данный момент времени  $j$  каналов соты потеряны из-за нештатных ситуаций завершения, поток возвращения ресурса в доступное для использования множество, будет

описываться пуассоновской моделью с интенсивностью

$$\Theta = \nu \cdot j. \quad (2.4)$$

Конечно, предлагаемые модели носят упрощенный характер, не учитывают всех тонкостей внутренних процессов, возникающих в системе при наблюдении описанных выше ситуаций. Но при корректном выборе значений параметров  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\omega$  и  $\nu$ , присутствующих в формулах (2.1 - 2.4), можно добиться достаточно точного совпадения поведения имитационной модели и реальной системы мобильной связи (на уровне выделенной соты), по крайней мере, для решаемой задачи анализа качества обслуживания абонентов.

Варьируя значения указанных параметров можно будет изучать, насколько существенным может оказаться влияние тех или условий работы на итоговое качество, измеряемое через такие ключевые показатели, как GoS и CDR.

Также в дальнейшем учитывается, что на указанные процессы накладывается подвижность абонентов, которые попадают в зону обслуживания рассматриваемой соты, и могут выходить из нее. Для описания этих процессов также используются модели независимых пуассоновских потоков с

- 1)  $\lambda^m$  – интенсивностью входящих регистраций
- 2)  $\mu^m$  – удельной интенсивностью (на одного абонента) регистраций на выход.

Нужно подчеркнуть, что параметр  $\lambda^m$  – интегральный, так как описывает поток всех абонентов, регистрирующихся на соте, а  $\mu^m$  – удельный, так как связан с вероятностью выхода из соты одного абонента. Интенсивность общего потока выхода абонентов из соты при этом будет

$$M^m = \mu^m \cdot i, \quad (2.5)$$

где  $i$  – число абонентов в соте в текущий момент времени.

В рамках принятых моделей можно описать поведение и изменение состояний отдельной соты системы мобильной связи в формате математического представления. При этом следует использовать известный факт [10, 11, 18, 24, 29, 30, 40], что поток, полученный композиции нескольких пуассоновских потоков,

сам является пуассоновским с интенсивностью равной сумме интенсивностей, составляющих потоков.

На основе полученного описания будет осуществляться расчет стационарного распределения для возможных состояний соты, и, как следствие, искомым показателей GoS, CDR.

## 2.2 Вывод системы уравнений баланса фаз с учетом мобильности абонентов и замираний сигнала в системах мобильной связи

В соответствии с принятой моделью, для описания работы соты требуется пространство дискретных состояний размерности три. Его составляют величины:  $i$  – число абонентов на территории соты;  $n_a$  – число активных абонентов в соте и  $j$  – число потерянных из-за «обрывов» соединений каналов, которые еще не идентифицированы системой и не возвращены в множество доступных. Поэтому в каждый момент времени необходимо рассматривать дискретное распределение размерности три

$$P_{i,n_a,j}, \text{ где } i \geq 0, \quad j \geq 0, \quad 0 \leq n_a \leq i - j, \quad (2.6)$$

которое определяет полную информацию о состоянии соты.

Динамическое поведение  $P_{i,n_a,j}$  найти достаточно сложно. Но с точки зрения большинства практических приложений на первом этапе вполне достаточно определить стационарное состояние, которое будет определять искомые ключевые показатели в установившемся режиме. Для этого воспользуемся методикой составления уравнений «баланса».

Чтобы их составить, прежде всего, нужно выделить процессы, приводящие к увеличению и уменьшению отдельных компонент распределения  $P_{i,n_a,j}$  на относительно малом интервале времени  $\Delta t$ . При этом надо учитывать, что пуассоновская модель предполагает статистическую независимость процессов, и то, что вероятность наблюдения более одного изменения состояния на интервале  $\Delta t$  составляет исчезающе малую величину  $o(\Delta t)$  относительно  $\Delta t$ .

В результате для охватываемых уравнениями «баланса фаз» независимых

процессов получаем перечень ситуаций с изменением вероятностей:

- 1) из-за возможного появления нового абонента в соте на интервале  $\Delta t$  вероятность  $P_{i,n_a,j}$  будет изменяться (увеличиваться) на  $(P_{i-1,n_a,j} \cdot \lambda^M \Delta t - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^M \Delta t)$ ;
- 2) из-за возможного выхода абонента из соты на интервале  $\Delta t$  вероятность  $P_{i,n_a,j}$  будет изменяться (увеличиваться) на  $(P_{i+1,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot (i+1) \cdot \Delta t - P_{i,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot i \cdot \Delta t)$ ;
- 3) из-за возможного нового абонентского соединения на интервале  $\Delta t$  вероятность  $P_{i,n_a,j}$  будет увеличиваться на  $(P_{i,n_a-1,j} \cdot \lambda \cdot (i-n_a+1) \cdot \Delta t - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i-n_a) \cdot \Delta t)$ ;
- 4) из-за возможного штатного завершения абонентского соединения на интервале  $\Delta t$  вероятность  $P_{i,n_a,j}$  будет увеличиваться на  $(P_{i,n_a+1,j} \cdot \mu \cdot (n_a+1) \cdot \Delta t - P_{i,n_a,j} \cdot \mu \cdot n_a \cdot \Delta t)$ ;
- 5) из-за возможной потери соединения на интервале  $\Delta t$  вероятность  $P_{i,n_a,j}$  будет увеличиваться на  $(P_{i,n_a+1,j-1} \cdot \omega \cdot (n_a+1) \cdot \Delta t - P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a \cdot \Delta t)$ ;
- 6) из-за возможного нештатного завершения абонентского соединения с восстановлением доступности оборванного канала на интервале  $\Delta t$  вероятность  $P_{i,n_a,j}$  будет увеличиваться на  $(P_{i,n_a,j+1} \cdot \nu \cdot (j+1) \cdot \Delta t - P_{i,n_a,j} \cdot \nu \cdot j \cdot \Delta t)$ .

Естественно, отрицательные значения в вышеприведенных соотношениях приводят к уменьшению соответствующих вероятностей.

Если собрать все выделенные процессы вместе и перегруппировать, то получим:

$$P_{i,n_a,j}(t + \Delta t) = P_{i,n_a,j}(t) +$$



$$\begin{aligned}
& \left[ \left\{ P_{i,n_a+1,j} \cdot \mu \cdot (n_a + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a) \right\} - \left\{ P_{i,n_a,j} \cdot \mu \cdot n_a - P_{i,n_a-1,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a + 1) \right\} + \right. \\
& + \left\{ P_{i+1,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot (i + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^M \right\} - \left\{ P_{i,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot i - P_{i-1,n_a,j} \cdot \lambda^M \right\} + \\
& + P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a - \\
& - P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) + P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a + \\
& \left. - P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a - P_{i,n_a,j} \cdot j \cdot \nu + P_{i,n_a+1,j-1} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) + P_{i,n_a,j+1} \cdot (j + 1) \cdot \nu \right] \Delta t \quad (2.7)
\end{aligned}$$

При составлении выражения (2.7), были добавлены и вычтены элементы  $P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1)$  и  $P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a$ . Это было сделано для того, чтобы можно было сгруппировать в пары составляющие, содержащие вероятностные компоненты, отличающиеся только в одном индексе на 1. Так как при попадании абонента в зону радиотени состояние, связываемое с  $P_{i,n_a,j}$ , сразу переходит в состояние, связываемое с  $P_{i,n_a-1,j+1}$ , то такое событие приводит к изменению на 1 сразу двух индексов. Поэтому без указанных добавок разбить общее выражение на пары элементов, удовлетворяющие вышеуказанному условию, нельзя.

В установившемся режиме  $P_{i,n_a,j}(t)$  не должны изменяться со временем. Откуда, с учетом (2.7) получаем

$$\begin{aligned}
& \left\{ P_{i,n_a+1,j} \cdot \mu \cdot (n_a + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a) \right\} - \left\{ P_{i,n_a,j} \cdot \mu \cdot n_a - P_{i,n_a-1,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a + 1) \right\} + \\
& + \left\{ P_{i+1,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot (i + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^M \right\} - \left\{ P_{i,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot i - P_{i-1,n_a,j} \cdot \lambda^M \right\} + \\
& + P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a - \\
& - P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) + P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a + \\
& - P_{i,n_a,j} \cdot \omega \cdot n_a - P_{i,n_a,j} \cdot \nu \cdot j + P_{i,n_a+1,j-1} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) + P_{i,n_a,j+1} \cdot \nu \cdot (j + 1) = \\
& = \overset{I}{\left\{ P_{i,n_a+1,j} \cdot (\mu + \omega) \cdot (n_a + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a) \right\}} - \overset{II}{\left\{ P_{i,n_a,j} \cdot (\mu + \omega) \cdot n_a - P_{i,n_a-1,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a + 1) \right\}} + \\
& + \overset{III}{\left\{ P_{i+1,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot (i + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^M \right\}} - \overset{IV}{\left\{ P_{i,n_a,j} \cdot \mu^M \cdot i - P_{i-1,n_a,j} \cdot \lambda^M \right\}} +
\end{aligned}$$

$$+ \left\{ P_{i,n_a,j+1} \cdot (j+1) \cdot \nu - P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) \right\} - \left\{ P_{i,n_a,j} \cdot j \cdot \nu - P_{i,n_a+1,j-1} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) \right\} = 0. \quad (2.8)$$

Ясно, что, если равенство 0 будет обеспечено для групп скобок в каждой строке (2.8), то и уравнение (2.8) в целом будет решено. Группировка по строкам в (2.8) выполнена таким образом, что решение для одной из скобок в строке приводит сразу и к решению для другой скобки строки. Таким образом, решение задачи сводится к удовлетворению трем независимым рекуррентным соотношениям, которые можно записать в виде системы уравнений

$$\begin{cases} P_{i,n_a+1,j} \cdot (\mu + \omega) \cdot (n_a + 1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i - n_a) = 0, & \text{где } 0 \leq n_a \leq \min(N - j, i), \\ P_{i+1,n_a,j} \cdot \mu^m \cdot (i+1) - P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^m = 0, & \text{где } 0 \leq n_a + j \leq i, \\ P_{i,n_a,j+1} \cdot (j+1) \cdot \nu - P_{i,n_a+1,j} \cdot \omega \cdot (n_a + 1) = 0, & \text{где } 0 \leq j \leq i - n_a - 1, \end{cases} \quad (2.9)$$

где  $N$  – канальный ресурс соты (предельное число каналов, поддерживаемых сотой).

### 2.3 Решение системы уравнений баланса фаз

Из первого уравнения системы (2.9) (или из скобок «I» и «II» (введены в (2.8) как пометки сверху)) находим, что при зафиксированных значениях  $i$  и  $j$  должно выполняться:

$$P_{i,n_a,j} = P_{i,0,j} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^{n_a} \frac{i!}{n_a! (i - n_a)!}, \quad (2.10)$$

где  $\mu^* = \mu + \omega$  – общая удельная интенсивность завершения соединения [55, 56, 62].

Из второго уравнения системы (2.9) (скобки «V» и «VI» в (2.8)) находим, что при зафиксированных значениях  $i$  и  $n_a$  должно выполняться

$$P_{i,n_a,j} = P_{i,n_a,0} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^j \left( \frac{\omega}{\nu} \right)^j \frac{(i - n_a)^j}{j!}. \quad (2.11)$$

Формально (не учитывая то, что были использованы различные варианты фиксации) можно объединить решения (2.10) и (2.11) в общий вариант решения для фиксированного  $i$ :

$$P_{i,n_a,j} = P_{i,0,0} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^{n_a} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^j \left( \frac{\omega}{\nu} \right)^j \frac{i!}{n_a!(i-n_a)!} \frac{(i-n_a)^j}{j!}, \quad (2.12)$$

где  $\mu^* = \mu + \omega$ .

А из третьего уравнения системы (2.9) (скобки «III» и «IV» в (2.8)), при фиксированных  $n_a$  и  $j$  находим:

$$P_{i,n_a,j} = P_{0,n_a,j} \left( \frac{\lambda^M}{\mu^M} \right)^i \frac{1}{i!} = P_{0,n_a,j} \rho^M{}^i \frac{1}{i!}. \quad (2.13)$$

Теперь формально можно (2.13) объединить с (2.12) в единую форму:

$$P_{i,n_a,j} = P_{0,0,0} (\rho^M)^i \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^{n_a} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^j \left( \frac{\omega}{\nu} \right)^j \frac{1}{n_a!(i-n_a)!} \frac{(i-n_a)^j}{j!}, \quad (2.14)$$

где  $\rho^M = \frac{\lambda^M}{\mu^M}$ .

Фактически использовалась приближенная методика, заключающаяся в решении уравнения баланса для каждого параметра в отдельности, при формальном предположении о том, что другие два параметра остаются постоянными. То есть, формировали решения как для разделившихся переменных. Теперь необходимо оценить точность полученного решения (2.14). Для этого (2.14) следует подставить в (2.8) и перестать пользоваться приближением, связанным с фиксацией отдельных переменных. Далее показано, что для большинства практических приложений, значения отдельных скобок, содержащих сгруппированные попарно компоненты в (2.8), хоть и не равны 0, но составляют относительно малые величины, по сравнению с любым из слагаемых в скобке. То есть (2.14), действительно, можно рассматривать как приближенное решение системы уравнений баланса (2.9). А для того, чтобы ответить на вопрос, когда использованная методика и полученное на ее основе решение перестают быть справедливыми, ниже будут использованы результаты моделирования. Эти данные приведены в разделах 4.2 и 4.4.

И так, нужно оценить результат подстановки (2.14) в каждую из скобок I –

## VI.

## Скобка I.

$$I = P_{i,n_a,j} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \left( \frac{i-n_a-1}{i-n_a} \right)^j \frac{1}{n_a+1} (i-n_a) \mu^* (n_a+1) - \lambda (i-n_a) \right) = P_{i,n_a,j} \lambda (i-n_a) \left( \left( 1 - \frac{1}{i-n_a} \right)^j - 1 \right) \approx -P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i-n_a) \frac{j}{i-n_a}. \quad (2.15)$$

Последнее приближение в (2.15) основывается на предположении о том, что  $i$  – число абонентов в соте заметно превышает число активных абонентов  $n_a$  и, что число отказавших в процессе работы каналов  $j$  обычно меньше  $n_a$ . Такие условия характерны для макро и, иногда, для микросот. Нетрудно заметить, что при этом также будет иметь место условие  $\frac{j}{i-n_a} \ll 1$ . Значит результат скобки «I» оказывается исчезающе малым по сравнению со вторым слагаемым в ней (оно равно  $P_{i,n_a,j} \cdot \lambda \cdot (i-n_a)$ ). А значит и первое слагаемое этой скобки должно значительно превосходить по абсолютному значению (2.15).

## Скобка II.

$$II = -P_{i,n_a,j} \left( \mu^* n_a - \frac{\mu^*}{\lambda} n_a \left( \frac{i-n_a+1}{i-n_a} \right)^j \frac{1}{i-n_a+1} \lambda (i-n_a+1) \right) = -P_{i,n_a,j} \mu^* n_a \left( 1 - \left( 1 + \frac{1}{i-n_a} \right)^j \right) \approx P_{i,n_a,j} \cdot \mu^* \cdot n_a \frac{j}{i-n_a} \quad (2.16)$$

Последнее приближение в (2.16) сделано при тех же предположениях, что и в (2.15). И опять из того, что  $\frac{j}{i-n_a} \ll 1$  получаем, что результат скобки «II» исчезающе мал по сравнению с ее первым ( $P_{i,n_a,j} \cdot (\mu + \omega) \cdot n_a$ ), а значит и вторым, слагаемым в выражении абсолютных значений.

## Скобка III.

$$\begin{aligned}
III &= P_{i,n_a,j} \left( \frac{\lambda^M}{\mu^M} \left( \frac{i-n_a+1}{i-n_a} \right)^j \frac{\mu^M(i+1)}{i-n_a+1} - \lambda^M \right) = P_{i,n_a,j} \lambda^M \left( \left( \frac{i-n_a+1}{i-n_a} \right)^j \frac{i+1}{i-n_a+1} - 1 \right) \approx \\
&\approx P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^M \cdot \frac{j+n_a}{i-n_a}. \tag{2.17}
\end{aligned}$$

Приближение в (2.17) получено при тех же предположениях, что были использованы в (2.15), (2.16). И из того, что  $\frac{j}{i-n_a} \ll 1$ ,  $i \gg n_a$  сразу получаем, что в абсолютных величинах результат скобки III исчезающе мал по сравнению с ее вторым ( $P_{i,n_a,j} \cdot \lambda^M$ ), а значит и первым, слагаемым.

Скобка IV.

$$\begin{aligned}
IV &= -P_{i,n_a,j} \left( \mu^M i - \frac{\mu^M}{\lambda^M} \left( \frac{i-n_a-1}{i-n_a} \right)^j (i-n_a) \lambda^M \right) = -P_{i,n_a,j} \mu^M \left( i - \left( \frac{i-n_a-1}{i-n_a} \right)^j (i-n_a) \right) \approx \\
&\approx -P_{i,n_a,j} \mu^M (n_a + j). \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Приближение в (2.18) получено при тех же самых предположениях, что были использованы в (2.15) - (2.17). И так как  $\frac{j+n_a}{i} \ll 1$ , то результат (2.18) в абсолютном представлении исчезающе мал по сравнению с первым ( $P_{i,n_a,j} \mu^M i$ ) и, соответственно, вторым слагаемым скобки «IV».

Скобка V.

$$\begin{aligned}
V &= P_{i,n_a,j} \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega(i-n_a)}{\nu(j+1)} \nu(j+1) - \frac{\lambda}{\mu^*} \left( \frac{i-n_a-1}{i-n_a} \right)^j \omega(i-n_a) \right) = P_{i,n_a,j} \frac{\lambda}{\mu^*} \omega(i-n_a) \left( 1 - \left( 1 - \frac{1}{i-n_a} \right)^j \right) \approx \\
&\approx P_{i,n_a,j} \frac{\lambda}{\mu^*} \omega j. \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Приближение в (2.19) получено при тех же самых предположениях, что были использованы в (2.15) - (2.18). И так как  $\frac{j}{i-n_a} \ll 1$ , то результат (2.19) в абсолютном представлении исчезающе мал по сравнению с первым ( $\approx P_{i,n_a,j} \frac{\lambda}{\mu^*} \omega(i-n_a)$ ) и, соответственно, вторым слагаемым скобки «V».

Скобка VI.

$$\begin{aligned}
 VI &= -P_{i,n_a,j} \left( j\nu - \frac{\nu}{\omega} \left( \frac{i-n_a-1}{i-n_a} \right)^j \frac{j}{(i-n_a-1)} \omega(i-n_a) \right) = -P_{i,n_a,j} j\nu \left( 1 - \left( \frac{i-n_a-1}{i-n_a} \right)^{j-1} \right) \approx \\
 &\approx -P_{i,n_a,j} j\nu \frac{j-1}{i-n_a}. \tag{2.20}
 \end{aligned}$$

Приближение в (2.20) получено при тех же самых предположениях, что и (2.15) - (2.19). И так как  $\frac{j}{i-n_a} \ll 1$ , то результат (2.20) в абсолютном представлении исчезающе мал по сравнению с первым ( $P_{i,n_a,j} j\nu$ ) и, соответственно, вторым слагаемым скобки «VI».

Таким образом, показано, что при подстановке (2.14) в уравнение (2.8) остаточные результаты для скобок I – VI будут исчезающе малы по сравнению с исходными слагаемыми скобок, если только  $i \gg n_a, i \gg j$ .

Оказывается, что если сложить остаточные результаты скобок I – VI, то даже на уровне этих остатков произойдет их взаимная компенсация и общий результат окажется еще на порядок меньше. Покажем это.

Сначала нужно сложить результаты скобок I и II ((2.15) + (2.16)).

$$I + II \approx$$

$$\approx -P_{i,n_a,j} \frac{j}{i-n_a} (\lambda(i-n_a) - \mu^* n_a). \tag{2.21}$$

Из (2.21) видно, что малое  $\frac{j}{i-n_a}$  умножается на  $(\lambda(i-n_a) - \mu^* n_a)$ . Но последнее соотношение есть не что иное, как скобка I, если только  $P_{i,n_a+1,j} \approx P_{i,n_a,j}$ . А такое условие выполняется в области значений максимальных вероятностей. Если отступить от области максимальных вероятностей и рассматривать зону отклонений параметра  $n_a$  в пределах нескольких среднеквадратических отклонений ( $\sigma_{n_a} = \sqrt{n_a}$ , согласно теории распределения Пуассона), то будет иметь место приближение

$$(\lambda(i - n_a) - \mu^* n_a) \approx \pm \lambda \sqrt{2(i + n_a)} \approx \pm \lambda \sqrt{2 \left( \rho^m + \frac{\lambda}{\lambda + \mu^*} \rho^m \right)} = \pm \lambda \sqrt{1 + \frac{\rho^*}{\rho^* + 1}} \sqrt{2\rho^m}, \quad (2.22)$$

где  $\rho^* = \frac{\lambda}{\mu^*}$  – параметр удельной абонентской нагрузки, с учетом попаданий в зоны радиотени.

Учитывая, что даже небольшие соты проектируются так, чтобы в ЧНН удельная нагрузка на абонента не превышала 0.2 – 0.3 Эрл, можно величину (2.22) оценить так:

$$(\lambda(i - n_a) - \mu^* n_a) \approx \pm \lambda \sqrt{2\rho^m}. \quad (2.23)$$

Одновременно, каждую из компонент  $\lambda(i - n_a)$  и  $\mu^* n_a$  можно считать соизмеримой с  $\lambda\rho^m$ . Отсюда вытекает, что (2.23) в  $\sqrt{2}/\sqrt{\rho^m} \approx \sqrt{2}/\sqrt{i}$  раз меньше чем каждое из слагаемых  $\lambda \cdot (i - n_a)$  и  $\mu^* \cdot n_a$ . Следовательно, сумма скобок I и II приводит к результату меньшему в абсолютном представлении, чем каждое из слагаемых в  $\frac{j}{i - n_a} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{i}}$  раз. То есть, еще уменьшается в  $\sqrt{2}/\sqrt{\rho^m} \approx \sqrt{2}/\sqrt{i}$  раз, по сравнению с каждой из скобок I и II.

Сложение результатов скобок III и IV.

$$III + IV \approx P_{i, n_a, j} \frac{j + n_a}{i - n_a} (\lambda^m - \mu^m (i - n_a)). \quad (2.24)$$

В этом случае доминировать будут флуктуации числа абонентов в соте, так как компенсирующим является параметр  $i$ . Согласно теории, для распределения Пуассона  $\sigma_i = \sqrt{\rho^m}$ . Тогда (2.24) можно оценить по абсолютной величине так:

$$III + IV \approx P_{i, n_a, j} \lambda^m \frac{j + n_a}{i - n_a} \frac{1}{\sqrt{\rho^m}} \quad (2.25)$$

То есть (2.25) в  $1/\sqrt{\rho^m}$  раз меньше, чем (2.17) или (2.18), которые представляют собой оценки значений скобок III и IV, соответственно.

Анализ скобок V и VI.

К сожалению, их сложение не приводит к уменьшению результата. Но каждая из указанных скобок существенно меньше, например, результата суммы

$$\text{скобок } |I + II| \approx P_{i,n_a,j} \frac{j}{i - n_a} \lambda \sqrt{2\rho^m}.$$

Откуда следует:

$$\frac{|V|}{|I + II|} \approx \frac{\omega}{\mu^*} \sqrt{\rho^m / 2} \quad (2.26)$$

Отношение  $\frac{\omega}{\mu^*}$  задает вероятность завершения соединения попаданием в радиотень (CDR) и считается допустимым, если не превышает 1% – 2%. А  $\rho^m$  задает среднее число абонентов в соте. Только большие макросоты рассчитаны на число абонентов больше 5000. Для них (2.26) может достигать значений соизмеримых с 1. Для всех остальных ситуаций (2.26) существенно меньше. Значит скобкой  $V$  в реальных условиях можно пренебрегать. Аналогичный результат можно получить и для скобки  $VI$ . Поэтому можно считать, что вклад  $V$  и  $VI$  во флуктуационные нарушения уравнения (2.8) несущественен.

Таким образом, показано, что в реальных условиях соотношение (2.14), полученное выше для стационарного трехмерного распределения параметров  $i, n_a, j$ , можно рассматривать, как удовлетворяющее системе уравнений баланса (2.9).

Используя полученное стационарное распределение (2.14), можно провести анализ блокировок (GoS), которые будут наблюдаться в соте.

Общее число занятых каналов складывается из  $n_a$ , занятых активными абонентами, и  $j$ , находящихся в числе потерянных из-за «обрывов» соединений,

$$k = n_a + j. \quad (2.27)$$

Перегрузки будут возникать тогда, когда общее число занятых каналов  $k$  достигнет предельного уровня  $N$ . Поэтому необходимо найти распределение двух дискретных переменных  $i$  (число абонентов в соте) и  $k = n_a + j$  – число несвободных каналов, согласно (2.27). Для этого в формуле (2.14) нужно представить число



отказавших каналов  $j$  через  $k - n_a$  и выполнить суммирование по  $n_a$  в пределах от 0 до  $k$ .

$$\begin{aligned} P_{i,k} &= \sum_{n_a=0}^k P_{i,n_a,k-n_a} = P_{0,0,0} (\rho^M)^i \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{k-n_a} \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} \frac{1}{n_a!(i-n_a)!} \frac{(i-n_a)^{k-n_a}}{(k-n_a)!} = \\ &= P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} C_k^{n_a} \frac{(i-n_a)^{k-n_a}}{(i-n_a)!}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

где  $C_k^n = \frac{k!}{n!(k-n)!}$  – биномиальный коэффициент.

Чтобы упростить выражение (2.28), воспользуемся формулой Стирлинга  $m! \approx \sqrt{2\pi m} \frac{m^m}{e^m}$ , имеющей относительную погрешность порядка  $1/(12m)$ . Поскольку это приближение предполагается к использованию для  $(i-n_a)! \approx i!$ , то его погрешность составит  $1/(12i)$ , и для реальных условий составит величины порядка  $10^{-4} - 10^{-3}$ . И так, в последнем равенстве производится замена  $(i-n_a)!$  на  $\sqrt{2\pi(i-n_a)}(i-n_a)^{(i-n_a)} e^{-(i-n_a)}$ , что дает:

$$\begin{aligned} P_{i,k} &\approx P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} C_k^{n_a} \frac{(i-n_a)^{k-n_a} e^{i-n_a}}{\sqrt{2\pi(i-n_a)}(i-n_a)^{i-n_a}} = \\ &= P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} C_k^{n_a} \frac{e^{i-k}}{\sqrt{2\pi(i-k)}(i-k)^{i-k}} \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} e^{k-n_a} \approx \\ &\approx P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} C_k^{n_a} \frac{i!}{(i-k)!k!} \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} e^{k-n_a} = \\ &= P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \sum_{n_a=0}^k \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{k-n_a} C_k^{n_a} \left(\frac{i-k}{i-n_a}\right)^{i-k+1/2} e^{k-n_a} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Последнее приближение в (2.29) сделано на том основании, что число абонентов в соте обычно составляет порядка сотен, а для больших сот даже нескольких тысяч. Одновременно  $k - n_a = j$  – число отказавших каналов, составляет несколько процентов от занятых каналов, то есть несколько единиц или даже

меньше.

Подставляя (2.29) в (2.26), получаем

$$P_{i,k} \approx P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \sum_{n_a=0}^k \left( \frac{\omega}{\nu} \right)^{k-n_a} C_k^{n_a} = P_{0,0,0} \frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k \quad (2.30)$$

$P_{0,0,0}$  в (2.30) можно найти из условия нормировки

$$P_{0,0,0} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\rho^M)^i}{i!} \sum_{k=0}^N C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k = 1 \quad (2.31)$$

Если опять обратиться к реальным условиям, то можно заметить, что

$\lambda(i - n_a) \approx \mu^* n_a$  в устойчивом состоянии, откуда следует  $\frac{\lambda}{\mu^*} \approx \frac{n_a}{i}$  – составляет

значения порядка нескольких процентов или даже меньше. Отсюда

$\sum_{k=0}^N C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k \approx 1 + \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right) n_a + \frac{1}{2!} \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^2 n_a^2 + \dots$  – слабо зависит от  $i$ . Поэтому

вполне допустимо отдельно провести нормировку для компонент  $C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k$

и  $\frac{(\rho^M)^i}{i!}$  по-отдельности:

$$C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k \rightarrow \frac{C_i^k \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k}{\sum_{m=0}^N C_i^m \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^m \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^m}, \quad (2.32)$$

$$\frac{(\rho^M)^i}{i!} \rightarrow e^{-\rho^M} \frac{(\rho^M)^i}{i!}. \quad (2.33)$$

Подстановка нормированных компонент (2.32), (2.33) в (2.30), дает приближенную формулу для двухмерного дискретного распределения

$$P_{i,k} \approx e^{-\rho^M} \frac{(\rho^M)^i}{i!} \frac{\left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^k \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^k C_i^k}{\sum_{m=0}^N \left( \frac{\lambda}{\mu^*} \right)^m \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^m C_i^m}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (i > N). \quad (2.34)$$

В принципе можно получить общую нормировку из (2.31), не прибегая к методу отдельного нормирования:

$$P_{i,k} \approx \frac{\frac{(\rho^M)^i}{i!} C_i^k \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^k \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^k}{\sum_{l=0}^{\infty} \frac{(\rho^M)^l}{l!} \sum_{m=0}^{\min(l,N)} C_l^m \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^m \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)^m}, \quad i=0,1, \dots, k=0,1, \dots, \min(i, N). \quad (2.35)$$

Выражение (2.35) более трудоемкое для моделирования, и, как показывают результаты, в практических ситуациях дает несущественное уточнение (2.34).

Если в (2.34) провести формально замену  $\frac{\lambda}{\mu^*} \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right) \rightarrow \frac{\lambda}{\mu}$  (то есть, задать  $\omega = 0$ ), и  $k \rightarrow n_a$ , то получим

$$P_{i,n_a} \approx e^{-\rho^M} \frac{(\rho^M)^i \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n_a} C_i^{n_a}}{i! \sum_{m=0}^N \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m C_i^m},$$

что совпадает с полученной в [95] формулой (3.22б) для двумерного распределения числа мобильных абонентов  $i$  и числа активных соединений  $n_a$ . Таким образом, полученные результаты представляют собой обобщение известных результатов на случаи, допускающие возможность потерь соединений по причине попадания абонентов в зоны радиотени.

Важно также отметить, что преобразование  $\frac{\lambda}{\mu^*} \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right) = \frac{\lambda}{\mu + \omega} \left(1 + \frac{\omega}{\nu}\right)$  с точностью до обозначения переменных, совпадает с преобразованием нагрузки (2.6), приведенным в [37, стр. 26 - 27]. Но данное преобразование в указанной книге получено для одномерного закона Эрланга В после введения в модель отказов.

То есть, полученные плотности (2.34) и (2.35) демонстрируют согласованность с известными результатами, одновременно демонстрируют их обобщение в плане учета либо потерянных из-за «обрывов» соединений каналов,

либо конечного числа абонентов, находящихся в зоне обслуживания.

Представляется полезным найти также двухмерную плотность вероятности  $P_{i,j}$  для числа абонентов в соте  $i$  и числа потерянных из-за «обрывов» соединений каналов  $j$ . Для этого нужно просуммировать трехмерную плотность (2.14) по параметру  $n_a$  от 0 до  $(N-j)$ . Однако, в общем случае такой подход не позволяет получить компактное выражение. Результат имеет вид функции от многократных сумм, где в качестве аргументов появляются неполные бета функции. Но если принять ограничивающее условие о не превышении вероятностью блокировок (GoS) порогового уровня 5%, то с той же относительной точностью приближения (в пределах 5%) можно восстановить двухмерную плотность  $P_{i,j}$ , но уже в компактной форме. Достигается это путем замены диапазона суммирования (2.14) по  $n_a$  с  $[0, 1, \dots, (N-j)]$  на  $[0, 1, \dots, i]$ .

При этом можно воспользоваться приближением

$$P_{i,j} \approx \sum_{n_a=0}^i P_{i,n_a,j} = P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j}{j!i!} \sum_{n_a=0}^i \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} C_i^{n_a} (i-n_a)^j. \quad (2.36)$$

Теперь можно воспользоваться еще одним стандартным приближением, справедливым для больших и средних сот:  $i \gg n_a$ . Тогда

$$(i-n_a)^j = i^j \left(1 - \frac{n_a}{i}\right)^j \approx i^j e^{-\frac{n_a j}{i}}. \quad (2.37)$$

Подстановка (2.37) в (2.36) дает

$$\begin{aligned} P_{i,j} &\approx P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j}{j!i!} i^j \sum_{n_a=0}^i \left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{n_a} \left(e^{-\frac{j}{i}}\right)^{n_a} C_i^{n_a} = \\ &= P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j}{j!i!} i^j \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*} e^{-\frac{j}{i}}\right)^i. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Учитывая, что во всех ситуациях, когда сеть работает правильно, в сотах

должно выполняться условие  $j \ll i$ , можно использовать приближение  $e^{-\frac{j}{i}} \approx 1$ . Поэтому для искомой плотности (2.38) будет справедливо:

$$P_{i,j} \approx \sum_{n_a=0}^i P_{i,n_a,j} = P_{0,0,0} (\rho^m)^i \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j i^j}{j! i!} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \min(N, i). \quad (2.39)$$

Для определения  $P_{0,0,0}$  нужно провести нормировку (2.39).

Для этого сначала (2.39) нужно просуммировать по  $j$ . Причем, опять воспользуемся приближением  $j \ll \min(N, i)$ , справедливым для статистически значимых значений. При этом пределы суммирования можно заменить на интервал от 0 до  $\infty$ .

$$\sum_{j=0}^{\min(i, N)} P_{i,j} \approx \sum_{j=0}^{\infty} P_{i,j} = P_{0,0,0} \frac{(\rho^m)^i}{i!} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j i^j}{j!} = P_{0,0,0} \frac{(\rho^m)^i}{i!} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i e^{\frac{\lambda \omega}{\mu^* \nu} i}. \quad (2.40)$$

После этого уже можно просуммировать (2.40) по  $i$ .

$$\sum_{i=0}^{\infty} P_{0,0,0} \frac{(\rho^m)^i}{i!} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i e^{\frac{\lambda \omega}{\mu^* \nu} i} = P_{0,0,0} \exp\left(\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda \omega}{\mu^* \nu}\right)\right). \quad (2.41)$$

Из условия нормировки результат (2.41) должен равняться 1. Следовательно,

$$P_{0,0,0} = \exp\left(-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda \omega}{\mu^* \nu}\right)\right). \quad (2.42)$$

Подстановка (2.42) в (2.39) приводит к приближенному выражению для двумерной плотности  $P_{i,j}$  в компактной форме.

$$P_{i,j} \approx \exp\left(-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda \omega}{\mu^* \nu}\right)\right) \cdot \frac{(\rho^m)^i \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i}{i!} \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j i^j}{j!}, \quad (2.43)$$

где  $j = 0, 1, 2, \dots, \min(N, i)$ ,  $\mu^* = \mu + \omega$ .

Если просуммировать (2.43) по  $i$ , то можно получить распределение для числа потерянных из-за «обрывов» соединений каналов  $j$ .

$$P_j = \sum_{i=0}^{\infty} P_{i,j} \approx \exp\left(-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right)\right) \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j}{j!} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\rho^m)^i \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^i i^j}{i!}. \quad (2.44)$$

Чтобы выполнить в (2.44) суммирование по  $i$ , заметим, что для реальных ситуаций статистически значимыми будут только случаи с  $i \gg j$ . А это означает, что можно воспользоваться приближением  $\frac{i^j}{i!} \approx \frac{1}{(i-j)!}$ , и в (2.44) производить суммирование в пределах от  $j$  до  $\infty$ . Тогда

$$\begin{aligned} P_j &\approx \exp\left(-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right)\right) \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^j (\rho^m)^j \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j}{j!} \sum_{i=j}^{\infty} \frac{(\rho^m)^{i-j} \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^{i-j}}{(i-j)!} \approx \\ &\approx \exp\left(-\rho^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \left(\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right) - 1\right)\right) \cdot \frac{(\rho^m)^j \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right) - 1\right)^j}{j!}, \quad (2.45) \end{aligned}$$

где  $j = 0, 1, 2, \dots$  – число потерянных из-за «обрывов» соединений каналов.

При выводе (2.45) использовалось приближение  $i \gg j$ , но в полученном соотношении (2.45) можно формально от него отказаться. Это позволит в явном виде учесть то, что  $j$  не может превосходить  $N$  (максимальное число каналов), поддерживаемое сотой. В результате (2.45) переходит в распределение Эрланга В

$$P_j \approx \frac{(\rho^m)^j \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^j \left(\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right) - 1\right)^j}{j!} \Bigg/ \sum_{m=0}^N \frac{(\rho^m)^m \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right)^m \left(\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right) - 1\right)^m}{m!}, \quad (2.46)$$

которое, конечно, дает практически те же самые результаты, что и (2.45) в реальных ситуациях.

У распределения (2.46) интересная связь характеристики интенсивности с параметрами  $\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m}$ ,  $\lambda$ ,  $\mu^* = (\mu + \omega)$ ,  $\omega$  и  $\nu$ .

$$\rho^{Drop} = \rho^m \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{\mu^*}\right) \left(\exp\left(\frac{\lambda}{\mu^*} \frac{\omega}{\nu}\right) - 1\right), \quad (2.47)$$

которая задает среднее статистическое и дисперсию числа потерянных каналов.

Таким образом, получена искомая стационарная трехмерная плотность вероятности (2.14), которая является приближенным решением системы уравнений баланса (2.9). А уже из нее получены стационарные плотности совместных распределений

- 1) двухмерная – для числа абонентов в соте и числа занятых каналов (2.35);
- 2) двухмерная – для числа абонентов в соте и потерянных каналов (2.43)
- 3) одномерная – для распределения числа потерянных из-за «обрывов» соединений каналов (2.46)

#### **2.4 Оценка влияния мобильности на показатель интенсивности потерь абонентских соединений**

Представляет определенный практический и теоретический интерес задача оценки связи между подвижностью (скоростью перемещения) абонентов и показателем интенсивности потерь абонентских соединений –  $\omega$ . Характер такой связи будет существенно зависеть от того какой тип радиосигналов используется в сети. Поэтому на начальном этапе нужно определить тип исследуемой системы. Наиболее актуальным представляется исследовать системы последнего, 4-го поколения (стандарты LTE/LTE-Advance, McWILL), в которых используются сигналы с OFDM модуляцией, показывающие наибольшую эффективность для достигнутого уровня техники и технологии обработки сигналов.

Решение поставленной задачи можно выполнить в два этапа. Первый этап – определение уровня межсимвольных (ISI) и межподнесущих (ICI) искажений с учетом ошибок синхронизации по частоте, возникающих из-за подвижности абонентов. Решение по первому этапу и результаты расчета при различных параметрах получены в [52, 65, 67-71, 74, 75, 94] и отражены в Приложении 1. Второй этап – получить соотношение, определяющее зависимость параметра интенсивности потерь соединений  $\omega$  от уровня указанных выше искажений. Ясно, что такая связь будет зависеть и от сложности модуляции (способа кодирования данных на отдельных поднесущих), а, следовательно, от класса абонентского соединения (RAB), поддерживаемого в радиоканале.

Для того, чтобы связать интенсивность потока потерь соединений с уровнем сигнала на приеме воспользуемся методикой, предложенной в монографии [36], на стр. 267 (формула (10.43)). Она основана на выведенном соотношении, связывающем вероятность выбросов (или, что эквивалентно, интенсивность потока выбросов) за порог со стационарной плотностью распределения марковского процесса, которая бы наблюдалась без указанного порога:

$$\frac{1}{\lambda_0} = \frac{2}{K} \int_{x_1}^b \frac{dx'}{w_{\text{ст}}(x')}, \quad (2.48)$$

где  $\lambda_0$  – параметр, задающий вероятность выброса за порог  $x_1$  марковского процесса  $x(t)$ ,  $w_{\text{ст}}(x')$  – стационарное распределение марковского процесса  $x(t)$ ,  $K$  – коэффициент диффузии марковского процесса  $x(t)$ ,  $b$  – точка в области аргумента с наибольшими значениями  $w_{\text{ст}}(x')$ , обычно в качестве таковой выбирают аргумент моды. В (2.48) сохранены оригинальные обозначения [36].

В сетях мобильных абонентов потеря соединения происходит в случае возникновения замираний, приводящих к провалу уровня принимаемого сигнала ниже критического порога:

$$P_s < H^2 \cdot P_{N+I}, \quad (2.49)$$

где  $P_s$  – уровень полезного сигнала на приеме,  $P_{N+I}$  – уровень собственных шумов и помех,  $H$  – пороговое значение амплитуды, ниже которого прием сигнала становится невозможным. Рабочие характеристики современных приемных систем с исправлением ошибок таковы, что полная деградация происходит практически одновременно при переходе точки критического уровня, задаваемой порогом  $H$ . Указанный уровень достаточно точно определяется видом модуляции (QPSK, QAM-16, QAM-64 – для сетей 4G) и информационной скоростью кодеков, исправляющих ошибки (наиболее распространены скорости  $R = 1/4, 1/3, 1/2, 3/4, 1$ ) [77, 84, 96, 103, 104]. Замирания сигнала обычно считают подчиняющимися логнормальному или обобщенному релеевскому (хи-2 распределение) законам. Именно эти законы целесообразно при расчете интенсивности по (2.48)



использовать в качестве стационарного распределения  $w_{\text{ст}}(x')$ .

$$1) \quad w_{\text{ст}}(x) = \frac{x^{2N_L-1} (2N_L-1)^{2N_L}}{2^{N_L-1} (N_L-1)!} \exp\left(-\frac{2N_L-1}{2} x^2\right) - \quad (2.50)$$

релеевский закон с  $N_L$  – лучами,

$$2) \quad w_{\text{ст}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\text{dB}}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{\text{dB}}^2}\right) - \quad (2.51)$$

логнормальный закон с среднеквадратическим отклонением замираний  $\sigma_{\text{dB}}$ .

В приведенных законах (2.50), (2.51) произведена нормировка так, чтобы аргумент моды равнялся 1. То есть, наиболее вероятный уровень сигнала принят за единичный. Нужно заметить, что в случае релеевских замираний закон связан с амплитудой сигнала, а в логнормальном варианте распределение описывает поведение уровня сигнала в логарифмическом представлении через шкалу децибелов, поэтому аргумент моды 0 соответствует единичной амплитуде.

Коэффициенты сноса и диффузии нужно выбрать так, чтобы стационарное распределение, получаемое из решения уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова, совпадало с записанными законами (2.50), (2.51). Откуда для двух рассматриваемых случаев находим выражения для коэффициента диффузии  $K$ , необходимого для использования в (2.48):

$$1) \quad K = \frac{2}{\tau_{\text{cor}}} \frac{1}{2N_L-1}, \quad (2.52)$$

$$2) \quad K = \frac{2}{\tau_{\text{cor}}} \sigma_{\text{dB}}^2, \quad (2.53)$$

где  $\tau_{\text{cor}}$  – время корреляции замираний. Так как значимыми являются замирания, которые приводят к «обрывам» соединений, то интервал корреляции их должен превосходить время счетчика контроля, которое, обычно, устанавливается в сети в пределах 5 – 10 с. То есть правомерно в (2.52) – (2.53) ориентироваться на  $\tau_{\text{cor}} = 10$  с.

При расчете удельной интенсивности потока потерь нужно вместо  $x_1$  в (2.48)

использовать некоторое достаточно малое пороговое значение  $H$ . Пока оно понимается в общем смысле, но, когда будут получены искомые соотношения, установим, как указанное значение порога зависит от типа модуляции, информационной скорости кодеков  $R$  и от скорости движения абонента. Это позволит определить характер связи между интенсивностью потока «обрывов» соединений и скоростью движения.

Подставляя записанные законы распределения в (2.48) и используя найденные соотношения для коэффициента диффузии, после некоторых технических преобразований можно получить выражения для удельной интенсивности потока потерь  $\omega$  в рассматриваемых случаях:

$$1) \quad \omega(H) =$$

$$= \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ \begin{array}{l} \left\{ E_i\left(\frac{1}{2}\right) - E_i\left(\frac{H^2}{2}\right) \right\}^{-1}, \quad \text{для } N_L = 1, \\ \left[ \begin{array}{l} E_i\left(N_L - \frac{1}{2}\right) - E_i\left(H^2\left(N_L - \frac{1}{2}\right)\right) + \\ + \frac{e^{H^2\left(N_L - \frac{1}{2}\right)}}{H^2\left(N_L - \frac{1}{2}\right)} \left( \frac{(N_L - 2)!}{\left(H^2\left(N_L - \frac{1}{2}\right)\right)^{N_L - 2}} + \frac{(N_L - 3)!}{\left(H^2\left(N_L - \frac{1}{2}\right)\right)^{N_L - 3}} + \dots + 1 \right) \\ - \frac{e^{\left(N_L - \frac{1}{2}\right)}}{\left(N_L - \frac{1}{2}\right)} \left( \frac{(N_L - 2)!}{\left(N_L - \frac{1}{2}\right)^{N_L - 2}} + \frac{(N_L - 3)!}{\left(N_L - \frac{1}{2}\right)^{N_L - 3}} + \dots + 1 \right) \end{array} \right]^{-1}, \quad \text{для } N_L > 1, \end{array} \right. \quad (2.54)$$

где  $E_i(u) = \int_{-\infty}^u \frac{e^t}{t} dt$  – интегральная показательная функция, понимаемая в смысле

главного значения для  $u > 0$ ;

$$2) \quad \omega(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\tau_{cor}} \left\{ \int_0^{H^*} e^{z^2/2} dz \right\}^{-1} =$$

$$= \frac{H^* e^{-\frac{H^{*2}}{2}}}{\sqrt{2\pi\tau_{cor}}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2 \left(\frac{H^{*2}}{2}\right)^n} \gamma\left(n+1, \frac{H^{*2}}{2}\right) \right\}^{-1}, \quad (2.55)$$

где  $H^* = \frac{-20 \ln(H)}{\sigma_{dB}}$ ,  $\gamma(n, u) = \int_0^u e^{-t} t^{n-1} dt$  – нижняя неполная гамма-функция.

Вспользуемся разложением в ряд интегральной показательной функции

$$E_i(u) = \gamma_{\mathcal{E}} + \ln(|u|) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u^n}{n \cdot n!}, \quad \text{где } \gamma_{\mathcal{E}} \approx 0.57721566 \text{ – постоянная Эйлера. Тогда, в}$$

предположении относительно малых значений  $H$ , можно для (2.54) получить упрощенные формулы расчета удельной интенсивности потока «обрывов» соединений для релейских замираний:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(H) \approx \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ -2 \ln H + 0.570151 - \frac{1}{2} H^2 \right\}^{-1}, \quad \text{при } N_L = 1; \\ \omega(H) \approx \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ \frac{2}{3} \frac{1}{H^2} - 2 \ln H + 0.330812 - \frac{3}{4} H^2 \right\}^{-1}, \quad \text{при } N_L = 2; \\ \omega(H) \approx \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ \frac{2^2}{5^2} \frac{1}{H^4} + \frac{2^2}{5} \frac{1}{H^2} - 2 \ln H + 0.258063 - \frac{5}{6} H^2 \right\}^{-1}, \quad \text{при } N_L = 3; \\ \omega(H) \approx \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ \frac{2^4}{7^3} \frac{1}{H^6} + \frac{2^2 \cdot 3}{7^2} \frac{1}{H^4} + \frac{2 \cdot 3}{7} \frac{1}{H^2} - 2 \ln H + 0.219105 - \right. \\ \left. - \frac{7}{8} H^2 \right\}^{-1}, \quad \text{при } N_L = 4; \quad (2.56) \\ \omega(H) \approx \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ \frac{2^5}{3^7} \frac{1}{H^8} + \frac{2^6}{3^9} \frac{1}{H^6} + \frac{2^3}{3^5} \frac{1}{H^4} + \frac{2^3}{3^2} \frac{1}{H^2} - 2 \ln H + \right. \\ \left. + 0.193832 - \frac{9}{10} H^2 \right\}^{-1}, \quad \text{при } N_L = 5; \\ \omega(H) \approx \frac{2}{\tau_{cor}} \left\{ \frac{2^8 \cdot 3}{11^5} \frac{1}{H^{10}} + \frac{2^5 \cdot 3 \cdot 5}{11^4} \frac{1}{H^8} + \frac{2^5 \cdot 5}{11^3} \frac{1}{H^6} + \frac{2^3 \cdot 5}{11^2} \frac{1}{H^4} + \frac{2 \cdot 5}{11} \frac{1}{H^2} - \right. \\ \left. - 2 \ln H + 0.175717 - \frac{11}{12} H^2 \right\}^{-1}, \quad \text{при } N_L = 6. \end{array} \right.$$

Для логнормальных замираний полученное выражение интенсивности

потока потерь (2.55) достаточно хорошо аппроксимирует соотношение

$$\omega(H) = \frac{e^{-\frac{H^2}{2}}}{\sqrt{2\pi\tau_{cor}}} \left( H^* + \frac{1}{H^*} \right), \quad (2.57)$$

где  $H^* = \frac{-20 \ln(H)}{\sigma_{dB}}$ .

Полученные соотношения (2.56), (2.57) устанавливают интенсивность потока событий, связанных с уходом уровня замирающего сигнала под порог  $H^2$ . Чтобы задача была решена, остается только определить, каким должен быть указанный порог и как он зависит от типа модуляции и ошибок синхронизации по частоте, возникающих из-за движения абонента.

Современные системы цифровой обработки сигналов используют коды с исправлением ошибок, которые обеспечивают на выходе практически полностью очищенный от ошибок сигнал (с точки зрения удовлетворительной работы приложений), если на их входе вероятность ошибки на бит (BER) не превосходит  $1/30 - 1/20$ . Как только ошибки начинают хоть незначительно превышать указанный уровень, происходит полное нарушение работы линии связи. С точки зрения работы демодулятора, BER порядка  $1/25$  возникают при уровне  $\sigma$  шума равном  $0.5/1.7507 \approx 1/2\sqrt{3}$  от расстояния между соседними точками амплитудно-фазового созвездия. Что в пересчете к среднему уровню полезного сигнала дает:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{QPSK:} \quad P_N = \frac{1}{6} P_S = \frac{1}{6}, \\ \text{QAM-16:} \quad P_N = \frac{1}{30} P_S = \frac{1}{30}, \\ \text{QAM-64:} \quad P_N = \frac{1}{126} P_S = \frac{1}{126}. \end{array} \right. \quad (2.58)$$

Здесь использовалось то, что в принятой системе представления (с единичным значением аргумента моды распределения замираний) уровень полезного сигнала составляет  $P_s = 1$ .

В современных системах мобильной связи, в линиях используются комбинированные кодеки, в которых перед кодом, исправляющим ошибки,

обычно, используют сверточное кодирование. Результат работы сверточного кодека в комбинированной структуре приближенно можно представить, как приводящее к эффективному повышению уровня сигнал/шум в канале, которое, в области значений  $BER \sim 1/25$ , составляет порядка  $1/R$ , где  $R$  – информационная скорость сверточного кода. С учетом этого обстоятельства, пороговые уровни замирающего сигнала (2.58), при которых начинает пропадать связь, можно оценить так:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{QPSK:} \quad H^2 = 6P_N R = \frac{6R}{z}, \\ \text{QAM-16:} \quad H^2 = 30P_N R = \frac{30R}{z}, \\ \text{QAM-64:} \quad H^2 = 126P_N R = \frac{126R}{z}, \end{array} \right. \quad (2.59)$$

где  $z = \frac{P_s}{\sigma_{ш}^2} = \frac{P_s}{P_N} = \frac{1}{P_N}$  – отношение сигнал/шум, достигаемое на входе демодулятора

в условиях отсутствия замираний и при точной синхронизации по частоте. Соотношения (2.59) определяют правило, по которому вычисляются значения порога  $H$ .

В общем виде (2.59) можно записать так:

$$H^2 = \frac{Q_{\text{mod}}}{z} R, \quad (2.60)$$

где  $Q_{\text{mod}}$  – коэффициент, определяемый используемой модуляцией, который равен 6 для QPSK, 30 для QAM-16 и 126 для QAM-64.

Помимо собственных шумов на входе решающей схемы демодулятора будут появляться составляющие помех ISI и ICI, а также помехи, возникающие из-за ошибок синхронизации по частоте. При расчете рабочих характеристик необходимо это учитывать.

Уровень помех можно найти из очевидного соотношения

$$P_{\Pi} = P_s / (C/\Pi) = P_s \rho_v, \quad (2.61)$$

где  $P_{\Pi}$  – уровень помех,  $P_s$  – уровень полезного сигнала,  $(C/\Pi)$  – отношение сигнал/помеха,  $\rho_v = 1/(C/\Pi)$  – безразмерный показатель, равный обратному

значению отношения сигнал/помеха.

Если для (С/П) воспользоваться найденным соотношением (П1.4) (см. также [64, 65, 67]), то можно получить:

$$\rho_v = \frac{\sum_{k=0}^G [h(k)]^2 \left(1 - \left(\frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi\varepsilon}\right)^2\right) + \sum_{k=G+1}^{N+G-1} [h(k)]^2 \left(1 - \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon\left(1 - \frac{k-G}{N}\right)\right)}{(\pi\varepsilon)^2}\right)}{\left(\frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi\varepsilon}\right)^2 \cdot \sum_{k=0}^G [h(k)]^2 + \sum_{k=G+1}^{N+G-1} [h(k)]^2 \cdot \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon\left(1 - \frac{k-G}{N}\right)\right)}{(\pi\varepsilon)^2}} \quad (2.62)$$

При расчетах рабочих характеристик уровень помех (2.61) нужно складывать с уровнем собственных шумов.

В случае выбора защитных интервалов размером больше длительности переходных процессов, будет справедливо  $\sum_{k=G+1}^{N+G-1} [h(k)]^2 \left(1 - \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon\left(1 - \frac{k-G}{N}\right)\right)}{(\pi\varepsilon)^2}\right) = 0$  и

соотношение (2.62) для  $\rho_v$  упростится:

$$\rho_v = \left(1 - \frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{(\pi\varepsilon)^2}\right) / \left(\frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi\varepsilon}\right)^2 \approx 1 - \frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{(\pi\varepsilon)^2}, \quad (2.63)$$

где  $\varepsilon = \frac{\delta f}{\Delta f} = \frac{f_0 \cdot \frac{2v}{c}}{\Delta f}$  — (2.64)

ошибка синхронизации по частоте, возникающая в линии Ур по причине движения абонента,  $f_0$  — несущая частота,  $\Delta f$  — разнос поднесущих сигнала OFDM,  $c$  — скорость света,  $v$  — скорость движения абонента в направлении на БС. С учетом указанной добавки, уравнение для порога работоспособности из (2.49) станет

$$H^2 = Q_{\text{mod}} R \left( \frac{1}{z} + H^2 \rho_v \right). \quad (2.65)$$

Откуда находим

$$H^2 = \frac{1}{1 - Q_{\text{mod}} R \rho_v} \cdot \frac{Q_{\text{mod}} R}{z}. \quad (2.66)$$

Сравнение (2.66) с (2.60) показывает, что ошибки синхронизации по частоте, возникающие из-за движения абонента, приводят к росту порога замираний, под которым возникает «обрыв» соединения, в  $\frac{1}{1 - Q_{\text{mod}} R \rho_v}$  раз.

Полученные соотношения (2.56), (2.57) и (2.66), позволяют рассчитать удельную интенсивность потока «обрывов» соединений в условиях замираний полезного сигнала с учетом технологических параметров работы линии связи и скорости движения абонентов.

На рисунках 2.1, 2.2 для примера приведены зависимости удельной интенсивности потока «обрывов» соединений от уровня отношения  $z = P_s / \sigma_{\text{ш}}^2$  на входе демодулятора, рассчитанные по полученным формулам для рабочей частоты 1792.5 МГц (центр защитной полосы дуплексного диапазона Band 3). Рассмотрены случаи применения различных видов модуляции и различные скорости движения абонентов.

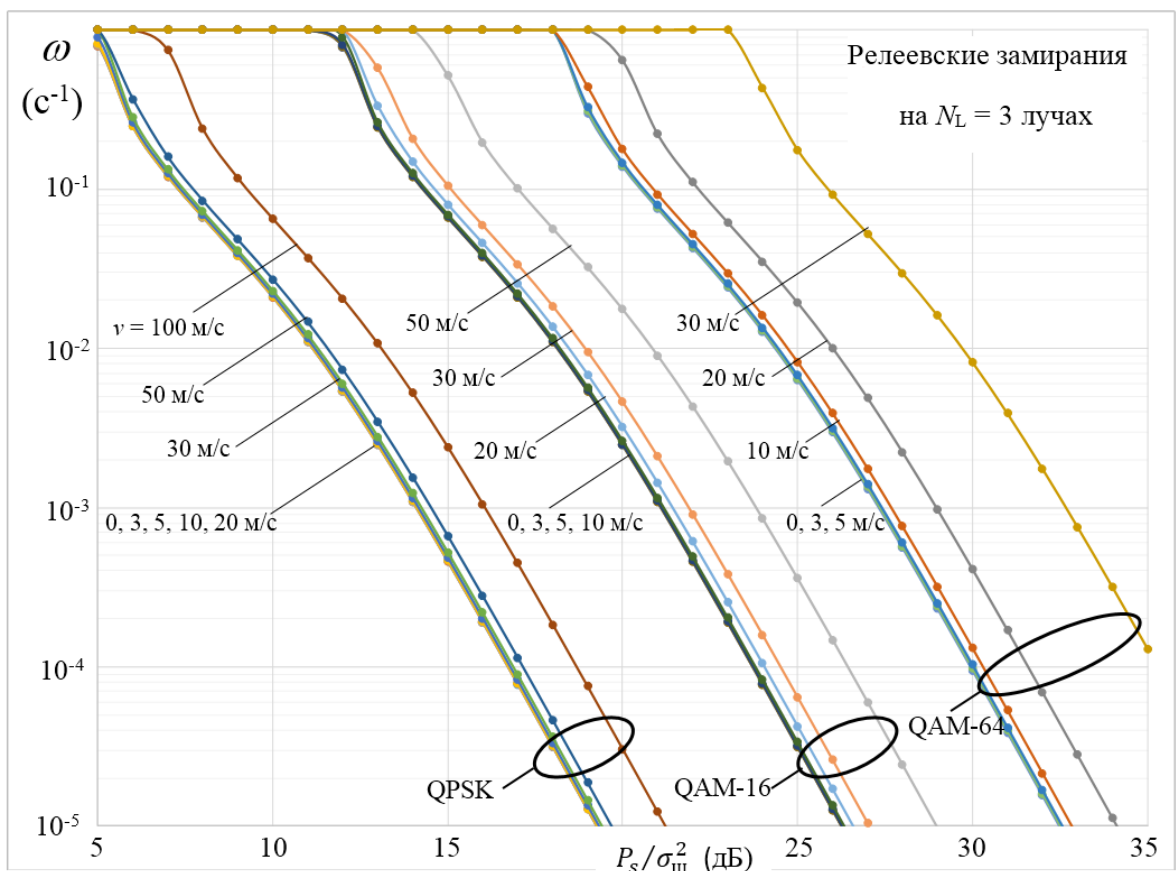


Рисунок 2.1 – Зависимости удельной интенсивности потока «обрывов» соединений от отношения сигнал/шум, при обобщенных релейских замираниях

На рисунке 2.1 показаны зависимости удельной интенсивности потока «обрывов» соединений, наблюдаемые в линиях  $U_p$  с сигналами OFDM, от отношения сигнал/шум, для различных скоростей движения абонентов и для различных видов используемой модуляции. Рассмотрен случай обобщенных релейских замираний на 3-х лучах и информационной скорости кодека  $R=3/4$ .

На рисунке 2.2 показаны зависимости интенсивности потока «обрывов» соединений, наблюдаемые в линиях  $U_p$  с сигналами OFDM, от отношения сигнал/шум, для различных скоростей движения абонентов и для различных видов используемой модуляции в случае логнормальных замираний с  $\sigma_{дБ} = 5$  дБ и информационной скорости кодека  $R=3/4$ . При моделировании использовалась длительность символа OFDM 128 мкс, плюс защитные интервалы 9.5 мкс [77, 104].

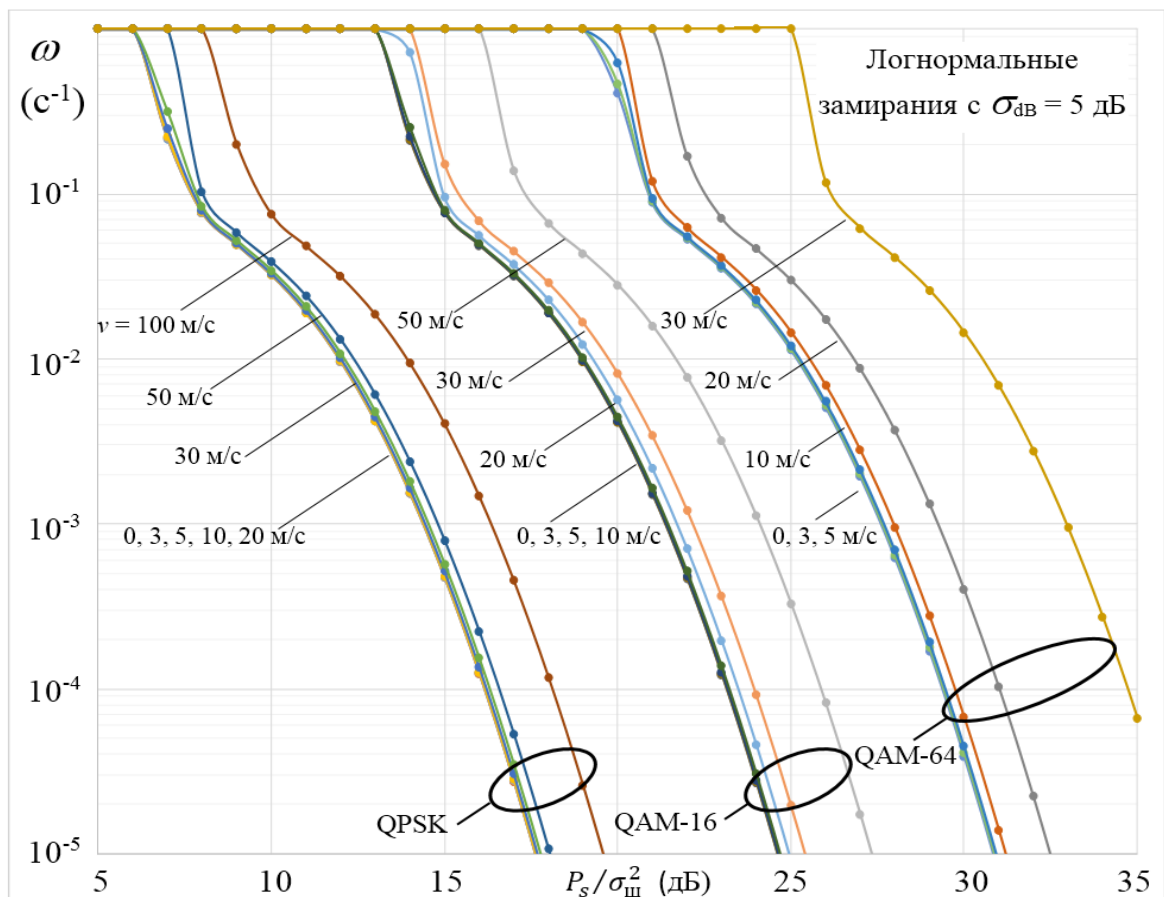


Рисунок 2.2 – Зависимости удельной интенсивности потока «обрывов» соединений от отношения сигнал/шум, при логнормальных замираниях с размахом  $\sigma_{дБ} = 5$  дБ и информационной скорости кодека  $R=3/4$



Как можно видеть, для модуляции QPSK проявляется высокая устойчивость к перемещению абонентов. Только начиная со скоростей 100 м/с (авиационные) наблюдаются заметные увеличения потока «обрывов» соединений, которые можно охарактеризовать через эффективное уменьшение сигнал/шум примерно на 2.5 дБ. В случае модуляции QAM-16 линия связи проявляет большую чувствительность к движению абонента. На скоростях 100 м/с вообще нельзя будет организовать связь. Потери становятся заметными на скорости 50 м/с и в эффективном снижении отношения сигнал/шум составляют около 2.5 дБ.

Самую высокую чувствительность к движению абонентов демонстрируют линии с модуляцией QAM-64. Для них нельзя организовать связь при скоростях выше 35 м/с. Это соответствует экспериментальным данным для абонентов LTE в поездах САПСАН, которые показали, что линии с такой модуляцией пропадают, начиная со скоростей 120 – 130 км/час. И даже при скоростях 30 м/с, увеличение удельной интенсивности потока «обрывов» соединений становится очень существенным. Из представленных зависимостей видно, что изменение скорости движения абонентов от 5 м/с до 30 м/с приводит в линиях с модуляцией QAM-64 к увеличению интенсивности потока «обрывов» соединений в сто раз, что эквивалентно эффективному снижению уровня сигнал/шум на 5 дБ и более.

Подводя итог, можно привести функциональную зависимость, связывающую между собой показатели GoS, CDR, совокупность параметров радиоканала, характеристики мобильности и интенсивности запросов, вытекающую из полученных в главе результатов.

Согласно свойствам экспоненциального распределения, которому подчиняется длительность абонентского соединения, показатель CDR связан с удельной интенсивностью  $\omega$  так:

$$CDR = \int_0^{\infty} \omega \cdot e^{-\mu t} dt = \frac{\omega}{\mu}.$$

$$\text{Откуда } \omega = \mu \cdot CDR. \quad (2.67)$$

Уровень GoS определяется вероятностью того, что в момент запроса весь канальный ресурс будет занят. Указанную вероятность можно рассчитать,

используя формулу (2.35):

$$\text{GoS} = \sum_{i=N}^{\infty} P_{i,k=N} \approx \left( \frac{\lambda}{\mu + \omega} \right)^N \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^N \frac{\sum_{i=N}^{\infty} \frac{(\rho^m)^i}{i!} C_i^N}{\sum_{l=0}^{\infty} \frac{(\rho^m)^l}{l!} \sum_{m=0}^{\min(l,N)} C_l^m \left( \frac{\lambda}{\mu + \omega} \right)^m \left( 1 + \frac{\omega}{\nu} \right)^m}. \quad (2.68)$$

Подставляя (2.67) в (2.68), получаем

$$\text{GoS} = \Xi \left( N \left| \rho, \rho^m, \frac{\mu}{\nu}, \text{CDR} \right. \right), \quad (2.69)$$

$$\text{где } \Xi \left( N \left| \rho, \rho^m, \frac{\mu}{\nu}, \text{CDR} \right. \right) =$$

$$= \frac{\rho^N}{(1 + \text{CDR})^N} \left( 1 + \frac{\mu}{\nu} \text{CDR} \right)^N \frac{\sum_{i=N}^{\infty} \frac{(\rho^m)^i}{i!} C_i^N}{\sum_{l=0}^{\infty} \frac{(\rho^m)^l}{l!} \sum_{m=0}^{\min(l,N)} C_l^m \frac{\rho^m}{(1 + \text{CDR})^m} \left( 1 + \frac{\mu}{\nu} \text{CDR} \right)^m} -$$

функция, обобщающая закон Эрланга В,  $\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m}$ ,  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ .

Если при фиксированных  $\rho, \rho^m, \frac{\mu}{\nu}$  и CDR рассмотреть обратную к (2.69)

функцию:

$$N = \Xi^{-1} \left( \text{GoS} \left| \rho, \rho^m, \frac{\mu}{\nu}, \text{CDR} \right. \right) = F \left( \rho, \rho^m, \frac{\mu}{\nu}, \text{GoS}, \text{CDR} \right), \quad (2.70)$$

то получим функцию  $F(\cdot)$ , входящую в (1.3), которая будет ниже использована для расчета повышения эффективности обслуживания трафика, согласно (1.4).

## 2.5 Краткие выводы по главе

1. Разработан метод расчета и аналитические модели, позволяющие описывать совместное поведение ключевых показателей работы системы мобильной связи с учетом их взаимного влияния и с учетом зависимости от количества абонентов на обслуживаемой территории. Указанный метод и модели отличаются от известных эрланговских прототипов тем, что в них учитывается

вероятностный характер поведения нагрузки, зависящей от концентрации абонентов в локальных зонах.

2. На основе разработанного метода и модели удалось составить систему уравнений баланса, решение которой дает устойчивое распределение рассматриваемых показателей и учитывает их взаимовлияние. Предложенный подход привел к описанию поведения отдельных сот, как подсистем массового обслуживания с двухслойной иерархической структурой. Размерность базового распределения, описывающего состояние соты, получилась равной трем.

3. Получено трехмерное совместное распределение для таких показателей как: число абонентов в зоне обслуживания; занятых каналов и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов, которое позволило уточнить расчетные характеристики пропускной способности сот.

4. Показано, что в предельных ситуациях (без потерь каналов или без мобильности абонентов) полученные аналитические выражения преобразуются в известные соотношения, которые можно найти в литературе [29, 37, 95] для подобных ситуаций. Таким образом, полученные результаты можно трактовать, как развитие известных подходов на более общие случаи, охватывающие сразу как отказы по причине блокировки вызова (GoS), так и причине «обрыва» соединения (CDR). В результате, единой формой анализа удалось объединить сразу два ключевых показателя: блокировки и «обрывы».

5. Исследовано влияние скорости движения абонентов в системе с OFDM сигналами на число «обрывов» соединений. Полученные результаты показывают, что это влияние может быть существенным и приводить в радиолиниях с модуляцией QAM-64 к эквивалентным потерям в отношении сигнал/шум более 5 дБ.

## ГЛАВА 3. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПУАССОНОВСКОГО ПОТОКА В СИСТЕМАХ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

### 3.1 Постановка задачи прогноза перегрузок как задачи фильтрации параметров потока требований

Перегрузки, возникающие в системах мобильной связи, как правило, возникают в локальных зонах и в ограниченные интервалы времени. Если это не так, то система спланирована неправильно в своей основе, и добиться удовлетворительной работы возможно только путем ее перестройки или глобальной модернизации. Поэтому в дальнейшем такие ситуации не рассматриваются. Исследования ориентируются на случаи, когда в рассматриваемой зоне система спроектирована корректно и в среднем обеспечивается связь с требуемым потребителями уровнем качества.

В режиме штатной работы локальные перегрузки в системах мобильной связи могут быть описаны моделью случайного потока, который зависит от других «первичных» физических характеристик. К ним можно отнести – общее число абонентов, обслуживаемых сотой в данный момент; характеристики, описывающие активность абонентов; а также технические параметры соты, определяющие ее емкость и пропускную способность.

Для описания указанных «первичных» параметров целесообразно подобрать соответствующие математические модели, которые будут адекватны реальным условиям. Для регулярных ситуаций достаточно хорошо себя зарекомендовала модель теории массового обслуживания  $M/M/N$ . Она универсальна и одновременно с этим компактна. Ею описываются случаи, когда на вход  $N$  обслуживающих приборов поступает случайный поток требований, каждое из которых обрабатывается свободным прибором за время, величину которого заранее предсказать нельзя. Входящий поток описывается моделью Пуассона с интенсивностью появления запросов  $\lambda$ . Закон распределения времени, затрачиваемого на обработку одного запроса, описывается экспоненциальным распределением со средним  $1/\mu$ . Перегрузка возникает тогда, когда во входящем

потоке появляется новый запрос, а все  $N$  обслуживающих приборов заняты.

Модель  $M/M/N$  при конкретизации параметра  $N$  позволяет описать, даже в динамике, поведение «первичных» параметров. Так для описания поведения нагрузки соты системы мобильной связи применение модели  $M/M/N$  с  $N$ , равным числу абонентских каналов, которое способна поддерживать сота, является стандартной. Общеизвестно, что она приводит к табулированному, введенному в пакеты базовых программ, распределению Эрланга В. И именно этими данными повсеместно пользуются при проектировании и анализе систем мобильной связи.

Для описания числа абонентов, в соте, также можно воспользоваться указанной моделью, если взять класс  $M/M/\infty$ . Действительно, поток входящих регистраций вполне можно описать с помощью пуассоновской модели, а распределение времени пребывания отдельного абонента в соте – с помощью экспоненциального закона. При этом, сколько бы ни появилось абонентов, они все вполне могут разместиться в соте (конечно, такое условие справедливо не абсолютно, но, практически, для всех реальных ситуаций оно имеет место).

Как отмечалось, применение таких моделей широко утвердилось и их справедливость подтверждается многочисленными практическими результатами. Существенным ограничением при этом выступает то, что параметры интенсивностей ( $\lambda^n$  – потока входящих регистраций в соте,  $\mu^n$  – удельной для потока выходящих из соты регистраций,  $\lambda$  – удельной для потока запросов на установку соединений,  $\mu$  – удельной для потока запросов на завершение абонентских соединений) считают постоянными. Только для этих условий можно найти в литературе, стандартах и технической документации соответствующие результаты и методики расчета. Именно поэтому утвердился подход, связанный с привязкой анализа к часу наибольшей нагрузки (ЧНН). Согласно ему, динамическое поведение исключается из рассмотрения, и вместо него используются наборы постоянных значений интенсивностей, согласованные с поведением в соте в ЧНН. В результате планирование и анализ ориентируются исключительно на ЧНН, предопределяя ограниченность и однобокость в понимании, и проектировании системы.

Одна из первых попыток выйти из указанных ограничений была предпринята в [95]. В ней для описания динамического поведения интенсивностей абонентских потоков на входе/выходе сот используется модель ударных волн, заимствованная из теории поведения автомобильного трафика [42]. Ударные волны удобны тем, что достаточно хорошо описываются ограниченным набором моделей. Это скачок, линейный рост и различные сочетания скачков и участков линейного роста/спада. Но применение модели ударных волн оправдано только в условиях резких и существенных по масштабу изменений внешних условий. Для описания динамики флуктуаций регулярного характера, связанных с умеренными как по масштабу, так и по скорости протекания изменениями внешних условий, такая модель не подходит. В таких случаях подходит модель стохастических процессов и связанный с ней аппарат стохастических дифференциальных уравнений. Изменения происходят из-за накопления случайных факторов постепенно, что отражается в модели через стохастическую составляющую в уравнениях «движения», которую еще иногда называют «порождающим процессом».

Для анализа изменений и оценки состояний стохастических процессов в математической статистике разработан целый раздел, имеющий название теории фильтрации случайных процессов [29, 36, 40, 41, 47-51]. В его основе лежит принцип возможности выделения медленно изменяющегося полезного процесса из смеси с быстро изменяющимся шумом. Выделение осуществляется с помощью усреднения. Чем больше интервал усреднения, тем сильнее можно уменьшить влияние мешающего шума. Но одновременно с этим, слишком большие интервалы усреднения приведут к тому, что сам измеряемый процесс будет претерпевать существенные изменения. В результате существует некоторый оптимальный размер окна усреднения, при котором с одной стороны удастся существенно снизить искажения оценки состояния от шума, а с другой – избежать на этом интервале заметных изменений в состоянии оцениваемого полезного процесса. Теория стохастической фильтрации устанавливает точные размеры и вид скользящего окна усреднения, при котором суммарная ошибка от шума и вариации полезного процесса в формируемой оценке будет минимальной.

Именно такой подход и соответствующие модели изменения для неизвестных интенсивностей потоков предлагается использовать при описании работы соты в сети мобильных абонентов. То есть, предполагается, что указанные выше параметры  $\lambda^m, \mu^m, \lambda$  и  $\mu$  статистически независимы, и изменения каждого из них происходит в соответствии с собственным стохастическим уравнением. При этом, конечно, существуют дополнительные параметры, входящие в указанные стохастические уравнения «движений». Они предполагаются априорно известными. Ниже будет показано, что на практике указанные дополнительные параметры могут быть оценены на основе информации о характере стационарных распределений для  $\lambda^m, \mu^m, \lambda$  и  $\mu$ , плюс на основе данных о скорости их изменения во времени. Такая информация, обычно, бывает доступна.

В результате такой постановки возникает задача стохастической фильтрации неизвестных параметров  $\lambda^m, \mu^m, \lambda, \mu$ . А использование полученных результатов фильтрации уже позволит сформировать экстраполяционные оценки для предсказания перегрузок в рассматриваемой соте. Тем более что решение задачи фильтрации предусматривает внутри алгоритма отдельную ветвь, формирующую экстраполяционные оценки. Единственное что остается – расширить этот элемент алгоритма до размера заданного временного интервала предсказания.

Физический смысл предлагаемого подхода для прогноза перегрузок состоит в том, что в реальных условиях, прежде всего, происходит некоторое «скрытое» для системы мобильной связи событие. Это событие порождает процесс постепенного накопления абонентов внутри зоны обслуживания соты и/или повышение активности абонентов. Это уже доступно для фиксации на уровне оценок интенсивностей потоков. И только после, с течением некоторого времени накапливающиеся абоненты и/или их «активность» начинают перегружать соту. Таким образом, перегрузки можно предсказывать заранее на основе анализа интенсивностей потоков.

Однако, на предложенном пути возникает одна существенная трудность. Известные в литературе методы решения задачи фильтрации получены

исключительно для случаев гауссовских аддитивных шумов в канале наблюдений. В данном случае канал наблюдений представляет собой дискретный пуассоновский поток. Единственный результат для пуассоновского потока, который удалось обнаружить в [41], представляет собой не фильтрацию, а алгоритм оценки неизвестной постоянной интенсивности. Поэтому для развития предлагаемого подхода нужно получить решение задачи фильтрации для изменяющейся интенсивности наблюдаемого пуассоновского потока. Такая задача имеет самостоятельный математический статус. Ее решение откроет путь не только для предсказания перегрузок в системах мобильной связи, но и для решения целого класса задач, связанных с необходимостью оценки интенсивностей пуассоновских потоков в нестационарных условиях.

Традиционная методика синтеза интегро-дифференциальных уравнений стохастической фильтрации, строящаяся на вычислении характеристических функций переходных вероятностей на бесконечно малых интервалах [36, 41, 45], в случае, когда канал наблюдений представляет собой пуассоновский поток, оказывается не применимой. По крайней мере, ее необходимо подвергнуть существенной модернизации, чтобы расширить на указанные случаи. Более простым и понятным способом развития, позволяющим достигнуть цели, как выяснилось, обладает менее известная техника формирования уравнений фильтрации, именуемая как «метод инвариантного погружения». Ее основы изложены в [32, 33]. Хотя и там подразумевается гауссовская природа шума в канале измерения, но она путем несложного преобразования функции штрафов может быть трансформирована в другие формы, в том числе и соответствующие пуассоновскому потоку. Более детально предложенная методика излагается ниже (в последующих разделах данной главы). Пока же перейдем к рассмотрению уравнений «движения» для нестационарных стохастических процессов, описывающих изменение интенсивностей пуассоновских потоков.

Предполагается, что «порождающий процесс» в уравнениях «движения» является «белым» гауссовским, а коэффициент сноса представляет некую, пока



неизвестную, функцию  $f(\cdot)$  вид которой далее будет уточнен, исходя из характера стационарного распределения и скорости локальных флуктуаций.

При таких предположениях уравнения «движения» формально можно записать так:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \lambda(t) = \phi_\lambda(\lambda, t) + \sqrt{\gamma_\lambda} \cdot n_\lambda(t), \\ \frac{d}{dt} \mu(t) = \phi_\mu(\mu, t) + \sqrt{\gamma_\mu} \cdot n_\mu(t), \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $n_\lambda(t)$  и  $n_\mu(t)$  – независимые «белые» гауссовские процессы с единичной двухсторонней спектральной плотностью мощности, являющиеся «порождающими процессами» уравнений «движения»,  $\gamma_\lambda, \gamma_\mu$  – коэффициенты диффузии «порождающих процессов»,  $\phi_\lambda(\lambda, t), \phi_\mu(\mu, t)$  – неизвестные функции, задающие снос в уравнениях «движения», вид которых уточняется.

Экспериментально установлено, что изменения интенсивностей (будь то процессы регистрации/выхода из соты или процессы установления/завершения соединений) на коротких интервалах представляют собой сильно «изломанные» зависимости. Для примера, качественный вид такой зависимости показан на рисунке 3.1.

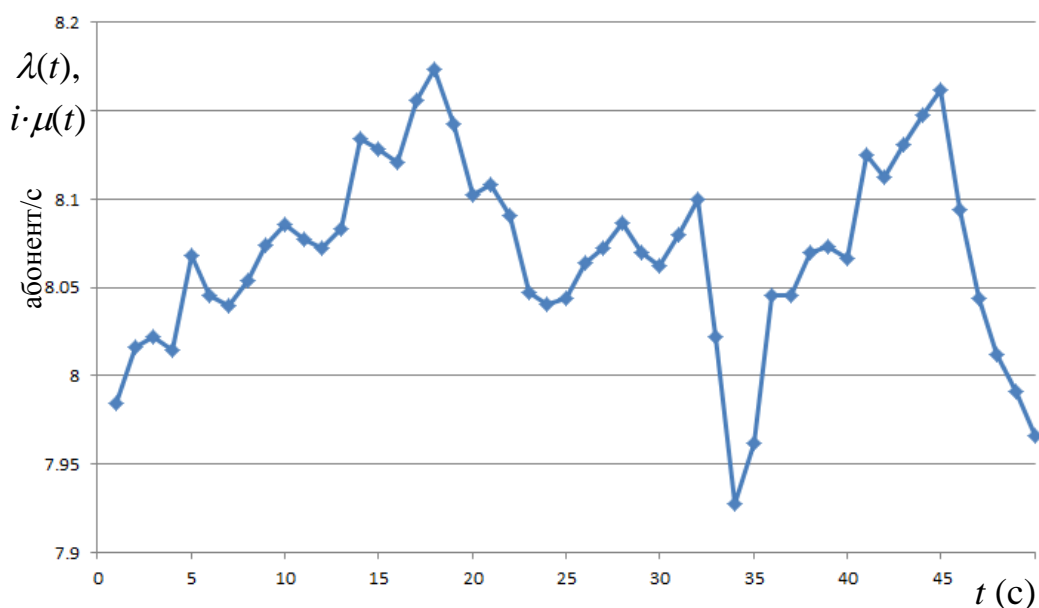


Рисунок 3.1 – Характерный пример изменения интенсивности входящего/выходящего абонентского потока соты

Зависимости такого характера показывают, что в окрестности устойчивого состояния стохастические дифференциальные уравнения имеют первый порядок с доминированием линейной составляющей в коэффициенте сноса. Поэтому можно в уравнениях (3.1) в явном виде выделить указанную линейную составляющую.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \lambda(t) = -\alpha_\lambda (\lambda(t) - \lambda_0) + \phi_\lambda^1(\lambda, t) + \sqrt{\gamma_\lambda} \cdot n_\lambda(t), \\ \frac{d}{dt} \mu(t) = -\alpha_\mu (\mu(t) - \mu_0) + \phi_\mu^1(\mu, t) + \sqrt{\gamma_\mu} \cdot n_\mu(t), \end{cases} \quad (3.2)$$

где  $\phi_\lambda^1(\lambda, t)$  и  $\phi_\mu^1(\mu, t)$  – нелинейные компоненты коэффициентов сноса, вид которых можно установить, исходя из ожидаемого вида стационарного распределения интенсивностей.

В математической статистике известно, что сумма  $m$  квадратов независимых гауссовских величин распределена по закону хи-2 с  $m$  степенями свободы [1, 5, 21, 28, 29, 34].

$$W(R) = \frac{1}{2^{m/2} \Gamma(m/2) \sigma^m} R^{m/2-1} \exp\left(-\frac{R}{2\sigma^2}\right),$$

где  $R = n_1^2 + \dots + n_m^2$  – статистика в виде суммы  $m$  гауссовских случайных величин с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ ,  $\Gamma(m/2)$  – гамма функция от  $m/2$ . Отсюда находим, что статистика, получаемая преобразованием  $r = \sqrt{R}$ , будет распределена по закону простого хи с  $k$  степенями свободы [10, 29, 43].

$$W(r) = \frac{r^{m-1}}{2^{m/2} \Gamma(m/2) \sigma^m} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.3)$$

Закон (3.3) показывает, как распределена случайная амплитуда вектора, компонентами которого являются гауссовские случайные величины. Именно такая модель наиболее подходит для описания случайного поведения интенсивностей потоков в стационарном режиме. Это объясняется тем, что сами интенсивности формируются как результат композиции большого числа независимых факторов, каждый из которых приближенно можно считать гауссовской случайной величиной. Поэтому (3.3) можно использовать как эталон для поиска неизвестных

нелинейных компонент  $\phi_\lambda^1(\lambda, t)$  и  $\phi_\mu^1(\mu, t)$  в (3.2).

Для этого определим, прежде всего, коэффициенты сноса и диффузии стохастических процессов, удовлетворяющих (3.2).

Сносы:

$$K_{1\lambda}(\lambda, t) \equiv M \left( \left( \frac{\lambda(t+dt) - \lambda(t)}{dt} \right) \middle| \lambda(t) = \lambda \right) = -\alpha_\lambda (\lambda - \lambda_0) + \phi_\lambda^1(\lambda, t),$$

$$K_{1\mu}(\mu, t) \equiv M \left( \left( \frac{\mu(t+dt) - \mu(t)}{dt} \right) \middle| \mu(t) = \mu \right) = -\alpha_\mu (\mu - \mu_0) + \phi_\mu^1(\mu, t). \quad (3.4)$$

Диффузии:

$$K_{2\lambda}(\lambda, t) \equiv M \left( \left( \frac{(\lambda(t+dt) - \lambda(t))^2}{dt} \right) \middle| \lambda(t) = \lambda \right) = \gamma_\lambda,$$

$$K_{2\mu}(\mu, t) \equiv M \left( \left( \frac{(\mu(t+dt) - \mu(t))^2}{dt} \right) \middle| \mu(t) = \mu \right) = \gamma_\mu. \quad (3.5)$$

Известно, что стационарное распределение диффузионного процесса с коэффициентами сноса и диффузии  $K_{1u}(u)$ ,  $K_{2u}(u)$  имеет вид [36, 40, 41]

$$W_{st}(u) = \frac{C}{K_{2u}(u)} \exp \left( 2 \int_0^u \frac{K_{1u}(x)}{K_{2u}(x)} dx \right), \quad (3.6)$$

где  $C$  – нормировочный множитель. Подставляя (3.4), (3.5) в (3.6), находим.

$$W_{st}(u) = C e^{-\frac{\alpha}{\gamma}(u-u_0)^2} e^{\frac{2}{\gamma} \int_0^u \phi^1(x) dx}. \quad (3.7)$$

Чтобы (3.7) имело вид подобный (3.3) нужно удовлетворить условию

$$\int \phi^1(u) du = const + \beta \cdot \ln(u),$$

Откуда сразу получаем:

$$\phi_\lambda^1(\lambda, t) = \frac{\beta_\lambda}{\lambda}; \quad \phi_\mu^1(\mu, t) = \frac{\beta_\mu}{\mu}. \quad (3.8)$$

А система (3.2) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \lambda(t) = -\alpha_\lambda (\lambda(t) - \lambda_0) + \frac{\beta_\lambda}{\lambda(t)} + \sqrt{\gamma_\lambda} \cdot n_\lambda(t), \\ \frac{d}{dt} \mu(t) = -\alpha_\mu (\mu(t) - \mu_0) + \frac{\beta_\mu}{\mu(t)} + \sqrt{\gamma_\mu} \cdot n_\mu(t). \end{cases} \quad (3.9)$$

Параметры  $\lambda_0, \mu_0, \alpha_\lambda, \alpha_\mu, \beta_\lambda, \beta_\mu, \gamma_\lambda, \gamma_\mu$  – нужно подбирать конкретно для каждой локальной зоны сети, так как от места к месту они могут изменяться.

Однако, конкретный вид стохастических уравнений (3.9) далее используется только на конечном этапе, когда рассматривается вопрос моделирования динамического поведения интенсивностей и прогноза возможных перегрузок. Сами же уравнения фильтрации синтезируются в общем виде, при предположении, что динамическое поведение интенсивностей описывается стохастическими уравнениями «движения» вида:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \lambda(t) = \phi_\lambda(\lambda, t) + \sqrt{\gamma_\lambda} \cdot n_\lambda(t), \\ \frac{d}{dt} \mu(t) = \phi_\mu(\mu, t) + \sqrt{\gamma_\mu} \cdot n_\mu(t), \end{cases} \quad (3.10)$$

где  $\phi_\lambda(\lambda, t)$  и  $\phi_\mu(\mu, t)$  предполагаются известными функциями, задающими коэффициенты сноса. Их класс ограничивается только условием дифференцируемости достаточное количество раз.

### 3.2 Вывод и решение уравнений фильтрации

В этом разделе выполнен синтез уравнений фильтрации для  $\lambda(t)$  и  $\mu(t)$ .

Ставший классическим подход, предложенный для синтеза уравнений фильтрации в [36], приводит к интегро-дифференциальной форме [41, стр. 336, формула (7.3.8)]. Использовать его для случаев не гауссовских законов статистики в канале наблюдений и/или статистики «порождающего процесса» невозможно. Но если обратиться к незаслуженно забытому альтернативному методу [32, 33], то можно увидеть, что он обладает большими возможностями в этом плане. Он сформирован на базе интерпретации фильтрации как задачи оптимального управления. При этом на самом начальном этапе постулируется целевая функция потерь, которая должна быть минимизирована подбором траектории (результата

фильтрации). В качестве таковой выбирается логарифм отношения правдоподобия, построенный совместно для «порождающего процесса» уравнений «движения» и статистики наблюдений в канале измерений. То есть постановка задачи ограничивается исключительно критерием максимального правдоподобия, чего вполне достаточно для большинства практических приложений. Правда, Э. Сейдж и Дж. Мелса, авторы этой методики, не развивали ее на альтернативные случаи. Но в полученном таким способом решении явно локализуется место и способ обработки статистики, описывающей ошибки измерений и поведение «порождающего процесса». При этом можно путем формальной замены-подстановки трансформировать решение и получить решение для интересующего случая с пуассоновским законом наблюдений (вместо гауссовского). Корректность получаемых при этом решений будет проверена с помощью моделирования, результаты которого приведены в конце главы.

Следует также отметить, что предложенный подход можно использовать не только для развития техники синтеза уравнений фильтрации для негауссовских каналов измерений, но и для негауссовских «порождающих процессов» в уравнениях «движения». Например, можно построить формальный алгоритм фильтрации для интенсивности пуассоновского потока, когда сама эта интенсивность изменяется по закону, связанному с пуассоновским (другим) потоком (Пуассон на Пуассоне).

Чтобы выполнить необходимые преобразования уравнений из [32, 33], нам, прежде всего, нужно сформировать логарифм отношения правдоподобия для наблюдений пуассоновского потока.

Предполагается, что априорные распределения интенсивностей  $\lambda_0 = \lambda(t=0)$  и  $\mu_0 = \mu(t=0)$  известны и имеют вид

$$W_{0\lambda}(\lambda_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{0\lambda}} \exp\left(-\frac{(\lambda_0 - \Lambda_0)^2}{2\sigma_{0\lambda}^2}\right),$$

$$W_{0\mu}(\mu_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{0\mu}} \exp\left(-\frac{(\mu_0 - M_0)^2}{2\sigma_{0\mu}^2}\right),$$

где  $\Lambda_0, M_0, \sigma_{0\lambda}, \sigma_{0\mu}$  – известные параметры мат ожиданий и среднеквадратических отклонений.

Тогда, для любой гипотетической траектории интенсивностей  $\hat{\lambda}(t)$  и  $\hat{\mu}(t)$  можно вычислить значение апостериорной вероятности.

$$P(\hat{\lambda}(t)|z(t)) = G_0 \cdot W_{0\lambda}(\hat{\lambda}(0)) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\gamma_\lambda} \int_0^T \left(\frac{d}{dt} \hat{\lambda}(t) - \phi_\lambda(\hat{\lambda}(t), t)\right)^2 dt\right) \cdot \exp\left(-\int_0^T \hat{\lambda}(t) dt\right) \cdot \prod_{i=1}^{k_T^\lambda} \hat{\lambda}(t_i), \quad (3.11)$$

$$P(\hat{\mu}(t)|z(t)) = G_0 \cdot W_{0\mu}(\hat{\mu}(0)) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\gamma_\mu} \int_0^T \left(\frac{d}{dt} \hat{\mu}(t) - \phi_\mu(\hat{\mu}(t), t)\right)^2 dt\right) \cdot \exp\left(-\int_0^T N(t) \hat{\mu}(t) dt\right) \cdot \prod_{j=1}^{k_T^\mu} N(t_j) \hat{\mu}(t_j), \quad (3.12)$$

где  $G_0$  – функциональный множитель, зависящий от снятых наблюдений, но независящий от оцениваемых параметров, и потому не представляющий интереса;  $T$  – длительность интервала наблюдения;  $z(t)$  – случайный процесс, состоящий из наблюдаемых «точек» пуассоновских потоков на входе ( $t_i = (0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{k_T^\lambda} \leq T)$ ) и на выходе ( $t_j = (0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{k_T^\mu} \leq T)$ );  $N(t)$  – процесс, описывающий число абонентов в соте на интервале наблюдения  $[0, T]$ .

Выполняя преобразование  $-\ln(\cdot)$  для (3.12) и отбрасывая слагаемое  $-\ln(G_0)$ , которое не зависит от оцениваемых параметров, можно получить

$$L(\hat{\lambda}(t)|z(t)) = -\ln(W_{0\lambda}(\hat{\lambda}(0))) + \frac{1}{2\gamma_\lambda} \int_0^T \left(\frac{d}{dt} \hat{\lambda}(t) - \phi_\lambda(\hat{\lambda}(t), t)\right)^2 dt + \int_0^T \hat{\lambda}(t) dt - \sum_{i=1}^{k_T^\lambda} \ln(\hat{\lambda}(t_i)), \quad (3.13)$$

$$L(\hat{\mu}(t)|z(t)) = -\ln(W_{0\mu}(\hat{\mu}(0))) + \frac{1}{2\gamma_\mu} \int_0^T \left(\frac{d}{dt} \hat{\mu}(t) - \phi_\mu(\hat{\mu}(t), t)\right)^2 dt + \int_0^T N(t) \hat{\mu}(t) dt - \sum_{j=1}^{k_T^\mu} \ln(N(t_j) \hat{\mu}(t_j)). \quad (3.14)$$

Подстановка (3.13) и (3.14) вместо гауссовских невязок в уравнения непрерывной фильтрации, которые приведены в [33, стр. 210], дает следующие результаты.

Для продукта фильтрации интенсивности  $\hat{\lambda}(t)$  (входящего пуассоновского потока):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} = \phi_{\lambda}(\hat{\lambda}(t), t) + P_{\lambda}(t) \left( \frac{1}{\hat{\lambda}(t)} \sum_{i=1}^{k_T^{\lambda}} \mathbf{1}(t-t_i) - 1 \right), \\ \frac{dP_{\lambda}(t)}{dt} = \gamma_{\lambda} + 2P_{\lambda}(t) \frac{\partial \phi_{\lambda}(\hat{\lambda}(t), t)}{\partial \hat{\lambda}(t)} - P_{\lambda}^2(t) \frac{1}{\hat{\lambda}^2(t)} \sum_{i=1}^{k_T^{\lambda}} \mathbf{1}(t-t_i), \\ \hat{\lambda}(0) = \lambda_0, \quad P_{\lambda}(0) = \sigma_{\lambda_0}^2, \end{array} \right. \quad (3.15)$$

где  $\lambda_0, \sigma_{\lambda_0}^2$  – среднее значение и дисперсия нормального закона, аппроксимирующего априорное распределение интенсивности  $W_{0,\lambda}(\hat{\lambda}(0))$ ,  $\mathbf{1}(t-t_i)$  – дельта-функция Дирака.

Для продукта фильтрации удельной интенсивности  $\hat{\mu}(t)$  (выходящего потока):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\hat{\mu}(t)}{dt} = \phi_{\mu}(\hat{\mu}(t), t) + P_{\mu}(t) \left( \frac{1}{\hat{\mu}(t)} \sum_{j=1}^{k_T^{\mu}} \mathbf{1}(t-t_j) - N(t) \right), \\ \frac{dP_{\mu}(t)}{dt} = \gamma_{\mu} + 2P_{\mu}(t) \frac{\partial \phi_{\mu}(\hat{\mu}(t), t)}{\partial \hat{\mu}(t)} - P_{\mu}^2(t) \frac{1}{\hat{\mu}^2(t)} \sum_{j=1}^{k_T^{\mu}} \mathbf{1}(t-t_j), \\ \hat{\mu}(0) = \mu_0, \quad P_{\mu}(0) = \sigma_{\mu_0}^2, \end{array} \right. \quad (3.16)$$

где  $\mu_0, \sigma_{\mu_0}^2$  – среднее значение и дисперсия нормального закона, аппроксимирующего априорное распределение интенсивности  $W_{0,\mu}(\hat{\mu}(0))$ .

Полученные уравнения (3.15), (3.16) дают решение поставленной задачи фильтрации интенсивностей пуассоновских потоков в общем случае. В принципе, их можно даже еще более обобщить, на случаи, когда интересует не сама интенсивность, а некоторая функция от нее.

Подстановкой в (3.15), (3.16) функции сноса из (3.9), можно найти уравнения фильтрации для интересующего случая:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} = -\alpha_{\lambda}(\hat{\lambda}(t) - \lambda_0) + \frac{\beta_{\lambda}}{\hat{\lambda}(t)} + P_{\lambda}(t) \left( \frac{1}{\hat{\lambda}(t)} \sum_{i=1}^{k_T^{\lambda}} \mathbf{1}(t - t_i) - 1 \right), \\ \frac{dP_{\lambda}(t)}{dt} = \gamma_{\lambda} - 2P_{\lambda}(t) \left( \alpha_{\lambda} + \frac{\beta_{\lambda}}{\hat{\lambda}^2(t)} \right) - P_{\lambda}^2(t) \frac{1}{\hat{\lambda}^2(t)} \sum_{i=1}^{k_T^{\lambda}} \mathbf{1}(t - t_i), \\ \hat{\lambda}(0) = \lambda_0, \quad P_{\lambda}(0) = \sigma_{\lambda 0}^2, \end{array} \right. \quad (3.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\hat{\mu}(t)}{dt} = -\alpha_{\mu}(\hat{\mu}(t) - \mu_0) + \frac{\beta_{\mu}}{\hat{\mu}(t)} + P_{\mu}(t) \left( \frac{1}{\hat{\mu}(t)} \sum_{j=1}^{k_T^{\mu}} \mathbf{1}(t - t_j) - N(t) \right), \\ \frac{dP_{\mu}(t)}{dt} = \gamma_{\mu} - 2P_{\mu}(t) \left( \alpha_{\mu} + \frac{\beta_{\mu}}{\hat{\mu}^2(t)} \right) - P_{\mu}^2(t) \frac{1}{\hat{\mu}^2(t)} \sum_{j=1}^{k_T^{\mu}} \mathbf{1}(t - t_j), \\ \hat{\mu}(0) = \mu_0, \quad P_{\mu}(0) = \sigma_{\mu 0}^2. \end{array} \right. \quad (3.18)$$

Определенная целесообразность есть в получении решения уравнений (3.17), (3.18) в стационарном приближении, когда  $\frac{dP_{\lambda}(t)}{dt} \rightarrow 0$  и  $\frac{dP_{\mu}(t)}{dt} \rightarrow 0$ . Это объясняется следующими причинами. Во-первых, уравнения фильтрации в такой ситуации существенно упрощаются и могут быть решены даже в явном виде. Во-вторых, в таких решениях наглядно проявляется связь параметров внешних условий с характеристиками оптимального фильтра. В-третьих, в чистом виде определяется форма оптимального фильтра, которую он приобретает после завершения переходного процесса. В-четвертых, полученные значения  $P_{\lambda}(t) \rightarrow P_{\lambda}, P_{\mu}(t) \rightarrow P_{\mu}$  показывают, какого уровня точности можно достигнуть при фильтрации параметров интенсивности.

Указанные стационарные решения достаточно просто найти.

Для системы (3.17):

$$\gamma_{\lambda} - 2P_{\lambda} \cdot \left( \alpha_{\lambda} + \frac{\beta_{\lambda}}{\hat{\lambda}^2(t)} \right) - P_{\lambda}^2(t) \frac{1}{\hat{\lambda}^2(t)} \frac{1}{\Delta T} \int_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} \sum_i \mathbf{1}(t - t_i) dt = 0.$$



Так как при оговоренных условиях  $\frac{1}{\Delta T} \int_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} \sum_i \delta(t-t_i) dt \approx \hat{\lambda}(t)$ , то последнее

уравнение можно записать так:

$$P_\lambda^2(t) + 2P_\lambda \cdot \left( \alpha_\lambda \hat{\lambda}(t) + \frac{\beta_\lambda}{\hat{\lambda}(t)} \right) - \gamma_\lambda \hat{\lambda}(t) \approx 0.$$

Откуда

$$P_\lambda = - \left( \alpha_\lambda \hat{\lambda}(t) + \frac{\beta_\lambda}{\hat{\lambda}(t)} \right) + \sqrt{\left( \alpha_\lambda \hat{\lambda}(t) + \frac{\beta_\lambda}{\hat{\lambda}(t)} \right)^2 + \gamma_\lambda \hat{\lambda}(t)} \approx - \left( \alpha_\lambda \lambda_0 + \frac{\beta_\lambda}{\lambda_0} \right) + \sqrt{\left( \alpha_\lambda \lambda_0 + \frac{\beta_\lambda}{\lambda_0} \right)^2 + \gamma_\lambda \lambda_0}. \quad (3.19)$$

А уравнение фильтрации преобразуется к виду

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} = -\alpha_\lambda (\hat{\lambda}(t) - \lambda_0) + \frac{\beta_\lambda}{\hat{\lambda}(t)} + P_\lambda \left( \frac{1}{\hat{\lambda}(t)} \sum_{i=1}^{k_\lambda^2} \mathbf{1}(t-t_i) - 1 \right), \\ \hat{\lambda}(0) = \lambda_0. \end{cases} \quad (3.20)$$

Выражение (3.19) определяет точность фильтрации.

В частности, когда  $\beta_\lambda = 0$  и  $\alpha_\lambda^2 \lambda_0 \ll \gamma_\lambda$ , то  $P_\lambda \approx \sqrt{\gamma_\lambda \cdot \hat{\lambda}(t)} \approx \sqrt{\gamma_\lambda \cdot \lambda_0}$  и фильтрация может быть выполнена согласно уравнению

$$\frac{d}{dt} \hat{\lambda}(t) \approx - \left( \alpha_\lambda + \sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \right) \left( \hat{\lambda}(t) - \lambda_0 \frac{\alpha_\lambda}{\alpha_\lambda + \sqrt{\gamma_\lambda/\lambda_0}} \right) + \sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \cdot \sum_i \mathbf{1}(t-t_i),$$

с начальным условием  $\hat{\lambda}(0) = \lambda_0$ . Его решение можно записать в явном виде

$$\hat{\lambda}(t) = \lambda_0 \frac{\alpha_\lambda}{\alpha_\lambda + \sqrt{\gamma_\lambda/\lambda_0}} + \sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \int_0^t \exp \left( - \left( \alpha_\lambda + \sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \right) (t-\tau) \right) \sum_i \mathbf{1}(\tau-t_i) d\tau. \quad (3.21)$$

Фактически установлено, что продукт фильтрации есть постоянная

$\lambda_0 \frac{\alpha_\lambda}{\alpha_\lambda + \sqrt{\gamma_\lambda/\lambda_0}}$  плюс результат взвешенного усреднения числа точек

пуассоновского потока в экспоненциальном окне вида  $\sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \exp \left( - \left( \alpha_\lambda + \sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \right) (t-\tau) \right)$ .

Эффективная длительность окна усреднения оказывается зависящей от параметров уравнения «движения» и составляет величину  $T_{\text{уср}} \approx \left( \alpha_\lambda + \sqrt{\frac{\gamma_\lambda}{\lambda_0}} \right)^{-1}$ .

При этом хорошее качество процедуры фильтрации будет выполняться, если

$$\lambda_0 T_{\text{уср}} = \frac{\lambda_0}{\alpha_\lambda + \sqrt{\gamma_\lambda/\lambda_0}} \gg 1, \text{ т.е., когда } \lambda_0 \gg \alpha_\lambda \text{ и } \sqrt{\lambda_0^3} \gg \sqrt{\gamma_\lambda}.$$

Для системы (3.18):

$$\gamma_\mu - 2P_\mu \cdot \left( \alpha_\mu + \frac{\beta_\mu}{\hat{\mu}^2(t)} \right) - P_\mu^2(t) \frac{1}{\hat{\mu}^2(t)} \frac{1}{\Delta T} \int_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} \sum_j \mathbf{1}(t-t_j) dt = 0.$$

Используя то, что при оговоренных условиях  $\frac{1}{\Delta T} \int_{t-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} \sum_j \mathbf{1}(t-t_j) dt \approx N(t)\hat{\mu}(t)$ ,

получаем

$$P_\mu^2 + 2 \frac{P_\mu}{N(t)} \cdot \left( \alpha_\mu \hat{\mu}(t) + \frac{\beta_\mu}{\hat{\mu}(t)} \right) - \frac{\gamma_\mu}{N(t)} \cdot \hat{\mu}(t) \approx 0,$$

откуда искомое значение

$$P_\mu = - \frac{\left( \alpha_\mu \hat{\mu}(t) + \frac{\beta_\mu}{\hat{\mu}(t)} \right)}{N(t)} + \frac{1}{N(t)} \sqrt{\left( \alpha_\mu \hat{\mu}(t) + \frac{\beta_\mu}{\hat{\mu}(t)} \right)^2 + \gamma_\mu \hat{\mu}(t) N(t)}. \quad (3.22)$$

При этом уравнение фильтрации можно записать в приближенной форме [89]

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{\mu}(t) = -\alpha_\mu (\hat{\mu}(t) - \mu_0) + \frac{\beta_\mu}{\hat{\mu}(t)} + P_\mu \left[ \frac{1}{\hat{\mu}(t)} \sum_j \mathbf{1}(t-t_j) - N(t) \right], \\ \hat{\mu}(0) = \mu_0. \end{cases} \quad (3.23)$$

В частности, когда  $\beta_\mu = 0$  и  $\alpha_\mu^2 \mu_0 \ll \gamma_\mu N$ , то

$$P_\mu \approx \sqrt{\frac{\gamma_\mu \cdot \hat{\mu}(t)}{N(t)}} \approx \frac{1}{N(t)} \sqrt{\frac{\gamma_\mu N(t)}{\mu_0}} \hat{\mu}(t) \text{ и фильтрация может быть выполнена согласно}$$

уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\mu}(t) = & - \left( \alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}} \right) \left( \hat{\mu}(t) - \mu_0 \frac{\alpha_{\mu}}{\alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}}} \right) + \\ & + \frac{1}{N(t)} \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}} \cdot \sum_j \mathbf{1}(t - t_j), \end{aligned} \quad (3.24)$$

с начальным условием  $\hat{\mu}(0) = \mu_0$ .

Полагая, что флуктуации  $N(t)$  не быстрые, решение уравнения (3.24) можно представить приближенно в виде суммы процесса  $\mu_0 \frac{\alpha_{\mu}}{\alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}}}$  и результата усреднения последовательности дельта функций  $\sum_j \mathbf{1}(t - t_j)$  в экспоненциальном

весовом окне  $R_{\mu}(\tau, t) = \frac{1}{N(t)} \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}} \cdot \exp\left(-\left(\alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}}\right)(t - \tau)\right)$ , где  $\tau \in (0, t)$ .

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(t) = & \left( \mu_0 \frac{\alpha_{\mu}}{\alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}}} \right) + \\ & + \frac{1}{N(t)} \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}} \int_0^t \exp\left(-\left(\alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} N(t)}{\mu_0}}\right)(t - \tau)\right) \sum_j \mathbf{1}(\tau - t_j) d\tau. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Эффективная длительность окна усреднения оказывается зависящей от параметров уравнения «движения» и составляет величину  $T_{\text{уср}} \approx \left(\alpha_{\mu} + \sqrt{\frac{\gamma_{\mu} \bar{N}}{\mu_0}}\right)^{-1}$ , где

$\bar{N}$  – среднее число абонентов в соте. При этом хорошее качество процедуры фильтрации будет выполняться, если  $\mu_0 \bar{N} \cdot T_{\text{уср}} = \frac{\mu_0 \bar{N}}{\alpha_{\mu} + \sqrt{\gamma_{\mu} \bar{N} / \mu_0}} \gg 1$ , то есть когда

$$\mu_0 \bar{N} \gg \alpha_{\mu} \text{ и } \sqrt{\mu_0^3 \bar{N}^3} \gg \sqrt{\gamma_{\mu} \bar{N}^2}.$$

### 3.3 Вывод и решение уравнений прогноза

Уравнения (3.15) - (3.16) дают решение задачи фильтрации для интенсивностей входящего и выходящего потоков  $\hat{\lambda}(t)$  и  $\hat{\mu}(t)$  в обобщенном случае. Их вариант (3.17) - (3.18) представляет решение задачи фильтрации для конкретного класса ситуаций мобильности и поведения трафика, изучаемым в диссертации. Результаты фильтрации, наблюдаемые в каждый конкретный момент времени  $t$ , являются исходными для формирования прогнозов на будущие моменты  $t + \Delta t_{\text{прог}}$ . Ожидаемое значение нагрузки, в рамках модели Эрланга В, при этом можно записать так

$$\hat{\rho}(t + \Delta t_{\text{прог}}) = \frac{\hat{\lambda}^M(t + \Delta t_{\text{прог}})}{\hat{\mu}^M(t + \Delta t_{\text{прог}})} \cdot \frac{\hat{\lambda}(t + \Delta t_{\text{прог}})}{\hat{\mu}(t + \Delta t_{\text{прог}})} = \hat{i}(t + \Delta t_{\text{прог}}) \cdot \frac{\hat{\lambda}(t + \Delta t_{\text{прог}})}{\hat{\mu}(t + \Delta t_{\text{прог}})}, \quad (3.26)$$

где  $\Delta t_{\text{прог}}$  – интервал прогноза,  $\hat{\lambda}^M(t + \Delta t_{\text{прог}})$  – прогноз интенсивности входящего потока подвижных абонентов,  $\hat{\mu}^M(t + \Delta t_{\text{прог}})$  – прогноз удельной интенсивности выходящего потока подвижных абонентов,  $\hat{i}(t + \Delta t_{\text{прог}})$  – прогнозируемое число абонентов в соте на момент  $t + \Delta t_{\text{прог}}$ ,  $\hat{\lambda}(t + \Delta t_{\text{прог}})$  и  $\hat{\mu}(t + \Delta t_{\text{прог}})$  – прогнозируемые значения удельных интенсивностей потоков запросов и освобождений каналов на момент  $t + \Delta t_{\text{прог}}$ . В соответствии с (3.9) – (3.10), прогноз следует выполнять на основе усреднения уравнений «движения». В первом приближении это эквивалентно обнулению случайных компонент «производящего процесса» [85, 93]. Ниже такой подход называется правилом прогноза «с учетом движения». Оно приводит к необходимости решения дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d}{dt} \hat{\chi}(t + \tau) = \phi_{\chi}(\hat{\chi}(t + \tau), t + \tau) = -\alpha_{\chi} (\hat{\chi}(t + \tau) - \chi_0) + \frac{\beta_{\chi}}{\hat{\chi}(t + \tau)}, \quad \tau \in [0, \Delta t_{\text{прог}}], \quad (3.27)$$

где  $\chi$  обозначает  $\lambda$ ,  $\lambda^M$ ,  $\mu$  или  $\mu^M$ , в зависимости от того, для какой интенсивности строится прогноз.

Фактически (3.27) задают уравнения дрейфа условных средних из начального состояния  $\hat{\chi}(t+0) = \hat{\chi}(t)$ , соответствующего результату фильтрации интенсивности  $\chi(t)$  в момент  $t$ .

Так как в (3.27) коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  не зависят от параметра времени  $\tau$ , то указанные уравнения можно решить с помощью техники разделения переменных. После громоздких, но не сложных вычислений было получено следующее:

$$\hat{\chi}(t+\tau) = \frac{\chi_0}{2} + \frac{2\chi^* - \chi_0}{2} \begin{cases} \frac{1 - \psi_l^{-1}(\gamma_0 e^{-\alpha_\chi \tau})}{1 + \psi_l^{-1}(\gamma_0 e^{-\alpha_\chi \tau})}, & \text{при } \hat{\chi}(t) \leq \chi^*, \\ \frac{1 + \psi_h^{-1}(\gamma_0 e^{-\alpha_\chi \tau})}{1 - \psi_h^{-1}(\gamma_0 e^{-\alpha_\chi \tau})}, & \text{при } \hat{\chi}(t) > \chi^*, \end{cases} \quad \tau \in [0, \Delta t_{\text{проз}}] \quad (3.28)$$

где  $\chi$  – обозначает  $\lambda$ ,  $\lambda^m$ ,  $\mu$  или  $\mu^m$ , в зависимости от того, для какого параметра записывается решение;  $\chi^* = \frac{\chi_0}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\beta_\chi}{\chi_0^2 \alpha_\chi}} \right)$  – точка устойчивости, к которой сходится решение (3.27) при  $\tau \rightarrow \infty$ ;

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{|\hat{\chi}(t) - \chi^*| \cdot (\hat{\chi}(t) + \chi^* - \chi_0)}}{2\chi^* - \chi_0} \left( \frac{|\hat{\chi}(t) - \chi^*|}{(\hat{\chi}(t) + \chi^* - \chi_0)} \right)^{\frac{\chi_0}{2(\chi^* - \chi_0)}}; \quad \psi_l^{-1}(\cdot) \text{ и } \psi_h^{-1}(\cdot) \text{ – обратные}$$

функции от  $\psi_l(x) = \frac{x^Q}{1+x}$  и  $\psi_h(x) = \frac{x^Q}{1-x}$ ;

$$Q = \frac{\chi^*}{2\chi^* - \chi_0}. \quad (3.29)$$

$\psi_l^{-1}(\cdot)$  и  $\psi_h^{-1}(\cdot)$  через элементарные функции не выражаются, но так как они зависят только от детерминированного параметра  $Q$  (3.29), то их можно рассчитать заранее (табулировать).

В таблицах 3.1 и 3.2 приведены полученные результаты табуляции. При этом учитывалось, что параметр  $Q$ , задаваемый (3.29), может принимать значения в пределах от 0.5 до 1, а также то, что устойчивое решение определяет только

возрастающая ветвь функции  $\psi_l(x) = \frac{x^Q}{1+x}$ .

Таблица 3.1 – Значения функции  $\psi_l^{-1}(x)$ 

x	Q							
	0.52	0.58	0.64	0.7	0.76	0.82	0.88	0.94
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.0122	0.0195	0.0286	0.0394	0.0516	0.0652	0.0797	0.0951
0.2	0.0497	0.0701	0.0929	0.1176	0.1435	0.1701	0.197	0.2237
0.3	0.1235	0.1627	0.2036	0.2449	0.2854	0.3245	0.3615	0.3962
0.4	0.2732	0.3422	0.4076	0.4669	0.5193	0.5647	0.6039	0.6376
0.5	1	1	1	1	1	1	1	1
0.6	-	-	-	-	-	2.3021	1.8118	1.6143
0.7	-	-	-	-	-	-	-	2.9522
0.8	-	-	-	-	-	-	-	-
0.9	-	-	-	-	-	-	-	-

Таблица 3.2 – Значения функции  $\psi_h^{-1}(x)$ 

x	Q							
	0.52	0.58	0.64	0.7	0.76	0.82	0.88	0.94
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.2	0.0417	0.0564	0.072	0.088	0.1041	0.1202	0.136	0.1515
0.4	0.131	0.1543	0.1764	0.1973	0.2171	0.2357	0.2533	0.27
0.8	0.3147	0.336	0.3553	0.3731	0.3895	0.4047	0.4188	0.432
1	0.3884	0.4066	0.4232	0.4385	0.4526	0.4657	0.4779	0.4893
1.4	0.5012	0.5143	0.5263	0.5375	0.5479	0.5576	0.5667	0.5752
1.8	0.5811	0.5906	0.5996	0.6079	0.6157	0.6231	0.63	0.6366
3	0.7192	0.7237	0.728	0.732	0.736	0.7397	0.7433	0.7467
5	0.8196	0.8215	0.8234	0.8252	0.8269	0.8286	0.8302	0.8318
10	0.9051	0.9056	0.9061	0.9066	0.9071	0.9076	0.9081	0.9086
20	0.9513	0.9514	0.9516	0.9517	0.9518	0.952	0.9521	0.9522
30	0.9672	0.9673	0.9674	0.9674	0.9675	0.9676	0.9676	0.9677

В таблице 3.1 ряд позиций не может быть заполнен, так как соответствующее сочетание аргумента  $x$  и значения параметра  $Q$  приводит к отрицательному значению, недопустимому для прогнозируемой интенсивности.

### 3.4 Моделирование синтезированных алгоритмов фильтрации и прогноза

Чтобы проверить эффективность работы синтезированного алгоритма фильтрации интенсивностей пуассоновского потока (3.15) - (3.16), для его конкретной формы (3.17) - (3.18) была написана программа моделирования [76, 78-80]. Язык программирования Delphi, объем программы, примерно 1200 строк.

При запуске программы, открывается интерфейс, позволяющий выбирать конкретные значения параметров для моделей «движения» интенсивностей  $\lambda(t)$  и  $\mu(t)$ . Он показан на рисунке 3.2.

Как можно видеть, выбирать можно значения для  $\alpha_\lambda, \beta_\lambda, \gamma_\lambda, \lambda_0, \alpha_\mu, \beta_\mu, \gamma_\mu, \mu_0$ , а также длительность моделируемого интервала обработки  $T$  (в секундах) и длительность элементарного временного такта моделирования  $dt$ . Кроме того, доступен выбор длительности временного интервала прогноза (предсказания).

После выбора параметров нужно «нажать» кнопку «Старт», чтобы сформировались траектории интенсивностей, наблюдаемые «точки» пуассоновских потоков и оценки фильтрации.

Рисунок 3.2 – Интерфейс программы моделирования фильтрации интенсивностей пуассоновских потоков

Управлять отображением результатов можно с помощью активизации CheckWox элементов. Например, устанавливая активность в полях «Показать данные для  $\lambda$ » и «Показать наблюдения  $\lambda$ », добиваемся визуализации, как для траектории «движения» самого параметра  $\lambda(t)$ , так и для траектории оценки  $\hat{\lambda}(t)$ ,

сформированной с помощью синтезированного алгоритма фильтрации (3.17). Результат показан на рисунке 3.3. Результаты нормируются к среднему ожидаемому значению.

С помощью «кнопок» со стрелочками можно управлять масштабом отображения по вертикали и горизонтали. Горизонтальная панель прокрутки позволяет выбрать конкретный отрезок времени для визуализации результатов.

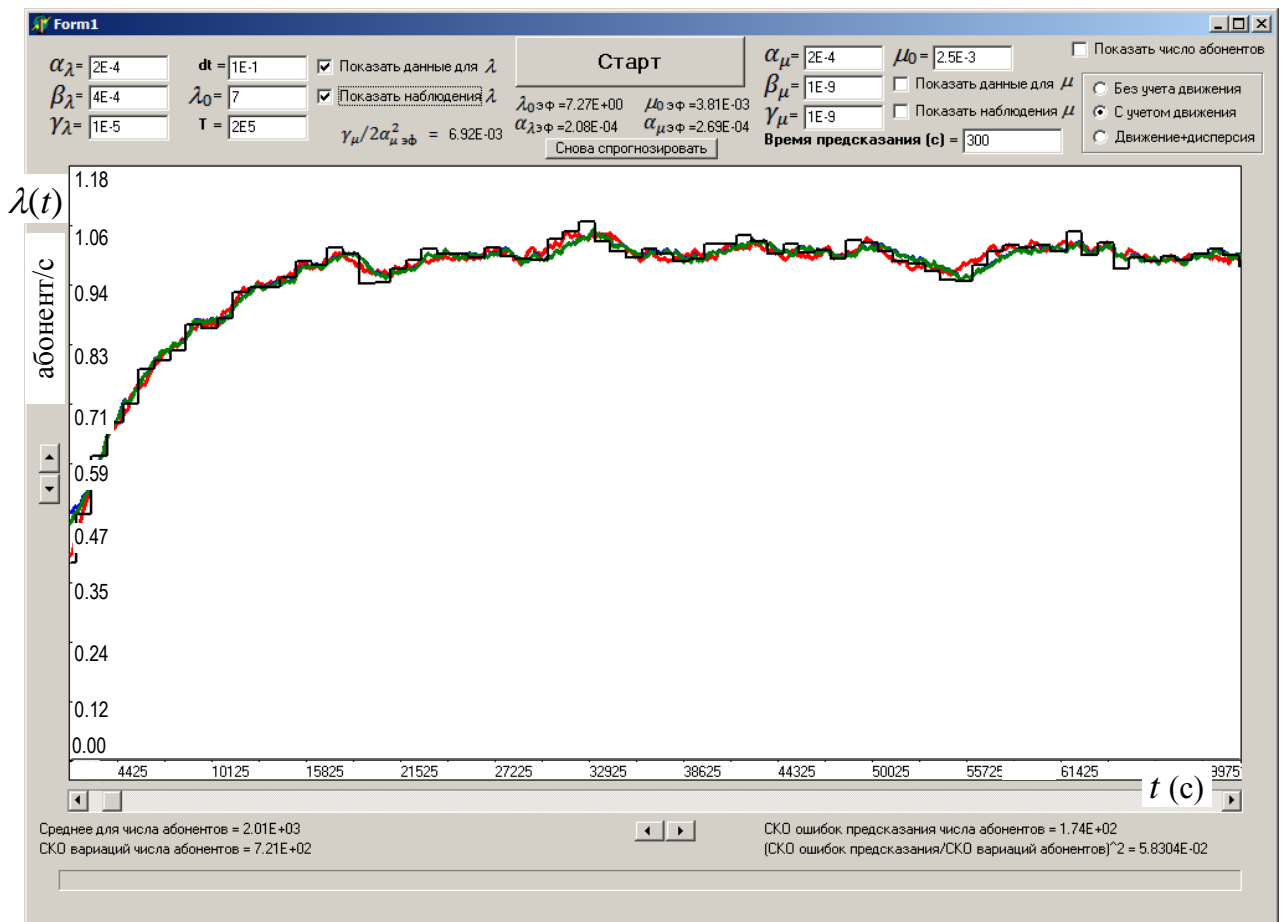


Рисунок 3.3 – Результат фильтрации для параметра интенсивности  $\lambda(t)$ .

Красным цветом – траектория  $\lambda(t)$ , зеленым – результат фильтрации  $\hat{\lambda}(t)$ , черным – наблюдения на элементарных интервалах по числу точек пуассоновского потока входящих регистраций

На рисунке 3.4 показаны результаты фильтрации  $\lambda(t)$  на небольшом интервале времени, что позволяет более детально провести анализ. Элементарный интервал обработки уменьшился. И явно стали заметны случайные отклонения оценок, формируемых простым усреднением наблюдений на этих элементарных



интервалах (ступенчатая линия черного цвета).

Видно, что траектория оценки фильтрации (зеленая линия) достаточно точно повторяет «движение» траектории интенсивности  $\lambda(t)$  (красная линия).

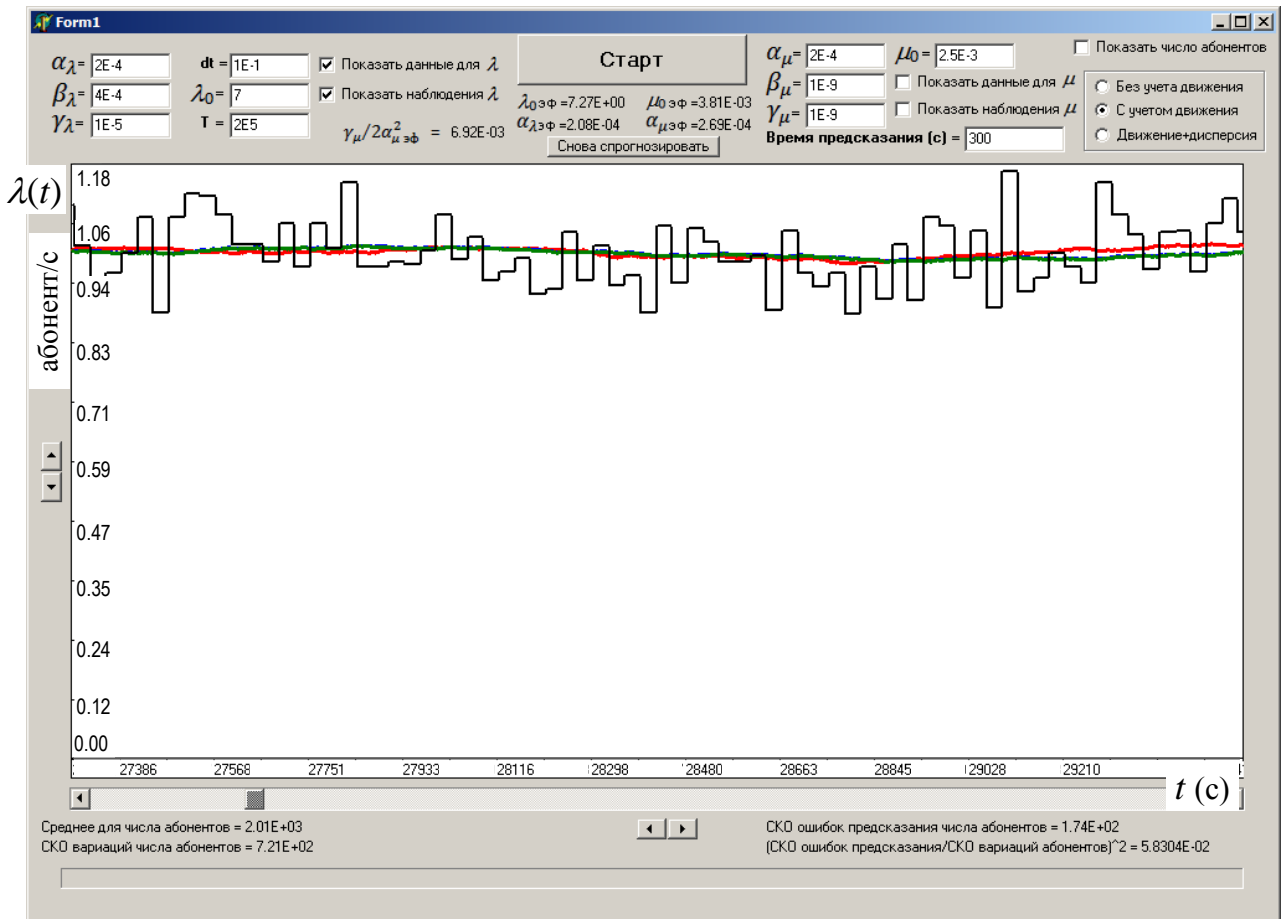


Рисунок 3.4 – Результат фильтрации для параметра интенсивности  $\lambda(t)$  на небольшом интервале времени

Если активизировать элементы CheckBox, связанные с отображением траектории и фильтрации параметра интенсивности  $\mu(t)$ , то получается результат, показанный на рисунке 3.5. Можно заметить, что результат фильтрации  $\hat{\mu}(t)$  (болотный цвет) достаточно точно совпадает с траекторией изменения параметра  $\mu(t)$  (малиновый цвет).

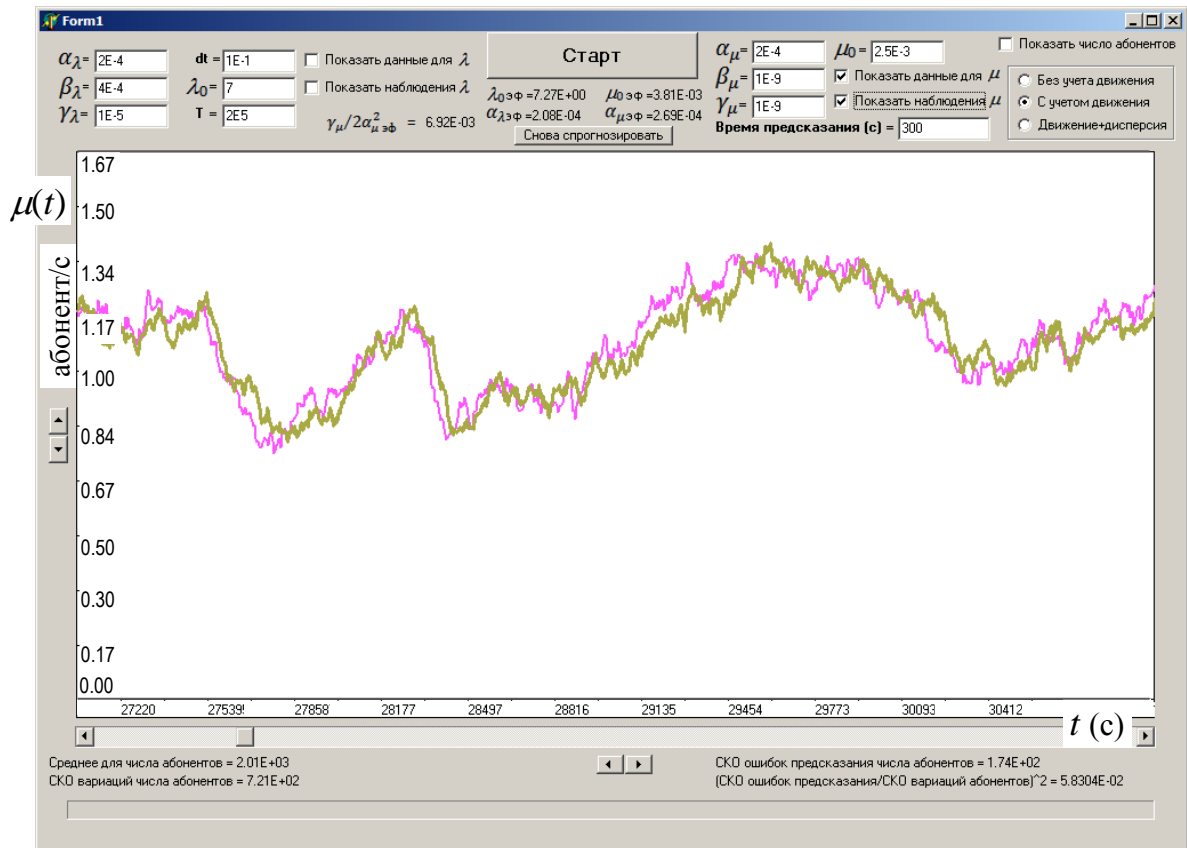


Рисунок 3.5 – Результат фильтрации для параметра интенсивности  $\mu(t)$ . Малиновым цветом – траектория  $\mu(t)$ , голубым – результат фильтрации  $\hat{\mu}(t)$

Также, если активизировать элемент CheckBox «Показать число абонентов», и подобрать нужный масштаб отображения, то можно увидеть траектории для изменения числа абонентов в сети (красно-коричневый цвет на рисунке 3.6) и его

оценки, сформированной на основе отношения  $\frac{\hat{\lambda}^M(t + \Delta t_{\text{прог}})}{\hat{\mu}^M(t + \Delta t_{\text{прог}})}$  (серый цвет на рисунке 3.6). Горизонтальные черные линии показывают интервал вариации числа абонентов в пределах уклонений на СКО. Черная горизонтальная линия у зеленой траектории – уровень СКО для ошибок оценок прогноза числа абонентов в сети. С упреждением на длительность интервала прогноза  $\Delta t_{\text{прог}}$  (параметр «Время предсказания») оценки интенсивностей формируются по траекториям дрейфа, рассчитываемым для коэффициентов сноса из (3.9).

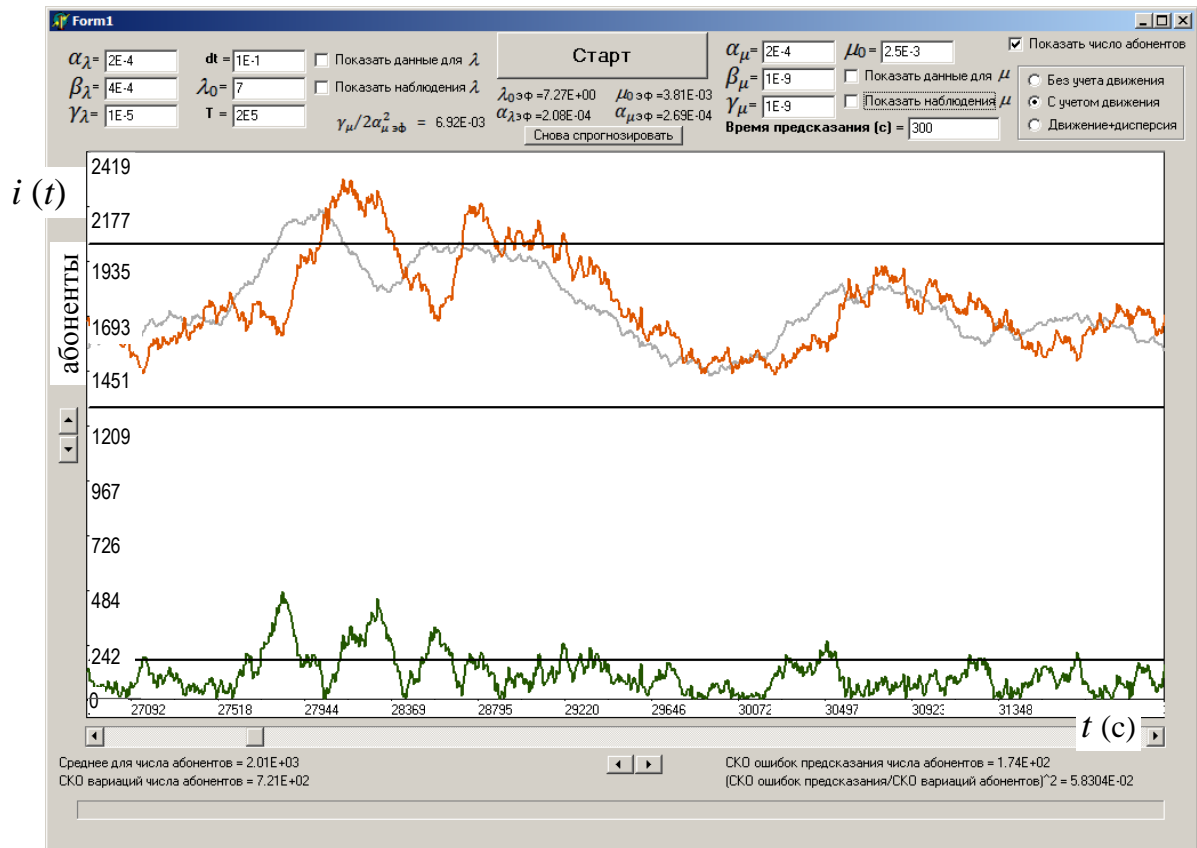


Рисунок 3.6 – Изменение числа абонентов в соте (коричневая кривая) и прогноз числа абонентов по результатам фильтрации интенсивностей (серая линия). Ошибка прогноза – зеленая линия

Повторные эксперименты производятся повторным нажатием на кнопку «Старт».

Активизируя одну из трех опций управления, поддерживаемых сгруппированными элементами `RadioButton` с названиями: «Без учета движения»; «С учетом движения»; «Движение+Дисперсия», можно выбрать правило для способа формирования прогноза числа абонентов в соте.

«Без учета движения» [78, 93] – это правило прогноза простым методом: сколько абонентов в соте на текущий момент – столько будет и через заданный интервал прогноза (предсказания).

«С учетом движения» [85, 93] – это правило, согласно которому текущие оценки интенсивностей  $\hat{\lambda}(t)$  и  $\hat{\mu}(t)$  экстраполируются на интервал прогноза  $\Delta t_{\text{прог}}$  с помощью уравнений (3.28).

«Движение+Дисперсия» [93] – похож на случай «С учетом движения», но в

нем система уравнений дрейфа интенсивностей (3.27) усложнена тем, что в ней учитывается вклад и от случайных компонент «порождающего процесса» с точностью до моментов второго порядка.

Результаты эксперимента показали, что усложненное правило «Движение+Дисперсия» не дает заметного выигрыша в точности предсказания по сравнению с правилом «С учетом движения». Поэтому в дальнейшем данный вариант не рассматривается.

Поле с названием «Время предсказания (с)» позволяет задать длительность времени прогноза (предсказания)  $\Delta t_{\text{прог}}$  в секундах.

Кнопка «Снова спрогнозировать» позволяет заново сформировать оценки для интенсивностей и/или числа абонентов в соте при фиксированных условиях наблюдений. В этом смысле, действие кнопки «Снова спрогнозировать» отличается от действия кнопки «Старт» при повторных нажатиях, когда происходит смена случайных условий наблюдений.

В правой нижней части общего окна интерфейса можно увидеть элемент Label, с названием «СКО ошибок предсказания числа абонентов =». Справа в этом поле отображается среднеквадратическое значение ошибок прогноза, которые наблюдались при моделировании. Сопоставляя методы «Без учета движения» и «С учетом движения», можно получить оценку выигрыша от применения алгоритма фильтрации-прогноза (3.17), (3.18), (3.28) над методом простого предсказания по текущему числу абонентов. Естественно, наблюдаемый выигрыш зависит от длительности интервала прогноза (предсказания)  $\Delta t_{\text{прог}}$ .

На рисунке 3.7 приведены сравнительные результаты для СКО прогнозов числа абонентов (или нагрузки, в условиях постоянных  $\lambda(t)$  и  $\mu(t)$ ) макросоты, формируемых алгоритмами следующих видов:

- 1) по текущему состоянию (синяя кривая), то есть без учета динамического поведения;
- 2) по априорным данным (красная кривая), то есть без учета наблюдений;
- 3) на основе данных фильтрации (черная кривая), то есть на основе уравнений

(3.17), (3.18) и (3.28).

По горизонтальной оси отложена длительность интервала прогноза (в секундах), по вертикальной – отношение СКО прогноза к СКО флуктуаций числа абонентов.

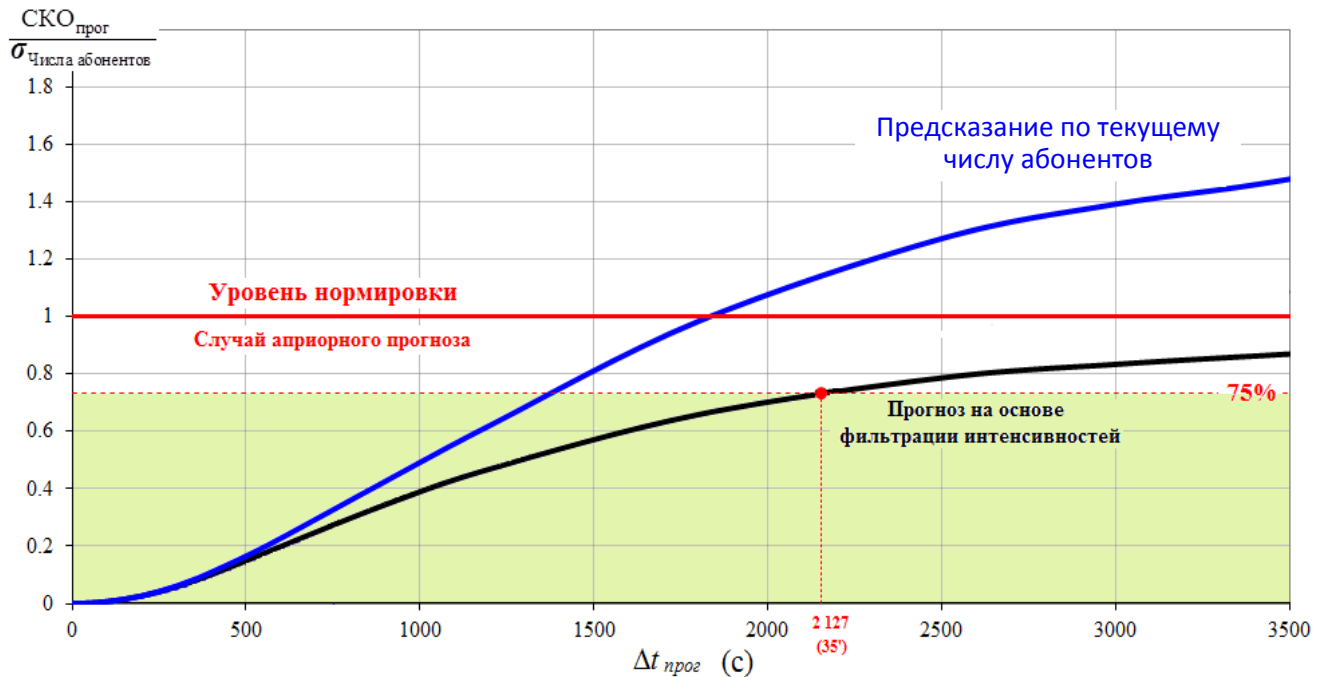


Рисунок 3.7 – Сопоставление ошибок прогноза числа абонентов для метода, построенного на основе фильтрации интенсивностей пуассоновских потоков (3.17), (3.18), (3.28), и метода предсказания по текущему числу абонентов

Следует заметить, что при очень больших интервалах предсказаний более обосновано использовать в качестве простого варианта не метод предсказания по текущему состоянию, а метод предсказания по априорным средним значениям. Его СКО на рисунке 3.7 будет простой горизонтальной линией уровня 1 (красная линия). Алгоритм, построенный на фильтрации, всегда лучше каждого из двух предложенных простых методов. Но в асимптотике его качество становится таким же, как у одного из таких методов. Только на промежуточных значениях интервала прогноза наблюдается заметный выигрыш от применения алгоритма фильтрации над простыми методами. Конкретно, для  $\Delta t_{\text{прог}}$  в пределах 800 до 2100 секунд (от 13 до 35 минут) выигрыш заметен. При более коротких интервалах простой вариант предсказаний по текущему значению мало уступает фильтрации. А при более длинных интервалах – простое предсказание на основе априорного среднего

значения дает почти такое же качество, что и фильтрация.

Сопоставление значений черной кривой на рисунке 3.7 с единичным уровнем показывает, насколько эффективны данные наблюдений для формирования оценки прогноза числа абонентов. Действительно, единичный уровень соответствует результатам прогноза среднему значению, которое известно априорно.

Следует пояснить поведение кривой синего цвета на рисунке 3.7 при бесконечном увеличении времени предсказания. В таких условиях ошибка прогноза складывается из двух независимых случайных составляющих. Первая – это случайная составляющая числа абонентов в начальный (текущий) момент времени. Вторая – это случайная составляющая в числе абонентов на момент прогноза. Поскольку при бесконечном увеличении времени предсказания эти две случайные составляющие становятся независимыми, то дисперсия разности будет равна сумме дисперсий указанных случайных составляющих [29]. А так как используется стационарная модель поведения интенсивностей (3.3), то дисперсии случайных составляющих одинаковы. Значит, ошибка прогноза «по текущему состоянию» будет иметь дисперсию в два раза больше дисперсии флуктуаций числа абонентов в соте, соответственно, СКО прогноза будет больше в  $\sqrt{2} \approx 1.41$  раза, чем у прогноза «по априорному среднему». Эксперимент это и показывает. На рисунке 3.7 можно видеть, что синяя кривая при больших значениях  $\Delta t_{\text{прог}}$  оказывается в окрестности значений 1.4.

При прогнозе локальной перегрузки система мобильной связи может решать задачу «парирования» ситуации при помощи широкого перечня технических приемов:

1) переводить абонентские терминалы в зоне прогнозируемой локальной перегрузки в режим пониженного потребления ресурса (снижать скорости цифрового обмена, переходить на кодирование речи с более низким качеством, запрещать видеозвонки и т.д.);

2) перераспределять трафик зоны локальной перегрузки на соседние соты (уменьшать территорию покрытия соты, обслуживающей зону локальной перегрузки путем уменьшения уровня широкополосного канала управления,

активизировать процедуры НО на соседние соты путем настройки порогов управления и т.д.);

3) переводить активные абонентские терминалы на режим связи с использованием более простых видов модуляции и более низким уровнем трансляции и т.д.

Все такие приемы сводятся к изысканию внутренних резервов системы мобильной связи, позволяющих увеличить каналный ресурс в локальной зоне прогнозируемой перегрузки на требуемое значение  $\Delta N$  и тем самым избежать ее. В соответствии с принятым в п. 1.3 критерием решения задачи эффективного обслуживания нестационарного трафика, мерой качества решения следует считать указанную величину  $\Delta N$ . Чем она меньше, при заданном уровне достоверности решения (итогового GoS), тем выше эффективность метода прогноза.

Для расчета  $\Delta N$  воспользуемся формулой (2.70).

$$\Delta N = F\left(\rho, \rho_{\text{прог}}^M + \varepsilon_H \sigma_{\rho_{\text{прог}}^M}, \frac{\mu}{\nu}, \text{GoS}, \text{CDR}\right) - F\left(\rho, \rho_{\text{прог}}^M, \frac{\mu}{\nu}, \text{GoS}, \text{CDR}\right), \quad (3.30)$$

где  $\rho_{\text{прог}}^M$  и  $\sigma_{\rho_{\text{прог}}^M}$  – прогноз и СКО прогноза числа абонентов в соте,  $\varepsilon_H$  – нормированное значение порога, обеспечивающего достоверность на уровне вероятности  $(1 - P_\varepsilon)$  того, что на момент прогноза нагрузка не превзойдет уровень  $\rho \cdot \left(\rho_{\text{прог}}^M + \varepsilon_H \sigma_{\rho_{\text{прог}}^M}\right)$ , остальные параметры такие же, как в (2.70).

Эффективность алгоритмов прогноза целесообразно сравнивать так:

$$\zeta_N = \frac{\Delta N_1 - \Delta N_2}{N} 100\%, \quad (3.31)$$

где  $\Delta N_1, \Delta N_2$  – требуемые дополнительные резервы каналного ресурса, рассчитанные по (3.30) для сравниваемых (1-го и 2-го) алгоритмов прогноза,  $N$  – каналный ресурс соты в режиме работы без перегрузок.

На рисунке 3.8 показаны результаты сравнения эффективности алгоритмов прогноза для макросоты, рассчитанные по (3.31).

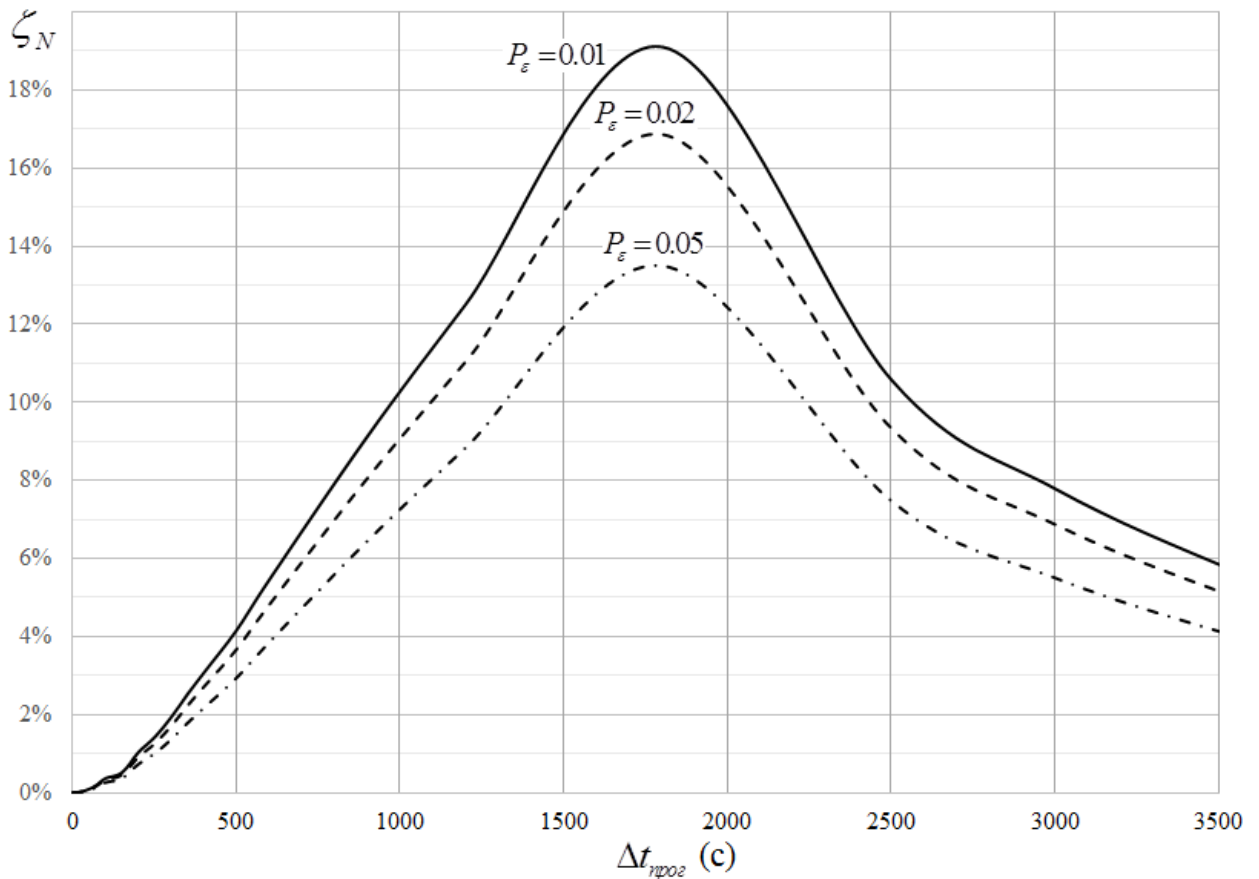


Рисунок 3.8 – Сопоставление эффективности алгоритмов прогноза перегрузок для макросоты при различных требованиях на достоверность

В качестве 1-го алгоритма прогноза (базового) рассматривалась комбинация двух правил:

1) прогноз «по текущему числу» (синяя линия на рисунке 3.7) для интервалов до 30 минут;

2) прогноз «по априорным средним значениям» (красная линия на рисунке 3.7) для интервалов более 30 минут.

В качестве 2-го алгоритма прогноза рассматривался алгоритм на основе уравнений фильтрации (3.17), (3.18) и (3.28).

Рабочие параметры были выбраны соответствующими зоне макросоты, в которой абоненты перемещаются со скоростью 5 км/ч:  $GoS = 2\%$ ;  $DCR = 2\%$ ;  $\mu = 0.02 \text{ с}^{-1}$ ;  $\nu = 0.04 \text{ с}^{-1}$ ;  $\rho = 0.005$ ;  $\rho^m = 16800$ .

Результаты показывают, что применение разработанного алгоритма прогноза на базе уравнений фильтрации позволяет повысить эффективность обслуживания нестационарного трафика в пределах от 14 до 19%. Наибольшие выигрыши



наблюдаются при прогнозах на 30 минут. Чем меньше допустимая вероятность пропуска перегрузок  $P_\varepsilon$ , тем выше оказывается преимущество разработанного алгоритма.

Главный результат анализа можно сформулировать так. Применение фильтрации оказывается наиболее эффективным для среднесрочных прогнозов (до 35 минут). На коротких интервалах прогноза целесообразно работать «по текущему числу абонентов», а на длинных – «по априорному среднему».

Явление повышенной эффективности среднесрочных прогнозов характерно для условий работы с сильно перемешивающимися процессами. Когда же процессы, для которых формируются прогнозы, не обладают таким свойством (например, случай скачка интенсивности, случай возникновения линейного роста/спада), то эффект от статистических методов предсказания становится существенно более заметным [95], особенно, на длительных интервалах прогноза.

### 3.5 Краткие выводы по главе

1. Разработан метод прогноза перегрузок в системе мобильной связи с учетом перемещений абонентов, основанный на решении задачи фильтрации интенсивности пуассоновского потока, когда поведение интенсивности описывается диффузионным стохастическим процессом.

2. Получены квазиоптимальные правила фильтрации параметров классической системы массового обслуживания с пуассоновскими потоками в условиях нестационарного поведения. Это, в свою очередь, позволило применить аппарат фильтрации для прогноза изменения числа абонентов в зоне обслуживания и прогноза всплесков трафика.

3. На основе синтезированных алгоритмов фильтрации интенсивностей пуассоновских потоков была написана программа моделирования, формирующая оценки прогноза числа абонентов и показателя нагрузки соты для разных интервалов предсказания.

4. Установлено, что в условиях применимости методов фильтрации эффект от них, при прогнозе роста числа абонентов и всплесков нагрузки в зоне

обслуживания, наблюдается только для среднесрочных предсказаний (с упреждением до 35 минут).

## ГЛАВА 4. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТНЫХ ПРОГРАММ И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

### 4.1. Анализ зависимостей двумерных плотностей вероятности от параметров пуассоновских потоков

Для анализа полученных результатов была написана программа, позволяющая оператору задавать исходные параметры, а на выходе получать двумерные плотности вероятности, соответствующие (2.35) и (2.43) в виде таблиц на листах файла Excel.

На рисунке 4.1. показана рабочая панель программы расчета.

The screenshot shows a software window titled "Form1" with the following parameters and controls:

- Parameters:  $\lambda^M = 1.5$ ,  $\lambda = 0.0012$ ,  $\omega = 0.0005$ ,  $\mu^M = 0.00083$ ,  $\mu = 0.01667$ ,  $\nu = 0.0333$ ,  $N = 120$ ,  $E_m = 1807$ ,  $S_m = 43$ .
- Control: "Задайте число интервалов гистограммы количества абонентов = 23"
- Results Grid:
 

0	1552	1578	1603	1629	1654	1680	1705
1731	1756	1777	1794	1820	1837	1858	1884
1909	1935	1960	1986	2011	2037	2062	
- Additional fields:  $dT = 5.0$ , "T модел = 1 02 00 Day,Hour,Min", "Введите имя файла рапорта (\*.xlsx)", "Расчет", "Stop".

Рисунок 4.1 – Интерфейс программы расчета совместных плотностей вероятности

На рисунке 4.2 показан результат расчета двумерного распределения  $P_{i,k}$  по (2.35), выполненный с помощью указанной программы для набора параметров:  $\lambda^M = 15$ ;  $\mu^M = 0.0083$ ;  $\lambda = 0.001$ ;  $\mu = 0.016667$ ;  $\omega = 0.0005$ ;  $\nu = 0.0333$  и  $N = 120$ .

Данному набору параметров соответствует:

- 1) среднее число абонентов в соте  $\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m} \approx 1807$ ;
- 2) среднее число занятых каналов (в приближении Эрланга В)  $\frac{\rho^m \lambda}{\mu} \approx 108.5$ ;
- 3) средний процент потерянных из-за «обрывов» соединений каналов  $\frac{\omega}{\nu} \approx 1.5\%$ .

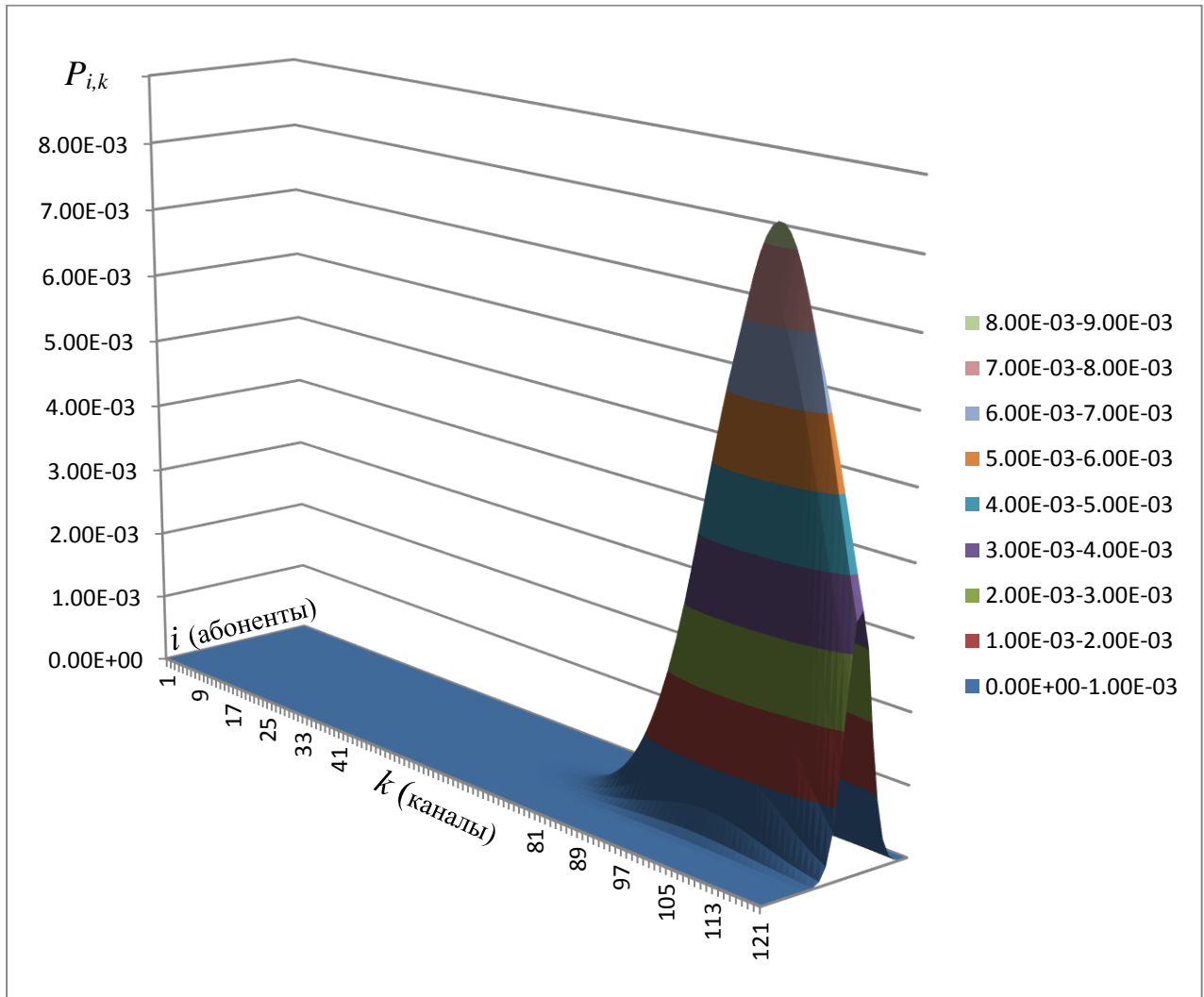


Рисунок 4.2 – Двухмерное распределение числа абонентов и занятых каналов в соте

На рисунке 4.3 показаны сечения той же двухмерной плотности для различных диапазонов числа абонентов в соте.

Следует отметить, что наиболее значимые вероятности для числа задействованных каналов ( $k$ ) наблюдаются при некотором превышении числом абонентов среднего уровня (1807 в данном случае).

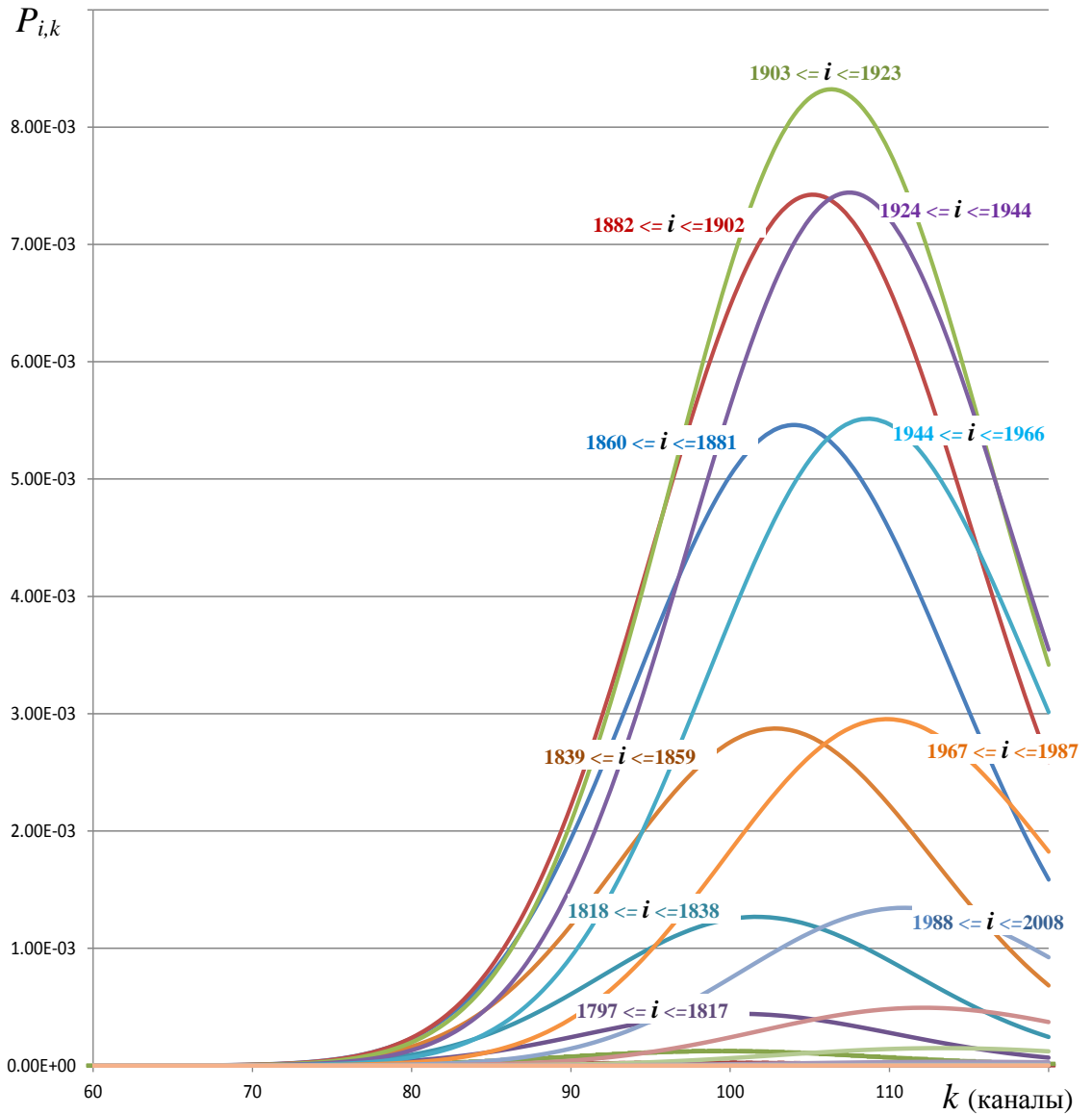


Рисунок 4.3 – Сечения двумерной плотности вероятности для занятых каналов и числа абонентов в соте, построенные для фиксированных диапазонов числа абонентов

Определенный интерес представляют результаты, которые получаются для распределения потерь каналов.

При том же наборе исходных параметров  $\lambda^M = 15$ ,  $\mu^M = 0.0083$ ,  $\lambda = 0.001$ ,  $\mu = 0.016667$ ,  $\omega = 0.0005$ ,  $\nu = 0.0333$  из (2.47) можно вычислить характеристику распределения потерь

$$\rho^* \approx 1.672 \ll 120 \quad (N = 120).$$

Даже если интенсивность потока событий попадания в зону радиозамираний увеличить в 10 раз и одновременно в 2 раза увеличить временные затраты системы

на восстановление потерянных каналов (то есть взять  $\omega = 0.005$ ,  $\nu = 0.016667$ ), то из (2.47) получается

$$\rho^* \approx 26.36 \ll 120 \quad (N=120).$$

То есть, все равно потерянные каналы будут составлять меньшую часть от ресурса соты. Поэтому можно говорить о том, что условие  $\rho^* \ll N$  ( $N=120$ ) гарантированно выполняется в широком диапазоне изменения параметров в окрестности рассматриваемого состояния.

Вообще в системах мобильной связи параметры подвижности абонентов и структуры покрытий могут существенно варьироваться. Так для систем мониторинга и сбора данных [90, 92] движений вообще нет, в системах обслуживающих железные дороги [73], скорости всех абонентов очень высоки, а для космических сегментов [60] характерны очень большие размеры сот. Поэтому анализ следует проводить с учетом возможных градаций размеров сот и скоростей движения абонентов.

В [95, гл. 3] получены расчетные характеристики макросот, микросот и пикосот.

1) Для макросоты ( $R = 1000$  м):

$\lambda^m \approx 33$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.02$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 1650$  аб. – для мобильности с  $V = 120$  км/ч;

$\lambda^m \approx 14$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.0083$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 1680$  аб. – для мобильности с  $V = 50$  км/ч;

$\lambda^m \approx 14$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.00083$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 16800$  аб. – для мобильности с  $V = 5$  км/ч.

2) Для микросоты ( $R = 300$  м):

$\lambda^m \approx 20$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.067$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 300$  аб. – для мобильности с  $V = 120$  км/ч;

$\lambda^m \approx 8.4$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.028$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 300$  аб. – для мобильности с  $V = 50$  км/ч;

$\lambda^m \approx 4.2$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.0028$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 1500$  аб. – для мобильности с  $V = 5$  км/ч.

3) Для пикосоты ( $R = 100$  м):

$\lambda^m \approx 13.3$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.2$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 67$  аб. – для мобильности с  $V = 120$  км/ч;

$\lambda^m \approx 5.6$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.083$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 67$  аб. – для мобильности с  $V = 50$  км/ч;

$\lambda^m \approx 1.4$  аб/с,  $\mu^m \approx 0.0083$  с<sup>-1</sup>,  $\rho^m \approx 170$  аб. – для мобильности с  $V = 5$  км/ч.

Воспользовавшись (2.46), для указанных сот можно рассчитать ожидаемое число потерянных каналов. Соответствующие данные приведены в таблицах 4.1 – 4.3. Параметры  $\lambda$  и  $\mu$  выбирались равными  $10^{-3}$  и  $10^{-2}$ , что отвечает показателям работы современных сотовых систем связи.

Таблица 4.1 – Ожидаемые потери каналов для макросот

V = 120 км/ч					
$\omega \backslash v$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	2.64	3.48	4.31	5.12	5.91
0.03	1.76	2.32	2.87	3.41	3.94
0.04	1.32	1.74	2.15	2.56	2.95
0.05	1.05	1.39	1.72	2.05	2.36
V = 50 км/ч					
$\omega \backslash v$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	2.69	3.54	4.39	5.21	6.02
0.03	1.79	2.36	2.92	3.47	4.01
0.04	1.34	1.77	2.19	2.6	3.01
0.05	1.07	1.42	1.75	2.08	2.41
V = 5 км/ч					
$\omega \backslash v$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	26.86	35.45	43.86	52.11	60.19
0.03	17.9	23.62	29.23	34.72	40.1
0.04	13.43	17.72	21.92	26.03	30.07
0.05	10.74	14.17	17.53	20.82	24.05

Таблица 4.2 – Ожидаемые потери каналов для микросот

V = 120 км/ч					
$\omega \backslash v$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	0.48	0.63	0.78	0.93	1.07
0.03	0.32	0.42	0.52	0.62	0.72
0.04	0.24	0.32	0.39	0.46	0.54
0.05	0.19	0.25	0.31	0.37	0.43
V = 50 км/ч					
$\omega \backslash v$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	0.48	0.63	0.78	0.93	1.07
0.03	0.32	0.42	0.52	0.62	0.72
0.04	0.24	0.32	0.39	0.46	0.54
0.05	0.19	0.25	0.31	0.37	0.43
V = 5 км/ч					
$\omega \backslash v$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	2.4	3.17	3.92	4.65	5.37
0.03	1.6	2.11	2.61	3.1	3.58
0.04	1.2	1.58	1.96	2.32	2.68
0.05	0.96	1.27	1.57	1.86	2.15

Таблица 4.3 – Ожидаемые потери каналов для пикосот

V = 120 км/ч					
$\omega$ $\nu$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	0.11	0.14	0.17	0.21	0.24
0.03	0.07	0.09	0.12	0.14	0.16
0.04	0.05	0.07	0.09	0.1	0.12
0.05	0.04	0.06	0.07	0.08	0.1
V = 50 км/ч					
$\omega$ $\nu$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	0.11	0.14	0.17	0.21	0.24
0.03	0.07	0.09	0.12	0.14	0.16
0.04	0.05	0.07	0.09	0.1	0.12
0.05	0.04	0.06	0.07	0.08	0.1
V = 5 км/ч					
$\omega$ $\nu$	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007
0.02	0.27	0.36	0.44	0.53	0.61
0.03	0.18	0.24	0.3	0.35	0.41
0.04	0.14	0.18	0.22	0.26	0.3
0.05	0.11	0.14	0.18	0.21	0.24

На рисунке 4.4 показан результат расчета двумерного распределения  $P_{i,j}$  по формуле (2.43). Набор параметров соответствовал случаю рисунка 2.2:  $\lambda^M = 15$  аб/с;  $\mu^M = 0.0083$  с<sup>-1</sup>;  $\lambda = 0.001$  с<sup>-1</sup>;  $\mu = 0.016667$  с<sup>-1</sup>;  $\omega = 0.0005$  с<sup>-1</sup>;  $\nu = 0.033333$  с<sup>-1</sup> и  $N = 120$ .

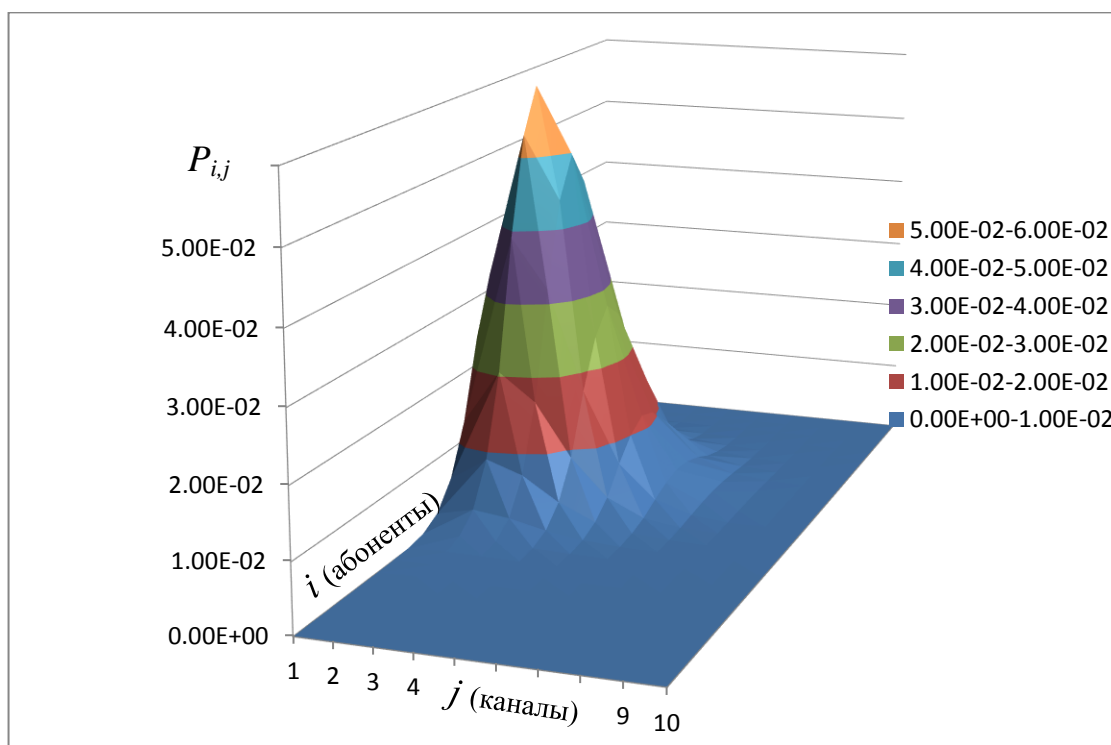


Рисунок 4.4 – Двухмерное распределение числа абонентов и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов в соте



Такая ситуация описывает покрытие территории макросотой, когда подвижные абоненты двигаются со средней скоростью 50 км/ч. Как можно видеть, «обрывы» соединений (сорванные звонки) (CDR) в этом случае не превышают 6 – 7 шт. Большое количество потерь может наблюдаться с очень малыми вероятностями.

На рисунке 4.5 показаны сечения той же двухмерной плотности  $P_{i,j}$  для различных диапазонов числа абонентов в соте.

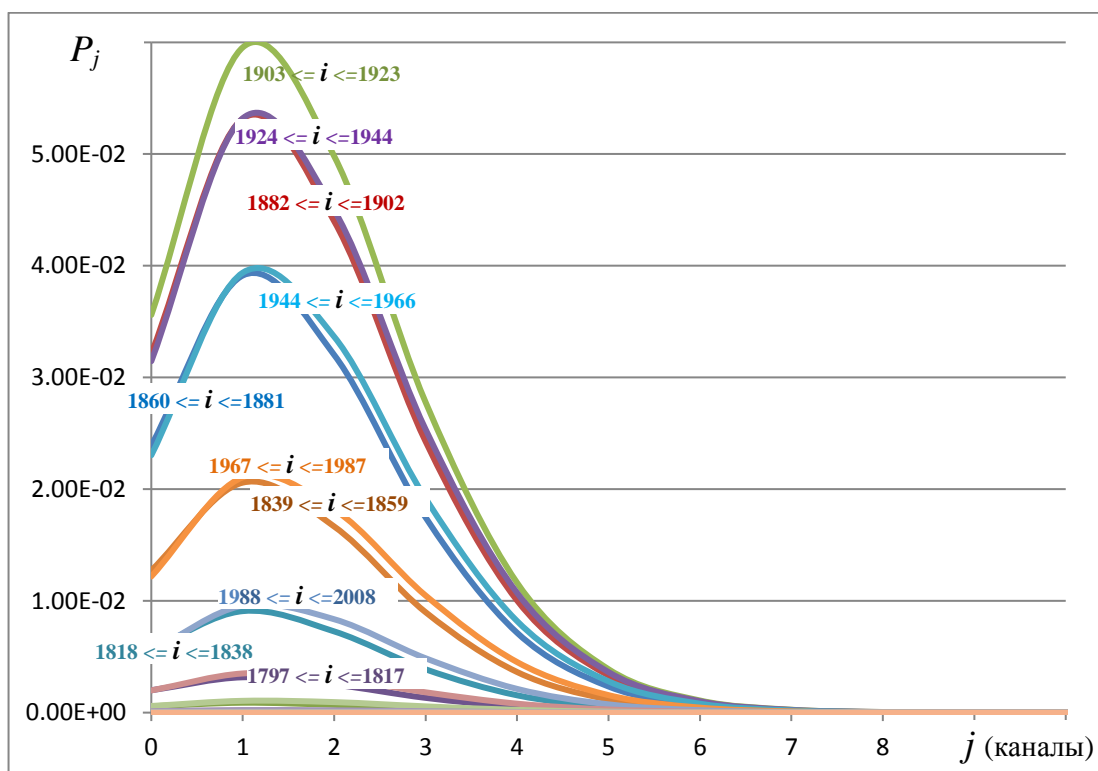


Рисунок 4.5 – Сечения двухмерной плотности вероятности числа абонентов и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов в макросоте, построенные для фиксированных диапазонов числа абонентов

На рисунке 4.6 приведены расчетные характеристики сечений двухмерной плотности вероятности  $P_{i,j}$ , показывающие значения вероятности потери каналов для ситуаций с разным числом абонентов в микросоте. Параметры были такими.  $\lambda^m = 8.4$  аб/с,  $\mu^m = 0.028$  с<sup>-1</sup>,  $\lambda = 0.002$  с<sup>-1</sup>,  $\mu = 0.016667$  с<sup>-1</sup>,  $\omega = 0.0005$  с<sup>-1</sup>,  $\nu = 0.03333$  с<sup>-1</sup> и  $N = 40$ .

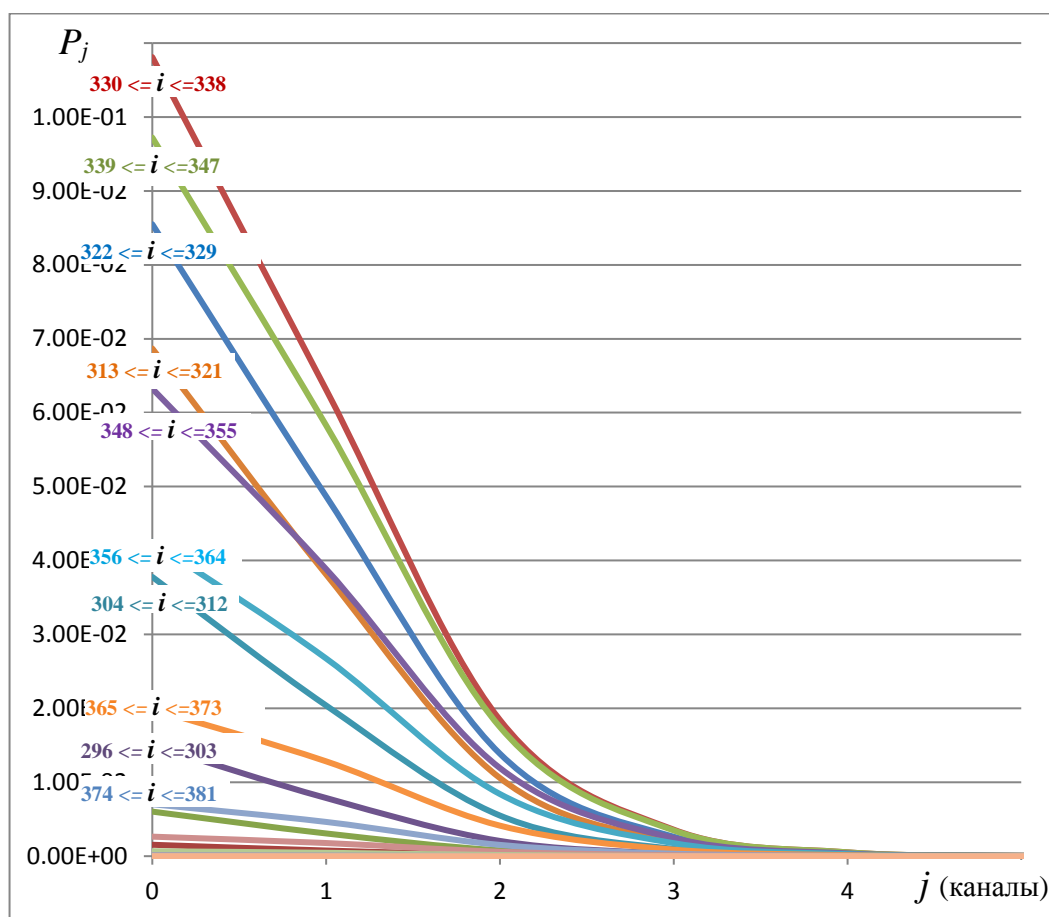


Рисунок 4.6 – Сечения двумерной плотности вероятности числа абонентов и потерянных из-за «обрывов» каналов в микросоте, построенные для фиксированных диапазонов значений числа абонентов

Сопоставление рисунков 4.5 и 4.6 позволяет наглядно сравнить характер поведения двумерных плотностей  $P_{i,j}$  для макросот и микросот,

Как можно видеть, для микросоты ситуации с отсутствием потерянных из-за «обрывов» соединений каналов наиболее вероятны. А для макросоты – наиболее вероятно наблюдение нескольких потерянных из-за «обрывов» каналов. То есть, для маленьких сот начинает сильнее проявляться эффект «мерцания».

Рисунок 4.7а показывает двумерную плотность  $P_{i,j}$  для микросоты. Сопоставляя его с рисунком 4.4, можно оценить различия в характере распределений потерянных из-за «обрывов» соединений каналов для макросот и микросот.

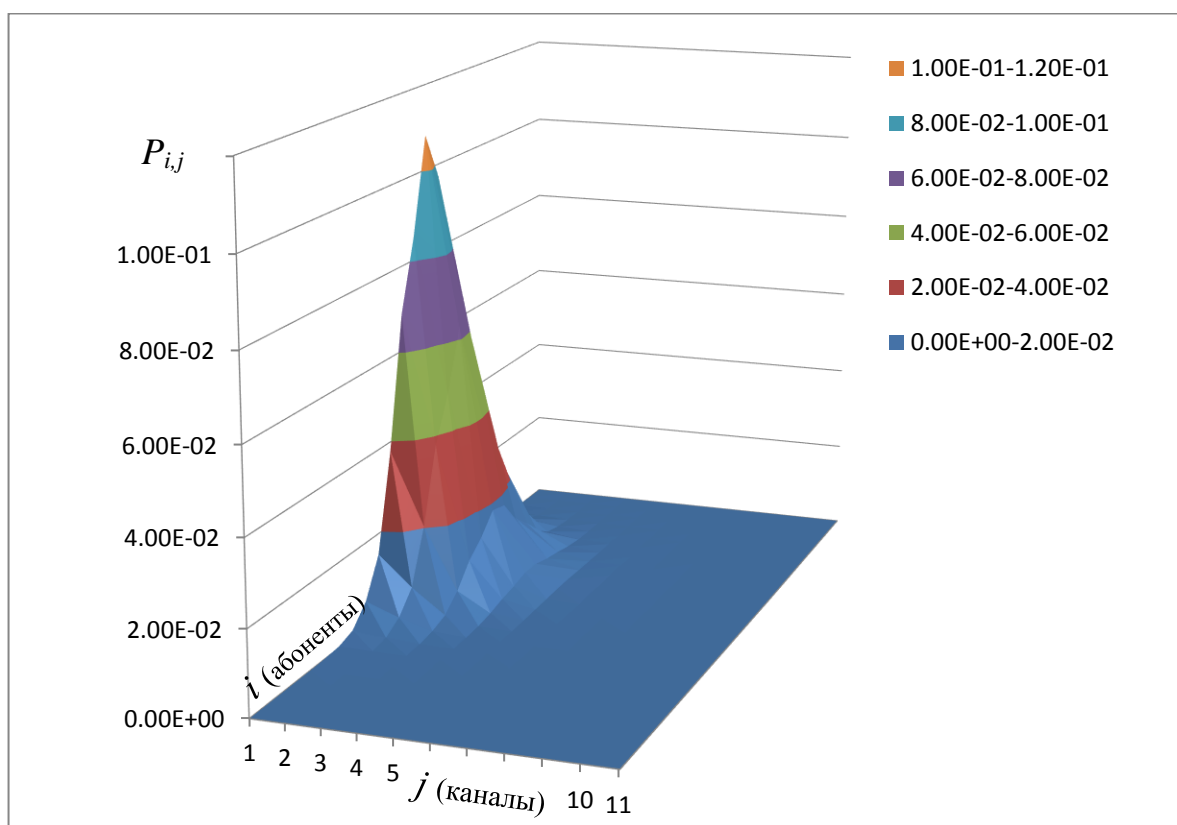


Рисунок 4.7а – Двухмерное распределение потерянных из-за «обрывов» соединений каналов и числа абонентов в микросоте

В заключение подраздела проанализируем поведение другого важного ключевого показателя качества работы, а именно, вероятности возникновения блокировки (GoS). Для этого необходимо найти его зависимость от  $\rho^m \cdot \rho$  (средней ожидаемой нагрузки) в ситуациях с различными типами сот. Результат можно получить, воспользовавшись формулой (2.69).

Для анализа GoS широко утвердилась методика, связанная с применением распределения Эрланг В. Поэтому наряду с расчетными данными, получаемыми на основе указанной выше техники уменьшения размерности, на рисунке 4.7б приведена также и характеристика, соответствующая распределению Эрланг В (сплошная черная линия). Рисунок 4.7б показывает аналитические зависимости блокировок (сплошные линии) и результаты эксперимента.

Объем выборки в каждой позиции измерений составлял  $5 \cdot 10^5$  испытаний. В соответствии с центральной предельной теоремой это гарантирует с достоверностью 0.99 то, что относительная погрешность оценок, присутствующих на рисунке 4.7б, не превышает 10%.

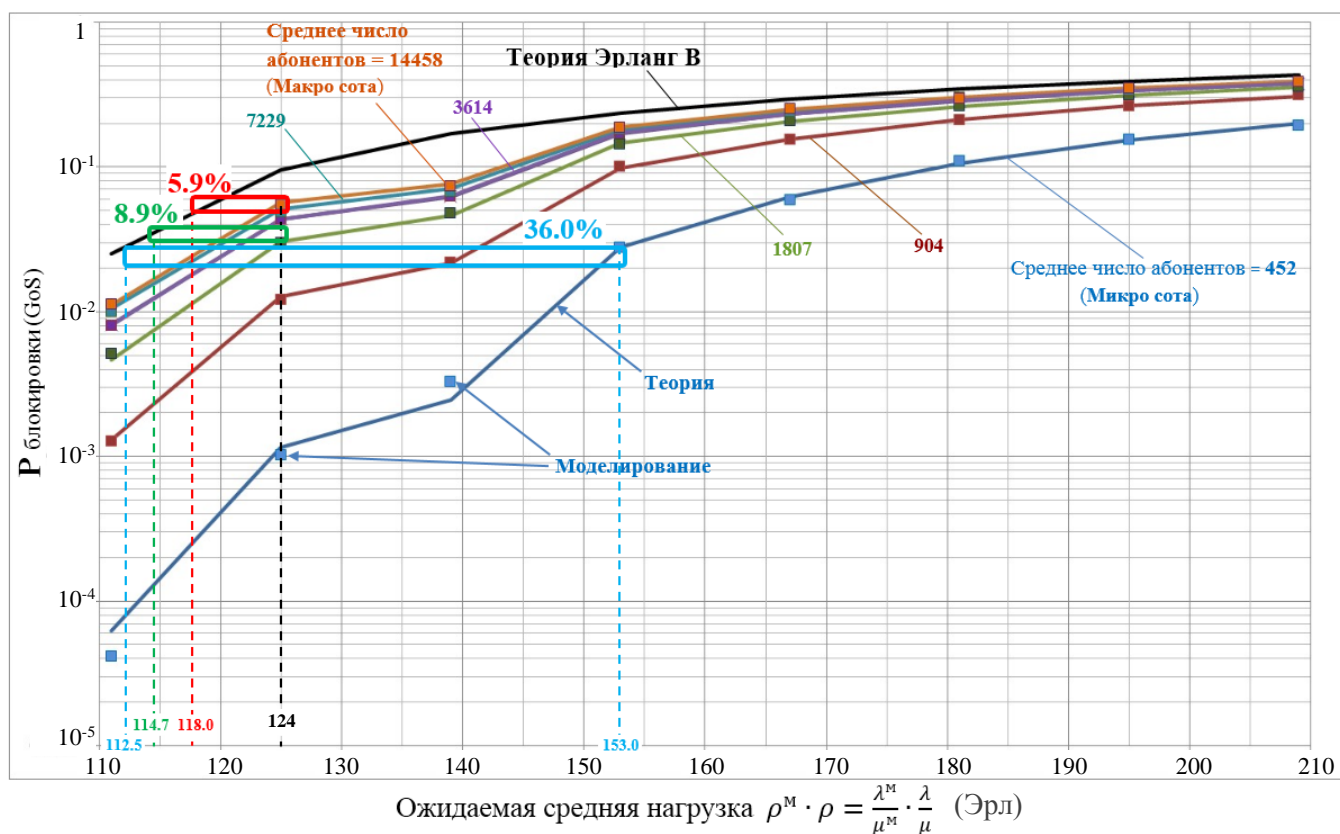


Рисунок 4.7б – Вероятность блокировки вызова для сот со 120 каналами от средней величины запрашиваемого трафика, при разных числах абонентов в соте

Как можно видеть, эта кривая Эрланг В является мажорантой для совокупности остальных зависимостей. И при увеличении размеров соты (при росте числа абонентов в соте) вероятности блокировки приближаются к значениям закона Эрланг В. С уменьшением размера соты (при уменьшении числа абонентов в соте) вероятности блокировок становятся заметно меньше значений, предсказываемых законом Эрланг В. Это объясняется тем, что конечное число абонентов в соте заметнее сказывается при малых размерах.

Графическое представление результатов позволяет в простой и наглядной форме оценить показатель повышения эффективности обслуживания трафика согласно показателю (1.4). Для этого следует зафиксировать на заданном уровне показатель GoS и по графикам определить нагрузки, при которых он обеспечивается. На рисунке 4.7б эта процедура показана с помощью прямоугольных рамок, рядом с которыми обозначены соответствующие выигрыши, рассчитанные по (1.4). Как видно, повышение эффективности

составляет от 6 до 36%, в зависимости от размера сот.

Данные рисунка 4.7б также показывают, что результаты эксперимента достаточно хорошо совпадают с аналитическими зависимостями, полученными по (2.69).

#### **4.2 Имитационная модель, учитывающая замирания сигнала в радиоканале и мобильность абонентов в системе**

При создании имитационной модели работы абонентов в сотовой сети возник широкий перечень задач, относящихся к разным областям [59, 63]. Значительная часть указанных задач относилась к разработке адекватных вероятностно-статистических методов генерации состояний и переходов [72]. Другая – к программному формированию статистик заданных законов, обработке и сбору результатов [59]. В итоге материал оформился в объеме отдельного раздела главы и приложения 2.

Основу модели, как таковой, составляют алгоритм и программа, моделирующие процессы: входа/выхода из соты мобильных абонентов; периодического занятия ресурсов связи; попадания абонентов в область радиотени, когда происходит преждевременный «обрыв» соединения с потерей радиоканала.

Следует отметить, что указанные процессы имеют существенно различные скорости протекания. Установка устойчивых состояний происходит за интервалы времени, различающиеся на несколько порядков. Это заметно усложняет процесс моделирования [31]. Действительно, если попытаться выделить элементарный квант времени, ориентируясь на самый быстрый из процессов (поток входящих абонентов в зону  $\sim 10 - 30$  единиц/с), то это приведет к огромным выборкам, необходимым для сбора представительных данных о статистических параметрах медленных процессов. Например, интервал корреляции для явления «дыхания» количества абонентов в макросоте определяется средним временем пребывания отдельного абонента в зоне обслуживания и составляет для пешеходов порядка  $(1 - 2) \cdot 10^3$  секунд. Поэтому достоверные результаты потребуют выборок объема не менее  $10^8$  в каждой тестируемой «точке», и временные затраты на моделирование окажутся неприемлемыми. Возникла необходимость в разработке

усовершенствованной методики моделирования, учитывающей особенности исследуемых процессов. Ниже приведено их подробное описание.

На рисунке 4.8 показан процесс появления отдельного абонента в зоне обслуживания соты, возможные акты занятия/освобождения им канала связи, попадание в область радиотени с потерей из-за «обрыва» соединения канала и выход из зоны соты.

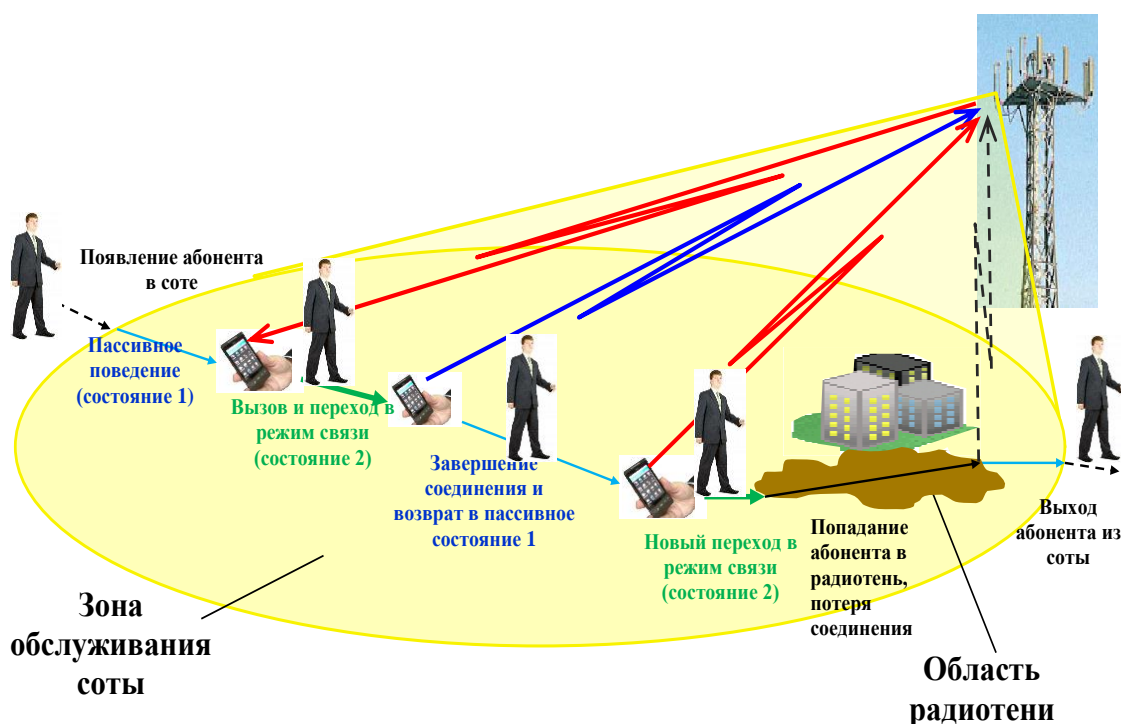


Рисунок 4.8 – Пример смены состояний при движении абонента через соту

Состояния отдельного абонента могут быть такими:

- 1) абонент вне соты (состояние «0»);
- 2) абонент входит в зону обслуживания соты (состояние «1»);
- 3) абонент устанавливает соединение в данной соте (состояние «2»);
- 4) абонент попадает в область радиотени и теряет канал из-за «обрыва» соединения, после чего канал еще какое-то время остается закрепленным за данным абонентом (состояние «3»);
- 5) состояние «4», в котором за период времени, пока потерянный в области радиотени канал еще не восстановлен на ресурсе доступности, абонент, связанный с ним, вышел из зоны обслуживания соты. Указанное состояние длится

с момента выхода абонента до момента возвращения потерянного канала в ресурс «свободных».

На рисунке 4.9 показан граф возможных переходов между состояниями абонента. Только состояние 4 связано с абонентом не непосредственно, а опосредованно, так как фактически в нем сам абонент уже отсутствует в сети, а остается только его неосвобожденный от соединения канал.

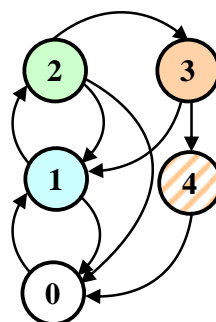


Рисунок 4.9 – Граф возможных переходов между состояниями абонента

Каждый из возможных переходов на конечном интервале времени происходит с некоторой вероятностью. Для моделирования подобных процессов используется довольно очевидная техника с названием «сеть Петри» [27]. Она состоит в том, что в программе создается довольно объемный массив, каждый элемент которого называют «фишкой сети Петри». Все «фишки» первоначально считают находящимися в состоянии «0». (Хотя возможно задавать и некоторое начальное распределение состояний.) Каждому элементу массива приписывают ряд параметров:

- 1) текущее состояние;
- 2) сопутствующие текущему состоянию характеристики (например, момент перехода «фишки» в данное состояние, длительность пребывания в нем или момент выхода из него, из какого состояния осуществился вход, в какое состояние выполнится выход и т.д.).

Именно такая техника была использована для создания имитационной модели поведения абонентов.

### 4.3 Программа моделирования на основе техники «сетей Петри»

В соответствии с описанной методикой, чтобы провести имитацию поведения отдельных абонентов в соте, достаточно задать статистические модели вероятностей переходов между состояниями, показанными на рисунке 4.9, и смоделировать поведение «фишек» соответствующей «сети Петри». При этом, сняв необходимые статистические характеристики поведения множества «фишек», можно получить показатели поведения абонентов.

В программе «фишки» «сети Петри» содержит массив «Chip». В формате языка программирования Delphi его вид такой:

```
Chip :array[1..1000000] of TChip;
```

Размер 1000000 показывает, какое максимальное число «абонентов» в соте может быть смоделировано. Кавычки в слове «абонентов» применены потому, что некоторое количество «фишек» может быть занято состоянием 4, когда самого абонента уже нет в соте.

Структуру отдельной фишки задает структура (формат языка Delphi):

```
tChip = record
    St :word;
    t0 :double;
    t1 :double;
    npr:integer;
    pr :array[1..12] of tp;
end;
```

Параметр St – содержит состояние фишки (0 – 4) либо на момент начала очередного элементарного такта моделирования, либо на конец (в зависимости от позиции в теле цикла моделирования).

Параметр t0 – момент перехода «фишки» в состояние 1, что соответствует появлению в соте, «связанного» с данной «фишкой» абонента (отсчитывается от момента начала моделирования).

Параметр t1 – момент перехода «фишки» в состояние 0, или выхода абонента



из соты (в отдельных ситуациях – это момент перехода из состояния 4 в состояние 0, что соответствует восстановлению потерянного из-за «обрыва» соединения канала в условиях, когда потерявший его абонент уже вышел из соты).

$N_{pr}$  – число смен состояний «фишки», которое наблюдается на текущем элементарном интервале моделирования. Так как для приемлемого быстродействия приходится выбирать элементарный интервал достаточно большим, относительно динамики протекания быстрых процессов, то на нем может возникать несколько таких смен.

$pr :array[1..12]$  of  $tp$  – массив параметров, описывающий смены состояний на текущем элементарном интервале моделирования. Как видно, максимальное число смен состояний ограничено значением 12. Параметры указанных смен заданы структурой (формат языка Delphi):

```
tp = record
    per: word;
    t:double;
end;
```

Приведенный формат структуры показывает, что переход описывается переменной  $Word$ , в которой указывается из какого в какое состояние указанный переход состоялся. Например, если наблюдается установка соединения, то переход будет из состояния 1 в состояние 2.  $Per$  при этом будет равен 12. Первая цифра задает исходное состояние, а вторая – достигаемое. Вторым параметром в структуре задает момент возникновения такого перехода (отсчитывается от момента начала моделирования).

Приведенное выше описание определяет функциональность и содержательную часть работы программы. Анализ состояний указанной содержательной части позволяет найти искомые статистические характеристики для различных условий работы, задаваемых параметрами моделирования.

Чтобы полностью предопределить процесс, остается только задать модели статистических переходов между состояниями и сопутствующие им параметры. После чего программа будет готова для моделирования.

Ниже рассматривается работа программы подробнее.

1) Для процесса появления новых абонентов в зоне обслуживания соты (возникновения «фишек» с состоянием 1) используется модель пуассоновского потока интенсивности  $\lambda^m$ . Разработанная программа моделирования позволяет оператору выбирать указанную интенсивность. Для этого на панели установки параметров моделирования, показанной на рисунке 4.1, введена соответствующая позиция в верхнем левом углу. Элементарный интервал моделирования  $dT$  также устанавливается оператором. Его следует выбирать в пределах нескольких секунд. Соответствующее поле располагается на той же панели управления (см. рисунке 4.1 в левой половине, ниже центра панели). Если ориентироваться на такой выбор  $dT$ , при котором вероятность появления более одного «нового» абонента в соте на элементарном интервале становится пренебрежимо малой [31], то потребовались бы значения  $dT$  порядка 0.001 и меньше. Что недопустимо снизило бы производительность. Выбор  $dT$  в пределах нескольких секунд приводит к необходимости рассмотрения на каждом интервале ситуаций с возможностью возникновения нескольких событий, связанных с появлением абонентов. Это усложняет алгоритм, но в целом заметно ускоряет работу моделирующей программы. Как это можно сделать, описано ниже.

2) Для процесса выхода абонентов из соты также используется модель пуассоновского потока с удельной интенсивностью (на абонента)  $\mu^m$ . Оператор может задавать указанный параметр произвольно. Для этого на панели управления (рисунке 4.1) введено соответствующее поле, расположенное в позиции непосредственно под позицией поля  $\lambda^m$ . Величина  $1/\mu^m$  задает среднее время пребывания мобильного абонента в зоне обслуживания соты. Поэтому  $\mu^m$  зависит, как от размеров соты, так и от скорости движения абонентов.

3) Поток запросов на установку соединений также описывается с помощью модели пуассоновского потока с удельной интенсивностью (на одного абонента)  $\lambda$ . Величина указанной интенсивности устанавливается оператором, для чего на панели управления (рисунок 4.1) в первом ряду, по центру введено

соответствующее поле.

4) Для описания процесса завершения соединений используется модель пуассоновских случайных событий с удельной (на абонента) интенсивностью  $\mu$ . Величина  $\mu$  задается оператором, для чего на панели управления введено соответствующее поле во втором ряду, по центру.

5) Процесс попадания абонента с активным соединением в зону радиотени описывается моделью пуассоновского события с удельной интенсивностью  $\omega$ , которая задается оператором, для чего на панели управления в первом ряду, справа введено соответствующее поле.

6) Для описания процесса восстановления потерянного соединения используется модель экспоненциально распределенной случайной длительности восстановления со средним значением  $1/\nu$ . На панели управления соответствующее поле размещено во втором ряду, справа. Величина  $1/\nu$  задает среднее время от момента потери соединения до его восстановления на множестве доступных для использования ресурсов.

7) Общее число логических каналов, которое может поддерживать сота, задает параметр  $N$ , величина этого параметра на панели управления задает ячейка третьего ряда, в центре.

8) Так как собрать представительную статистику для каждого отдельного числа абонентов соты чрезмерно трудоемко, то в программе используется разделение количества абонентов на интервалы. Статистические данные формируются для каждого такого интервала в целом, без разделения внутри него на случаи с различным количеством абонентов. Число интервалов разбиения абонентов задается в четвертой строке панели управления. Оно может принимать значения от 1 до 24 интервалов. Границы при установке числа интервалов выставляются автоматически, исходя из предварительной оценки среднего и среднеквадратического отклонения для случайной величины абонентов в соте (для информации они выводятся в правой части формы как  $E_m$  и  $S_m$ ).

9) Границы интервалов разбиения множества абонентов приводятся в рядах, расположенных сразу под строчкой, задающей число этих интервалов. Их можно корректировать по-отдельности. При этом последний интервал всегда определяется от значения последней границы до  $+\infty$ .

10) Рядом с полем dT на панели управления расположены три поля, задающие интервал времени моделируемой работы соты, на котором производится сбор статистики. Первое поле задает дни, второе – часы и третье – минуты.

11) В поле ввода, расположенном выше и справа от кнопки «Расчет» можно задать имя Excel файла, в который будут заноситься результаты моделирования. Если его не задавать, то имя файла-рапорта будет сформировано автоматически в формате «Model\_dd.mm.yyyy\_(hh.mm.ss).xlsx», где dd, mm, yyyy, hh, mm,ss определяются моментом завершения моделирования.

12) Ниже кнопки «Расчет», в правой части формы находится небольшая кнопка «Stop», которая становится активной после нажатия кнопки «Расчет». Она предназначена для преждевременного завершения моделирования, если ожидать заданного момента окончания не представляется возможным. При этом статистические результаты будут сохранены такими, какими они наблюдаются на момент принудительной остановки.

Базовым элементом программы является моделирование цепочек переходов отдельных «фишек» (абонентов). Наиболее простой формой было бы формирование таких цепочек для каждой «фишки» (абонента) от момента вхождения в соту, до выхода. Но в таком случае пришлось бы терпеть издержки по:

1) объему памяти, так как помимо нужной информации пришлось бы хранить всю историю и все будущие превращения состояний;

2) производительности, так как при возникновении перегрузки, пришлось бы заново формировать всю «будущую» часть цепочки абонента, на котором произошла перегрузка (блокировка).

Поэтому в программе реализован принцип формирования цепочек переходов в скользящем окне ограниченного размера. Это существенно сокращает размеры необходимой памяти для хранения информации о переходах и необходимые

преобразования для случаев возникновения перегрузок (блокировок). Но в этом случае требуется использовать более сложный алгоритм управления цепочками состояний с тремя основными операциями:

- 1) усечения цепочки состояний слева, путем «отбрасывания» на каждом шаге моделирования прошлых переходов, которые уже обработаны и внесены в статистические данные;
- 2) достройки цепочки справа (в направлении будущего), чтобы на текущем интервале моделирования она была полностью сформирована и можно было бы собрать данные о занятых каналах, нагрузке и числе абонентов;
- 3) Усечения цепочки справа (по отмененным будущим переходам) от точки наблюдения перегрузки (блокировки) с последующей попыткой достройки ее от указанного момента перегрузки.

Нужно дать пояснение для указанных операций.

Операция №1 – усечение слева имеет очень простой физический смысл. В программе реализован алгоритм накопления статистических данных и моделирования состояния соты и абонентов в последовательном режиме от одного элементарного такта моделирования длительностью  $dT$  к другому. Смена состояний, в силу используемых марковских моделей, не может зависеть от предыдущих состояний. Поэтому после завершения очередного такта моделирования, вся дальнейшая история полностью определяется реализовавшимися на момент его окончания характеристиками (состояния «фишек», из которых однозначно определяются число абонентов в соте и нагрузка (активные и потерянные из-за «обрывов» соединений каналы)). Следовательно, нет смысла сохранять информацию о цепочке состояний, наблюдаемой до момента начала очередного такта моделирования, что поясняет рисунок 4.10. Таким образом, с переходом на очередной такт моделирования из существующих цепочек отбрасываются все переходы (кроме последнего), которые наблюдались на предыдущем такте. Начальным состоянием является то, которое наблюдалось в самом конце предыдущего такта.

Завершать цепочку представляется наиболее рациональным по одному из

двух признаков:

1) безусловное окончание по факту перехода «фишки» в состояние «0» (либо абонент вышел из соты, либо освободился занятый абонентом канал, когда сам абонент уже вышел из соты);

2) условное окончание, предполагающее возможность дальнейшей достройки цепочки на последующих элементарных тактах. Определяется первым моментом попадания в состояние «1» (абонент в зоне соты и без соединения) после окончания текущего элементарного такта моделирования. Рисунок 4.11 поясняет предлагаемый вариант окончания цепочки.

Операция №2 – достройки цепочки справа, вполне очевидна и не требует дополнительных пояснений.

Операция №3 – усечения цепочки справа, используется на следующем этапе обработки, производимом на текущем рабочем такте моделирования. Этот этап связан с контролем перегрузок (блокировок). На нем все моменты переходов состояний от всех абонентов группируются в единый упорядоченный массив временных отсчетов. Далее последовательно просматриваются смены таких состояний с целью выявления отрезков постоянного уровня нагрузки. И если очередной переход приводит превышению текущей нагрузки порога  $N$ , то фиксируется акт перегрузки, а вся построенная цепочка для «фишки», породившей блокировку, аннулируется, включая и сам момент порождения перегрузки. От этого момента производится новая достройка цепочки согласно правилу 2. После этого заново формируется упорядоченное множество моментов переходов состояний и снова производится проверка на предмет возможных перегрузок.

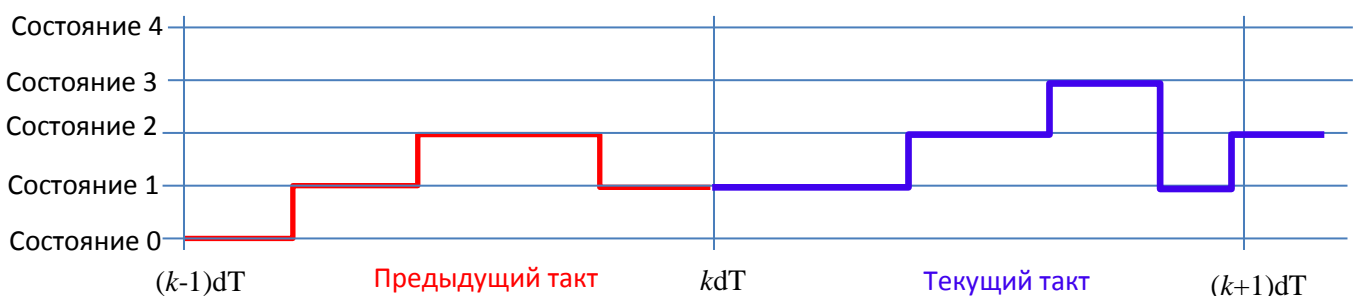


Рисунок 4.10 – Часть цепочки состояний (отмечена красным) с предыдущего такта становится не информативной. Ее отбрасываем из записи

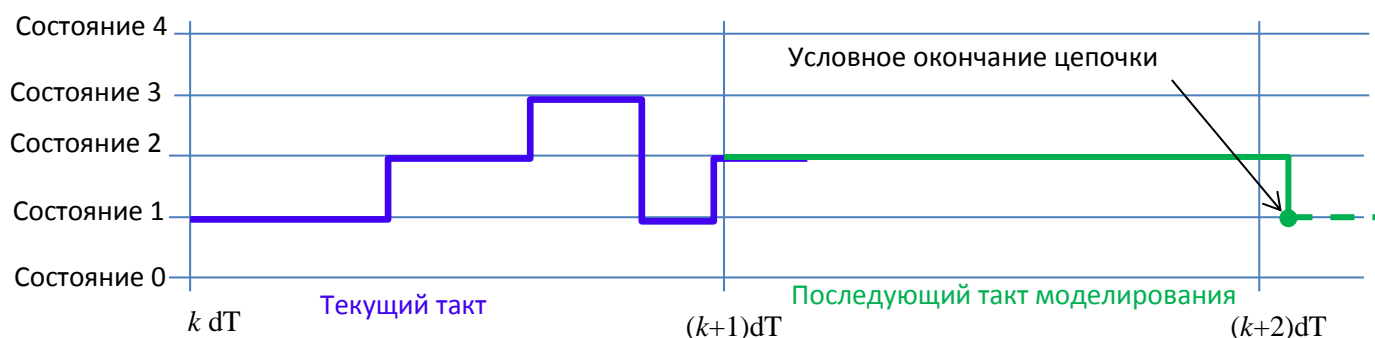


Рисунок 4.11 – Условное окончание цепочки состояний за пределами текущего такта моделирования

И так до тех пор, пока на текущем такте моделирования перегрузок не будет. В остатке после всех таких проходов будет собрана статистика блокировок, а состояния «фишек» (абонентов) будут в полном соответствии с моделью работы соты.

Блок-схема алгоритма работы с цепочками состояний в пределах такта моделирования приведена в приложении 2, на рисунке П2.1.

Дальнейшее описание программы потребует детального изложения, как на более «низком» уровне (это моделирование случайных переходов в каждой отдельной цепочке), так и на более «высоком» уровне (это моделирование работы соты в целом, с поддержкой режима сбора статистики).

Исходными являются реализации случайных переходов. Они включают в себя:

- 1) события, связанные с появлением новых абонентов в соте;
- 2) события, связанные с выходом абонентов из соты;
- 3) события, связанные с установлением отдельным абонентом сеанса связи;
- 4) события, связанные с завершением отдельным абонентом сеанса связи;
- 5) события, связанные с попаданием установившего связь абонента в зону радиотени с последующей потерей из-за «обрыва» соединения канала;
- 6) события, связанные с восстановлением потерянного из-за «обрыва»

соединения канала на множестве ресурсов (каналов) доступных для использования.

### 1. Появление абонентов в соте

Как уже отмечалось, необходимо использовать тактовый интервал моделирования достаточно большой величины по сравнению со средней задержкой между появлениями новых абонентов во входящем в соту потоке. Поэтому статистически значимыми становятся события с появлением нескольких новых абонентов на каждом рабочем такте. Чтобы сгенерировать соответствующее случайное событие нужно, прежде всего, сформировать число таких абонентов, а потом – распределение моментов их появления в пределах рабочего такта.

Так как для входного потока абонентов используется модель Пуассона с интенсивностью  $\lambda^m$ , то вероятность наблюдения  $n$  абонентов входящего потока на рабочем такте длительностью  $dT$  будет:

$$P(n) = \frac{(\lambda^m dT)^n}{n!} e^{-\lambda^m dT}.$$

Сгенерировать такое распределение можно так:

а) формируется равномерно распределенная на интервале  $[0,1)$  случайная величина  $\xi$  (в Delphi для этого существует встроенная функция RANDOM);

б) формируются суммы  $S(k) = \sum_{n=0}^k P(n)$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ , до тех пор, пока не будет выполнено условие  $S(k+1) > \xi$ . Тогда  $k$  – искомое случайное число абонентов, входящих в соту на текущем рабочем такте моделирования. (Доказательство этого результата представляет собой несложное математическое упражнение. Но и интуитивно понятно, что построенные указанным способом дискретные случайные значения  $k$  распределены по модели Пуассона, так как механизм генерации связан с наблюдением того, как равномерная случайная величина попадает на интервалы, построенные для пуассоновской функции распределения.)

Покажем, что моменты появления будут распределены равномерно на такте моделирования. Действительно, пусть имеется выборка моментов появления, отсортированная в порядке возрастания  $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n \leq dT$ . Такое событие состоит



из того, что на интервале  $[0, t_1)$  нет событий появления, в момент  $t_1$  такое событие наблюдается, далее на интервале  $[t_1, t_2)$  снова нет появлений, а в момент  $t_2$  оно вновь происходит и так до окончания интервала  $dT$ . Безусловная вероятность этого события  $P = e^{-\lambda^m t_1} \lambda^m dt \cdot e^{-\lambda^m (t_2 - t_1)} \lambda^m dt \cdot \dots \cdot e^{-\lambda^m (t_n - t_{n-1})} \lambda^m dt \cdot e^{-\lambda^m (dT - t_n)} = (\lambda^m dt)^n e^{-\lambda^m dT}$

Видно, что она не зависит от расположения точек  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . Значит плотность вероятности расположения моментов равномерная. Таким образом, позиции моментов появления можно сформировать с помощью встроенной процедуры RANDOM, обратившись к ней нужное число раз.

### 2. Выход абонентов из соты

Если смоделировать длительность пребывания в соте для заданного абонента, то автоматически будет сформировано и событие выхода из соты. Согласно принятой модели, длительность пребывания должна подчиняться экспоненциальному закону с интенсивностью  $\mu^m$ . То есть, вероятность того что за время  $t$  абонент не выйдет из соты имеет вид:

$$P = e^{-\mu^m t} \quad (4.1)$$

Чтобы сформировать случайную длительность, воспользуемся известным фактом для непрерывных случайных величин. Он состоит в том, что если непрерывную случайную величину преобразовать по функции, совпадающей с ее интегральным распределением, то получится новая случайная величина, равномерно распределенная на интервале  $[0, 1)$ . В данном случае интегральное распределение (с точностью до вычитания из 1) имеет вид (4.1). Значит величина

$$\tau = -\frac{1}{\mu^m} \ln(\text{RANDOM})$$

будет распределена по искомому закону (4.1).

Совокупность операций, описанных выше для пунктов «1» и «2» из перечня случайных переходов, достаточна для составления алгоритма моделирования пребывания отдельных абонентов в соте. Блок-схема соответствующей процедуры показана в приложении 2, на рисунке П2.2.

### 3. Установление отдельным абонентом сеанса связи

Так как для моментов возникновения связи используется модель потока Пуассона интенсивности  $\lambda$ , то вероятность отдельного события (возникновения запроса установки сеанса связи) будет

$$P = 1 - e^{-\lambda \cdot (dT - t_{1H})},$$

где  $t_{1H}$  – последний момент перехода абонента в состояние 1 на текущем элементарном такте моделирования,  $dT$  – длительность элементарного такта моделирования.

Смоделировать эту ситуацию можно с помощью встроенной функции RANDOM. Если  $\text{RANDOM} > e^{-\lambda \cdot (dT - t_{1H})}$ , то событие, связанное с установкой сеанса связи на оставшейся части такта моделирования имеет место. Момент начала указанного сеанса будет иметь плотность распределения

$$W(\tau) = \lambda \frac{e^{-\lambda \cdot (\tau - t_{1H})}}{1 - e^{-\lambda \cdot (dT - t_{1H})}}. \quad (4.2)$$

Это соотношение получить просто, если учесть, что безусловная вероятность установки связи в момент  $\tau$  есть совокупность двух независимых событий. Первое из них состоит в отсутствии вызова на отрезке  $[t_{1H}, \tau)$ , второе – в возникновении вызова на интервале  $[\tau, \tau + d\tau)$ . Первое событие имеет вероятность  $e^{-\lambda \cdot (\tau - t_{1H})}$ , а второе  $\lambda d\tau$ . Интеграл от произведения этих вероятностей, взятый в пределах от  $t_{1H}$  до  $dT$ , даст вероятность установки сеанса связи на рассматриваемой части интервала моделирования.

Условная плотность вероятности момента установки сеанса, при условии того, что он произошёл, будет равна (по формуле Байеса) отношению безусловной вероятности установки связи в момент  $\tau$  к безусловной вероятности установки связи на рассматриваемой части интервала моделирования. Это приводит к (4.2).

Из (4.2) понятно, как можно смоделировать момент возникновения связи в случае его возникновения. Опять воспользуемся тем, что преобразование непрерывной случайной величины по закону ее интегрального распределения

приводит к новой случайной величине, распределенной равномерно на  $[0, 1)$ . Интегральный закон, соответствующий плотности (4.2) будет

$$F(\tau) = \frac{1 - e^{-\lambda(\tau - t_{1H})}}{1 - e^{-\lambda(dT - t_{1H})}}.$$

Значит случайная величина

$$\xi = t_{1H} - \frac{1}{\lambda} \ln \left( 1 - \text{RANDOM} \cdot \left( 1 - e^{-\lambda(dT - t_{1H})} \right) \right)$$

будет иметь искомое распределение момента  $\tau$ .

Блок-схема соответствующей процедуры моделирования установки сеанса связи показана в приложении 2, на рисунке П2.3.4. *Завершение сеанса связи отдельным абонентом*

Эта процедура активируется каждый раз, как только на текущем интервале моделирования наблюдается переход в состояние 2 (установленный сеанс связи). На каждом, бесконечно малом интервале  $dt$  вероятность завершения сеанса, согласно принятой пуассоновской модели, будет равна

$$dP = (\mu + \omega)dt,$$

где  $\mu$  – интенсивность завершения в штатном режиме (переход из состояния 2 в состояние 1),  $\omega$  – интенсивность завершения по причине попадания абонента в зону радиотени (переход из состояния 1 в состояние 3). В результате сводный процесс завершения отвечает пуассоновской модели с суммарной интенсивностью  $\mu + \omega$ . Длительность соединения при этом будет подчиняться экспоненциальному закону с интегральной функцией распределения

$$F(\tau) = 1 - e^{-(\mu + \omega)\tau}.$$

В случае завершения соединения, условные вероятности перехода в состояние 1 (нормальное завершение) и в состояние 3 (завершение из-за попадания в радиотень) будут определяться так:

$$P_{2 \rightarrow 1} = \frac{\mu}{\mu + \omega} \text{ и } P_{2 \rightarrow 3} = \frac{\omega}{\mu + \omega}.$$

Длительность самого сеанса можно смоделировать с помощью операции

$$t_s = -\frac{1}{\mu + \omega} \ln(\text{RANDOM}),$$

где  $\text{RANDOM}$  – равномерно распределенное на  $[0,1)$  случайное число, формируемое с помощью встроенной функции Delphi.

Используя эти данные, можно сформировать процедуру завершения абонентского соединения, блок-схема которой приведена в приложении 2, на рисунке П2.4.

### *5. Завершение сеанса при попадании абонента в зону радиотени*

Этот режим фактически уже рассмотрен при описании предыдущего пункта. На блок-схеме в приложении 2, показанной на рисунке П2.4, соответствующая часть выделена красным цветом. Остается только подробнее раскрыть содержание указанной ячейки.

В состоянии 3 (абонент в радиотени, канал потерян, но его ресурс еще не восстановлен на множестве «свободных») «фишка» находится, согласно принятой пуассоновской модели, в течение случайного интервала времени, распределенного экспоненциально. Интегральный закон распределения указанного интервала

$$F(\tau_3) = 1 - e^{-\nu \tau_3}.$$

Поэтому длительность времени восстановления на множестве «свободных» ресурсов потерянного из-за «обрыва» соединения канала можно смоделировать с помощью преобразования

$$\tau_3 = -\frac{1}{\nu} \ln(\text{RANDOM}),$$

где  $\text{RANDOM}$  – равномерно распределенное на  $[0, 1)$  случайное число, формируемое с помощью встроенной функции Delphi.

В течение интервала восстановления потерянного канала на множестве «свободных» ресурсов абонент может выйти из соты. При таком выходе абонента возникнет переход соответствующей «фишки» в состояние 4. В указанном состоянии 4 «фишка» будет находиться до момента возвращения потерянного из-за «обрыва» соединения канала на множестве «свободных» ресурсов. После чего сама «фишка» перейдет в состояние 0. Соответствующая ячейка в массиве

«фишек» Chip станет доступной для повторного использования. Блок-схема процедуры, реализующей указанный алгоритм, показана в приложении 2, на рисунке П2.5.

*6. Восстановление потерянного из-за «обрыва» соединения канала для дальнейшего использования*

Этот режим полностью входит в описанную выше процедуру завершения сеанса при попадании абонента в радиотень. Конкретно, он включает в себя действия, показанные в приложении 2, на рисунке П2.5, в ветке алгоритма после операции перехода по признаку  $t_{end} + \tau_3 > \text{Chip}[*].t1$ . Для полной ясности они показаны отдельно в приложении 2, на рисунке П2.5а.

Приведенные выше алгоритмы для 6 режимов полностью охватывают описание действий программы моделирования на срезе «низкого» уровня, связанном с формированием цепочек переходов. Чтобы получить полное описание работы программы моделирования остается только раскрыть режим сбора статистики, который условно можно классифицировать как срез «высокого» уровня.

#### Обработка статистических данных

Накопление и обработка статистических данных, относящихся к нагрузке (занятым каналам) и числу абонентов в зоне соты, осуществляется на каждом элементарном такте моделирования. Основная идея, положенная в основу такой обработки, состоит в формировании упорядоченного множества моментов, в которые происходит либо изменение состояния какого-нибудь соединения/абонента, либо вход/выход абонента из соты. Между такими моментами состояние системы остается неизменным. Время нахождения в указанном неизменном состоянии накапливается в соответствующей ячейке счетчиков, соответствующей наблюдаемой величине нагрузки (числу занятых каналов) и заданному интервальному значению числа абонентов в соте.

На рисунке 4.12 для примера показана ось времени в пределах элементарного такта моделирования. На этой оси отмечены значками моменты возникновения различных изменений в состояниях для множества активных абонентов, а также

моменты входа/выхода абонентов из соты.

Не каждый отдельный вход/выход абонента из соты будет приводить к изменению текущего интервального значения числа абонентов, входящего в перечень заданных для анализа. Поэтому каждый вход и выход из соты анализируется программой на предмет возникновения перехода между заданными интервальными значениями. И только если интервальная граница пересекается, программа фиксирует требование завершения накопления показателей нагрузки (занятых каналов) в счетчике, связанном с текущим интервальным значением числа абонентов. После этого она осуществляет переход на работу со счетчиком, связанным с обновленным интервальным значением числа абонентов. Смены числа абонентов, приводящие к заменам интервалов, помечены на рисунке 4.12 более крупными значками с более жирными линиями границ.

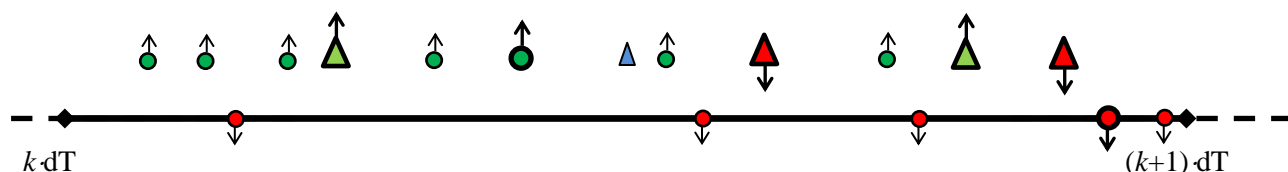


Рисунок 4.12 – Пример распределения моментов смены состояний и моментов входа/выхода абонентов из соты на рабочем такте моделирования

Точно также, не каждая смена состояния абонента («фишки») приводит к изменению нагрузки (числа занятых каналов). Например, переход из «состояние 2» в «состояние 3» нагрузку не меняет. Увеличение нагрузки соты происходит только при переходах «состояние 1»→«состояние 2». При этом увеличение всегда наблюдается на 1. Уменьшение нагрузки соты происходит только при переходах «состояние 2»→«состояние 1» или «2»→«0» или «3»→«1» или «4»→«0» (см. граф переходов на рисунке 4.9). Переходы, изменяющие нагрузку (число занятых каналов) показаны на рисунке 4.12 более крупными значками (треугольниками) с более жирными линиями границ. Кружками отмечены моменты входа/выхода из соты. Треугольниками – моменты смены состояний одного из абонентов (одной из активных «фишек»). Зеленым цветом заполнения помечены переходы с увеличением рабочего параметра (числа абонентов или числа соединений), а красным – с уменьшением. Голубой цвет заполнения показывает переход без

изменения рабочего параметра.

Чтобы корректно выполнять накопление статистики в программе детально учитывается длительность интервалов состояний. Для этого в программе введена переменная для сохранения момента начала текущего состояния, описываемого комбинацией из двух параметров: нагрузки (число занятых каналов) и количество абонентов в соте. Также введены дополнительные переменные для сохранения самих указанных текущих значений и интервала, в который попадает текущее число абонентов соты. Конкретно это:  $t_0$  – момент начала наблюдения текущей нагрузки и/или числа абонентов в соте;  $ncn2$  – переменная для сохранения текущей нагрузки (числа занятых каналов);  $kn2$  – переменная для сохранения текущего числа абонентов в соте;  $Npt$  – номер рабочего интервала, в который попадает текущее число абонентов.

Блок схема алгоритма накопления статистических данных показана в приложении 2, на рисунке П2.6. Зеленым цветом на данной схеме обозначена часть, связанная с подготовкой данных к обработке на текущем такте моделирования. Черным – фрагмент, ответственный за обработку и накопление статистических данных.

После завершения всех циклов моделирования элементы массива накопления  $Nagr[Npt, ncn2]$  (в элементах накапливаются длительности) нормируются на общую длительность смоделированного процесса, что в итоге дает оценку вероятностей наблюдения заданной нагрузки (числа занятых каналов) при условии того, что значение числа абонентов попадает в конкретный интервал из априорно выбранного множества.

В завершении остается только уточнить, можно ли использовать результаты усреднения по времени в качестве оценок вероятностей? Этот вопрос фактически сводится к математическому доказательству свойства эргодичности для выбранной модели многомерного дискретного марковского процесса, описывающего поведение абонентов в соте. Ответ на указанный вопрос можно получить, если воспользоваться результатами [17]. В этой работе доказано, что если стационарный марковский дискретный процесс стационарен и не имеет невозвратных состояний,

то он обладает свойством эргодичности. Откуда следует справедливость предложенного метода.

#### 4.4 Результаты эксперимента

Для экспериментальной проверки полученных в главе 2 аналитических результатов, был проведен ряд испытаний с параметрами характерными для макросот, микросот и пикосот. Сразу отметим, что во всех случаях имело место хорошее совпадение аналитических результатов с результатами моделирования.

The screenshot shows a software window titled 'Form1' with the following elements:

- Input fields for parameters:  $\lambda^M = 1.5$ ,  $\lambda = 0.0012$ ,  $\omega = 0.0005$ ,  $\mu^M = 0.00083$ ,  $\mu = 0.01667$ ,  $V = 0.0333$ .
- Other parameters:  $N = 120$ ,  $E_m = 1807$ ,  $S_m = 43$ .
- A field for the number of histogram intervals: 'Задайте число интервалов гистограммы количества абонентов = 23'.
- A grid of numerical values representing subscriber counts:
 

0	1552	1578	1603	1629	1654	1680	1705
1731	1756	1777	1794	1820	1837	1858	1884
1909	1935	1960	1986	2011	2037	2062	
- Input for  $dT = 5.0$  s and 'T модел = 16 02 00 Day,Hour,Min'.
- A field for the report file name: 'Введите имя файла рапорта (\*.xlsx)'.
- A large button labeled 'Расчет' (Calculation).
- A 'Stop' button at the bottom right.

Рисунок 4.13 – Набор параметров, для которого приводятся результаты эксперимента

Материал данного раздела содержит только данные, полученные для набора параметров, характерных для микросоты с абонентами, передвигающимися со средней скоростью 5 км/ч. Их совокупность показана на рисунке 4.13. При моделировании использовалась структура символа длительностью 128 мкс плюс 9.5 мкс на защитные интервалы [104].

Дополнительные характеристики связаны с самим алгоритмом моделирования.

1) 23 число интервалов, на которые разбивается весь диапазон значений числа возможных абонентов в соте  $[0; +\infty)$ .



2) Множество ячеек, содержащее  $N_0 = 0, N_1, \dots, N_{last}$  – границы интервалов разбиения для числа абонентов в соте. Первая граница всегда равна нулю ( $N_0=0$ ), а последний интервал всегда бесконечный справа [ $N_{last}; +\infty$ ).

3)  $dT$  – элементарный моделируемый интервал времени работы соты, используемый в программе для контроля изменений нагрузки (числа занятых каналов) и числа абонентов в соте.

4)  $T$  модел – моделируемое программой время работы соты (сбора статистики). Измеряется в днях+часы+минуты (это не время, которое работает программа, а то, которое моделируется для соты).

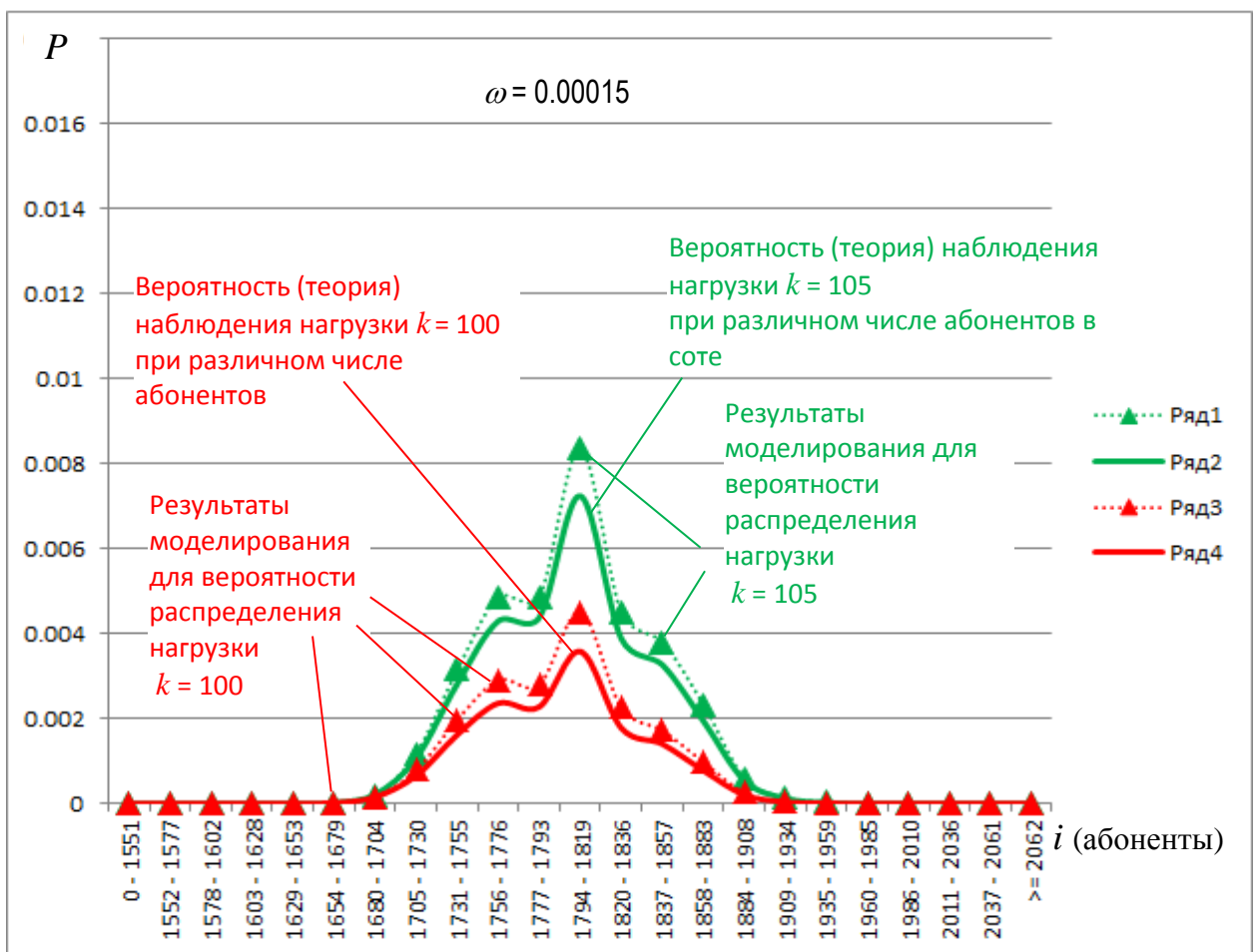


Рисунок 4.14а – Вероятности наблюдения нагрузки 100 и 105 Эрл при различных значениях числа абонентов в соте. Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

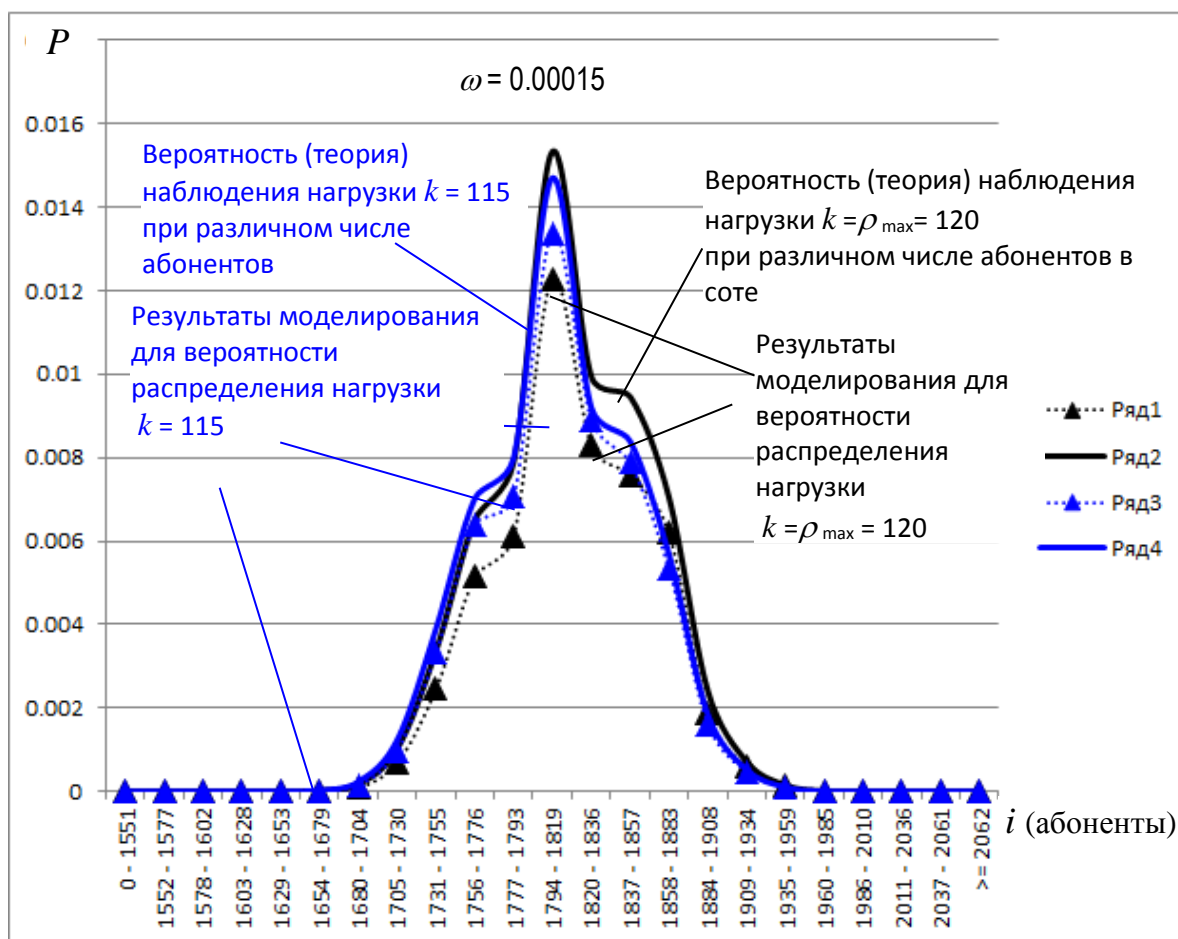


Рисунок 4.14б – Вероятности наблюдения нагрузки 115 и 120 Эрл при различных значениях числа абонентов в соте. Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

Рассматриваются три случая, отличающиеся друг от друга величиной параметра  $\omega = 0.00015; 0.0005; 0.0015$ , который задает удельную интенсивность попадания в зону радиотени на отдельное активное соединение.

1)  $\omega = 0.00015$

На рисунке 4.14 показаны условные вероятности наблюдения нагрузки 100, 105, 115 и 120 Эрл для разных диапазонов, задающих число абонентов в соте.

На рисунке 4.15 приведены условные распределения для нагрузки (числа занятых каналов) соты в ситуациях, когда число абонентов в соте попадает в заданный интервал.

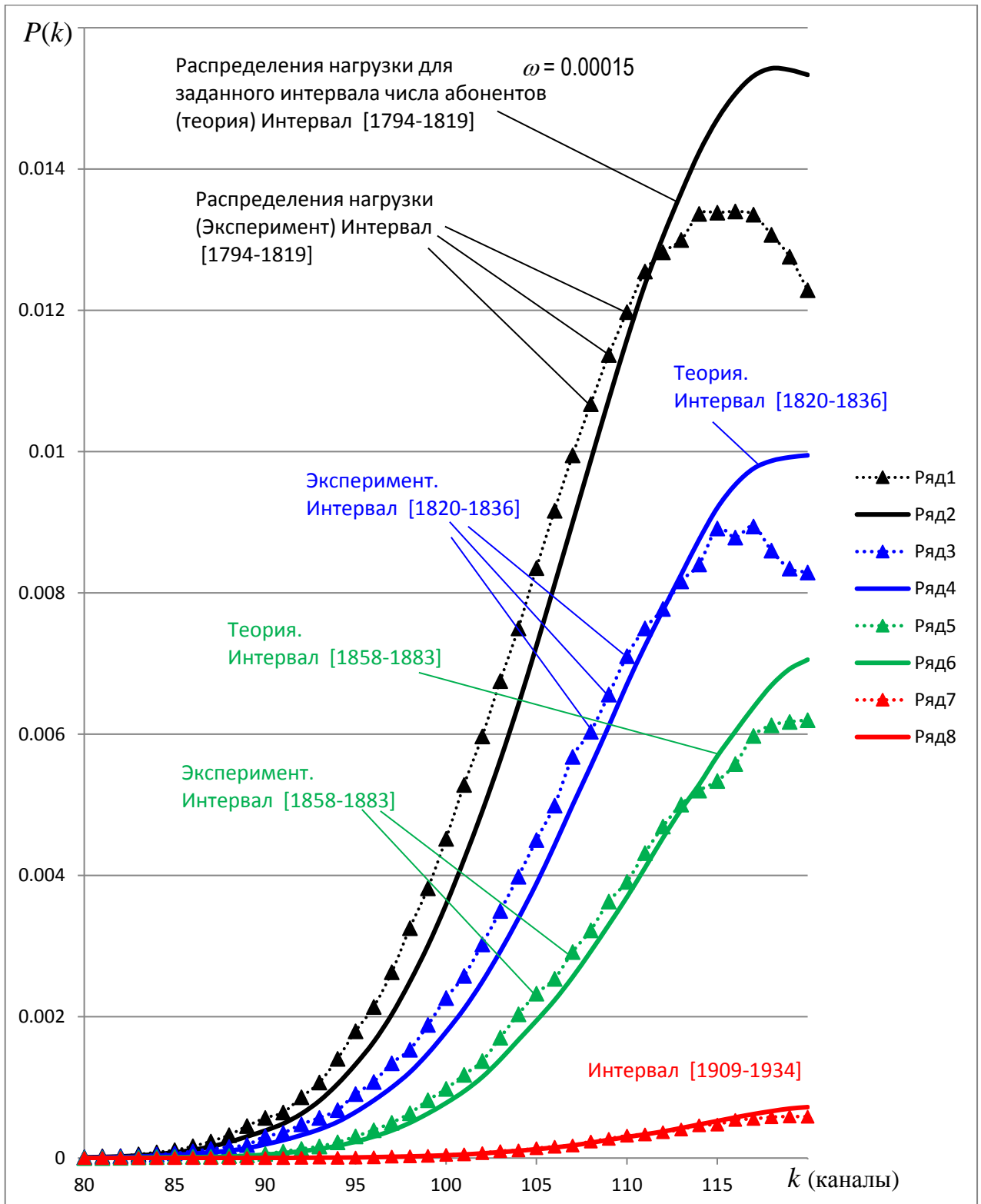


Рисунок 4.15а – Распределение вероятности нагрузки для различных интервалов значений числа абонентов в сети (значения выше среднего). Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

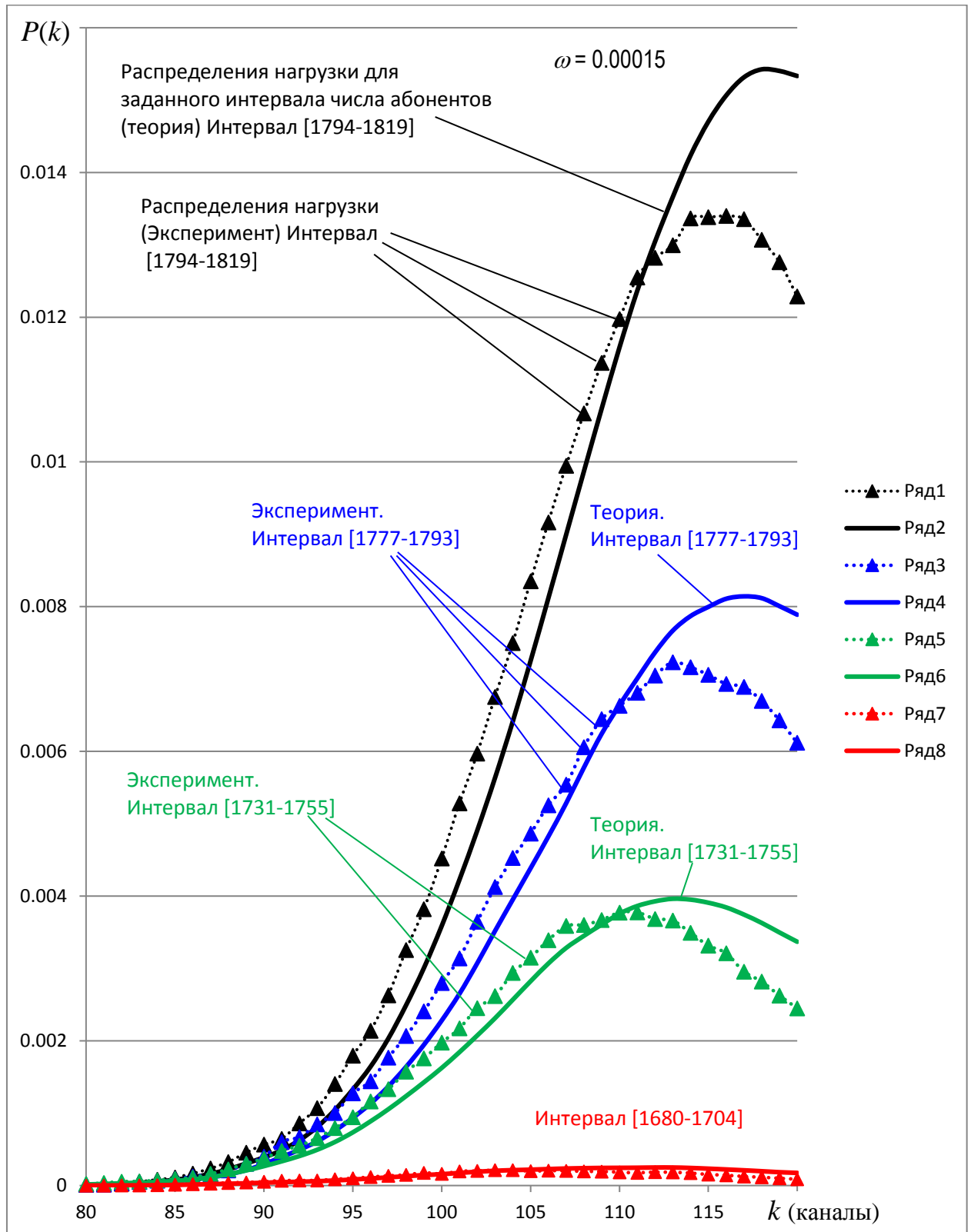


Рисунок 4.156 – Распределение вероятности нагрузки для различных интервалов значений числа абонентов в сети (значения ниже среднего). Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

2)  $\omega = 0.0005$

На рисунке 4.16 показаны условные вероятности наблюдения нагрузки 100, 1005, 115 и 120 Эрл для разных диапазонов, задающих число абонентов в сети.

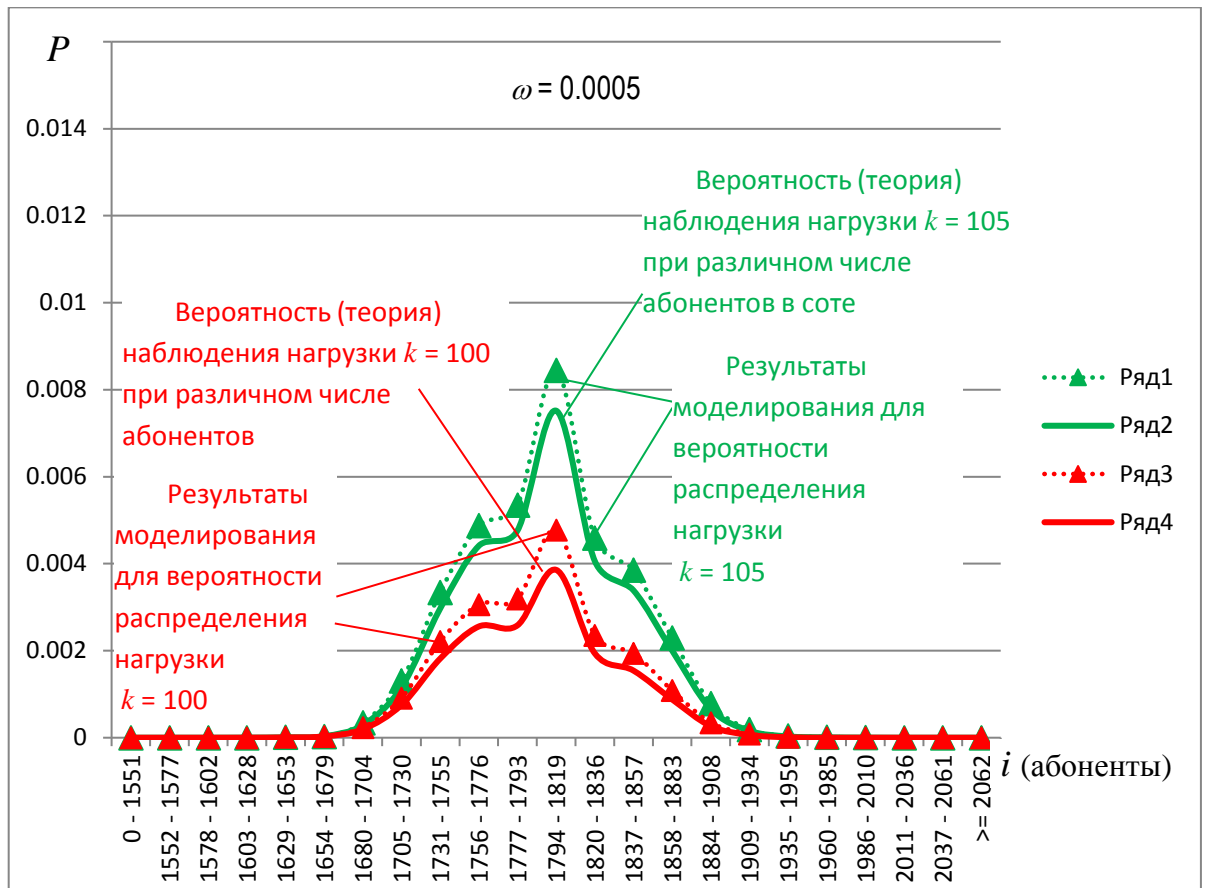


Рисунок 4.16а – Вероятности наблюдения нагрузки 100 и 105 Эрл при различных значениях числа абонентов в сети. Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования



Рисунок 4.16б – Вероятности наблюдения нагрузки 115 и 120 Эрл при различных значениях числа абонентов в соте. Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

На рисунке 4.17 приведены условные распределения для нагрузки (числа занятых каналов) соты в ситуациях, когда число абонентов в соте попадает в заданный интервал.

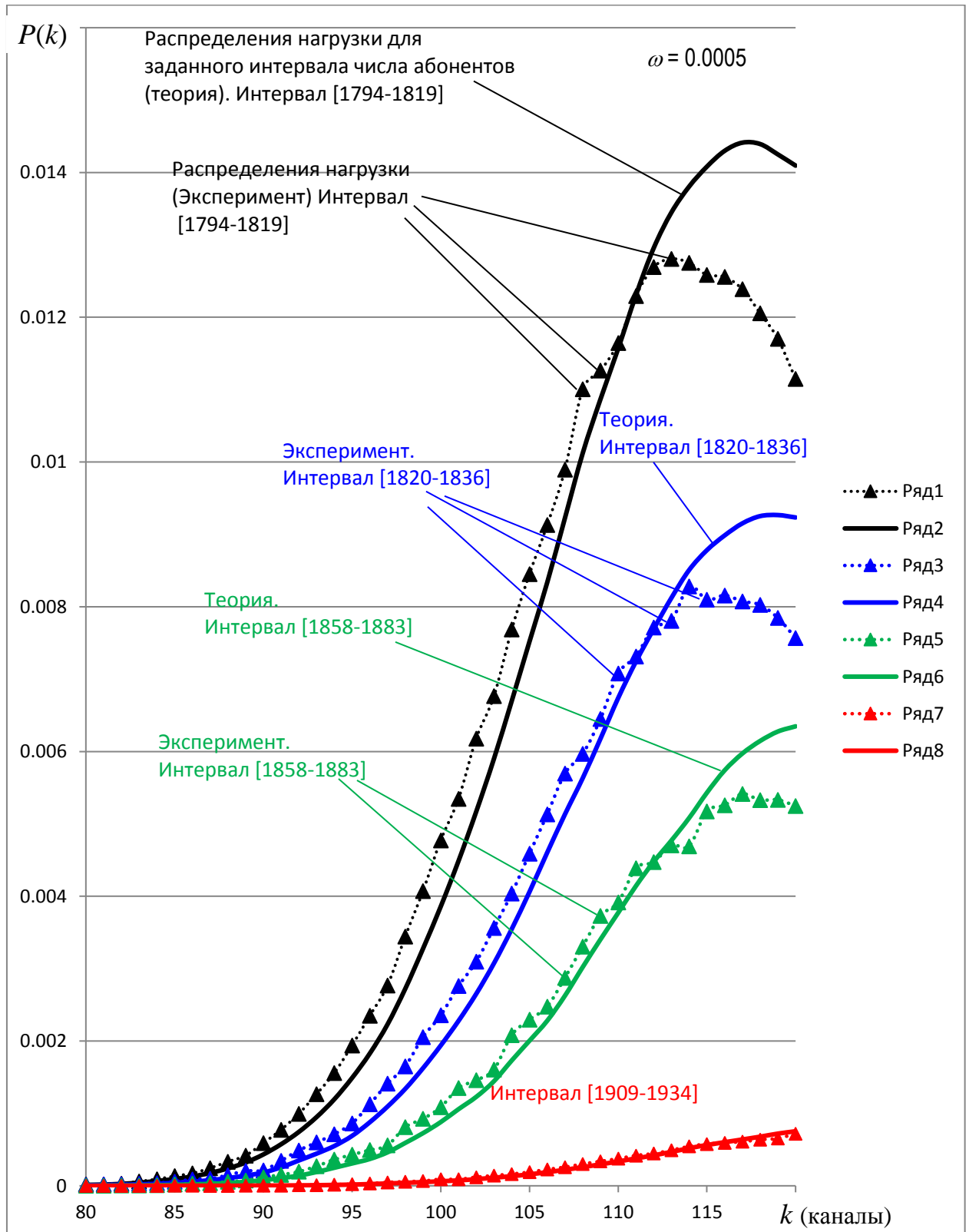


Рисунок 4.17а – Распределение вероятности нагрузки для различных интервалов значений числа абонентов в сети (значения выше среднего). Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

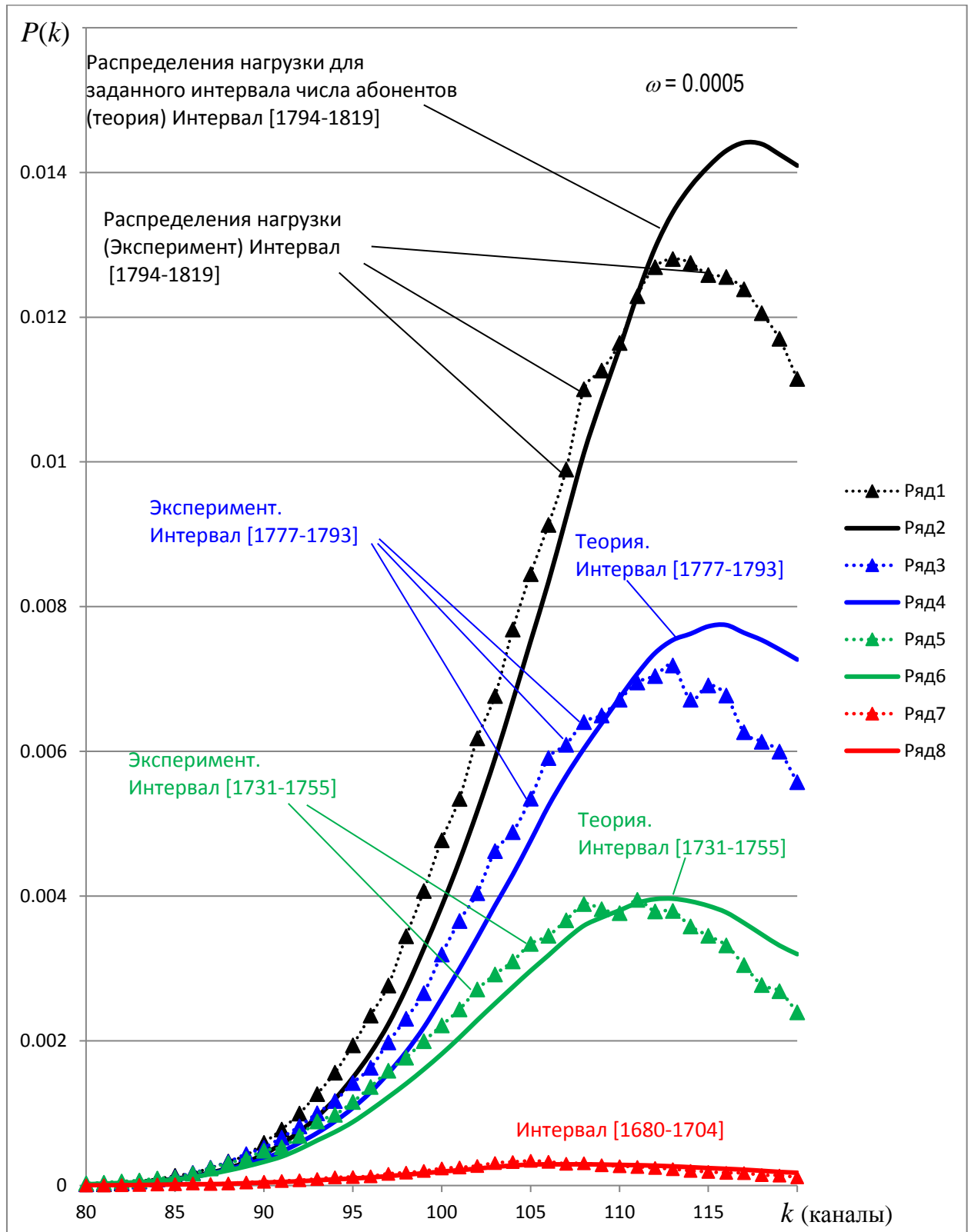


Рисунок 4.176 – Распределение вероятности нагрузки для различных интервалов значений числа абонентов в сети (значения ниже среднего). Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования



3)  $\omega = 0.0015$

На рисунке 4.18 показаны условные вероятности наблюдения нагрузки 100, 1005, 115 и 120 Эрл для разных диапазонов, задающих число абонентов в сети.

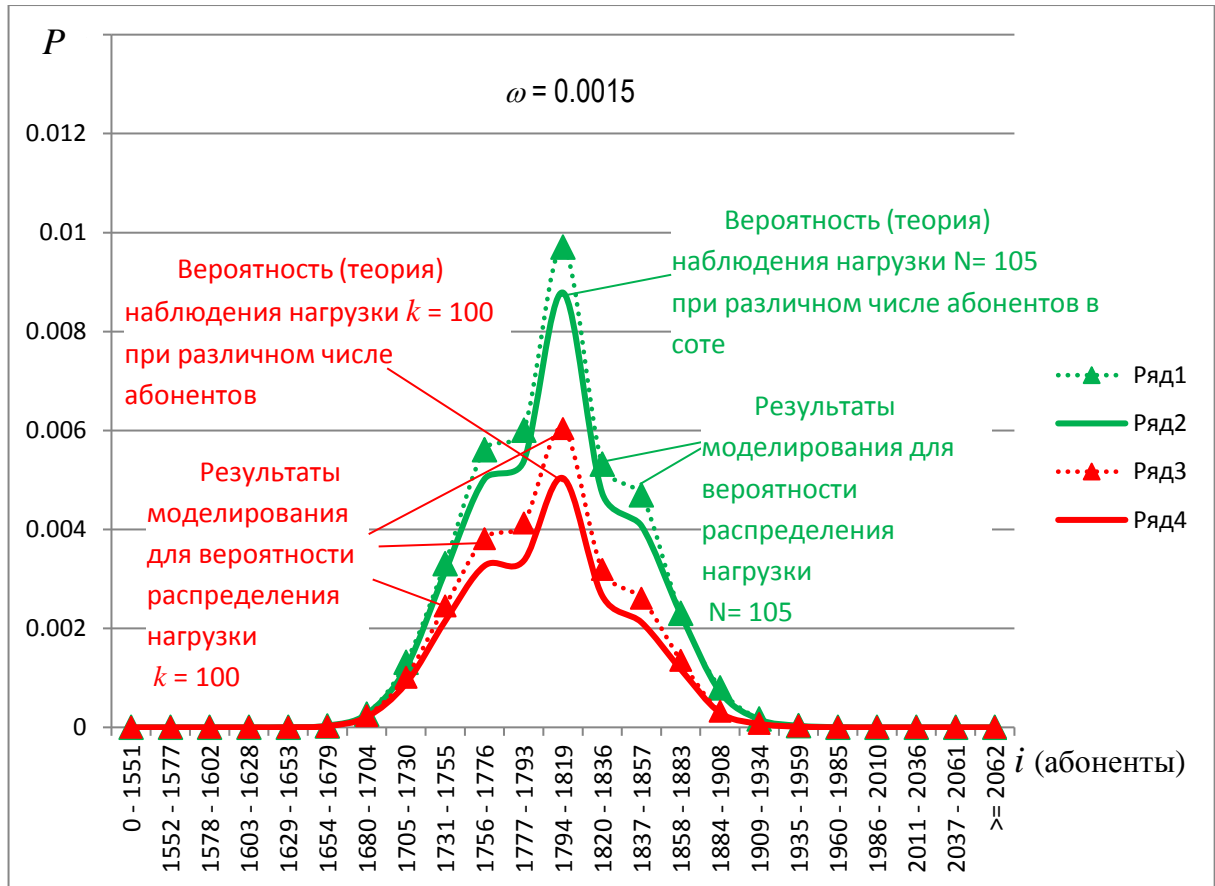


Рисунок 4.18а – Вероятности наблюдения нагрузки 100 и 105 Эрл при различных значениях числа абонентов в сети. Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

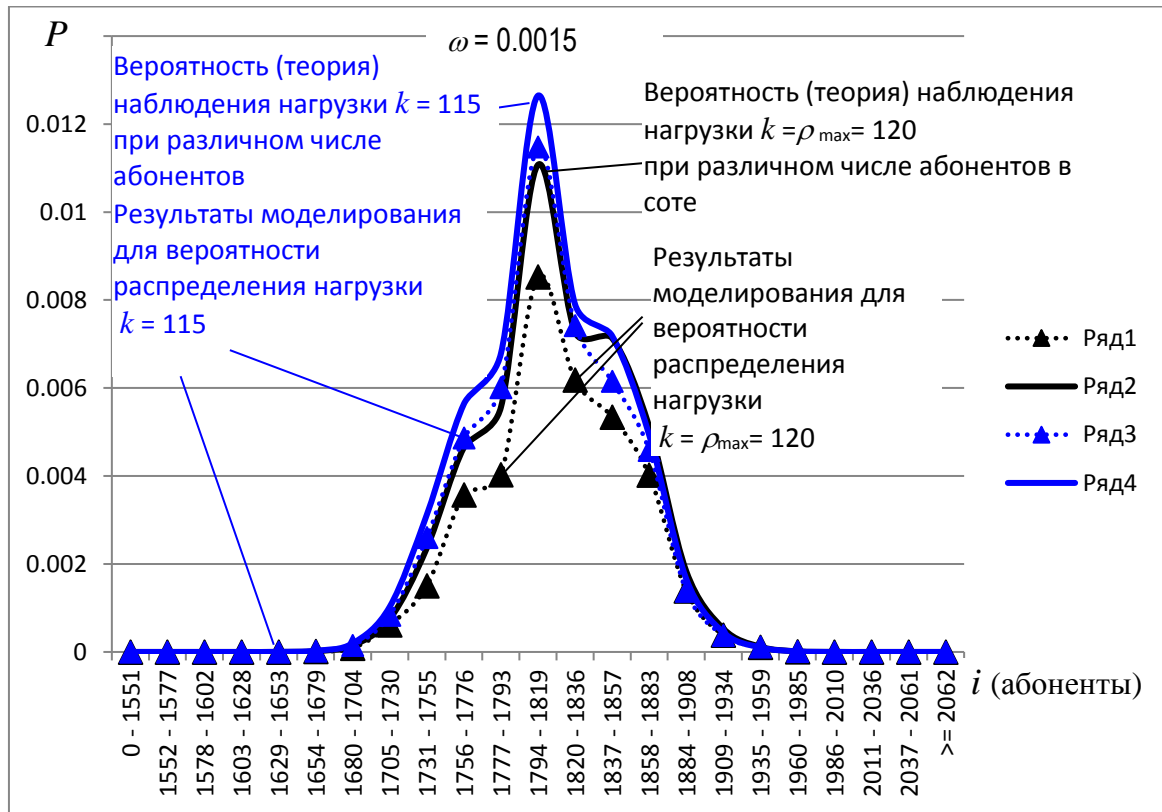


Рисунок 4.18б – Вероятности наблюдения нагрузки 115 и 120 Эрл при различных значениях числа абонентов в соте. Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

На рисунке 4.19 приведены условные распределения для нагрузки соты в ситуациях, когда число абонентов в соте попадает в заданный интервал.

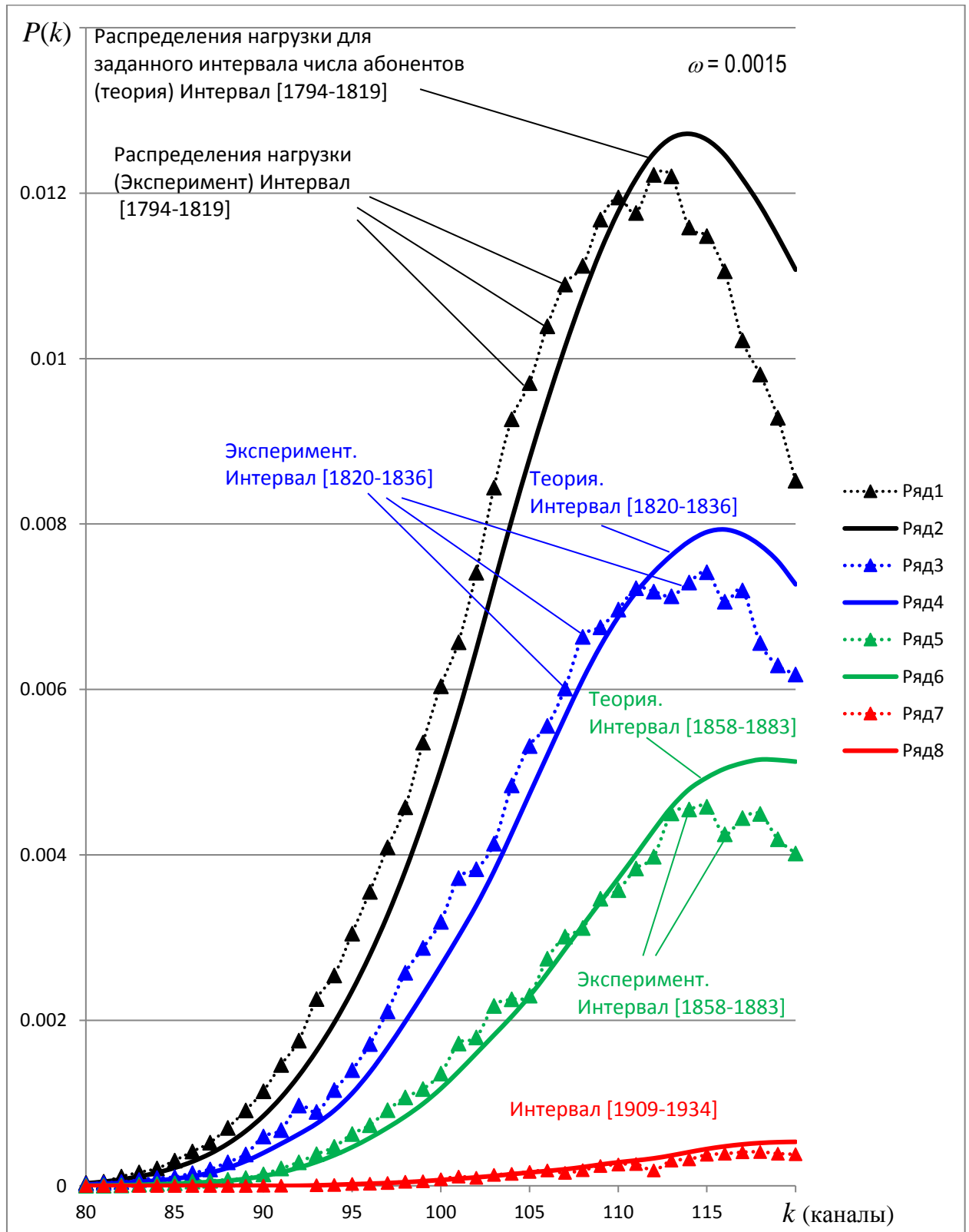


Рисунок 4.19а – Распределение вероятности нагрузки для различных интервалов значений числа абонентов в соте (значения выше среднего). Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

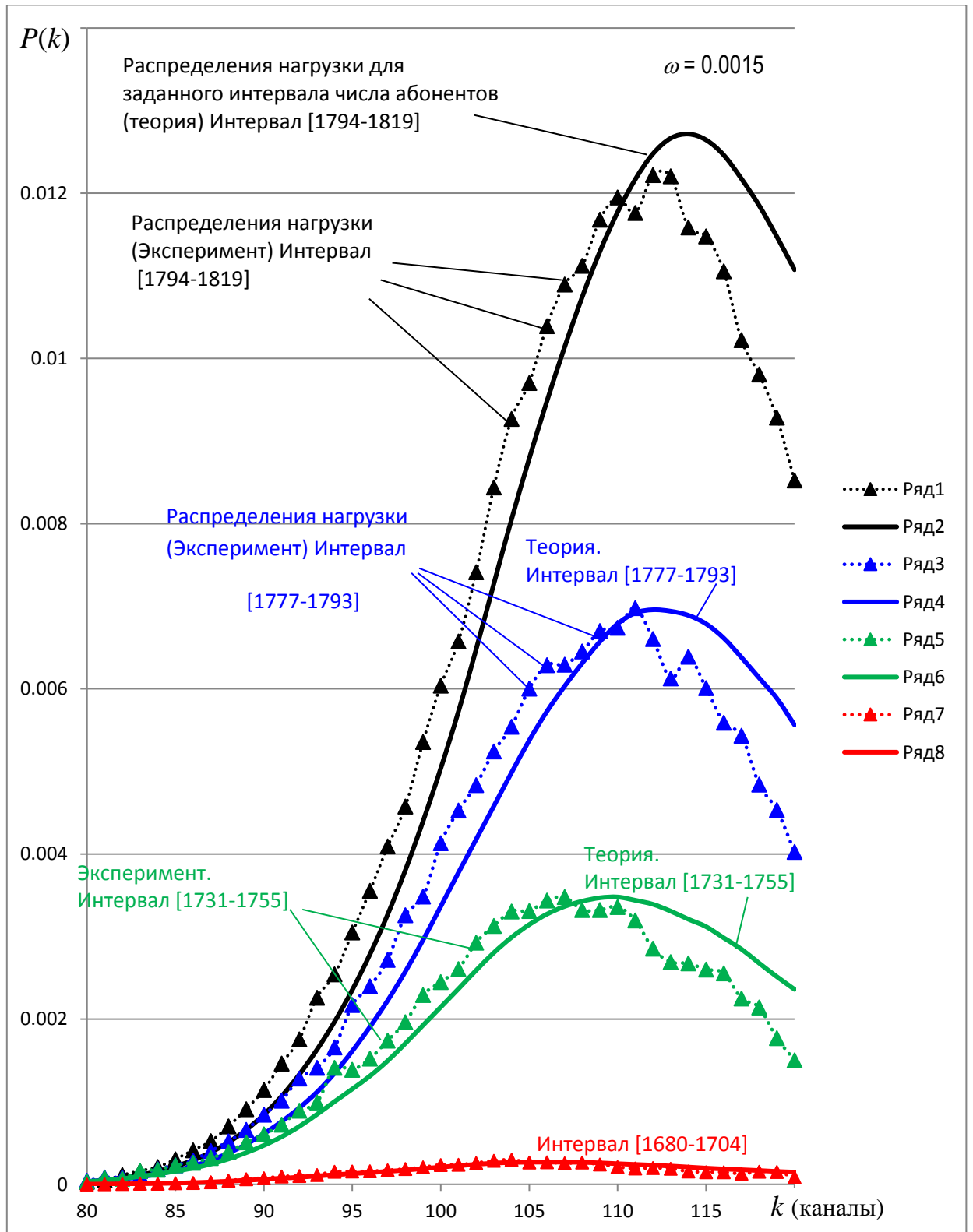


Рисунок 4.196 – Распределение вероятности нагрузки для различных интервалов значений числа абонентов в сети (значения ниже среднего). Сплошные линии – аналитические результаты главы 2. Треугольники – результаты моделирования

Таким образом, на основе интервального описания для числа абонентов в сети удалось провести детализированный анализ поведения нагрузки. Результаты

подтвердили справедливость аналитических соотношений, полученных в главе 2, и показали повышение расчетного показателя эффективности обслуживания трафика до 36%.

#### 4.5 Краткие выводы по главе

1. Разработана методика и алгоритм имитационного моделирования с составлением «цепочек» смены состояний «фишек» «сети Петри» на элементарном такте моделирования, позволяющие в условиях ограниченной производительности компьютера за приемлемое время исследовать работу фрагмента системы мобильной связи с учетом динамического поведения абонентов, потери каналов из-за «обрывов» соединений и блокировок вызовов.

2. На основе разработанной методики с применением техники «цепочек» смен состояний, синтезирована и отлажена программа моделирования, позволяющая исследовать работу абонентов внутри выделенной соты сети мобильной связи. При этом удалось совместить очень быстрые процессы (интенсивные потоки входа/выхода абонентов в соту, потоки запросов на установление связи) с достаточно медленными (случайные флуктуации общего числа абонентов («дыхание») в соте). Программа может быть использована для исследований широкого круга задач в системах мобильной связи, а также позволяет моделировать пуассоновские процессы, различающиеся по скорости протекания на несколько порядков.

3. С использованием синтезированной программы, проведено объемное статистическое моделирование работы абонентов в соте в динамических условиях входа/выхода из зоны обслуживания соты и попадания в области радиотени. Результаты моделирования показали хорошее (в пределах погрешности не более 10%, при уровне достоверности 0.99) совпадение с данными теоретических расчетов по соотношениям, полученным из трехмерного распределения, найденного в главе 2. Тем самым была подтверждена справедливость результатов главы 2.

4. Показано, что широко распространенная техника с применением

закон Эрланга В для описания нагрузки хорошо согласуется только для случаев большого числа абонентов в зоне обслуживания соты. Для маленьких сот (пико и микро) в указанный закон необходимо вносить поправки, которые приводят к улучшению расчетного показателя эффективности обслуживания трафика до 36%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработан метод расчета и аналитические модели, позволяющие описывать совместное поведение ключевых показателей работы системы мобильной связи с учетом их взаимного влияния и с учетом зависимости от количества абонентов на обслуживаемой территории. Указанный метод и модели отличаются от известных эрланговских прототипов тем, что в них учитывается вероятностный характер поведения нагрузки, зависящей от концентрации абонентов в локальных зонах. В результате удалось составить систему уравнений баланса, решение которой дает устойчивое распределение рассматриваемых показателей и учитывает их взаимовлияние. Предложенный подход приводит к описанию поведения отдельных сот, как подсистем массового обслуживания с двухслойной иерархической структурой. Размерность базового распределения, описывающего состояние соты, получилась равной трем.

2. Получено трехмерное совместное распределение для таких показателей как: число абонентов в зоне обслуживания; занятых каналов и потерянных из-за «обрывов» соединений каналов, которое позволило уточнить расчетные характеристики пропускной способности сот и повысить тем самым эффективность обслуживания трафика до 36% для микросот.

3. Исследовано влияние скорости движения абонентов в системе с OFDM сигналами на число «обрывов» соединений. Полученные результаты показывают, что это влияние может быть существенным и приводить в радиолиниях с модуляцией QAM-64 к эквивалентным потерям в отношении сигнал/шум более 5 дБ.

4. Разработан метод прогноза перегрузок в системе мобильной связи с учетом перемещения абонентов, основанный на решении задачи фильтрации интенсивности пуассоновского потока, когда поведение интенсивности описывается диффузионным стохастическим процессом. Получены квазиоптимальные правила фильтрации параметров классической системы массового обслуживания с пуассоновскими потоками в условиях нестационарного поведения. Это, в свою очередь, позволило применить аппарат фильтрации для прогноза изменения числа абонентов в зоне обслуживания и прогноза всплесков трафика.

5. Разработаны методика и программа имитационного моделирования, позволяющие исследовать фрагмент системы мобильной связи с учетом динамического поведения абонентов, потери каналов из-за «обрывов» соединений и блокировок вызовов. Результаты моделирования показали хорошее (в пределах погрешности не более 10%, при уровне достоверности 0.99) совпадение с данными теоретических расчетов по полученным из трехмерного распределения соотношениям. Программа может быть использована для исследований широкого круга задач в системах мобильной связи, а также позволяет моделировать пуассоновские процессы, различающиеся по скорости протекания на несколько порядков.

6. Наиболее перспективными исследованиями в плане дальнейшего развития направления диссертационной работы представляются:

а) разработка подходов и базовых принципов для решения задачи описания с единых позиций работы систем мобильной связи и управления её ресурсами для достижения максимальной эффективности в рамках принятых критериев качества;

б) решение задачи стохастической фильтрации интенсивностей пуассоновских потоков в условиях сочетания в уравнениях «движения» компонент диффузионного типа со случайными интенсивными возмущениями, что позволит качественно повысить эффективность процедур прогноза перегрузок в системах мобильной связи, включив в них ситуации «эволюционного» и «катастрофического» характера.



## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$1(\cdot)$  – дельта-функция Дирака.

$c$  – скорость света.

$C_i^m = \frac{i!}{(i-m)!m!}$  – биномиальный коэффициент.

Chip[\*] – массив «фишек» сети Петри.

$D$  – верхний порог для допустимого числа «обрывов» соединений.

$E_i(u) = \int_{-\infty}^u \frac{e^t}{t} dt$  – интегральная показательная функция, понимаемая в смысле главного значения для  $u > 0$ .

$f_0$  – несущая частота.

$\Delta f$  – частотный разнос поднесущих сигнала OFDM.

$\delta f$  – ошибка синхронизации по частоте в приемном тракте.

$G$  – верхняя граница для допустимого уровня вероятности блокировки запроса вызова.

$g$  – размер защитного интервала в системе с OFDM сигналами.

$H$  – пороговое значение амплитуды сигнала, при котором еще возможен его прием.

$h(k)$  – импульсная реакция приемного тракта системы с OFDM сигналами.

$i$  – число мобильных абонентов в соте.

$j$  – число соединений, претерпевших «обрыв».

$K$  – коэффициент диффузии марковского процесса.

$k$  – число активных каналов, задействованных в соте под абонентские соединения ( $k \leq N$ ).

$k_T^\lambda, k_T^\mu$  – число входящих запросов и число обслуженных заявок в системе массового обслуживания на интервале наблюдения.

M/M/N – модель системы массового обслуживания, обозначающая по классификации Клейнрока, что на входе наблюдается пуассоновский поток заявок (первая M), что время на обслуживание подчиняется

экспоненциальному закону (вторая М) и, что в системе имеется  $N$  устройств, способных осуществлять одновременное обслуживание.

$N$  – максимальное число абонентских соединений, которое может поддерживать сота.

$N_0$  – минимально необходимое значение канального ресурса для поддержания заданного трафика  $\rho$ .

$N_L$  – число лучей в радиоканале с релеевскими замираниями.

$N(t)$  – процесс, описывающий число абонентов в соте.

$n_a$  – число активных (пользующихся услугами связи) мобильных абонентов в соте.

$P_\lambda(t), P_\mu(t)$  – дисперсии ошибок фильтрации траекторий интенсивности входящего потока запросов ( $\lambda$ ) и удельной интенсивности потока завершений обслуживания ( $\mu$ ).

$P_{i,n_a,j}$  – совместная плотность вероятности числа абонентов в соте ( $i$ ), числа активных абонентов ( $n_a$ ) и числа «потерянных» из-за «обрывов» каналов ( $j$ ).

$P_{i,k}$  – совместная плотность вероятности числа абонентов в соте ( $i$ ) и числа занятых каналов ( $k = n_a + j$ ).

$P_{i,n_a}$  – совместная плотность вероятности числа абонентов в соте ( $i$ ) и числа активных абонентов ( $n_a$ ).

$P_j$  – плотность вероятности числа «потерянных» из-за «обрывов» каналов ( $j$ ).

$P_s$  – уровень полезного сигнала на приеме.

$P_N$  – уровень собственных шумов в приемном тракте.

$P_{N+I}$  – уровень собственных шумов и помех в приемном тракте.

$P_{II}$  – уровень помех в приемном тракте.

$Q_{\text{mod}}$  – коэффициент, устанавливающий необходимое граничное значение сигнал/шум для работы с различными типами модуляции.

$R$  – информационная скорость кодированной передачи.

RANDOM – случайное значение, равномерно распределенное на интервале  $[0,1)$ .

$T^M$  – средняя длительность пребывания мобильного абонента на территории соты.

$T_{\text{соед}}$  – средняя длительность абонентского соединения.

$T_{\text{модел}}$  – время работы соты, моделируемое в имитационной программе.

$t_i$  – последовательность моментов поступления входящих запросов.

$t_j$  – последовательность моментов завершений обслуживания.

$\Delta t_{\text{прог}}$  – длительность интервала прогноза для интенсивностей  $\lambda(t), \mu(t)$ .

$v$  – скорость движения мобильных абонентов в направлении БС.

$W(i)$  – плотность вероятности распределения числа абонентов ( $i$ ), находящихся на территории соты.

$W_{0\lambda}(\lambda_0)$  – начальное распределение параметра интенсивности входящего потока запросов ( $\lambda_0$ ).

$W_{0\mu}(\mu_0)$  – начальное распределение параметра удельной интенсивности потока завершений обслуживания ( $\mu_0$ ).

$w_{\text{ст}}(x)$  – стационарное распределение марковского процесса  $x(t)$ .

$z$  – отношение сигнал/шум.

$z_0$  – сигнал/шум, достигаемое на выходе FFT преобразователя при идеальных условиях частотного согласования, при приеме эталонного OFDM сигнала.

$z(t)$  – наблюдения совокупности потоков входящих запросов и завершений обслуживания, на основе которых формируются оценки фильтрации для интенсивностей  $\lambda(t), \mu(t)$ .

$\alpha_\lambda, \alpha_\mu$  – параметры линейных составляющих коэффициентов сноса  $\phi_\lambda(\lambda, t), \phi_\mu(\mu, t)$ .

$\beta_\lambda, \beta_\mu$  – параметры составляющих обратной зависимости в коэффициентах сноса  $\phi_\lambda(\lambda, t), \phi_\mu(\mu, t)$ .

$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$  – гамма-функция.

$\gamma$  – постоянная Эйлера ( $\approx 0.57721566$ ).

$\gamma_{\lambda}, \gamma_{\mu}$  – коэффициенты диффузии марковских диффузионных процессов, описывающих поведение интенсивности входящего потока запросов ( $\lambda$ ) и удельной интенсивности потока завершений обслуживания ( $\mu$ ) в нестационарной системе массового обслуживания.

$\gamma(n, u) = \int_0^u e^{-t} t^{n-1} dt$  – нижняя неполная гамма-функция.

$\delta$  – параметр кратковременной нестабильности генератора частоты.

$\varepsilon = \frac{\delta f}{\Delta f}$  – относительное значение ошибки синхронизации по частоте в единицах разности поднесущих.

$\zeta = \frac{\rho_{\max} - \rho}{\rho} 100\%$  – показатель эффективности обслуживания трафика.

$\zeta_{\rho}$  – показатель относительной эффективности для ансамбля OFDM сигнала

$\Lambda$  – интенсивность потока входящих запросов на установление абонентских соединений.

$\lambda$  – удельная (в расчете на абонента) интенсивность потока входящих запросов на установление абонентского соединения.

$\lambda^m$  – интенсивность потока входящих регистраций мобильных абонентов.

$\hat{\lambda}(t), \hat{\mu}(t)$  – оценки, полученные в результате фильтрации, для траекторий интенсивности входящего потока запросов ( $\lambda$ ) и удельной интенсивности потока завершений обслуживания ( $\mu$ ).

$M^m = \mu^m i$  – интенсивность потока выходящих регистраций мобильных абонентов.

$\mu^m = \frac{1}{T^m}$  – удельная (в расчете на одного абонента) интенсивность потока выходящих регистраций мобильных абонентов.

$M$  – интенсивность потока запросов на завершение абонентских соединений.

$\mu = \frac{1}{T_{\text{соед}}}$  – удельная (в расчете на активного абонента) интенсивность потока

запросов на завершение абонентских соединений.

$\mu^* = \mu + \omega$  – общая удельная (в расчете на активного абонента) интенсивность потока завершений абонентских соединений, учитывающая ситуации с «обрывами».

$N=j \nu$  – интенсивность потока, описывающего процесс возвращения потерянных из-за «обрывов» каналов в доступное для использования множество.

$\nu$  – величина обратная среднему времени, затрачиваемому системой на обнаружение потерянных из-за «обрывов» каналов и восстановлению их на множестве доступных для использования при организации новых соединений.

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  – показатель удельной (в расчете на абонента) нагрузки.

$\rho_{\text{max}}$  – максимальное значение нагрузки, которое способна поддерживать сота с заданным уровнем качества, при условии оптимизации режима работы.

$\rho^{\text{Drop}} = \rho^*$  – среднее статистическое и/или дисперсия числа потерянных из-за «обрывов» каналов.

$\rho^m = \frac{\lambda^m}{\mu^m}$  – показатель мобильной нагрузки.

$\rho_v$  – величина обратная к отношению сигнал/помеха.

$\sigma_{\text{dB}}$  – среднеквадратическое отклонение логнормальных замираний.

$\sigma_{\text{ш}}^2$  – дисперсия шума на входе схемы демодулятора.

$\tau_{\text{cor}}$  – время корреляции замираний.

$\phi_\lambda(\lambda, t), \phi_\mu(\mu, t)$  – коэффициенты сноса марковских диффузионных процессов, описывающих поведение интенсивности входящего потока запросов ( $\lambda$ ) и удельной интенсивности потока завершений обслуживания ( $\mu$ ) в

нестационарной системе массового обслуживания.

$\phi_\lambda^1(\lambda, t), \phi_\mu^1(\mu, t)$  – нелинейные составляющие коэффициентов сноса  
 $\phi_\lambda(\lambda, t), \phi_\mu(\mu, t)$ .

$\Omega$  – интенсивность потока «обрывов» соединений.

$\omega$  – удельная (в расчете на активное соединение) интенсивность потока попаданий подвижных абонентов в зоны радиозамираний с последующим «обрывом» соединений (срывами звонков).

**СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ**

BER	– Bit Error Rate (вероятность ошибки на бит)
CDR	– Call Drop Rate (уровень обрывов соединений или процент сорванных звонков)
Down-link	– линия радиопередачи в направлении от базовой станции к абоненту
FFT	– Fast Fourier Transform (БПФ, или быстрое преобразование Фурье)
GoS	– Grade of Service (уровень блокировок вызовов)
HO	– Handover (процедура переключения абонента между сотами и ресурсами радиоканала в процессе перемещений)
ICI	– Inter Carrier Interference (интерференция между поднесущими)
ISI	– Inter Symbol Interference (межсимвольная интерференция)
LTE	– Long-Term Evolution (стандарт сотовой связи для сетей массового пользования поколения G4)
McWILL	– Multicarrier Wireless Internet Local Loop (Китайский стандарт сотовых сетей специализированной и корпоративной связи поколения G4)
MIMO	– Multiple Input Multiple Output (технология радиообмена через множество лучей, позволяющая в несколько раз поднять пропускную способность радиоканала)
OFDM	– Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов)
QAM	– Quadrature Amplitude Modulation (квадратурная амплитудная модуляция)
QPSK	– Quadrature Phase Shift Keying (модуляция ФМ4)
QR	– Quality Rate (уровень качества связи)
RAB	– Radio Access Bearer (носитель/ресурс линии радиодоступа)
Up-link	– линия радиопередачи в направлении от абонента к базовой станции
БС	– базовая станция
МО	– министерство обороны
РФ	– Российская Федерация
СКО	– среднеквадратическая ошибка
ЧНН	– час наибольшей нагрузки

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Андерсон, Т. Введение в многомерный статистический анализ / Т. Андерсон. – М.: Государственное издательство физ.-мат. литературы, 1963. – 500 с.
2. Аркин, В.И. Задача оптимального распределения поисковых усилий / В.И. Аркин // Теория вероятностей и ее применения. – 1964. – Т. 9. – № 1. – С. 179-180.
3. Башарин, Г.П. Лекции по математической теории телетрафика / Г.П. Башарин. – М.: Изд-во РУДН, 2004. – 186 с.
4. Башарин, Г.П. Анализ производительности фрагмента сотовой сети с учетом перекрытия зон радиосвязи / Г.П. Башарин, Н.В. Серебренникова // Электросвязь. – 2006. – № 7. – С. 43-45.
5. Блохин, В.Г. Современный эксперимент: подготовка, проведение, анализ результатов / В.Г. Блохин, О.П. Глудкин, А.И. Губов, М.А. Ханин. – М.: Радио и связь, 1997. – 232 с.
6. Бокк, Г.О. Повышение эффективности работы систем связи на основе пространственно-временной обработки и спектрального анализа сигналов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.12.17 / Бокк Герман Олегович. – М., 2000. – 395 с.
7. Бонч-Бруевич, М.М. Использование интервала доступа для управления распределением трафика в области локальной перегрузки сети GSM / М.М. Бонч-Бруевич // Т-Сотт: – Телекоммуникации и Транспорт. – 2010. – Т. 4. – № 2. – С. 50-52.
8. Бонч-Бруевич, М.М. О вопросах определения вероятности блокировки вызова в сети стандарта GSM / М.М. Бонч-Бруевич // Спецтехника и связь. – 2010. – № 2-3. – С. 65-67.
9. Бонч-Бруевич М.М. О качестве обслуживания вызова в условиях локальных перегрузок в сети стандарта GSM / М.М. Бонч-Бруевич // Спецтехника и связь. – 2011. – № 3. – С. 57-61.



10. Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В. Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. – 910 с.
11. Гнеденко, Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука, 1987. – 336 с.
12. ГОСТ 12252-86 (СТ СЭВ 4280-83). Радиостанции с угловой модуляцией сухопутной подвижной службы. Типы, основные параметры, технические требования и методы измерений. – М.: Издательство стандартов, 1986. – 386 с.
13. Громаков, Ю.А. Стандарты и системы подвижной радиосвязи / Ю.А. Громаков. – М.: Эко-Трендз. 1998. – 239 с.
14. Гуляев, А.В. Синтез оптимальной сети радиодоступа WCDMA при известной модели нагрузки / А.В. Гуляев, О.А. Шорин // Электросвязь. – 2002. – № 9. – С. 33-38.
15. Дежурный, И.И. Сухопутная подвижная радиосвязь / И.И. Дежурный, И.М. Пушкин, В.С. Семенихин, Р.Т. Пантикян и др.; под ред. И.М. Пышкина и В.С. Семенихина. – М.: Радио и связь. – 1990. 1 и 2-ая книги: – 432 с. – 328 с.
16. Карлин, С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин. – М.: Мир, 1971. – 536 с.
17. Кемени, Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж. Снелл. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1970. – 272 с.
18. Клейнрок, Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
19. Косинов, М.И. Повышение емкости сотовой системы связи при использовании зон перекрытия / М.И. Косинов, О.А. Шорин // Электросвязь. – 2003. – № 3. – С. 18.
20. Кротов, Н.А. Results of Using Traffic Control Algorithms in Cellular Mobile Systems / Н.А. Кротов, О.А. Шорин // 2nd IEEE International Conference on Circuits and Systems for Communications. Moscow, 2004. – P. 111-114.

21. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 1. / Б.Р. Левин. – М.: Сов. радио, 1969. – 752 с.
22. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 2. / Б.Р. Левин. – М.: Сов. Радио, 1968. – 504 с.
23. Ли, У.К. Техника подвижных систем связи: Пер. с англ. под ред. И.М. Пышкина / У.К. Ли. – М.: Радио и связь, 1985. – 391 с.
24. Лифшиц, Б.С. Теория телетрафика / Б.С. Лифшиц, А.П. Пшеничников, А.Д. Харкевич. – М.: Связь, 1979. – 254 с.
25. Мартин, Дж. Вычислительные сети и распределенная обработка данных / Дж. Мартин. – М.: Финансы и статистика, Вып. 1. 1985. – 256 с.; Вып. 2. 1986. – 269 с.
26. Мизин, И.А. Сети коммутации пакетов / В.А. Богатырев, А.П. Кулешов. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.
27. Питерсон, Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
28. Прокис, Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. под ред. Д.Д. Кловского / Дж. Прокис. – М.: Радио и связь, 2000. – 798 с.
29. Пугачев, В.С. Теория вероятностей и математическая статистика / В.С. Пугачев. – М.: Физматлит, 2002. – 496 с.
30. Саати, Т. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Т. Саати. – М.: Сов. Радио, 1971. – 520 с.
31. Самарский, А.А. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
32. Сейдж, Э.П. Оптимальное управление системами / Э.П. Сейдж, Ч.С. Уайт. – М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.
33. Сейдж, Э.П. Идентификация систем управления / Э.П. Сейдж, Дж. Л. Мелса. – М.: Наука, 1974. – 248 с.
34. Сосулин, Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов / Ю.Г. Сосулин. – М.: Сов. радио, 1978. – 320 с.

35. Спицер, Ф. Принципы случайного блуждания / Ф. Спицер. – М.: Мир, 1969. – 472 с.
36. Стратонович, Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике / Р.Л. Стратонович. – М.: Сов. Радио, 1961. – 558 с.
37. Суторихин, Н.Б. Оценка надежности элементов коммутируемых телефонных сетей / Н.Б. Суторихин. – М.: Связь, 1974. – 232 с.
38. Штермер, Х. Теория телетрафика: Пер. с нем. под ред. Г.П. Башарина / Х. Штермер, Э. Белендорф, Н. Бининда и др. – М.: Связь, 1971 – 319 с.
39. Тихонов, В.И. Оптимальный прием сигналов / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
40. Тихонов, В.И. Марковские процессы / В.И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.
41. Тихонов, В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 2004. – 608 с.
42. Уизем, Дж. Линейные и нелинейные волны / Дж. Уизем. – М.: Мир, 1977. – 570 с.
43. Хастингс, Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.
44. Шлома, А.М. Быстрые алгоритмы обработки радиосигналов и их вычислительная сложность: учебное пособие / А.М. Шлома, В.Б. Крейнделин. – М.: МТУСИ, 2002. – 25 с.
45. Шлома, А.М. Косвенный метод нелинейной фильтрации марковских процессов / А.М. Шлома // Радиотехника и Электроника. – 1986. – Т. 31. – № 7. – С. 1304-1310.
46. Шлома, А.М. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи / А.М. Шлома, М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, А.П. Шумов; под ред. А.М. Шломы. – М.: Горячая линия - Телеком, 2008. – 344 с.

47. Шлома, А.М. О решении операторных уравнений при неполной информации / А.М. Шлома // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1996. – Т. 36. – № 3. – С. 15-27.
48. Шлома, А.М. Нелинейная фильтрация марковских процессов по косвенным переменным / А.М. Шлома, М.Г. Бакулин // Радиотехника. – 1989. – № 11. – С. 49-54.
49. Шлома, А.М. Синтез системы фазовой автоподстройки частоты косвенным методом нелинейной фильтрации / А.М. Шлома, М.Г. Бакулин // Радиотехника и Электроника. – 1989. – Т. 34. – № 6. – С. 1691-1698.
50. Шлома, А.М. Квазиоптимальный алгоритм демодуляции в системе BLAST / А.М. Шлома, М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2004. – Т. 5. – № 11. – С. 18-23.
51. Шлома, А.М. Применение теории операторов функционального анализа для задач нелинейной фильтрации / А.М. Шлома, Н.Е. Смердова Н.Е. // Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44. – № 2. – С. 190-198.
52. Шорин, А.О. Оптимизация ансамбля OFDM-сигналов в сетях мобильной связи / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Электросвязь. – 2017. – № 2. – С. 41-46.
53. Шорин, А.О. Сопоставление эффективности сетей LTE и McWILL при передаче речи и коротких сообщений / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Электросвязь. – 2017. – № 2. – С. 57-66.
54. Шорин, А.О. Оптимизация размера кольцевой антенны и правила формирования территориальных кластеров для сотовой сети McWILL / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов, Г.О. Бокк // Электросвязь. – 2017. – № 1. – С. 22-27.
55. Шорин, А.О. Оценка влияния скорости перемещения абонентов на удельную интенсивность потока потерь соединений в сетях с OFDM-сигналами / А.О. Шорин // Электросвязь. – 2017. – № 1. – С. 35-39.
56. Шорин, А.О. Оценка влияния скорости перемещения абонентов на удельную интенсивность потока потерь соединений в сетях с OFDM сигналами / А.О. Шорин // Сборник материалов (тезисов) 38-й

- международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО НИРИТ». – 2016. – С. 5.
57. Шорин, А.О. Некоторые особенности стандарта McWILL / А.О. Шорин, Д.М. Малиничев, Д.М. Резинин // Сборник избранных статей научно-педагогического состава кафедры информационных систем, сетей и безопасности. Российский государственный социальный университет. – М.: МГУСИ. – 2016. – С. 66-68.
58. Шорин, А.О. Сравнение стандартов 4G подвижной связи со стандартом McWILL / А.О. Шорин, Д.М. Малиничев, Д.А. Резинин // Сборник избранных статей научно-педагогического состава кафедры информационных систем, сетей и безопасности. – М.: РГСУ. – 2016. – С. 69-72.
59. Шорин, А.О. Многофакторная имитационная модель обслуживания подвижных абонентов в мобильных системах связи / А.О. Шорин, Д.М. Малиничев, Д.А. Резинин // Радиотехника. – 2016. – № 5. – С. 121-126.
60. Шорин, А.О. Использование технологии космической ретрансляции внутрисистемных каналов связи в задачах организации абонентского радиодоступа / А.О. Шорин, А.Г. Девлишов, А.В. Туров, Д.Ю. Черников // Исследования наукограда. – 2016. – № 3-4(18). – С. 39-44.
61. Шорин, А.О. Оптимизация геометрии адаптивной антенны для сотовой сети с OFDM сигналами / О.А. Шорин, Р.С. Аверьянов, Г.О. Бокк // Экономика и качество систем связи. – 2016. – № 2(2). – С. 60-67.
62. Шорин, А.О. Оценка зависимости удельной интенсивности потерь соединений ( $\omega$ ) в сетях с OFDM сигналами от скорости перемещения абонентов ( $v$ ) / А.О. Шорин // Сборник материалов (тезисов) 36-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО НИРИТ». – 2015. – С. 12-14.

63. Шорин, А.О. Имитационная модель обслуживания подвижных абонентов в мобильных системах связи / А.О. Шорин, Д.А. Резинин // Сборник трудов конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы» (СТN-2015). – М.: ООО «Брис-М». – 2015. – С. 124-127.
64. Шорин, А.О. Исследование параметров на примере стандартов LTE и McWILL и их оценка, с учетом мобильности абонентов / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Сборник трудов конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы», труды конференции (СТN-2015). – М.: ООО «Брис-М». – 2015. – С. 136-138.
65. Шорин, А.О. Оценка оптимальных параметров OFDM-сигналов с учетом мобильности абонентов / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Электросвязь. – 2015. – № 12. – С. 60-65.
66. Шорин, А.О. Анализ возможностей технологии McWILL / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов, М.И. Косинов, О.А. Шорин // Вестник связи. – 2014. – № 6. – С. 53-55.
67. Шорин, А.О. Влияние мобильности абонентов на уровень интерференции в OFDM сигналах / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Сборник трудов конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы», труды конференции (СТN-2014). – М.: ООО «Брис-М». – 2014. – С. 114.
68. Шорин, А.О. Определение оптимальных параметров OFDM сигналов с учетом мобильности абонентов / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Сборник материалов (тезисов) 35-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО НИРИТ». – 2014. – С. 55-71.
69. Шорин, А.О. Модель отказов в предоставлении соединений в мобильных системах связи с учетом различных факторов / А.О. Шорин, О.А. Шорин // Сборник материалов (тезисов) 33-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО НИРИТ». – 2013. – С. 13-32.

70. Шорин, А.О. Вероятность отказов в предоставлении соединений в сотовых системах связи с учетом мобильности абонентов и замираний сигнала / А.О. Шорин // Электросвязь. – 2013. – № 8. – С. 33-35.
71. Шорин, А.О. Исследование вероятности отказов в предоставлении соединений в сотовых системах связи с учетом мобильности абонентов и замираний сигнала / А.О. Шорин // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2013. – Т. 7. – № 10. – С. 120-126.
72. Шорин, А.О. Имитационная модель системы мобильной связи, учитывающая замирания сигнала в радиоканале и мобильность абонентов в системе / А.О. Шорин // сборник трудов конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы», труды конференции (СТН-2013). – М.: ООО «Брис-М». – 2013. – С. 112.
73. Шорин, А.О. Применение технологии McWILL для создания современной системы связи на ЖД / А.О. Шорин, В.Н. Акимов, Р.С. Аверьянов // Сборник материалов (тезисов) 34-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО НИРИТ». – 2013. – С. 16-31.
74. Шорин, А.О. Исследование вероятности потерь вызовов в мобильных системах связи с динамическим поведением мобильных абонентов и замираниями сигнала / А.О. Шорин // Седьмая отраслевая научная конференция «Технологии информационного общества». Программа научно-технических секций. – М.: ООО «Издательский дом Медиа паблишер». – 2013. – С. 116.
75. Шорин, А.О. Отказ в предоставлении канала мобильной связи – характеристика системы информационной безопасности / А.О. Шорин // Научная сессия НИЯУ МИФИ, Аннотация докладов. – М.: МИФИ –2013. – Т. 2. – С. 228.
76. Шорин, А.О. Анализ потерь вызовов в сотовых системах мобильной связи / А.О. Шорин // Сборник материалов (тезисов) 32-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и

- реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2012. – С. 19-26.
77. Шорин, А.О. Формирование сигнала на канальном уровне в стандарте NG-1 / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов, В.Н. Акимов // Сборник материалов (тезисов) 31-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2012. – С. 4-15.
78. Шорин, А.О. Предсказание перегрузок в системах подвижной радиосвязи / А.О. Шорин, А.М. Шлома // Электросвязь. – 2012. – № 3. – С. 51-53.
79. Шорин, А.О. Моделирование нагрузки соты с динамическим поведением мобильных абонентов с замираниями сигнала / А.О. Шорин // Динамика сложных систем - XXI век. – 2012. – Т. 6. – № 4. – С. 70-73.
80. Шорин, А.О. Анализ загрузки в системах подвижной радиосвязи с динамическим поведением мобильных абонентов и замираниями сигнала / А.О. Шорин // Сборник трудов конференции «Телекоммуникационные и вычислительные системы» (СТН-2012). – М.: ООО «Брис-М». – 2012. – С. 150-151.
81. Шорин, А.О. Инновационно-индустриальная цепочка внедрения в России технологии мобильного широкополосного доступа / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов, М.И. Косинов // Сборник материалов (тезисов) 31-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2012. – С. 8-16.
82. Шорин, А.О. Определение технологических возможностей сети мобильного широкополосного доступа на базе технологии NG-1 / А.О. Шорин, О.А. Шорин, В.Г. Калугин, Р.С. Аверьянов // Сборник материалов (тезисов) 30-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2011. – С. 54-74.



83. Шорин, А.О. Архитектура протоколов радиointерфейса NG-1 / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов, В.Н. Акимов // Сборник материалов (тезисов) 30-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2011. – С. 75-96.
84. Шорин, А.О. Особенности радиointерфейса стандарта NG-1 (McWILL) / А.О. Шорин, Р.С. Аверьянов // Сборник материалов (тезисов) 29-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2011. – С. 14-29.
85. Шорин, А.О. Предсказание перегрузок в системах подвижной радиосвязи / А.О. Шорин // Сборник материалов (тезисов) 28-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2010. – С. 65-71.
86. Шорин, А.О. Анализ процедур эстафетной передачи (хэндовера) в сетях сотовой связи / А.О. Шорин, В.Н. Акимов // Сборник материалов (тезисов) 27-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2010. – С. 37-49.
87. Шорин, А.О. Качество обслуживания вызовов в сотовых системах связи с учетом замираний / А.О. Шорин, А.А. Орехов, О.А. Шорин // Вестник РАЕН. – 2009. – Т. 9. – № 2. – С. 57.
88. Шорин, А.О. Радиомодемы диапазонов VHF/UHF в задачах охраны и мониторинга объектов / А.О. Шорин, В.Н. Акимов, А.И. Бабин // Спецтехника и связь. – 2009. – № 1. – С. 50-58.
89. Шорин, А.О. Фильтрация параметров трафика в системах подвижной радиосвязи / А.О. Шорин // Сборник материалов (тезисов) 26-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы

- развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2009. – С. 73-85.
90. Шорин, А.О. Применение узкополосных радиомодемов в задачах охраны и мониторинга объектов / А.О. Шорин, В.Н. Акимов, А.И. Бабин // Сборник материалов (тезисов) 25-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2009. – С. 24-39.
  91. Шорин, А.О. Особенности построения систем мониторинга объектов ЖКХ на основе пакетных радиосетей / А.О. Шорин, В.Н. Акимов // Спецтехника и связь. – 2008. – № 2. – С. 49-59.
  92. Шорин, А.О. Системы мониторинга на основе пакетных радиосетей / А.О. Шорин, В.Н. Акимов // Сборник материалов (тезисов) 24-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2009. – С. 12-22.
  93. Шорин, А.О. Анализ качества обслуживания вызовов с учетом интерференции сигналов в сотовых системах связи / А.О. Шорин, А.А. Орехов // Сборник материалов (тезисов) 24-й международной конференции РАЕН «Мобильный бизнес: перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». – М.: ЗАО «НИРИТ». – 2009. – С. 136-140.
  94. Шорин, О.А. Оценка уровня интерференций для сигналов с OFDM-модуляцией / О.А. Шорин, Р.С. Аверьянов // Электросвязь. – 2015. – № 12. – С. 55-59.
  95. Шорин, О.А. Методы оптимального распределения частотно-временного ресурса в системах подвижной радиосвязи: дис. ... д-ра техн. наук: 05.12.13 / Шорин Олег Александрович. – М., 2005. – 263 с.

96. Holma, H. WCDMA for UMTS. Radio Access for Third Generation Mobile Communications / H. Holma, A. Toskala. – London: Wiley Interscience, 2004. – 450 p.
97. Stone, L.D. Theory of optimal search / L.D. Stone. – New York, San Francisco, London: Academic Press. 1975. – 260 p.
98. Kleinrock, L. Communication Nets: Stochastic Message Flow and Design / L. Kleinrock. – New York, San Francisco, London: McGraw-Hill, 1964. – 220 p.
99. Kleinrock, L. Queueing Systems: Volume I – Theory / L. Kleinrock. – New York: Wiley Interscience, 1975. – 417 p.
100. Kleinrock, L. Queueing Systems: Volume II – Computer Applications / L. Kleinrock. – New York: Wiley Interscience, 1976. – 576 p.
101. ITU-R doc. 8F/24-E. Procedures for simulation mature deployment of cellular networks in the mobile service. – 2000.
102. Rec. ITU-R M.1801-2 (02/2013). Radio interface standards for broadband wireless access systems, including mobile and nomadic applications, in the mobile service operating below 6 GHz. Geneva: ITU – 2010.
103. Janevski, T. Traffic Analysis and Design of Wireless IP Networks / T. Janevski. – Boston-London: Artech House, Inc. (mobile communications series), 2003. – 368 p.
104. YDT 1956-2009 Technical Requirements for Air Interface of SCDMA Wideband Radio Access Network System. Industry Standard for Communications in PRC. – Issued by MIIT of PRC, 2009. – 149 p.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Оценка межсимвольной (ISI) интерференции и интерференции между поднесущими (ICI) для OFDM сигналов при наличии ошибок синхронизации по частоте

В работе [65], с использованием результатов [94], для случая наличия расстройки по частоте были получены формулы для уровней основных сигнальных и помеховых составляющих, возникающих в приемном тракте системы с OFDM, на выходе блока дискретного преобразования Фурье (FFT).

Так, для уровня полезного сигнала получено:

$$\begin{aligned}
 P_S &= [I]^2 \left[ \frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{\sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \sum_{k=0}^g \sum_{k'=0}^g [h(k)]^2 \cdot \delta_{kk'} \cdot e^{-j \cdot 2\pi(f_0 + i_0 \Delta f)(k-k')\Delta t} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} \sum_{k'=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \cdot \delta_{kk'} \cdot e^{-j \cdot 2\pi\left(f_0 + i_0 \Delta f + \frac{\varepsilon}{2N}\right)(k-k')\Delta t} \cdot \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon \frac{N+g-k}{N}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \right] = \\
 &= [I]^2 \left[ \frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{\sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \sum_{k=0}^g [h(k)]^2 + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon \frac{N+g-k}{N}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \right], \quad (\text{П1.1})
 \end{aligned}$$

где  $[I]^2$  – математическое ожидание уровня информационного символа, передаваемого на отдельной поднесущей (с номером  $i_0$ ),  $[h(k)]^2$  – среднее значение для квадрата амплитуды отсчета импульсной реакции в момент  $k\Delta t$ ,  $\Delta t = T/(N+g)$  интервал дискретизации при вычислении FFT,  $T$  – длительность тактового интервала сигнала OFDM,  $N$  – число поднесущих в сигнале OFDM,  $g\Delta t$  – длительность защитного интервала, применяемого на каждом такте OFDM,  $\Delta f = 1/(N\Delta t)$  – разнос частот поднесущих,  $\varepsilon = \delta f/\Delta f$  – относительная величина частотной расстройки, представленной в единицах разноса поднесущих ( $\Delta f$ ),  $\delta_{kk'}$  – символ Кронекера,  $f_0$  – несущая частота.

Для уровня помехи  $ICI(L)$ :

$$\begin{aligned}
ICI(L) = [I]^2 \cdot & \left( N^2 \sum_{k=0}^g [h(k)]^2 \left( 1 - \frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \right) + \right. \\
& \left. + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \left( N(N+g-k) - \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon \frac{N+g-k}{N}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \right) \right). \quad (П1.2)
\end{aligned}$$

Для суммы уровней  $ISI$  и  $ICI(L-1)$  (помеха от поднесущих с предыдущего такта):

$$ISI + ICI(L-1) = [I]^2 \sum_{k=g+1}^{N+g-1} N \cdot (k-g) \cdot [h(k)]^2.$$

В результате для отношения сигнал/помеха было установлено:

$$\begin{aligned}
\frac{C}{\Pi} = & \frac{\frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \cdot \sum_{k=0}^g [h(k)]^2 + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \cdot \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon \frac{N+g-k}{N}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)}}{\sum_{k=0}^g [h(k)]^2 \left( 1 - \frac{\sin^2(\pi\varepsilon)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \right) + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \cdot \left( 1 - \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon \frac{N+g-k}{N}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \right)}. \quad (П1.3)
\end{aligned}$$

Чтобы оценить наглядно влияние частотной расстройки, можно несколько упростить (П1.3), воспользовавшись тем, что для реальных систем (LTE, McWILL) число узлов  $N$  в блоке ФТТ составляет сотни или даже тысячи. Кроме того, нужно отметить, что рабочее состояние реально наблюдается при  $\varepsilon < 1/2$  (ошибка в пределах одного частотного сдвига между поднесущими). В результате справедливо утверждать, что  $\frac{\pi\varepsilon}{N} \ll 1$  и воспользоваться приближением  $\sin\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right) \approx \frac{\pi\varepsilon}{N}$ .

Тогда, после несложных преобразований для (П1.3) можно получить упрощенный вид:

$$\frac{C}{\Pi} = \frac{\left(\frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi\varepsilon}\right)^2 \cdot \sum_{k=0}^g [h(k)]^2 + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \cdot \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon\left(1 - \frac{k-g}{N}\right)\right)}{(\pi\varepsilon)^2}}{\left(1 - \left(\frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi\varepsilon}\right)^2\right) \sum_{k=0}^g [h(k)]^2 + \sum_{k=g+1}^{N+g-1} [h(k)]^2 \cdot \left(1 - \frac{\sin^2\left(\pi\varepsilon\left(1 - \frac{k-g}{N}\right)\right)}{(\pi\varepsilon)^2}\right)}. \quad (\text{П1.4})$$

На рисунке П1.1 показаны группы кривых для весовых функций, отдельные элементы в которых связаны с заданным значением частотной расстройки  $\varepsilon$ . В расчетах для примера  $N$  было выбрано равным 1024, а  $\varepsilon = 0.00, 0.01, 0.05, 0.10, 0.15, 0.25, 0.30, 0.40$ .

Теперь имеются все необходимые результаты, чтобы установить связь между стабильностью частоты и оптимальной длиной символов OFDM.

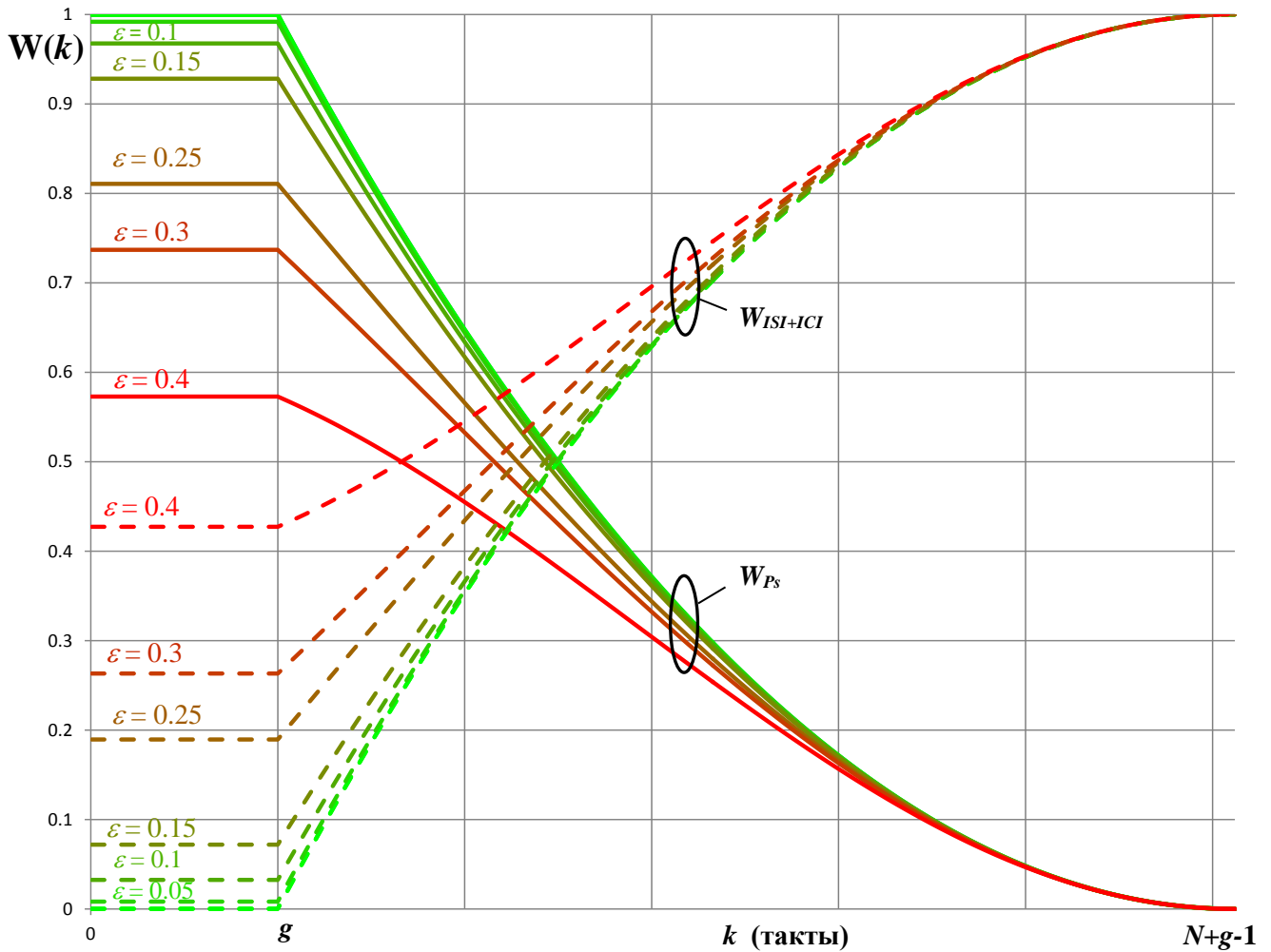


Рисунок П1.1 – Весовые функции агрегирования энергии полезного сигнала (сплошные линии) и помех (штриховые линии) для FFT преобразователя в блоке обработки ансамбля OFDM сигналов. Аргумент – задержка импульсной реакции в канале

Наиболее удобным представляется дать результаты эффективности OFDM ансамбля в относительном виде, когда в качестве базового (эталонного) используется OFDM ансамбль с параметрами:

$g_0$  – размер защитного интервала;

$N_0$  – размер ансамбля (или количество поднесущих или число точек в FFT преобразования);

$\varepsilon_0$  – относительная расстройка частоты приема и передачи, выраженная в единицах разноса поднесущих.

Анализ целесообразно провести для разных значений  $N$ , то есть для изменяющегося значения числа поднесущих, и, как следствие, для изменяющейся длительности элементарного символа OFDM. Размер защитного интервала считается постоянным и подобранным так, что импульсная реакция канала за него не проникает ( $h(k) = 0$ , при  $k > g$ ). Это предположение упростит анализ, так как исчезнет зависимость от характера поведения «хвоста» импульсной реакции, проникающего за защитный интервал.

Используя оговоренные условия, можно записать относительную эффективность OFDM ансамбля через метрику, связанную с пропускной способностью канала по Шеннону, в виде:

$$\zeta_{\rho} \approx \frac{N}{N_0} \frac{g + N_0}{g + N} \frac{\log_2 \left( 1 + \frac{1}{z_0} \right) - \log_2 \left( 1 + \frac{1}{z_0} - \frac{\sin^2 \left( \pi \varepsilon_0 \frac{N}{N_0} \right)}{\left( \pi \varepsilon_0 \frac{N}{N_0} \right)^2} \right)}{\log_2 \left( 1 + \frac{1}{z_0} \right) - \log_2 \left( 1 + \frac{1}{z_0} - \frac{\sin^2 \left( \pi \varepsilon_0 \right)}{\left( \pi \varepsilon_0 \right)^2} \right)}, \quad (\text{П1.5})$$

где  $z_0$  – сигнал/шум, достигаемое на выходе FFT преобразователя при идеальных условиях частотного согласования, при приеме эталонного OFDM сигнала.

В (П1.5) учтено, что при изменении  $N$ , происходит изменение относительного значения частотной расстройки  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 \frac{N}{N_0}$  и эффективность

использования полосы определяется отношением  $\frac{N}{g + N}$ .

На базе (П1.5) был написан скрипт для Excel, позволяющий задавать параметры канала и строить графики относительной эффективности от аргумента  $N$ .

На рисунке П1.2 показан пример расчета относительной эффективности при различных значениях частотной расстройки. В качестве эталона был принят OFDM сигнал с  $N_0 = 1024$ ,  $g_0 = 70$  (относительный размер защитного интервала 5% – 7% наиболее характерен, например, такой используется в стандартах LTE и McWILL). 1024 – тоже один из наиболее распространенных размеров FFT преобразователя, используемых в стандарте LTE. Полагалось также, что уровень собственных шумов бесконечно мал, то есть  $\frac{1}{z_0} \approx 0$ .

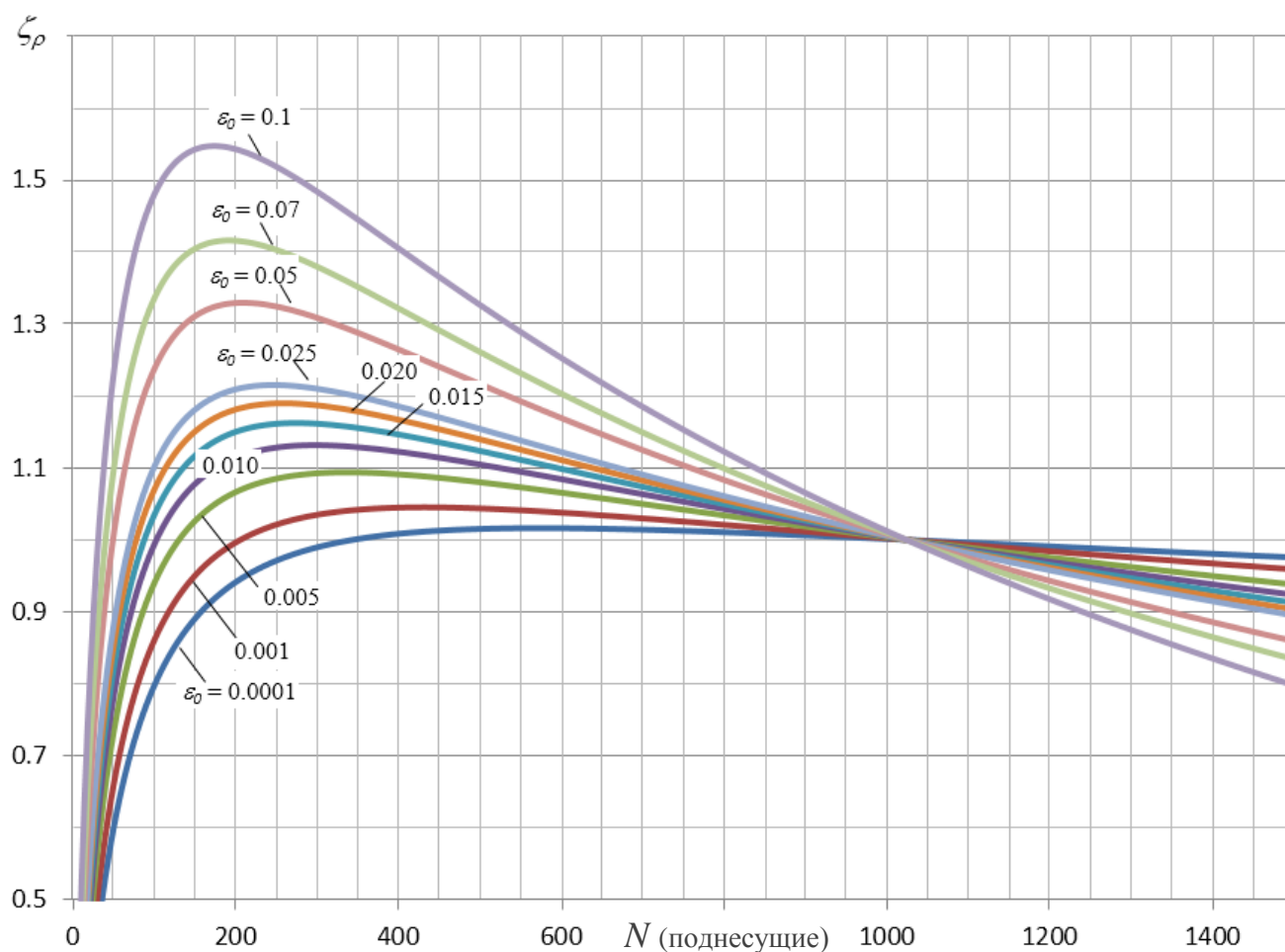


Рисунок П1.2 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  (размера блока FFT преобразователя) при различных уровнях частотной расстройки



Результаты показывают, что для большинства реальных значений  $\varepsilon_0$  оптимальным будет размер ансамбля в пределах 200 – 400. Но это связано с принятой упрощенной моделью с бесконечно малыми шумами. Если взять  $z_0=30$  дБ, то результаты изменятся, как показано на рисунке П1.3.

Теперь при частотных расстройках  $\varepsilon_0$  в пределах [0.005 – 0.02] оптимальными оказываются ансамбли с  $N$  порядка 1000. Точные настройки практически не дают заметного выигрыша по сравнению со случаем  $N=1000$ . Но, если частотные расстройки будут меньше 0.002 или больше 0.05, то ансамбль оптимального OFDM оказывается существенно отличающимся от традиционного значения 1024.

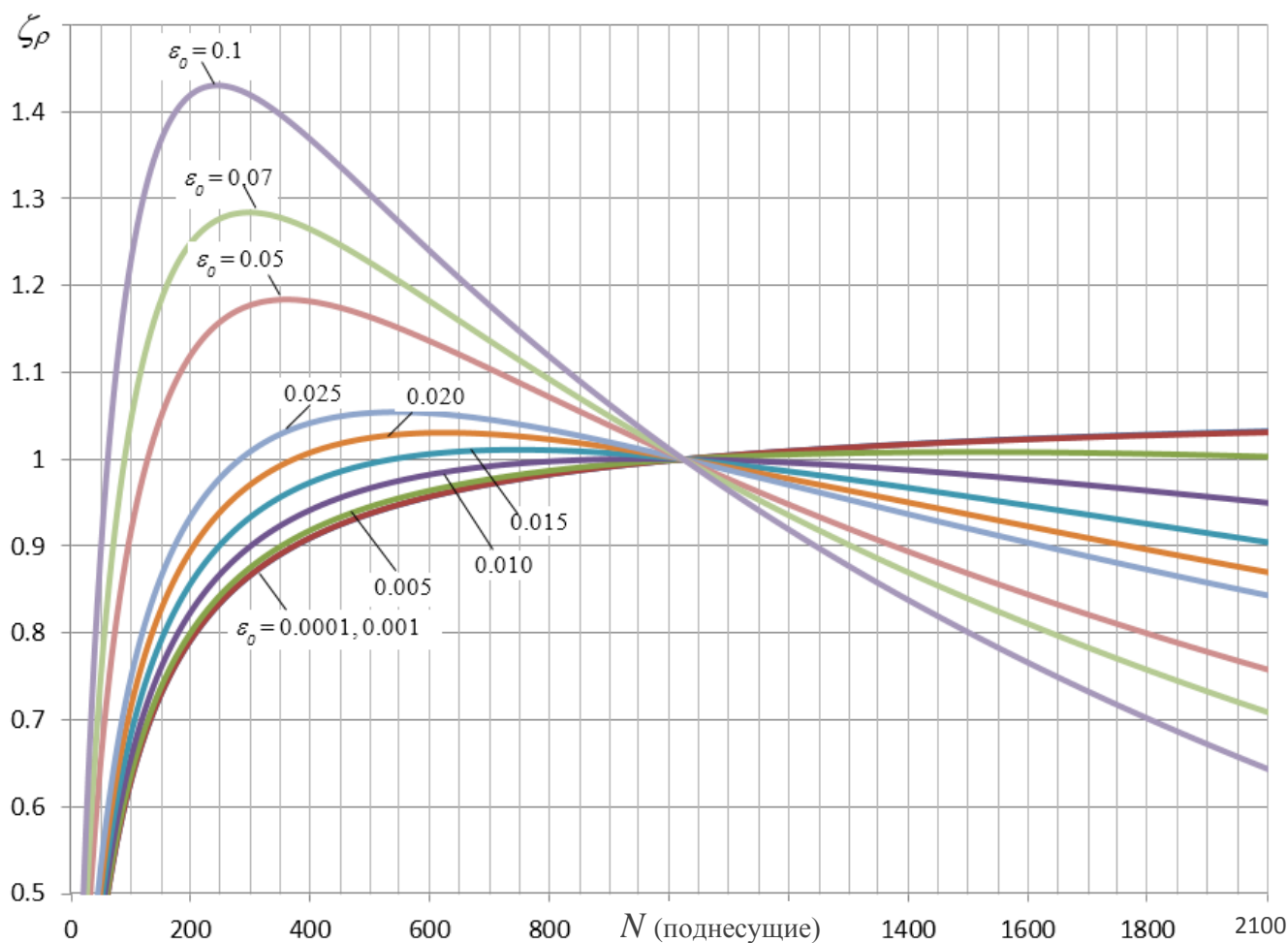


Рисунок П1.3 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  (размера блока FFT преобразователя) при различных уровнях частотной расстройки и при уровне собственных шумов –30 дБ

Далее приведены результаты конкретного анализ сигналов, используемых в LTE и сетях стандарта McWILL, а также полученные требования на точность

частотной синхронизации в различных диапазонах, которые обеспечивают работу близкую к оптимальному режиму.

Случай сигнала стандарта McWILL:

несущая частота  $f_0 = 335$  МГц;

$N = 128$  (так как один такт составляет 1 мкс, а рабочая область составляет 128 тактов);

$g$  состоит из суффикса и префикса размером 3.5 мкс и 6 мкс, то есть можно принять  $g = 9.5$ .

Несколько сложнее дело обстоит с определением частотной расстройки  $\varepsilon$ . Дело в том, что стандартная процедура работы в LTE, а видимо также и в McWILL, предполагает, что абонентская станция устанавливает синхронизацию с БС по пилотным сигналам, обеспечивая синхронизацию на прием по частоте. Только после этого абонентская станция может осуществлять попытки подключения в сеть. Поэтому возможные уходы опорных генераторов на абонентской станции корректируются. Кратковременная нестабильность генераторов всегда значительно меньше долговременной нестабильности. Фактически можно ориентироваться на цифру относительной кратковременной нестабильности порядка  $\delta = 0.01 \text{ ppm} = 10^{-8}$ . *Поэтому главный вклад в частотную расстройку вносит не скомпенсированный доплеровский сдвиг.* Действительно, абонентская станция при отсутствии активного подключения к БС не может отличить погрешность по несущей частоте, возникающую по причине расстройки генераторов и по причине взаимного движения. А компенсация доплеровского сдвига, трактуемого как обычная расстройка, приводит к тому, что в ответной передаче от абонентской станции к базовой, доплеровский сдвиг удваивается.<sup>1</sup> В итоге частотная расстройка окажется равной:

---

<sup>1</sup> Нужно заметить, что в сетях LTE, в линиях от абонента к БС (Up), обычно, используется модуляция SC-OFDM. Для указанной модуляции влияние частотной расстройки на порядок ниже, чем для OFDM. И только, если используется опциональный режим распределенной передачи «Distributed Transmission», то и в линиях Up LTE применяется OFDM модуляция. В стандарте McWILL всегда применяется модуляция OFDM во всех линиях. Поэтому последующее изложение относится, прежде всего, к стандарту McWILL и режиму «Distributed Transmission» сетей LTE.

$$\partial f = f_0 \left( 2 \frac{v}{c} + \delta \right), \quad (\text{П1.6})$$

где  $v$  – скорость движения абонента,  $c$  – скорость света,  $\delta$  – случайная компонента частотной расстройки, связанная кратковременной нестабильностью генераторов.

Используемую в формулах относительную величину расстройки  $\varepsilon$  можно рассчитать из (П1.6) так:

$$\varepsilon = \frac{\partial f}{\Delta f} = \frac{f_0 \left( 2 \frac{v}{c} + \delta \right)}{\Delta f}, \quad (\text{П1.7})$$

где  $\Delta f$  – частотный разнос поднесущих, составляющий в стандарте McWILL 1/128 МГц = 7.8125 кГц.

Подставляя численные значения в (П1.7), получаем:

$$\varepsilon = 8.576 \cdot 10^4 \left( \frac{v}{c} \pm 5 \cdot 10^{-9} \right).$$

Последнее указывает, что кратковременная нестабильность соизмерима с вариациями скорости перемещения абонента на 1 м/с. Даже пешеходы перемещаются быстрее. Поэтому для стандарта McWILL (как, и для LTE) можно пренебречь вкладом нестабильности генераторов на фоне погрешностей, порождаемых не скомпенсированным доплеровским сдвигом.

$$\varepsilon = 8.576 \cdot 10^4 \cdot \frac{v}{c} \quad (\text{П1.8})$$

И наконец, пусть при идеальных условиях на приемной стороне достигается отношение сигнал/шум  $z_0 = 30 \text{ дБ} = 1000$ .

Теперь можно использовать написанный скрипт для расчета графиков и определения оптимального размера ансамбля (параметра  $N$ ) сигнала OFDM стандарта McWILL при различных скоростях перемещения абонентов.

На рисунке П1.4 показаны результаты для уровня собственного шума порядка  $-30 \text{ дБ}$ , что соответствует стандартным ситуациям. Узловая точка пересечения графиков отвечает размеру FFT преобразования (ансамбля сигналов OFDM) равному 128, прописанному в стандарте McWILL. Как можно видеть, этот

размер является оптимальным для скоростей перемещения абонентов 30 м/с. Несколько хуже оптимальных (в пределах нескольких процентов) данный размер проявляет себя для скоростей в пределах от 10 м/с до 50 м/с. Примерно на 5% можно поднять эффективность, если перейти к ансамблям с  $N = 512$ , когда скорости абонентов заведомо не превышают 5 м/с. А если скорости перемещения заведомо выше 50 м/с, то лучше сократить ансамбль до 64 (уменьшить длительность OFDM посылок в 2 раза). Это увеличит эффективность примерно на 7%.

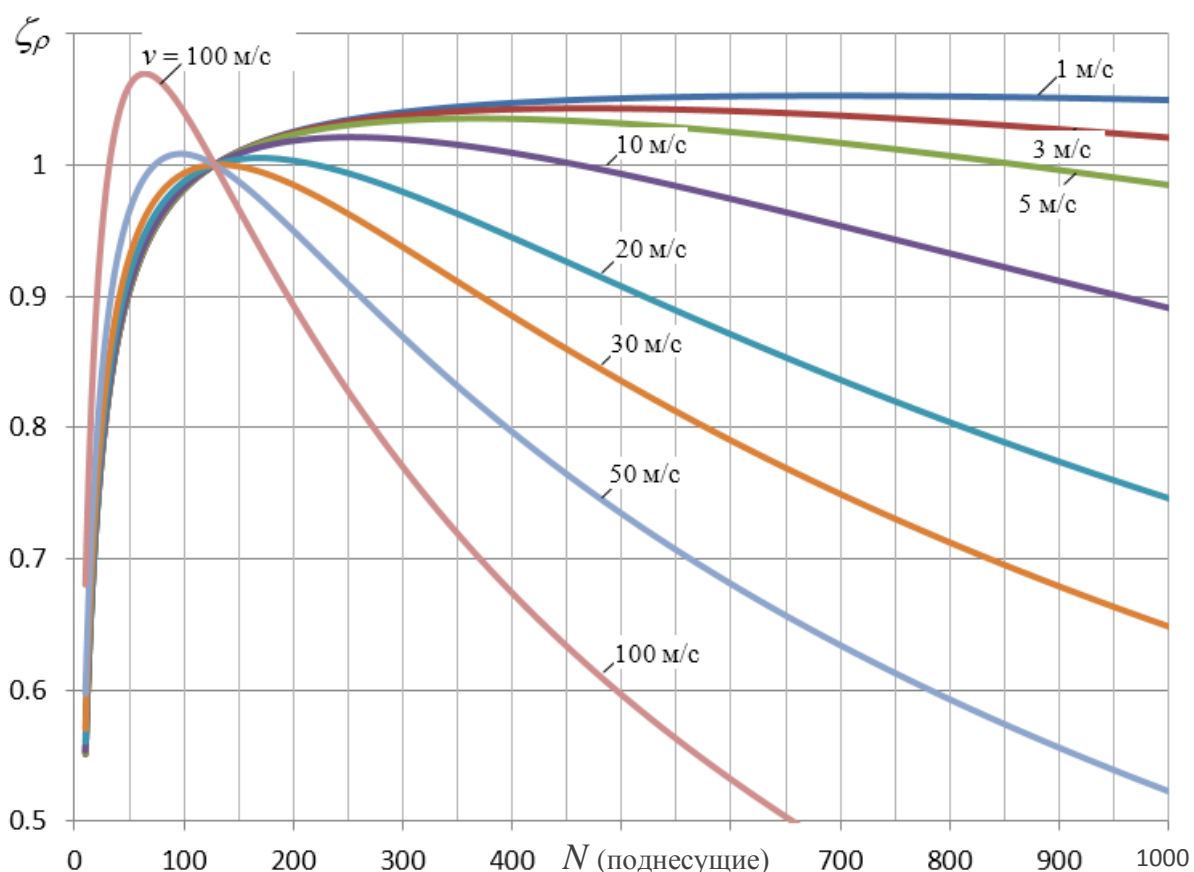


Рисунок П1.4 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  (размера блока FFT преобразователя) стандарта McWILL в линиях  $U_p$ , при различных скоростях перемещения абонентов и при уровне собственных шумов  $-30$  дБ

Рисунок П1.5 показывает кривые эффективности в условиях, когда уровень шума в линиях связи составляет  $-25$  дБ от сигнального, что несколько хуже стандартного. Такие ситуации могут возникать, когда, например, абоненты находятся от БС на расстояниях несколько больше расчетных. Полученные данные показывают, что при этом оптимальным для McWILL будет размер FFT преобразования (ансамбля OFDM), прописанный в стандарте, при скоростях

перемещения порядка 50 м/с. Но деградации эффективности на низких скоростях остаются умеренными (в пределах нескольких процентов). И только когда заранее известно, что все абоненты перемещаются не быстрее 5 м/с, можно путем перехода к  $N = 512$  повысить эффективность примерно на 5%.

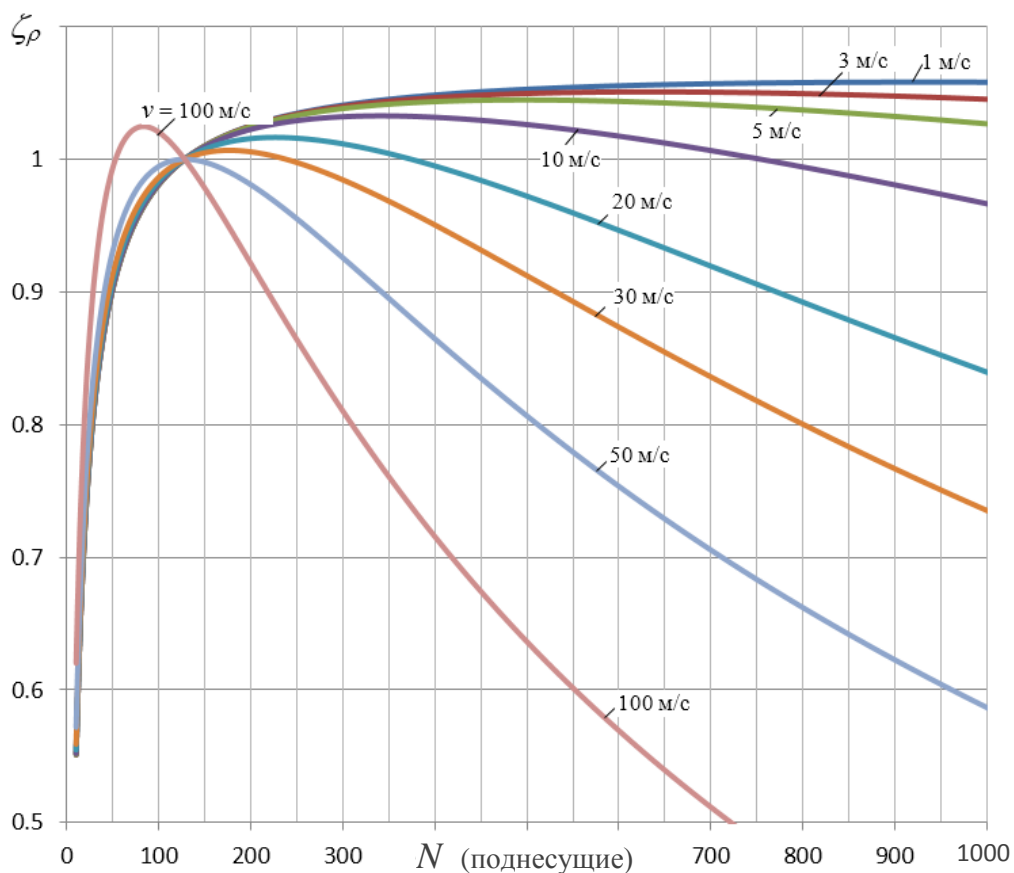


Рисунок П1.5 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  (размера блока FFT преобразователя) стандарта McWILL в линиях  $U_p$ , при различных скоростях перемещения абонентов и при уровне собственных шумов  $-25$  дБ

На рисунке П1.6 показан случай с уровнем шума  $-35$  дБ, что несколько лучше стандартного. Такие ситуации могут наблюдаться тогда, когда абоненты в большинстве своем располагаются в непосредственной близости от базовой станции. В таких условиях параметры стандарта McWILL оказываются оптимальными для абонентов со скоростями порядка 20 м/с.

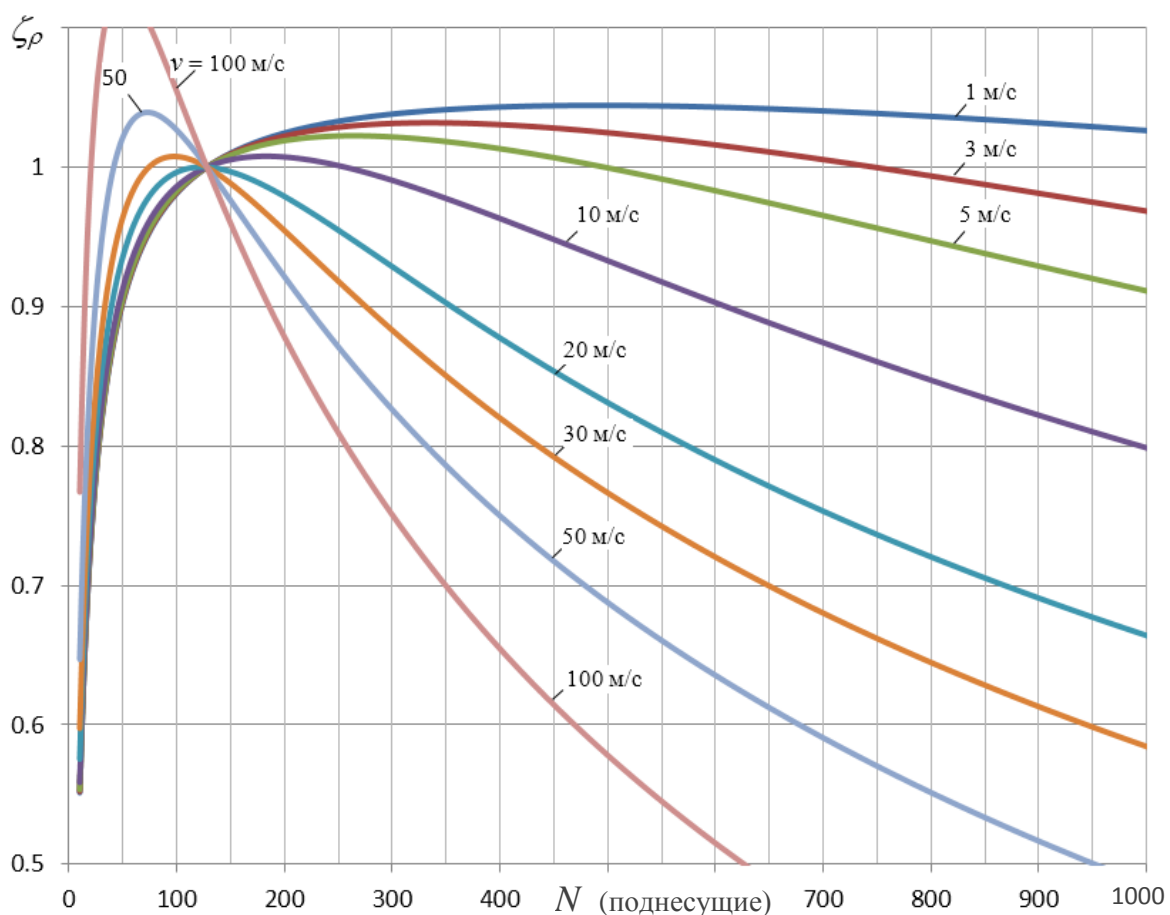


Рисунок П1.6 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  (размера блока FFT преобразователя) стандарта McWILL в линиях  $U_p$ , при различных скоростях перемещения абонентов и при уровне собственных шумов  $-35$  дБ

А для более высоких скоростей выигрыш от сокращения ансамбля может быть значительным (более 12.5%).

Оценивая результаты в целом, можно заключить, что принятый в стандарте McWILL размер ансамбля OFDM сигналов является оптимальным, или достаточно близок к таковому, для скоростей перемещений абонентов наиболее характерных для современных условий. Некоторые потери наблюдаются для скоростей авиационных объектов, но они не могут рассматриваться в качестве стандартных для систем мобильной связи. Их нужно относить к специализированным системам подвижной связи и разрабатывать для них специфические стандарты.

На рисунках П1.7–П1.9 показаны те же самые кривые эффективности, но для случая работы на частотах диапазона 1800 МГц (1793 МГц – центр буферного интервала диапазона Band3, принятого в стандартах 3GPP для сетей UMTS и LTE).

В таких условиях, как можно заметить, параметры стандарта McWILL могут приводить к заметной деградации эффективности для высокоскоростных объектов. При нормально-стандартном уровне шума деградация может составлять более 13% уже при скоростях 30 м/с и превышать 30%, когда скорости увеличиваются до 50 м/с. Оптимальность параметров наблюдается на скоростях порядка 5 м/с.

Общий характер поведения кривых показывает, что в диапазоне 1800 МГц имеет место большой разброс по показателю эффективности для диапазонов скоростей, характерных для мобильных объектов. Значит, система McWILL в указанном диапазоне будет проявлять определенную неустойчивость в работе и потребуется более детальная настройка по территориальным зонам с различными скоростями перемещения абонентов.

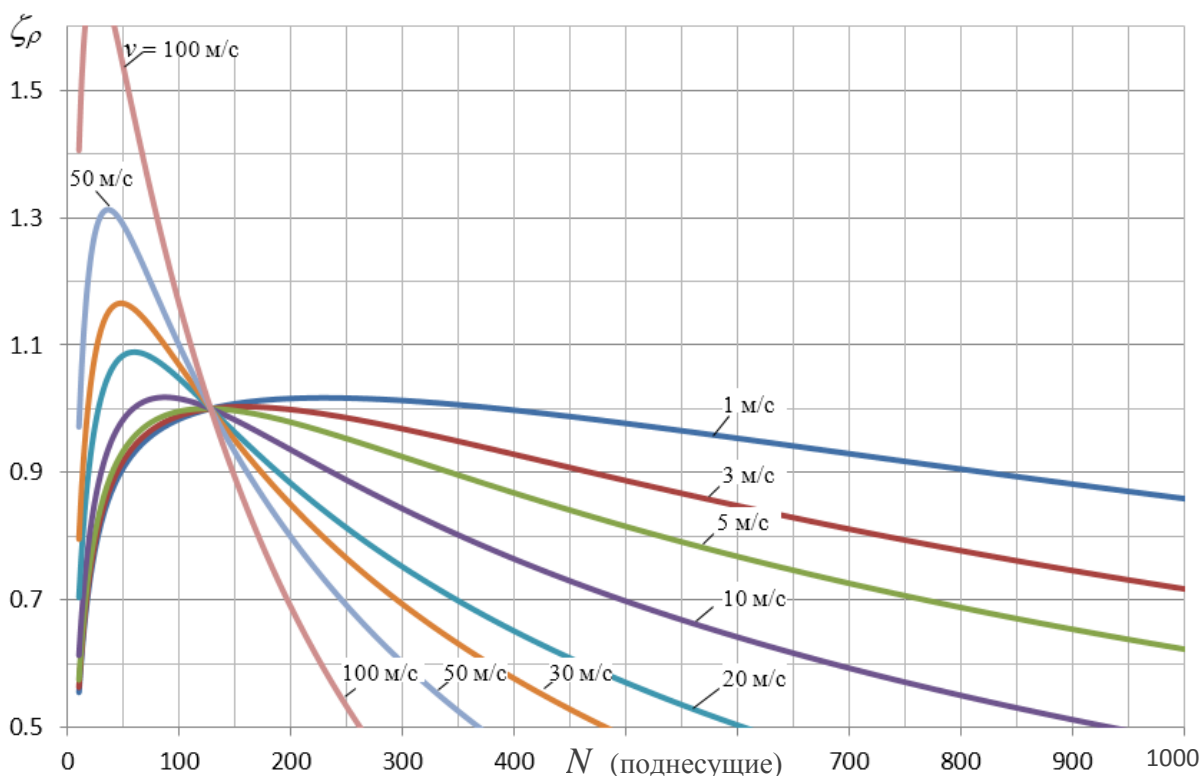


Рисунок П1.7 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  стандарта McWILL в линиях  $U_p$ , при различных скоростях перемещения абонентов, при уровне собственных шумов  $-30$  дБ, для случая работы в диапазоне 1800 МГц

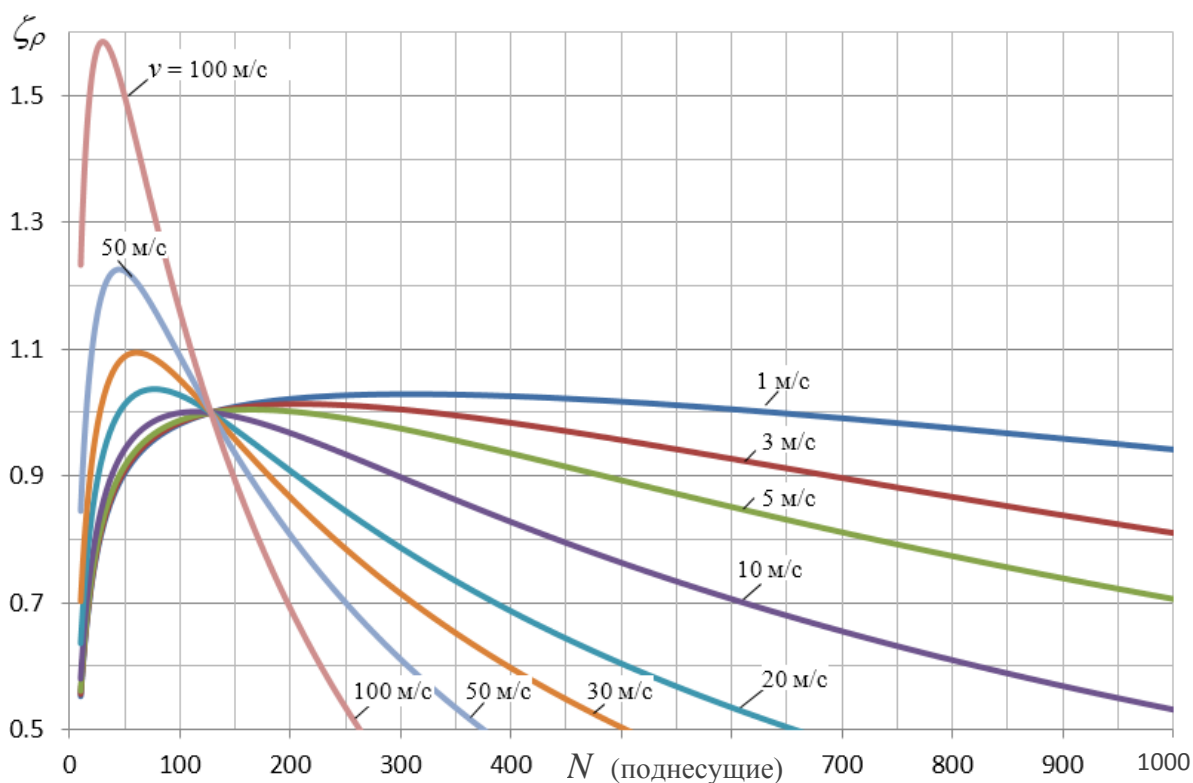


Рисунок П1.8 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  стандарта McWILL в линиях  $U_p$ , при различных скоростях перемещения абонентов, при уровне собственных шумов  $-25$  дБ, для случая работы в диапазоне 1800 МГц

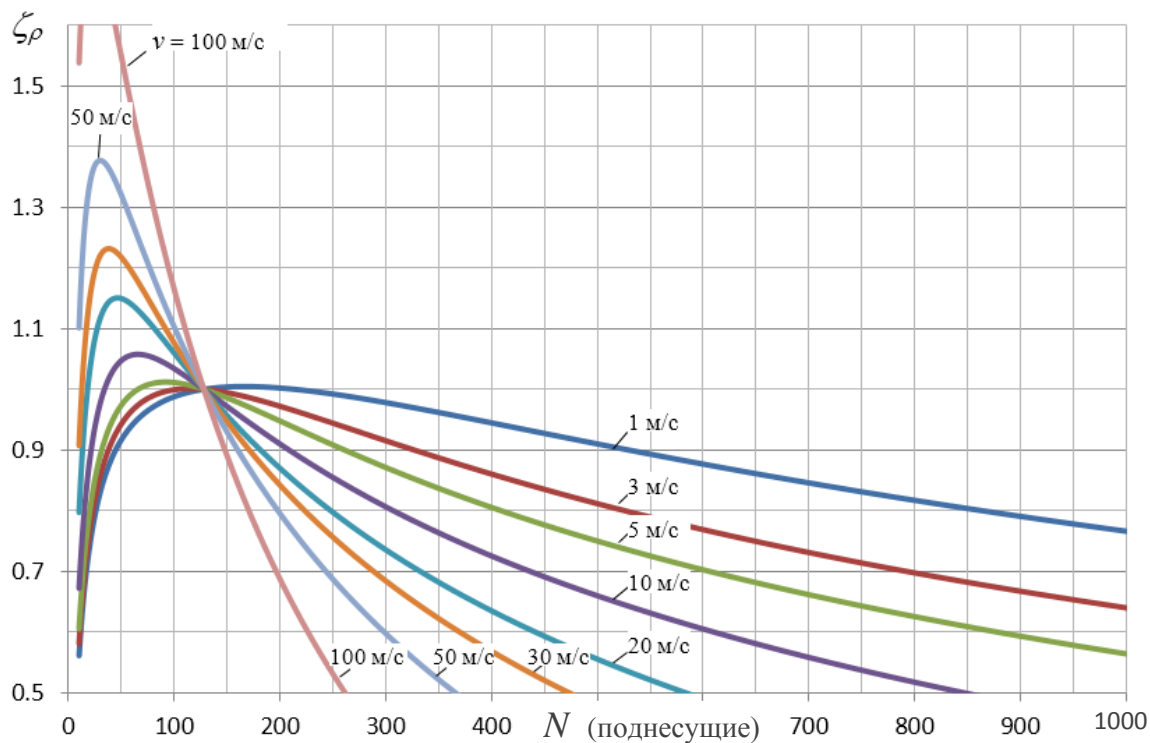


Рисунок П1.9 – Зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  стандарта McWILL в линиях  $U_p$ , при различных скоростях перемещения абонентов, при уровне собственных шумов  $-35$  дБ, для случая работы в диапазоне 1800 МГц



При уменьшении уровня шума разброс кривых эффективности увеличивается, следовательно, чувствительность системы к различным скоростям абонентов будет увеличиваться. Это видно из сопоставления данных рисунков П1.7 – П1.9.

Поэтому, если сеть стандарта McWILL развертывается в диапазоне 1800 и в зоне обслуживания находится высокоскоростная трасса, то с целью повышения эффективности можно рекомендовать осуществить переход в линиях  $U_p$  от ансамбля 128 к ансамблю из 64 поднесущих в полосе 1 МГц.

Теперь приведем результаты анализа сети LTE, работающей в режиме «Distributed Transmission» на частоте  $f_0=2655$  МГц. В этом случае  $N=2048$  (при разносе поднесущих 15 кГц это дает рабочую полосу 30.72 МГц, что в 8 раз больше полосы канала UMTS = 3.84МГц). Защитные интервалы в промежуточных позициях символов OFDM в LTE равны  $g = 4.66(6)$  мкс = 144 такта.

На рисунке П1.10 показаны зависимости информационной эффективности сигналов с OFDM модуляцией от размера ансамбля  $N$  стандарта LTE в режиме «Distributed Transmission», при различных скоростях перемещения абонентов, при уровне собственных шумов на выходе блока корреляционной обработки (работающего на базе FFT преобразователя) –30 дБ.

Результаты показывают, что ансамбль LTE стандартизированной формы будет оптимален при скоростях перемещений абонентов в пределах от 3 м/с до 10 м/с. Но сам вид характеристик показывает, диапазон 2600 МГц, несколько завышен с точки зрения используемых в LTE сигналов OFDM. При скоростях до 30 м/с использование ансамбля 1024, позволило бы в этом диапазоне поднять эффективность более чем на 10%.

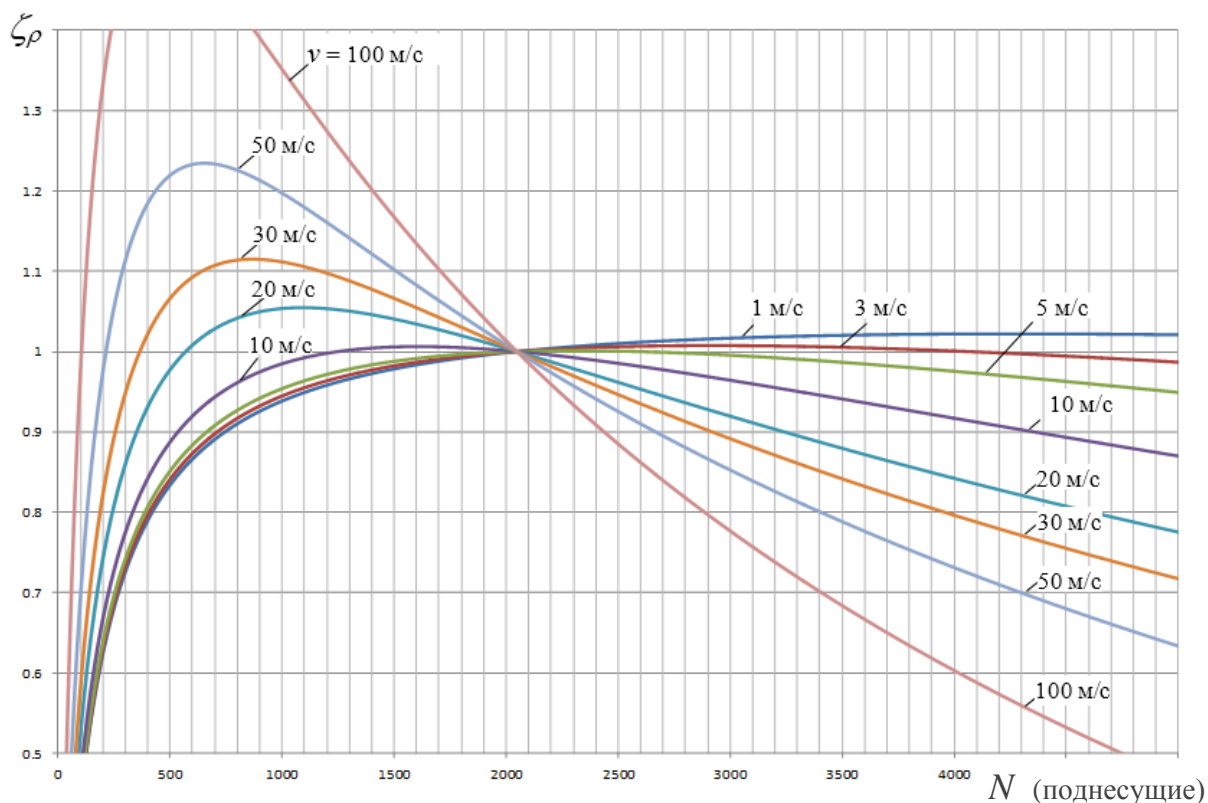


Рисунок П1.10 – Зависимости информационной эффективности сигналов OFDM от размера ансамбля  $N$  для стандарта LTE (линия  $U_p$ , режим «Distributed Transmission»), при различных скоростях перемещения абонентов и уровне собственных шумов  $-30$  дБ, случай работы в диапазоне 2600 МГц

На рисунке П1.11 показаны результаты расчета эффективности для LTE в режиме «Distributed Transmission», при работе на частотах диапазона 1800. Конкретно была выбрана центральная частота 1845 МГц.

Результаты показывают, что в этом случае параметры OFDM сигнала близки к оптимуму. Действительно, для диапазона скоростей от 0 м/с до 30 м/с, наиболее характерных для мобильных абонентов, кривые демонстрируют «симметричный» характер потерь в пределах стандартного значения  $N=2048$ . Для низкоскоростных объектов улучшения можно было бы достигнуть путем увеличения размера  $N$ , а для высокоскоростных – наоборот, путем уменьшения. При этом ясно, что улучшения для одних будут приводить к потерям для других. Указанные выигрыши и потери незначительны и, как правило, составляют не более 10%.

Для случая работы LTE в диапазоне частот 800 МГц, уже наблюдается «перекося» семейства кривых эффективности, говорящий о том, что все скорости

перемещения ниже 30 м/с приводят к режиму работы, уступающему оптимальному. На малых скоростях такие потери достигают 5%. Это подтверждает рисунок П1.12. Таким образом, можно заключить, что для диапазонов частот ниже 1 ГГц, параметры сигналов OFDM, используемые в линиях  $U_p$  в LTE (режим «Distributed Transmission»), не являются оптимальными. В таких условиях целесообразно перейти на более узкую сетку нарезки поднесущих частот (например,  $\Delta f = 7.5$  кГц) с зауженной общей полосой обработки.

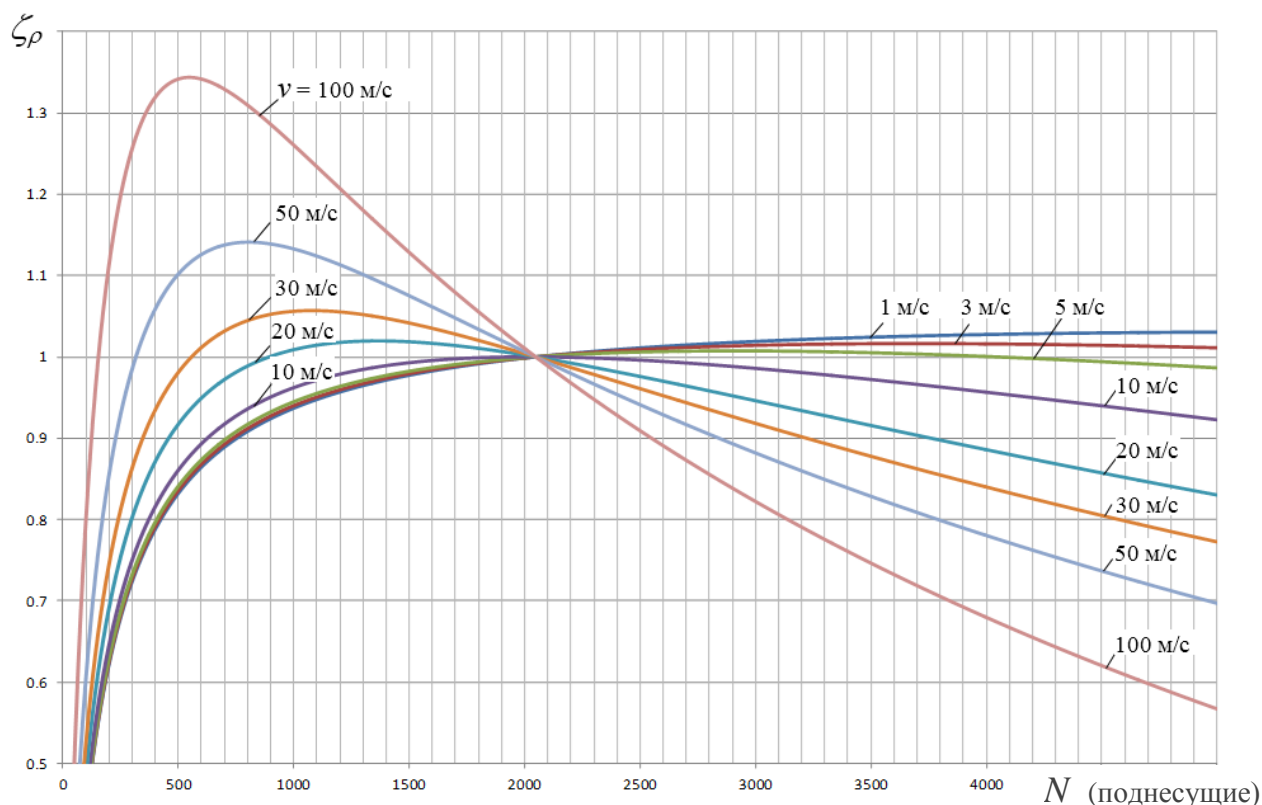


Рисунок П1.11 – Зависимости информационной эффективности сигналов OFDM от размера ансамбля  $N$  для стандарта LTE (линия  $U_p$ , режим «Distributed Transmission»), при различных скоростях перемещения абонентов и уровне собственных шумов  $-30$  дБ, случай работы в диапазоне 1800 МГц

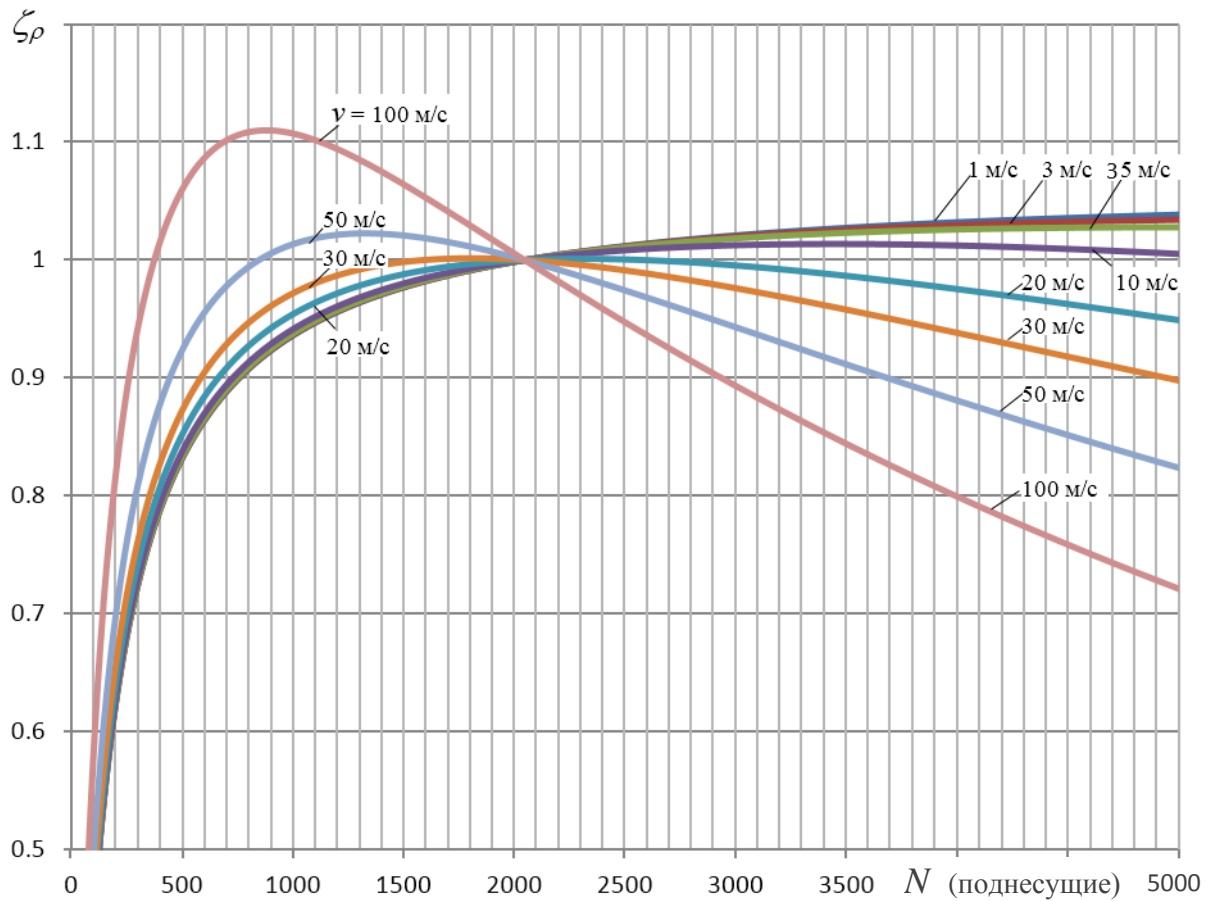


Рисунок П1.12 – Зависимости информационной эффективности сигналов OFDM от размера ансамбля  $N$  для стандарта LTE (линия  $U_p$ , режим «Distributed Transmission»), при различных скоростях перемещения абонентов и уровне собственных шумов  $-30$  дБ, для случая работы в диапазоне 800 МГц

Таким образом, удалось установить связь между скоростью перемещения абонентов и оптимальным числом поднесущих сигнала OFDM. Получены численные соотношения для канала  $U_p$  (абонент-БС) стандартов McWILL и LTE в режиме «Distributed Transmission».

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## Блок схемы алгоритмов моделирования функционирования соты

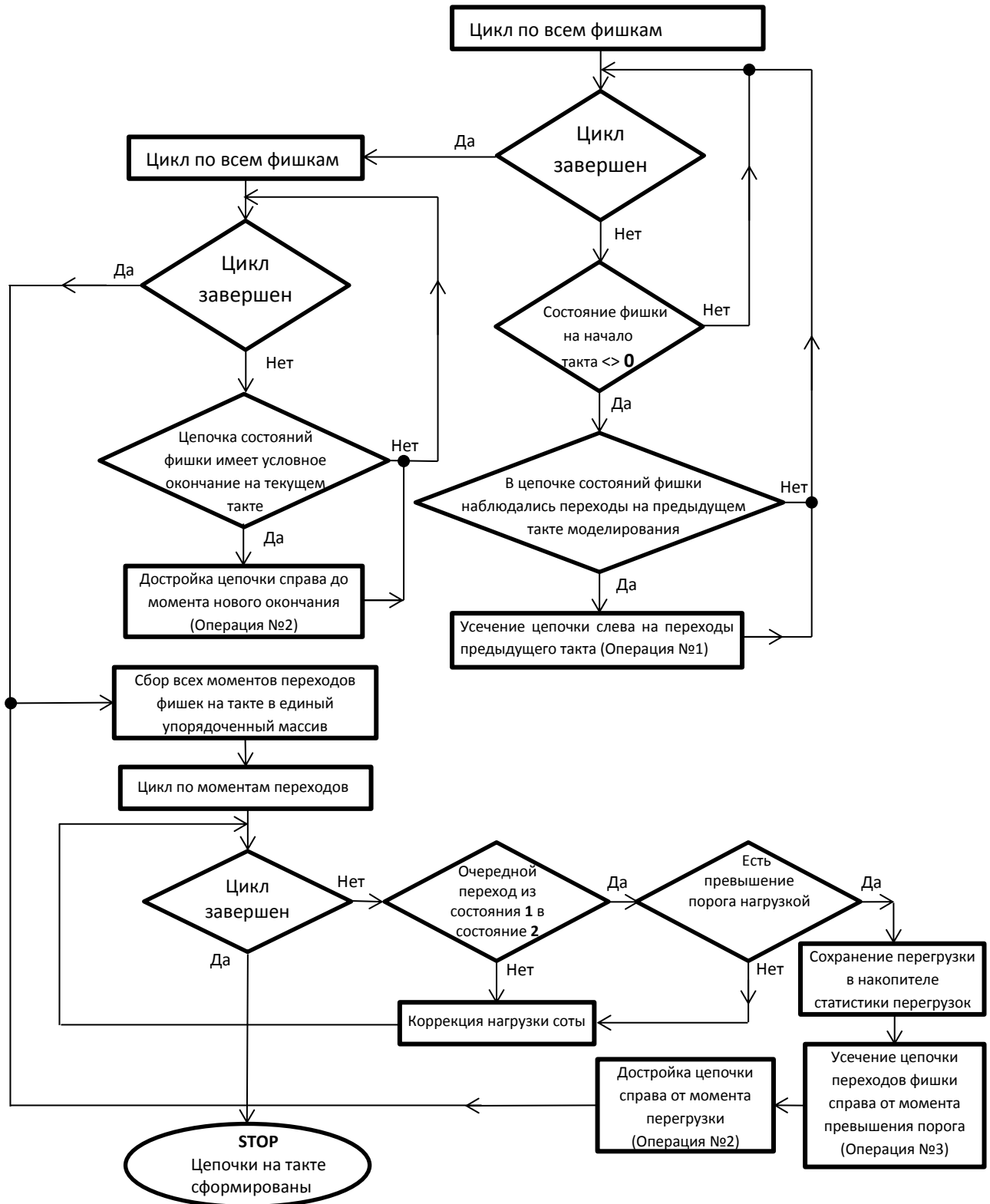


Рисунок П2.1 – Блок-схема алгоритма работы с цепочками состояний в пределах такта моделирования

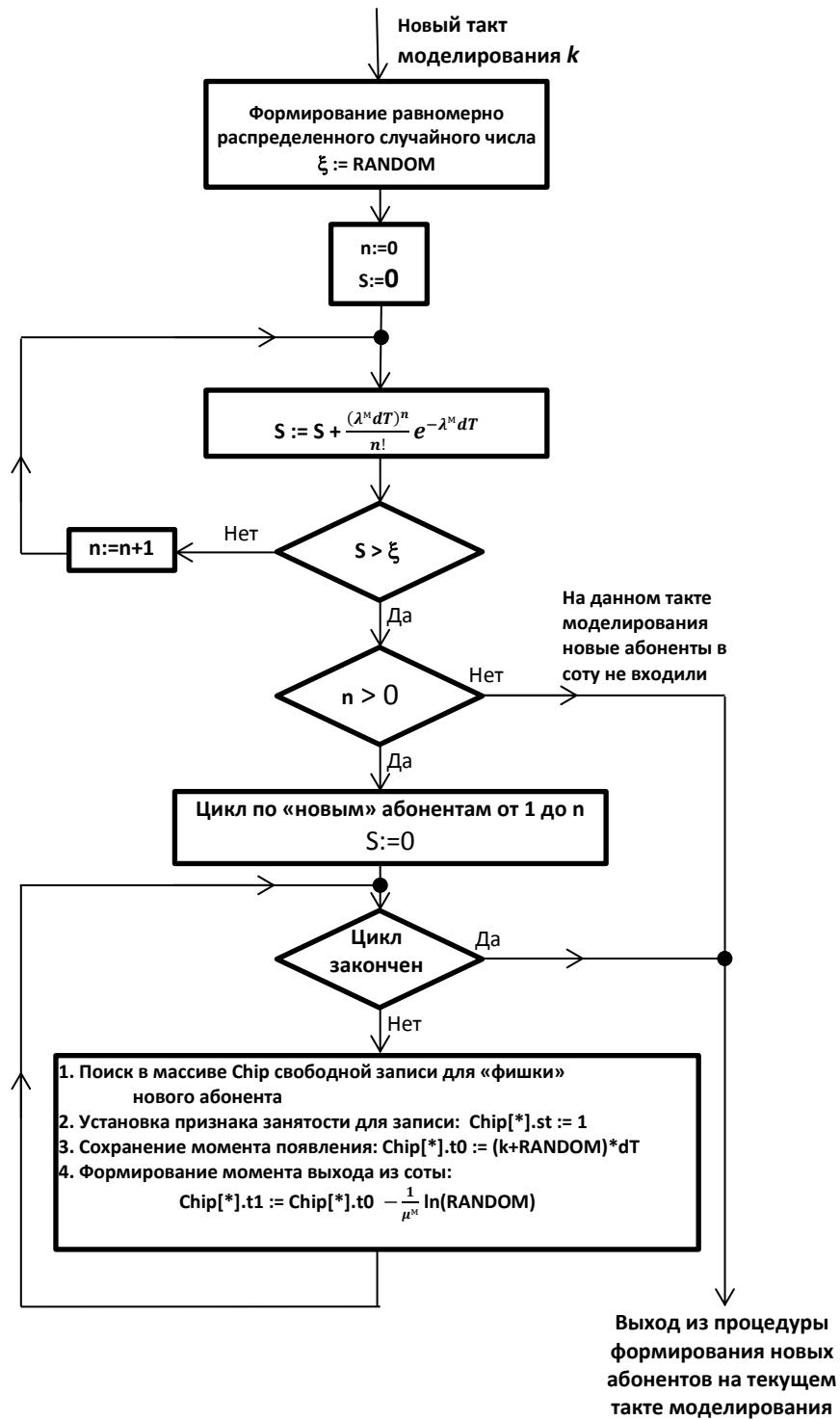


Рисунок П2.2 – Блок-схема процедуры моделирования появления новых абонентов в соте

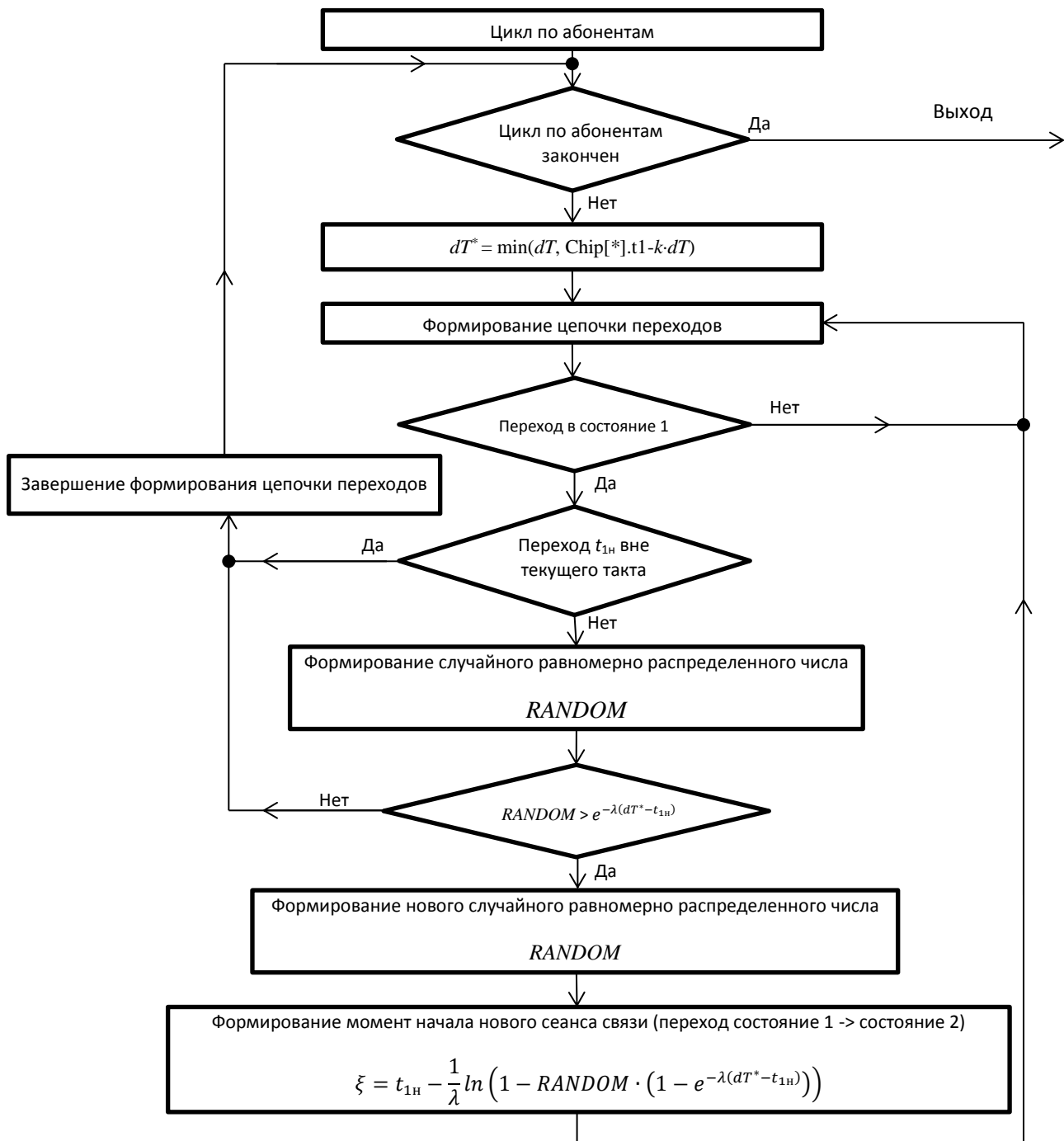


Рисунок П2.3 – Блок-схема процедуры моделирования установки сеанса связи

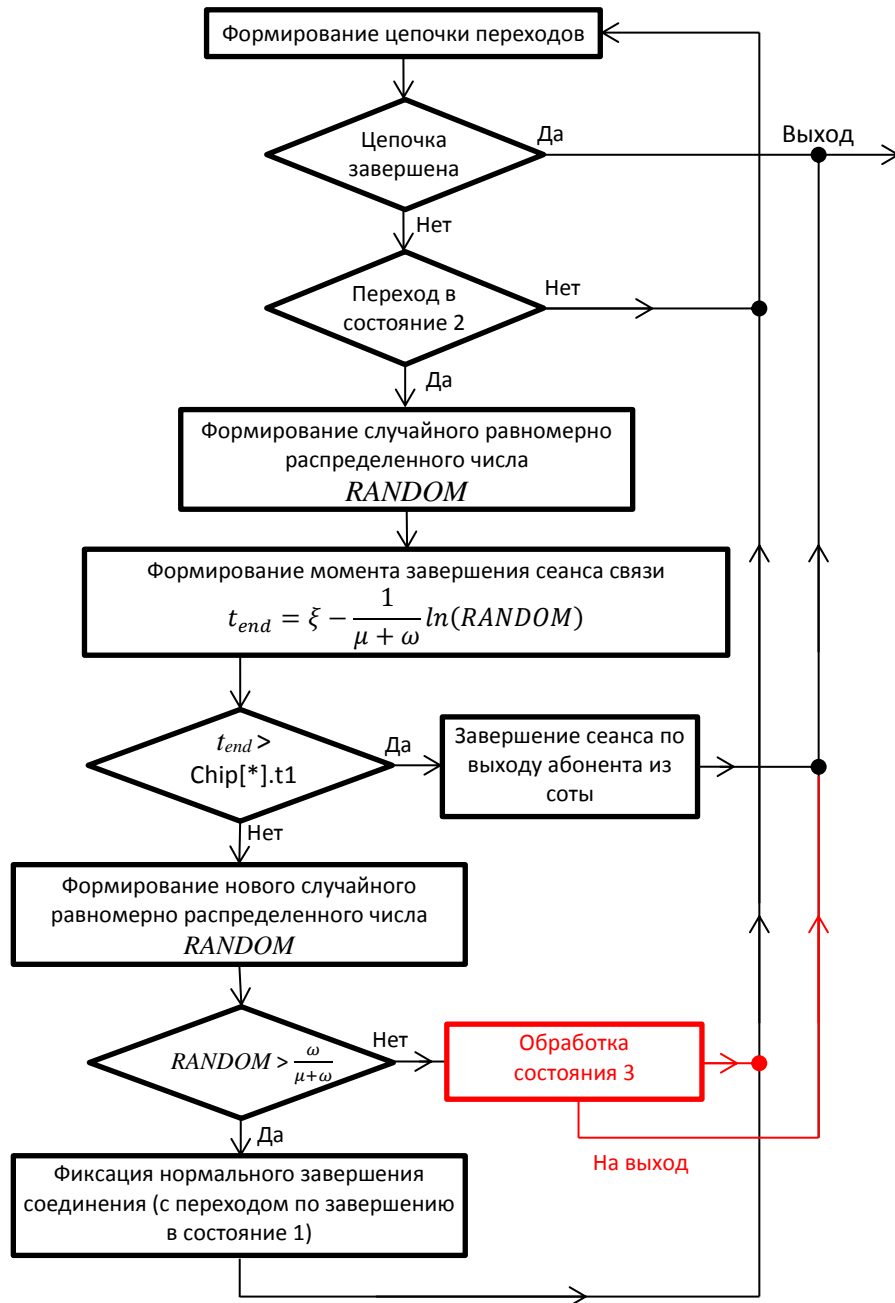


Рисунок П2.4 – Блок-схема процедуры моделирования завершения сеанса СВЯЗИ



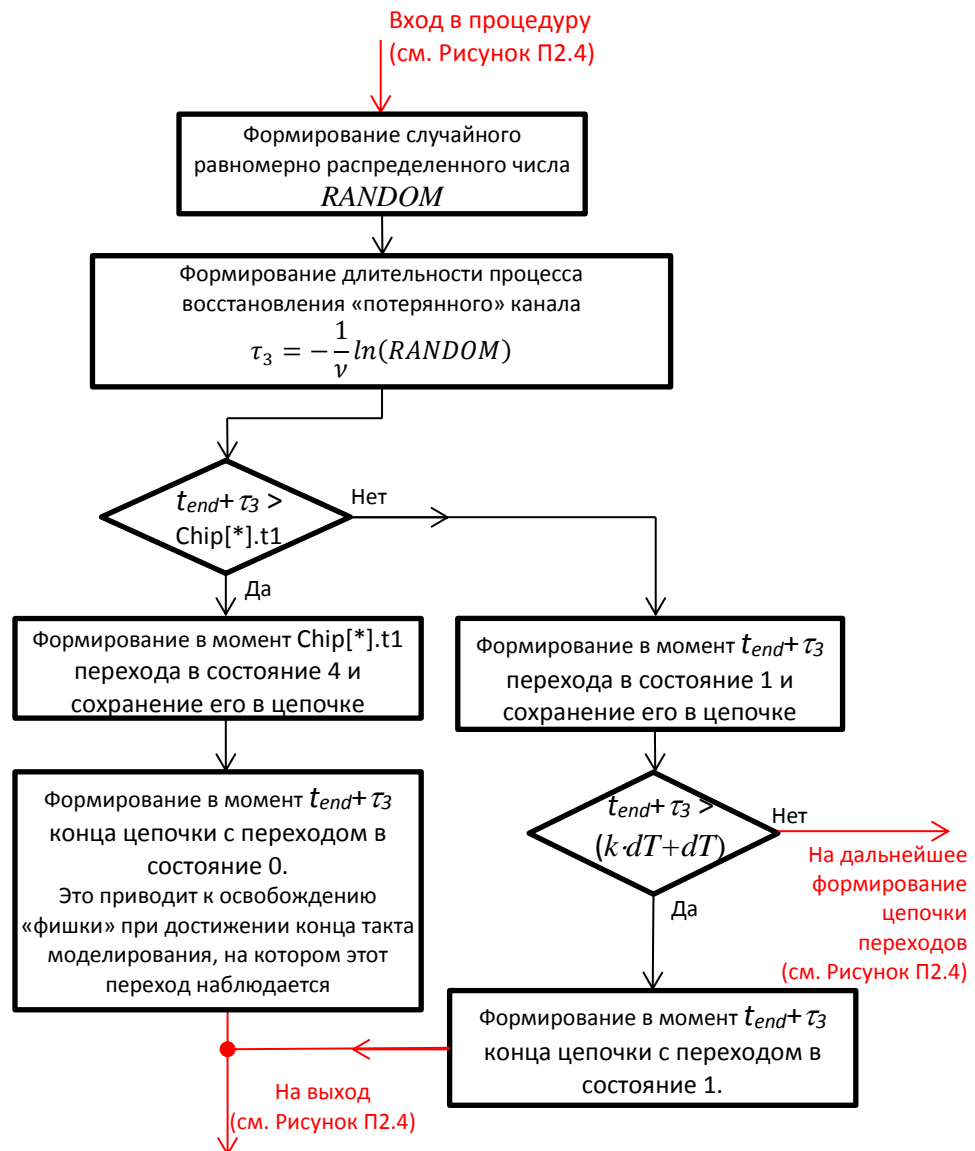


Рисунок П2.5 – Блок-схема процедуры моделирования завершения сеанса связи при попадании абонента в зону радиотени

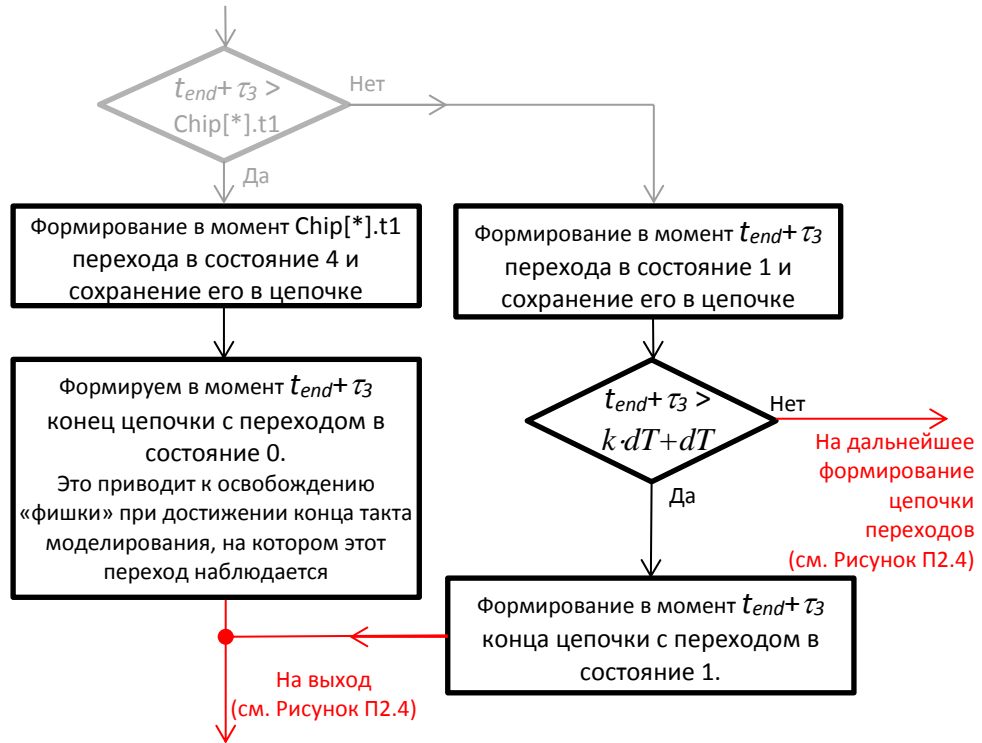


Рисунок П2.5а – Блок-схема процедуры по восстановлению канала связи в списках доступных для использования, после его потери из-за попадания абонента в радиотень

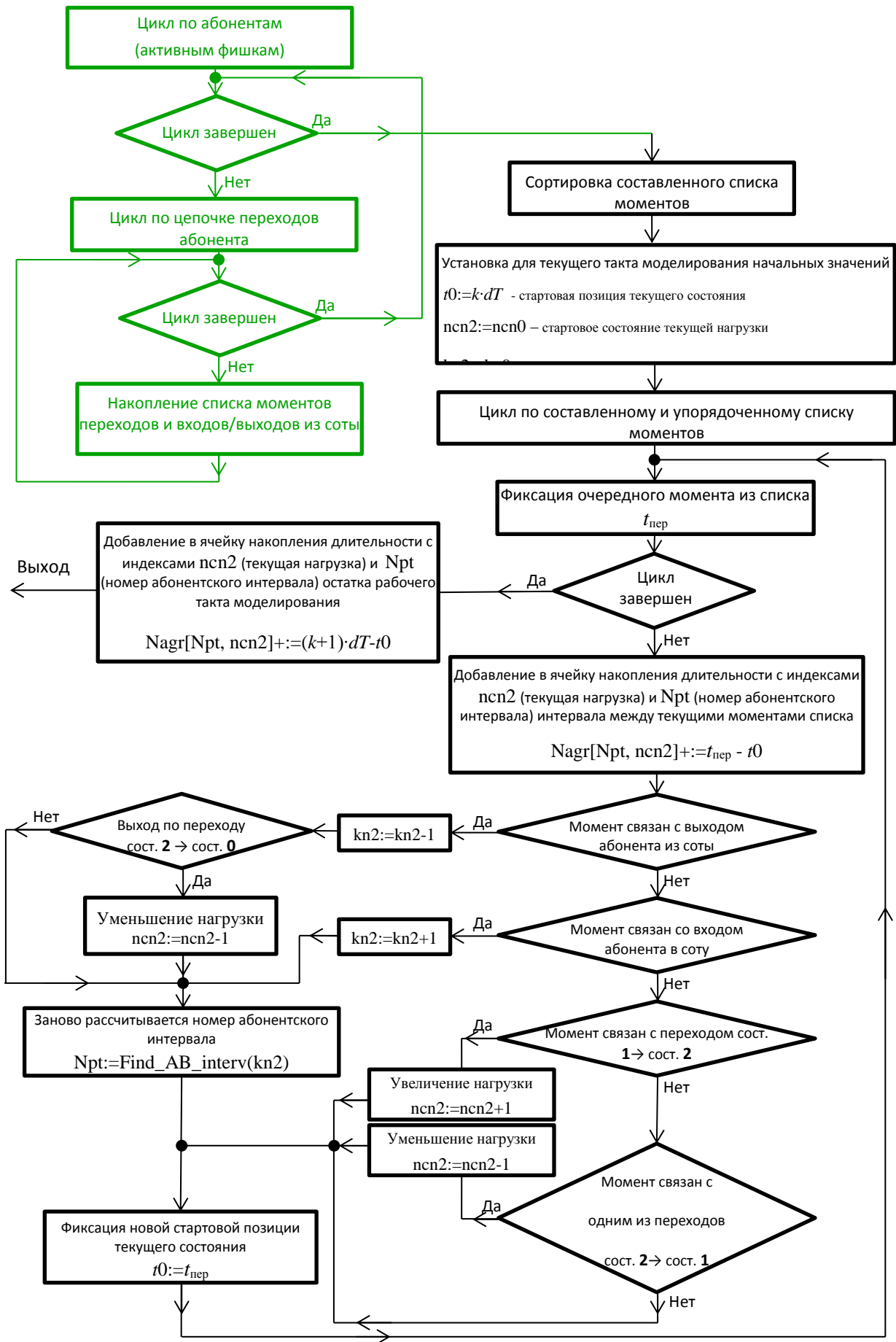


Рисунок П2.6 – Блок-схема процедуры накопления статистических данных

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### Акты внедрения



Чадов Т.А.

мая \_\_\_\_\_ 2017 г.

### А К Т

о внедрении результатов диссертационной работы Шорина А.О. на тему «Исследование и разработка методов повышения эффективности обслуживания трафика в системах мобильной связи»

Научно-техническая комиссия в составе заведующего лабораторией НИЛ-31, к.т.н. Пантикяна Р.Т., научного сотрудника лаборатории Николаева Л.В. и научного сотрудника Садовникова В.В., составила настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы:

- 1) рекомендации по обеспечению в системах радиодоступа заданных показателей качества с учетом мобильности абонентов;
- 2) математическая модель предсказания перегрузок, позволяющая заблаговременно обнаруживать ситуации, приводящие к концентрации трафика в локальных зонах;
- 3) алгоритмы управления, позволяющие в условиях возникающих перегрузок при обслуживании трафика, перераспределять ресурс радиоканала для обеспечения заданных показателей качества связи;

Были использованы в научно-исследовательской работе «Интеграл 400», выполненной в НИЛ-31 НИЧ МТУСИ.

Применение предложенных методов позволило в среднем на 25% повысить предельную производительность линий радиосвязи при сохранении заданных показателей качества.

Заведующий лабораторией НИЛ-31, к.т.н.

Р.Т. Пантикян

Научный сотрудник лаборатории

Л.В. Николаев

Научный сотрудник лаборатории

В.В. Садовников

«УТВЕРЖДАЮ»  
Генеральный директор  
АО «НРТБ»,  
д.т.н., профессор



Приходько В.В.  
«11» мая 2017 г.

### А К Т

**о внедрении результатов диссертационной работы Шорина А.О. на тему «Исследование и разработка методов повышения эффективности обслуживания трафика в системах мобильной связи» в научно-исследовательских работах, выполненных в акционерном обществе «Национальное РадиоТехническое Бюро»**

Комиссия в составе первого заместителя генерального директора – главного инженера ОА «НРТБ», к.т.н. Калугина В.Г., заместителя генерального директора по инновационной политике и информационным технологиям, к.т.н. Тваровского Ю.В. и заместителя начальника отдела экспериментальных исследований Сухацкого С.В., составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Шорина А.О. внедрены в теоретических и экспериментальных исследованиях качества работы сетей мобильной связи 3 и 4 поколений и их условий электромагнитной совместимости с РЭС государственного назначения, выполняемых АО «НРТБ» по заказу ПАО «ВымпелКом», ПАО «МегаФон», ПАО «МТС» и ООО «Т2 Мобайл».

При выполнении исследований и работ используются следующие результаты диссертационной работы Шорина А.О.:

- анализ пропускной способности макро-, микро- и пико-сот с учетом мобильности абонентов;

- методика расчета влияния скорости перемещения абонентов на показатель интенсивности потока обрывов соединений;
- алгоритмы и элементы программ моделирования работы отдельной соты сети мобильной радиосвязи с динамическим поведением абонентов;
- методика стохастической фильтрации для слежения за изменяющимися показателями интенсивностей пуассоновских потоков, описывающих динамическое поведение входящего и выходящего из соты потоков абонентов.

Первый заместитель генерального директора –  
главный инженер АО «НРТБ», к.т.н.



В.Г. Калугин

Заместитель генерального директора по инновационной политике и  
информационным технологиям, к.т.н.



Ю.В. Тваровский

Заместитель начальника отдела экспериментальных исследований



С.В. Сухацкий

“УТВЕРЖДАЮ”  
 Председатель совета директоров  
 ЗАО «НИРИТ», к.т.н.  
 Кудин А.В.  
 “ \_\_\_\_\_ ” мая \_\_\_\_\_ 2017 г.



### А К Т

о внедрении результатов диссертационной работы Шорина А.О. на тему «Исследование и разработка методов повышения эффективности обслуживания трафика в системах мобильной связи» в работах проводимых ЗАО «Национальный институт радио и инфокоммуникационных Технологий».

Научно-техническая комиссия в составе ученого секретаря ЗАО «НИРИТ», д.т.н., профессора Панова С.А., директора по стратегическому развитию к.т.н. Косинова М.И. и исполнительного директора Сауткина А.И. составила настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Шорина А.О.:

- формулы расчета показателей качества в мобильных системах связи;
- алгоритм предсказания перегрузок в соте;
- методика и алгоритм моделирования работы абонентов в соте;
- рекомендации по выбору оптимальных параметров и режима работы системы с OFDM сигналами;

были использованы в работах, проводимых институтом по развертыванию системы Маквил в России, а также в работах по локализации технических решений в России. Использование указанных результатов позволило оптимизировать режим работы системы по трафику и получить выигрыш по объему обслуживаемого трафика в среднем на 20% при заданных системных параметрах.

Ученый секретарь ЗАО «НИРИТ»  
 д.т.н., профессор

С.А. Панов

Директор по стратегическому развитию, к.т.н.

М.И. Косинов

Исполнительный директор

А.И. Сауткин

