Ордена Трудового Красного Знамени
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

На правах рукописи

Андрей Алексеевич Резнев

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО КОДИРОВАНИЯ ДЛЯ СИСТЕМ СВЯЗИ С НЕСКОЛЬКИМИ ПЕРЕДАЮЩИМИ И НЕСКОЛЬКИМИ ПРИЕМНЫМИ АНТЕННАМИ

Специальность 05.12.13 - Системы, сети и устройства телекоммуникаций

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук,
профессор Крейнделин В.Б.

Москва, 2020

Оглавление

Введение 5

1 Известные пространственно–временные коды. Принципы построения кодов большой размерности 12

1.1 Многолучевые системы. Формула Шеннона 12

1.2 Математическая модель MIMO 13

1.3 Принципы пространственно-временного кодирования 15

1.4 Известные пространственно-временные коды и их свойства 16

1.4.1 Ортогональное кодирование – схема Аламоути 16

1.4.2 Неортогональное кодирование. Схема BLAST 18

1.4.3 Код типа Голден размерности 2x2 и его свойства 20

1.4.4 Пространственно-временные коды с поворотом сигнального созвездия 20

1.5 Виртуализация модели канала связи MIMO для многотактовых систем ... 25

1.6 Известные способы формирования кодов большой размерности 26

1.6.1 Пространственно-временные коды на базе кода Аламоути 26

1.6.2 Улучшающие матричные множители 29

1.6.3 Разреженная матрица кода 30

1.7 Критерии оптимальности пространственно-временных кодов 31

1.7.1 Ранговый критерий оптимальности 31

1.7.2 Детерминантный критерий оптимальности 32

1.8 Выводы 33

2 Новые пространственно-временные коды большой размерности. Методы синтеза эквивалентной виртуальной матрицы канала пространственно-временного кода большой размерности 34

2.1 Формирование модифицированного кода Голден для числа антенн больше двух 34

2.2 Формирование модифицированного кода с поворотом сигнального созвездия 36

2.3 Формирование эквивалентной виртуальной матрицы канала для кода типа Голден и кода с поворотом сигнального созвездия 38

2.4 Постановка задачи синтеза матрицы EVCM большой размерности 41

2.5 Рекуррентный способ формирования единой эквивалентной виртуальной матрицы канала для модифицированного кода Голден при числе антенн больше двух 41

2.6 Аналитический способ формирования матрицы EVCM 45

2.7 Примеры синтеза матрицы EVCM для известных пространственно-временных кодов 48

2.8 Обобщение аналитического способа формирования матрицы EVCM на случай комплексно сопряженных величин 51

2.9 Примеры синтеза матрицы EVCM для известных пространственно-временных кодов с сопряженными символами 53

2.10 Выводы 57

3 Новый критерий оптимальности пространственно-временных матриц 59

3.1 Постановка задачи создания оптимального кода 59

3.2 Свойства порождающих матриц пространственно-временных кодов 60

3.3 Постановка задачи формирования нового критерия синтеза пространственно-временных кодов 62

3.4 Критерий синтеза пространственно-временных кодов 62

3.5 Применение критерия для пространственно-временного кода Голден размерности 2x2 64

3.6 Применение критерия для пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия размерности 4x4 69

3.7 Применение критерия для модифицированного пространственно-временного кода Голден размерности 4x2 76

3.8 Применение критерия для модифицированного пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия размерности 8x4 80

3.9 Применение критерия для модифицированного пространственно-временного кода Голден размерности 32x2 90

3.10 Проверка адекватности предложенного критерия (89), (90) 93

3.11 Выводы 96

4 Анализ возможностей практического использования критериев синтеза пространственно-временных матриц 98

4.1 Вычислительная сложность алгоритмов 98

4.2 Вычислительная сложность рангового и детерминантного критериев оптимальности пространственно-временных кодов 101

4.3 Вычислительная сложность предложенного критерия минимума максимальной дисперсии (90), (91). 106

4.4 Выводы 110

Заключение 111

Сокращения и обозначения 112

Список литературы 114

Приложение. Акты о внедрении и использовании результатов диссертационной работы 127

Введение

Актуальность темы исследования. По данным прогноза Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2017–2022, объем мирового мобильного трафика вырастет в 6 раз за указанный период и составит 77 эксабайт в месяц [1, 2].

Рост мобильного трафика определяют несколько тенденций: увеличение числа мобильных подключений до 12,3 миллиардов, из которых 8,5 миллиардов приходится на персональные мобильные устройства, остальное приходится на межмашинные соединения; рост скорости передачи информации с 8,7 Мбит/с в 2017 г. до 28,5 Мбит/с в 2022 г. [2].

С 2017 по 2022 год рост объемов используемых данных для передачи мобильного видео составит 9 раз, на долю которого придется 79% мирового мобильного трафика. Для удовлетворения растущей потребности пользователей в беспроводных услугах связи операторы связи внедряют технологии группы стандартов 4G и 5G, которые заменяют или дополняют 2G и 3G. По результатам прогноза Cisco [2] к 2022 году более 54% всех соединений будут приходиться на сети 4G, через которые будет передаваться более 71% всего мобильного трафика данных, 11,8% мобильного трафика будет передаваться через сети 5G, однако одно устройство, подключенное к сети 5G, будет создавать в 2,6 раз больше трафика, чем устройство, подключенное к сети 4G [1, 2].

Технологии групп 4G/5G предполагают использование систем с несколькими антеннами на приемной и передающей сторонах - MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output), которые позволяют реализовать энергетический выигрыш и улучшать спектральную эффективность систем связи [3, 4, 5].

Для достижения высоких показателей эффективности систем связи MIMO появилась необходимость организации соответствующего согласования между передачей и обработкой сигналов на приеме [3, 6]. Это достигается за счет использования методов пространственно-временного кодирования, применение которых позволяет обеспечить достижение разумного компромисса между помехоустойчивостью и спектральной эффективностью. Пространственно-

временное кодирование использует два класса кодов – ортогональные и неортогональные [4].

В современных системах связи используются оба класса кодов. В настоящее время области их применения ограничены для ортогональных кодов количеством передающих антенн - 2, так как дальнейшее увеличение количества антенн приводит к уменьшению кодовой скорости пространственно-временного кода [3, 4].

Перспективные системы пятого поколения предлагают к стандартизации и использованию технологии Large Scale MIMO (Large Scale Multiple-Input Multiple-Output Широкомасштабного MIMO), количество антенн в которой может достигать 128 [7]. Таким образом, развитие получают системы с неортогональными или квазиортогональными кодами.

Основным используемым типом кода является код типа BLAST [3, 4], при использовании которого передается количество символов, равное числу передающих антенн, за один такт. Актуальным представляется создание алгоритмов пространственно-временного кодирования, которые обладали следующими свойствами:

- обеспечение высокой спектральной эффективности системы связи MIMO;
- обеспечение высокой помехоустойчивости системы связи MIMO;
- приемлемая для практической реализации вычислительная сложность алгоритма демодуляции.

Эти требования противоречат друг другу, и поэтому важной является проблема синтеза квазиоптимальных пространственно-временных кодов, наилучшим образом подходящих для применения в конкретной системе связи.

Степень разработанности темы. Вопросами разработки алгоритмов пространственно-временного кодирования и исследования систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами посвящено большое количество научных работ, среди которых следует отметить работы: Аджемова А.С., Аджемова С.С., Бакулина М.Г., Волчкова В.П., Ипатова В.П., Крейнделина В.Б., Пестрякова А.В., Шинакова Ю.С., S. Alamouti, E. Larsson, G. Reckaya, E. Viterbo. Большинство работ посвящены исследованию систем

небольших размерностей и повышению их помехоустойчивости. Особое внимание уделяется использованию пространственно-временных матриц BLAST и Аламоути [3, 4, 9, 16, 32].

Цель работы. Целью работы является решение значимой научной задачи, заключающейся в разработке и исследовании пространственно-временных матриц для систем MIMO, в том числе большой размерности, с характеристиками помехоустойчивости, превышающими характеристики систем MIMO, использующих известные пространственно-временные матрицы.

Решаемые задачи. Для достижения цели в настоящей работе решаются следующие научные задачи:

1. Сравнительный анализ ортогональных и неортогональных пространственно-временных кодов, а также способов формирования кодов большой размерности на основе известных пространственно-временных матриц.
2. Разработка новых неортогональных пространственно-временных кодов и анализ их помехоустойчивости при различных условиях.
3. Сравнительный анализ известных критериев оптимальности для применения их в задаче синтеза пространственно-временных матриц. Анализ применимости известных критериев к синтезу пространственно-временных матриц больших размерностей.
4. Разработка критерия оптимальности с учетом алгоритма демодуляции MMSE (Minimum Mean Square Error Минимум Среднеквадратического Отклонения).

Научная новизна.

1. Разработаны неортогональные пространственно-временные коды большой размерности с помехоустойчивостью, превосходящей помехоустойчивость известных кодов.
2. Разработан новый критерий оптимальности, подходящий для пространственно-временных матриц большой размерности, который позволяет выполнить параметрическую оптимизацию пространственно-

временной матрицы с целью достижения максимальной помехоустойчивости.

3. Разработан метод аналитического синтеза эквивалентной виртуальной матрицы канала для пространственно-временных матриц произвольной размерности.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая и практическая значимость работы заключается в разработке пространственно-временных кодов большой размерности, предназначенных для использования в системах связи с технологией MIMO.

Практическая значимость работы заключается в разработке аналитических прикладных методов для синтеза и оптимизации пространственно-временных матриц любой размерности.

Использование и внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы были использованы и внедрены:

1. В разработках ФГУП «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи», в части использования пространственно-временных матриц для формирования сигнала с несколькими приемными и несколькими передающими антеннами для опытных образцов систем передачи цифровых данных по темам ОКР «МОЛ-ПД», «Мулла», а также при создании серийных образцов сканеров частотного плана в системах сотовой связи GSM/UMTS/LTE «Мулла» и «Модуль»;
2. В разработках ФГУП «Научно-исследовательский институт радио», г. Москва, в части использования способа формирования сигнала для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами, были использованы и внедрены при разработке алгоритмов формирования сигнала в имитаторе станции подвижной связи по теме «Зрелище-С»;
3. В разработках ФГАНУ «Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики», г. Санкт-Петербург, в части внедрения способа

формирования сигнала для системы широкополосной подвижной связи малого радиуса действия, используемой для передачи информации и управления робототехническими системами и комплексами «ЮЛА-Н», «Кадет», «Курсант».

Практическую ценность полученных результатов подтверждают соответствующие документы. Копии актов о внедрении и использовании результатов работы включены в приложение.

Методы исследований. Основные результаты работы получены на основе применения статистической радиотехники, теории цифровой связи, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики и статистического моделирования.

Для исследования в работе используется следующий математический аппарат: статистическая радиотехника [10, 12], теория численных методов и линейная алгебра [43, 57, 58], теория связи [8, 9, 16], теория вероятностей и математическая статистика [12, 58], теория оптимизации и теория вычислительной сложности алгоритмов [95, 96, 98].

Положения, выносимые на защиту.

1. Предложенные коды большой размерности на базе кода Голден и кода с поворотом сигнального созвездия позволяют сформировать такие пространственно-временные матрицы, использование которых дополнительно повышает помехоустойчивость. Код типа модифицированный Голден по сравнению с кодом на базе матрицы классический Голден позволяет получить энергетический выигрыш 0,5 – 1,5 дБ для методов модуляции BPSK и QPSK в канале с релеевскими замираниями. Для кода с поворотом сигнального созвездия выигрыш составляет 0,7 - 8,5 дБ по сравнению с известной матрицей;
2. Использование предложенного нового критерия оптимальности при поиске оптимального значения коэффициентов в структуре пространственно-временных матриц позволяет синтезировать пространственно-временные матрицы большой размерности с

характеристиками помехоустойчивости, превышающими характеристики помехоустойчивости известных матриц.

3. Предложен аналитический метод синтеза эквивалентной виртуальной матрицы канала для пространственно-временных кодов произвольной размерности, с произвольным количеством тактов передачи, позволяющий исследовать свойства порождающих пространственно-временных матриц произвольной размерности.

Личный вклад. В опубликованные научные труды диссертантом внесен основной вклад, касающийся разработки методов, алгоритмов и их реализации. Вклад соавторов заключался в постановке задач на исследования и в обсуждении результатов. Все результаты, сформулированные в основных положениях, выносимых на защиту, получены автором лично.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность полученных результатов подтверждается применением известных методов исследования, результатами, полученными с помощью теоретических выкладок, корректностью методик имитационного моделирования. Полученные результаты опубликованы и обсуждались со специалистами на научных конференциях.

Основные результаты диссертационной работы обсуждались и получили одобрение на следующих научных конференциях: Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC», г. Москва, 2012 - 2017, VII отраслевая научная конференция "Технологии информационного общества" г. Москва, 2013, X международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества» г. Москва, 2016, I International conference technology & entrepreneurship in digital society, г. Москва, 2018., XIII Международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного сообщества», г. Москва, 2019.

Публикации. Основные положения диссертации опубликованы в ведущих рецензируемых научно-технических журналах, входящих в Перечень ВАК (5 работ), в материалах международных и отраслевых конференций. Всего опубликовано 15 работ.

Структура и объем работы. Диссертация содержит 131 страницы текста, иллюстрируется 42 рисунками и 23 таблицами и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений, списка литературы и одного приложения. Список литературы состоит из 110 наименований. Приложение содержит 6 страниц, в том числе акты, подтверждающие внедрение и использование результатов диссертационных иследований.

1 Известные пространственно–временные коды. Принципы построения кодов большой размерности

1.1 Многолучевые системы. Формула Шеннона

Высокие скорости передачи информации, высокие скорости движения абонентов и плотная городская застройка приводят к резкому ухудшению качества приема сигналов, вызванного замираниями и отражениями сигналов от различных препятствий [8, 9]. Для борьбы с замираниями известны простые методы разнесённого приема [10, 11]. Достижение высоких скоростей при ограниченном спектре, в условиях реальной физической среды, возвращают нас к основной проблеме, возникающей при разработке систем связи – противоречие между высокой спектральной эффективностью и высокой энергетической эффективностью (помехоустойчивостью) [9, 11, 12, 13, 15].

Теоретический предел пропускной способности, определяется формулой Шеннона, которая связывает пропускную способность логарифмической зависимостью с отношением сигнал/шум (ОСШ), даже при использовании дискретных сигналов с модуляцией высокого порядка и устанавливает предел для пропускной способности канала для всех возможных методов помехоустойчивого кодирования в канале связи. Формула Шеннона имеет вид [8, 14]:

$$C = F \cdot \log_2\left(1 + P_{СИГНАЛ} / P_{ШУМ}\right), \quad (1)$$

где C - пропускная способность канала, бит/с, F - полоса пропускания канала, Гц, $P_{СИГНАЛ}$ - полная мощность сигнала Вт, $P_{ШУМ}$ - полная мощность шума, Вт.

Формула Шеннона ограничивает пропускную способность системы связи шириной спектра и отношением сигнал/шум. Для увеличения пропускной способности системы, описываемой формулой (1), можно увеличивать полосу пропускания или увеличивать мощность полезного сигнала. Оба подхода не могут быть реализованы в силу ограниченности спектрального ресурса и наличия шумов в канале связи. Использование нескольких передающих антенн и нескольких приемных антенн позволяет существенно увеличить пропускную

способность системы связи по сравнению с пределом определяемым формулой (1) [3, 13, 16].

Важным шагом в развитии систем подвижной связи стала возможность технической реализации технологии MIMO, основанной на использовании систем с несколькими передающими и приемными антеннами [3, 4, 13, 16, 17, 18]. В этом случае модификация формулы Шеннона для многоантенных систем определяет возможную пропускную способность системы как сумму пропускных способностей параллельных каналов SISO (Single-Input Single-Output Система с одной передающей и одной приемной антенной), возникающих между антеннами на передаче и приеме [3, 13, 17, 18]. В случае многоантенных систем представление (1) приобретает вид:

$$C_{ОБЩ} = F \cdot \sum_{i=1}^{\min\{M,N\}} C_i \,, \qquad (2)$$

в котором $C_{ОБЩ}$ - общая пропускная способность многоантенной системы, бит/с, F - полоса пропускания канала, Гц, C_i - пропускная способность i канала связи SISO, бит/с, M – число приемных антенн, N - число передающих антенн.

Увеличение общей пропускной способности системы достигается за счет постоянного увеличения числа антенн, в существующих версиях стандарта 4G поддерживается до 8 антенн, стандарты 5G позволяют увеличить количество антенн на передаче до 128. Модификация теоремы Шеннона для многоантенных систем позволяет увеличить предельную пропускную способность систем связи.

1.2 Математическая модель MIMO

Использование каналов MIMO позволяет улучшить основные характеристики систем подвижной связи благодаря тому, что позволяют реализовать как энергетический выигрыш, так и выигрыш в скорости передачи информации [3, 13].

В такой системе сигналы на передающей стороне излучаются одновременно и в одной полосе частот через N передающих антенн. Переданные сигналы после

воздействия релеевских замираний и АБГШ (Аддитивного белого гауссовского шума) в радиоканале поступают в M приемных антенн. В каждую из M приемных антенн поступает аддитивная смесь из N переданных сигналов [3, 4, 13, 16]. Модель системы беспроводной связи MIMO представлена на рисунке 1.

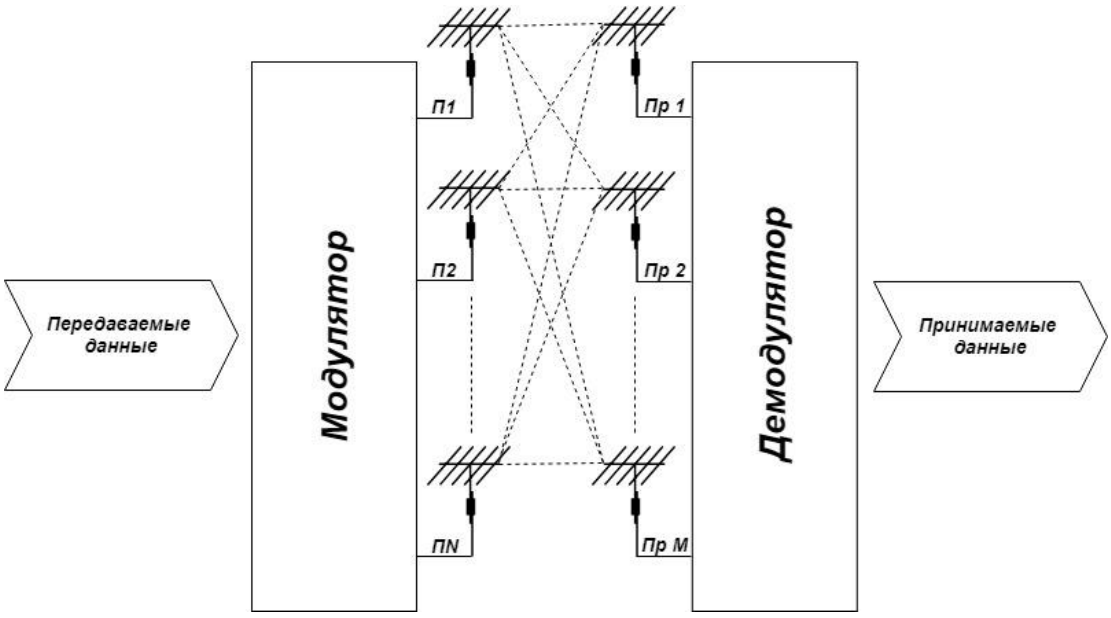

Рисунок 1. Модель системы беспроводной связи MIMO

Благодаря наличию эффекта многолучевости в тракте распространения радиоволн, каждый из N излученных сигналов многократно переотражается от различных наземных объектов, таким образом, формируются независимые траектории прохождения радиоволн между каждой передающей и каждой приемной антеннами. Технология MIMO позволяет извлечь пользу из эффекта многолучевости [3, 8, 10, 13, 19].

Для достижения высоких показателей эффективности систем MIMO появилась необходимость организации соответствующего согласования между передачей и обработкой сигналов на приеме [19, 20]. Это достигается за счет использования пространственно-временного кодирования, которое позволяет обеспечить достижение разумного компромисса между помехоустойчивостью и спектральной эффективностью [4, 16, 19].

Для представленной выше на рисунке 1 модели системы беспроводной связи MIMO модель наблюдения при использовании пространственно-временного кодирования имеет вид:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{\Gamma}, \tag{3}$$

где $\mathbf{H}$ - матрица канала связи размерности $M \times N$, $\mathbf{\Gamma}$ - комплексный случайный вектор шумов наблюдения размерности $M \times 1$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $2\sigma_{\eta}^{2}\mathbf{I}$, $\mathbf{S}$ - матрица пространственно-временного кода, содержащая в себе информационные символы с размерность $N \times L$, где L - количество временных тактов, за которые передается полный набор информационных символов.

1.3 Принципы пространственно-временного кодирования

Пространственно-временное кодирование используется для передачи информации в системах MIMO в потоке данных через несколько передающих антенн, для увеличения помехоустойчивости и возможности передать больше информации за один временной интервал. Структура передачи информации внутри пространственно-временного кода позволяет использовать преимущества пространственно-временного разнесения и позволяет передавать один символ внутри нескольких информационных сообщений, предохраняя полезную информацию от воздействия замираний и шумов [4, 13, 19]. Пространственно-временная структура удобно представляется матричным отображением, в котором каждый столбец включает в себя информацию, переданную соответствующими антеннами в один временной интервал.

Простейший случай пространственно-временного кодирования выглядит следующим образом: через каждую j передающую антенну на каждом интервале времени излучается информационный символ θ_j. Тогда на входе демодулятора в i-й антенне принимаемый сигнал имеет вид:

$$y_i = h_{i1}\theta_1 + h_{i2}\theta_2 + \cdots + h_{ij}\theta_j + \ldots + h_{iN}\theta_N + \eta_i, i = 1, 2, \ldots M, \tag{4}$$

Принимаемые сигналы описываются системой линейных уравнений, состоящих из уравнений (4):

$$\begin{cases} y_1 = h_{11}\theta_1 + h_{12}\theta_2 + \cdots + h_{1N}\theta_N + \eta_1 \\ y_2 = h_{21}\theta_1 + h_{22}\theta_2 + \cdots + h_{2N}\theta_N + \eta_2 \\ \cdots \\ y_M = h_{M1}\theta_1 + h_{M2}\theta_2 + \cdots + h_{MN}\theta_N + \eta_M \end{cases} \quad (5)$$

Систему комплексных линейных уравнений (5) можно представить в векторно-матричном виде. Общий случай линейного пространственно-временного кодирования при наличии нескольких передающих антенн и кодировании сигнала с помощью некоторой пространственно-временной матрицы описывается системой комплексных линейных уравнений

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \quad (6)$$

где $\mathbf{Y}$ – M-мерный комплексный вектор-столбец принимаемых сигналов, $\mathbf{H}$ – матрица канала размерности $N \times M$, $\boldsymbol{\theta}$ - N- мерный вектор-столбец комплексных информационных символов, $\boldsymbol{\eta}$ - M-мерный вектор шума наблюдения, который имеет нулевое математическое ожидание и корреляционную матрицу $2\sigma_\eta^2\mathbf{I}$.

1.4 Известные пространственно-временные коды и их свойства

Задача согласования метода передачи информации и метода приема информации определяет необходимость синтеза различных пространственно-временных кодов. Модификация формулы Шеннона (2) показывает: чем больше число антенн, тем выше пропускная способность системы.

1.4.1 Ортогональное кодирование – схема Аламоути

В 1998 году Сиявуш Аламоути разработал схему кодирования для двух антенн, передающих информацию за два такта на одну приемную антенну [21]. Предложенная модель ортогонального кодирования представлена на рисунке 2.

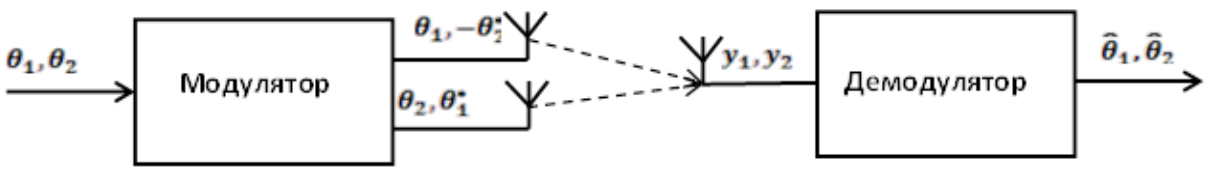

Рисунок 2. Ортогональное кодирование по схеме Аламоути

На передающей стороне в модуляторе информационные символы разбиваются на блоки из двух символов и после обработки передаются через две антенны за два временных интервала. Матрица пространственно-временного кода имеет вид:

$$\mathbf{S}_{Alamouti} = \begin{bmatrix} \theta_1 & -\theta_2^{'} \\ \theta_2 & \theta_1^{'} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где θ_1, θ_2 - комплексные информационные символы.

В системах LTE Rel. 8, 9 для передачи «вниз» используется еще одна разновидность схемы кодирования Аламоути которая называется SFCB (Space Frequency Block Code, пространственно-частотный код) [24]. Матрица пространственно-частотного кода имеет вид:

$$\mathbf{S}_{SFBC} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \\ -\theta_2^{'} & \theta_1^{'} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

Использование этой разновидности кода Аламоути связано с тем, что в системах LTE для передачи за один такт должна выделяться пара элементов – частотный и временной [3, 13].

Такой тип матриц Аламоути в существующих сетях применяется только для передачи «вниз». Это связано с ограничениями в абонентском оборудовании, в котором может использоваться одна антенна.

При использовании пространственно-временных матриц Аламоути типов (7) и (8) обращают на себя внимание следующие свойства этого кода: за два временных интервала передаются два информационных символа, таким образом, символьная скорость кода равна единице и такой код называется – полноскоростным. У такой матрицы строки ортогональны друг другу, а также столбцы ортогональны друг другу, поэтому такая матрица называется ортогональной.

$$\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2^{'} = \begin{bmatrix} \theta_1 & -\theta_2^{'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 & \theta_1^{'} \end{bmatrix} = \theta_1\theta_2^{'} - \theta_2^{'}\theta_1 = 0 \quad (9)$$

Указанное свойство ортогональности (9) является очень важным в части простоты алгоритма демодуляции, сложность которого в этом случае связана линейной зависимостью с количеством антенн в модели [3, 4, 19].

Имитационное моделирование показывает значительный энергетический выигрыш по сравнению с системами SISO (Single-Input Single-Output, Система с одной передающей и одной приемной антенной), достигающий 7 дБ [3]. Достижение энергетического выигрыша объясняется разнесением на передаче, аналогичному разнесению на приеме.

При увеличении числа антенн код теряет свои свойства в части полной скорости и ортогональности [3, 4]. Матрица пространственно-временного кода схемы Аламоути является стандартной матрицей для передачи информации на линии «вниз» в стандарте WiMAX IEEE 802.16e, а также в схеме STTD в 3GPP Rel.7 стандарта UMTS [13].

1.4.2 Неортогональное кодирование. Схема BLAST

Возможности использования свойств ортогональных кодов ограничены числом передающих антенн. Развитие теоремы Шеннона для многоантенных систем показывает, что пропускная способность такой системы связи связана с количеством каналов между приемными и передающими антеннами. Задача увеличения символьной скорости кода потребовала создания группы пространственно-временных кодов, для которых не выполняется условие ортогональности.

В 1996 году сотрудниками Лаборатории Bell была предложена схема кодирования, в соответствии с которой поток данных разбивался на подпотоки данных, равных числу передающих антенн N [25]. Через каждую антенну передавался один информационный символ на одном тактовом интервале. В этом случае пространственно-временная матрица кода имеет вид:

$$\mathbf{S}_{BLAST} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix} \tag{10}$$

Пространственно-временная матрица BLAST (10) используется в стандарте WiMAX IEEE 802.16e для двух, трех и четырех передающих антенн на линии «вниз» [26], а также в стандарте 3GPP Rel.8 стандарта UMTS [27, 28].

Модель наблюдения для системы связи с пространственно-временной матрицей BLAST (10) имеет вид:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{M1} & \dots & h_{MN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_M \end{bmatrix}, \tag{11}$$

где $y_i, i = 1 \dots M$ - значения комплексного вектора-столбца принимаемых сигналов, $h_{ij}, i = 1 \dots M, j = 1 \dots N$ - значения коэффициентов матрицы канала связи **H** размерности $M \times N$, $\theta_j, j = 1 \dots N$ - значения вектора-столбца комплексных информационных символов, $\eta_i, i = 1 \dots M$ - значения случайного комплексного вектора-столбца шумов наблюдения.

Использование неортогонального кодирования позволяет повысить спектральную эффективность за счет увеличения символьной скорости, однако увеличение символьной скорости приводит к усложнению обработки сигнала на приемной стороне, ведущей к увеличению вычислительной сложности алгоритмов демодуляции.

Код типа BLAST используется в системах с большим количеством передающих антенн из-за его высокой спектральной эффективности [7, 24]. Однако, существуют другие способы формирования кодов большой размерности.

1.4.3 Код типа Голден размерности 2x2 и его свойства

Для систем WiMAX с двумя передающими антеннами стандартом IEEE 802.16e был рекомендован так называемый код типа Голден, символьная скорость которого равна двум [29, 30]. Матрица пространственно-временного кода имеет вид:

$$\mathbf{S}_{Golden} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} \theta_1 + jr\theta_4 & r\theta_2 + \theta_3 \\ \theta_2 - r\theta_3 & jr\theta_1 + \theta_4 \end{bmatrix}$$
$$r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \qquad (12)$$

Представленный код является полноскоростным неортогональным кодом. За один интервал времени с двух антенн пересылаются четыре информационных символа. Подтверждённый исследованиями энергетический выигрыш по сравнению с порождающей матрицей BLAST составляет 1,2 -1,5 дБ [31, 32] при методах модуляции BPSK, QPSK. Получаемый эффект позволяет рассматривать код типа Голден как основу для формирования кодов большой размерности с хорошими характеристиками помехоустойчивости [33].

1.4.4 Пространственно-временные коды с поворотом сигнального созвездия

Одним из способов достижения максимального разнесения в системах, использующих порождающие квазиортогональные пространственно-временные коды, является вращение сигнального созвездия [34, 36, 37]. Применение подобного метода позволяет улучшить характеристики помехоустойчивости формируемого сигнала за счет увеличения кодовых расстояний между точками сигнального созвездия. [3, 37]. Поворот сигнального созвездия осуществляется с помощью введения дополнительного множителя в порождающую матрицу. Рассмотрим некоторые известные матрицы пространственно-временных кодов. Матрица, сформированная из нескольких блоков Аламоути для четырех передающих антенн, имеет следующий вид [39]:

$$\mathbf{S}_{J4Rot} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 e^{-j\varphi} & \theta_4 e^{j\varphi} \\ -\theta_2^{'} & \theta_1^{'} & -\theta_4^{'} e^{-j\varphi} & \theta_3^{'} e^{-j\varphi} \\ -\theta_3^{'} e^{-j\varphi} & -\theta_4^{'} e^{-j\varphi} & \theta_1^{'} & \theta_2^{'} \\ \theta_4 e^{j\varphi} & -\theta_3 e^{-j\varphi} & -\theta_2 & \theta_1 \end{bmatrix}, \varphi = \pi/4 \quad , \tag{13}$$

Также известна матрица для четырех передающих антенн [3, 40]:

$$\mathbf{S}_{CPS4} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ \xi\theta_2 & \theta_1 & \xi\theta_4 & \theta_3 \\ -\theta_3^{'} & -\xi^{'}\theta_4^{'} & \theta_1^{'} & \xi^{'}\theta_2^{'} \\ -\theta_4^{'} & -\theta_3^{'} & \theta_2^{'} & \theta_1^{'} \end{bmatrix}, \tag{14}$$

где ξ=j в случае QAM и $\xi = e^{j2\pi/L}$ в случае L-PSK.

С целью исследования характеристик помехоустойчивости матрицы (14) с поворотом сигнального созвездия и этой же матрицы (14) без поворота сигнального созвездия было проведено имитационное статистическое моделирование. Моделирование проводилось при следующих условиях (см. таблицу 1).

Таблица 1. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (14) размерности 4×4 без поворота сигнального созвездия $\xi = 1$ и с поворотом сигнального созвездия $\xi = e^{j\pi/2}$
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5
Тип модуляции	QPSK, 16-QAM

Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без помехоустойчивого кодирования и с использованием турбо-кода с параметрами: скорость кодирования 1/2, длина кодового ограничения 16

Результаты моделирования для сравнения помехоустойчивости представлены на рисунках 3, 4, 5, 6:

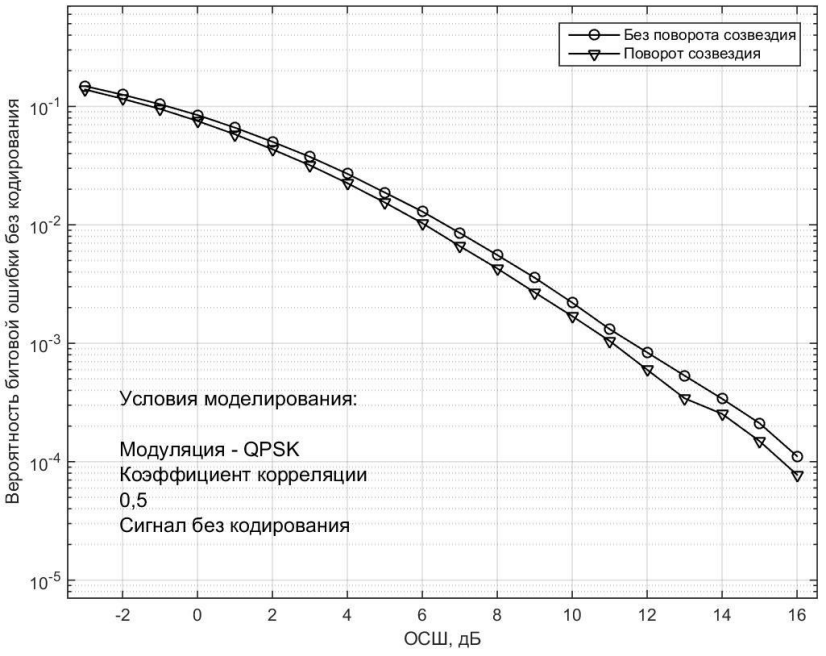

Рисунок 3. Сравнение помехоустойчивости систем без поворота созвездия и с поворотом созвездия. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

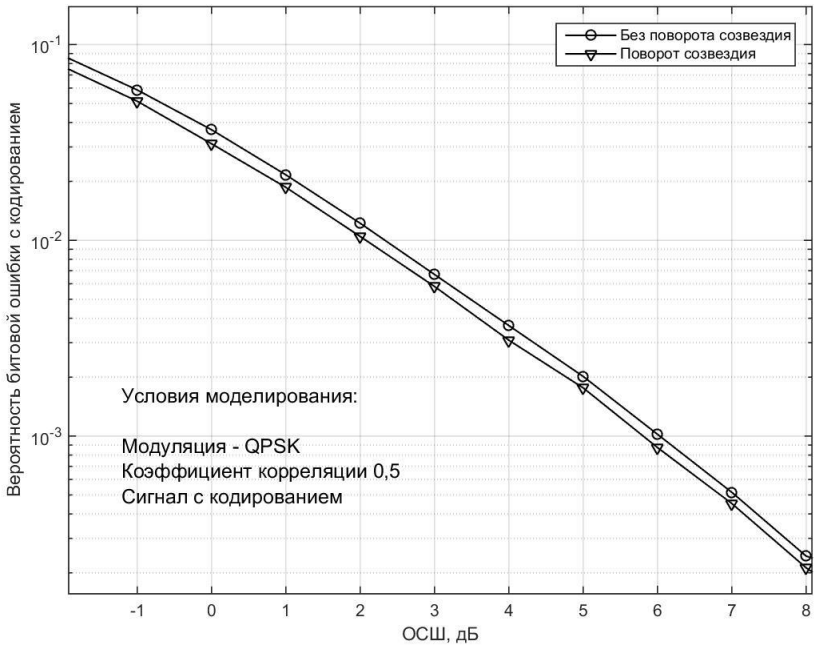

Рисунок 4. Сравнение помехоустойчивости систем без поворота созвездия и с поворотом созвездия. Модуляция QPSK, кодирование присутствует, канал коррелированный.

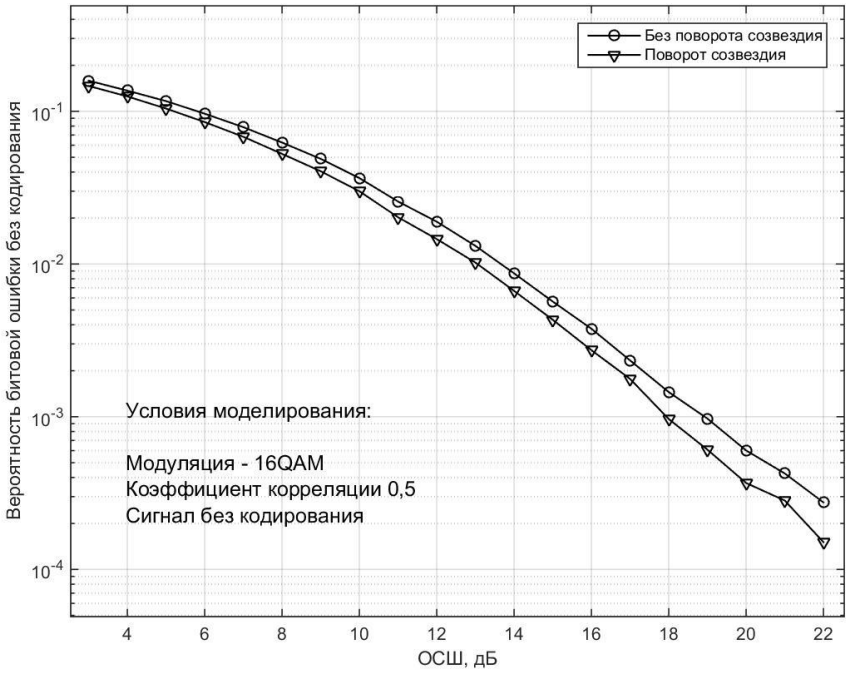

Рисунок 5. Сравнение помехоустойчивости систем без поворота созвездия и с поворотом созвездия. Модуляция 16-QAM, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

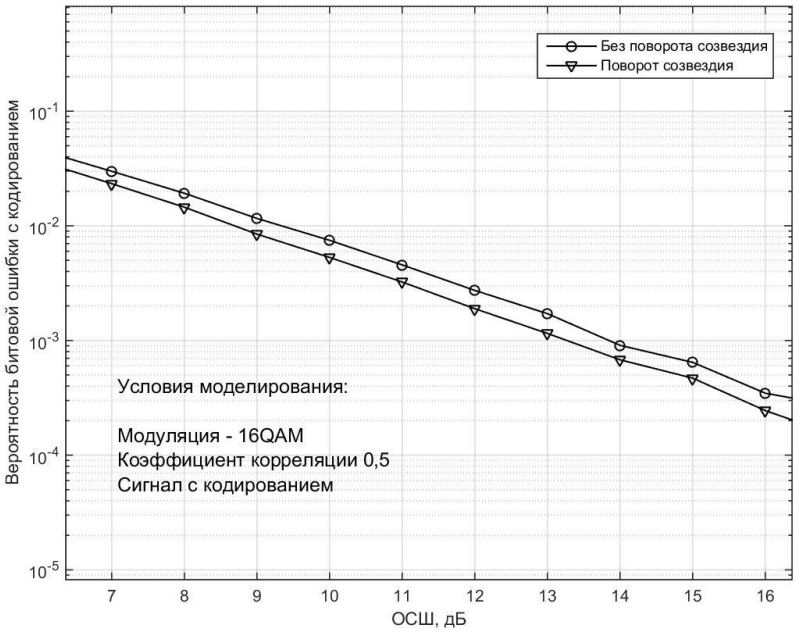

Рисунок 6. Сравнение помехоустойчивости систем без поворота созвездия и с поворотом созвездия. Модуляция 16-QAM, кодирование присутствует, канал коррелированный.

Полученные результаты демонстрируют улучшенные характеристики помехоустойчивости для порождающей матрицы с поворотом сигнального созвездия для коррелированного канала. Энергетический выигрыш от применения поворота сигнального созвездия составляет 0,3 – 1 дБ. Результаты имитационного моделирования представлены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты имитационного моделирования

Имитационное моделирование на:	Тип модуляции	Коэффициент корреляции на передаче/приеме	Кодирование	Энергетический выигрыш, дБ
рисунке 3	QPSK	0,5/0,5	отсутствует	0,8
рисунке 4	QPSK	0,5/0,5	присутствует	0,3
рисунке 5	16-QAM	0,5/0,5	отсутствует	0,75
рисунке 6	16-QAM	0,5/0,5	присутствует	1

Подход к формированию новых матриц, основанный на повороте сигнального созвездия, может быть использован для формирования новых пространственно-временных кодов с улучшенными характеристиками большой размерности.

1.5 Виртуализация модели канала связи MIMO для многотактовых систем

Рассмотрим систему MIMO с матрицей Аламоути. В такой системе используются одна приемная антенна и две передающих антенны, передача осуществляется на двух тактах, а число передаваемых информационных символов равно двум [21, 22].

Запишем получаемый сигнал в отсчеты времени соответствующие каждому такту, тогда получаемый сигнал на приемной антенне в момент времени один, имеет вид:

$$y_1 = h_{11}\theta_1 + h_{21}\theta_2 + \eta_1, \tag{15}$$

получаемый сигнал в момент времени два имеет вид:

$$y_2 = -h_{11}\theta_2^{'} + h_{21}\theta_1^{'} + \eta_2 = h_{21}\theta_1^{'} - h_{11}\theta_2^{'} + \eta_2, \tag{16}$$

Выполним сопряжение выражения (16), описывающего вид сигнала на втором отсчете, и перепишем выражения (15), (16) в векторно-матричной форме. Тогда модель наблюдения будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{21}^{'} & -h_{11}^{'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2^{'} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

Полученное векторно-матричное уравнение (17) для принимаемого сигнала имеет тот же вид, что и векторно-матричное уравнение (11) для пространственно-временного кода типа BLAST (реализующего пространственное мультиплексирование) [4, 23]. В этом случае матрица коэффициентов канала для системы уравнений (17) называется эквивалентной виртуальной матрицей канала

связи MIMO (Equivalent Virtual Channel Matrix). Матрица EVCM содержит в себе информацию об используемом методе пространственно-временного кодирования, а также о свойствах канала связи MIMO. [41, 42] Ее размерность зависит от количества передающих антенн и временных интервалов, на которых ведется передача. Система, в которой передача осуществляется через несколько антенн на нескольких временных интервалах, может быть представлена в виде виртуальной модели наблюдения типа (17) [4, 43].

1.6 Известные способы формирования кодов большой размерности

Формирование кодов большой размерности напрямую связано с увеличением числа приемных и передающих антенн. В стандартах 5G и последующего поколения планируется использование системы Large Scale MIMO, где количество антенн на обеих сторонах достигает 128 [7, 44, 45]. Создаваемые коды должны обладать высокой спектральной эффективностью и высокой помехоустойчивостью, также допускать использование алгоритмов демодуляции с приемлемой вычислительной сложностью [4, 19, 36]. Основным направлением формирования кодов большой размерности стали комбинации ортогональных кодов [45, 46, 47].

1.6.1 Пространственно-временные коды на базе кода Аламоути

Ортогональный код Аламоути позволяет передавать два символа за два временных интервала, является полноскоростным и за счет свойств порождающей матрицы значительно упрощает задачу демодуляции [21, 48 49]. Использование этого кода для конструирования кодов большой размерности привело к появлению нескольких методов формирования: AB, ABBA и ABCD [3, 4, 36].

Метод формирования AB применяется в стандарте IEEE 802.11.n [51] и использует следующую матрицу для четырех передающих антенн:

$$\mathbf{S}_{AB} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \\ -\theta_2^{'} & \theta_1^{'} \\ \theta_3 & \theta_4 \\ -\theta_4^{'} & \theta_3^{'} \end{bmatrix}, \tag{18}$$

Метод формирования ABBA использует комбинацию четырех матриц типа Аламоути [16, 36, 52]. Матрица кода для четырех передающих антенн имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}_{ABBA} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{34} & \mathbf{S}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ \theta_2^{'} & -\theta_1^{'} & \theta_4^{'} & -\theta_3^{'} \\ \theta_3 & \theta_4 & \theta_1 & \theta_2 \\ \theta_4^{'} & -\theta_3^{'} & \theta_2^{'} & -\theta_1^{'} \end{bmatrix}, \tag{19}$$

В (19) передача четырех символов осуществляется за четыре временных такта.

Подобную конструкцию можно распространить на любое количество антенн, подставляя вместо символов соответствующие матрицы. Таким образом, матрица ABBA для 8 антенн будет иметь вид:

$$\mathbf{S}_{ABBA}^{8} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{34} & \mathbf{S}_{56} & \mathbf{S}_{78} \\ \mathbf{S}_{34}^{'} & -\mathbf{S}_{12}^{'} & \mathbf{S}_{78}^{'} & -\mathbf{S}_{56}^{'} \\ \mathbf{S}_{56} & \mathbf{S}_{78} & \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{78}^{'} & -\mathbf{S}_{56}^{'} & \mathbf{S}_{34}^{'} & -\mathbf{S}_{12}^{'} \end{bmatrix}, \tag{20}$$

Заменяя матрицы $\mathbf{S}_{ij}$ в (20) пространственно-временными матрицами Аламоути (7), получим:

$$\mathbf{S}^{8}_{ABBA} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \theta_2^{'} & -\theta_1^{'} & \theta_4^{'} & -\theta_3^{'} & \theta_6^{'} & -\theta_5^{'} & \theta_8^{'} & -\theta_7^{'} \\ \theta_3 & \theta_4 & -\theta_1^{'} & -\theta_2^{'} & \theta_7^{'} & \theta_8^{'} & -\theta_5^{'} & -\theta_6^{'} \\ \theta_4^{'} & -\theta_3^{'} & -\theta_2 & \theta_1 & \theta_8 & -\theta_7 & -\theta_6 & \theta_5 \\ \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ \theta_6^{'} & -\theta_5^{'} & \theta_8^{'} & -\theta_7^{'} & \theta_2^{'} & -\theta_1^{'} & \theta_4^{'} & -\theta_3^{'} \\ \theta_7 & \theta_8 & -\theta_5^{'} & -\theta_6^{'} & \theta_3^{'} & \theta_4^{'} & -\theta_1^{'} & -\theta_2^{'} \\ \theta_8^{'} & -\theta_7^{'} & -\theta_6 & \theta_5 & \theta_4 & -\theta_3 & -\theta_2 & \theta_1 \end{bmatrix}, \tag{21}$$

Использование схемы ABBA имеет вариации, одна из них предложена Джафархани [36, 53] и носит название расширенного кода Аламоути (Extended Alamouti code), в этом случае матрица кода для четырех антенн будет иметь вид:

$$\mathbf{S}_{EA} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{34} \\ \mathbf{S}_{34}^{'} & -\mathbf{S}_{12}^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ \theta_2^{'} & -\theta_1^{'} & \theta_4^{'} & -\theta_3^{'} \\ \theta_3^{'} & \theta_4^{'} & -\theta_1^{'} & -\theta_2^{'} \\ \theta_4 & -\theta_3 & -\theta_2 & \theta_1 \end{bmatrix}, \tag{22}$$

Расширение кодовой конструкции на большее число антенн может быть произведено по описанному выше принципу (19).

Метод формирования ABCD [36, 52] использует комбинацию четырех матриц типа Аламоути. Матрица кода для четырех передающих антенн является частью стандарта IEEE 802.16e и имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}_{ABCD} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{56} \\ \mathbf{S}_{34} & \mathbf{S}_{78} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & -\theta_2^{'} & \theta_5 & -\theta_7^{'} \\ \theta_2 & \theta_1^{'} & \theta_6 & -\theta_8^{'} \\ \theta_3 & -\theta_4^{'} & \theta_7 & \theta_5^{'} \\ \theta_4 & \theta_3^{'} & \theta_8 & \theta_6^{'} \end{bmatrix}, \tag{23}$$

Таким образом, показано, что выдающиеся свойства кода Аламоути, позволяющего передавать информационные символы за два временных тактов, могут быть использованы при формировании пространственно-временных матриц большой размерности. Описанные процедуры формирования матриц AB, ABBA и ABCD могут быть применены для других порождающих матриц [50, 54].

1.6.2 Улучшающие матричные множители

Одним из направлений создания кодов больших размерностей стало использование матричных множителей, которые позволяют получить «разреженные» (содержащие значительное количество нулевых элементов) пространственно-временные матрицы [55, 56].

Один из методов использует известную матрицу Адамара, которая состоит из элементов 1 и -1 и имеет следующий вид для размерности 2×2 [57]:

$$\mathbf{HAD}_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \tag{24}$$

Важное свойство матрицы Адамара описывается следующим выражением [58]:

$$\mathbf{HAD}_{nxn} \times \mathbf{HAD}_{nxn}^{T} = n \cdot \mathbf{I}_{nxn}, \tag{25}$$

где **I** - единичная матрица.

Дальнейшее увеличение размерности матрицы происходит за счет подстановки матрицы Адамара размерности 2×2 вместо каждого из элементов матрицы предыдущей размерности. Таким образом, матрица Адамара размерности 4×4 имеет вид:

$$\mathbf{HAD}_{4x4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \tag{26}$$

Один из способов формирования матрицы большой размерности для системы с четырьмя передающими антеннами, с использованием принципа продемонстрированного в (26) приводит к созданию порождающей матрицы, предложенной в [59, 60]. За основу берется порождающая матрица,

сформированная по принципу матрицы Адамара (24) для двух передающих антенн вида:

$$\mathbf{S}_{HAD_2x2} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \\ \theta_3 & -\theta_4 \end{bmatrix}, \tag{27}$$

Сконструированная матрица для четырех передающих антенн из структуры (27) имеет вид:

$$\mathbf{S}_{HAD_4x4} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_9 & \theta_{10} \\ \theta_3 & -\theta_4 & \theta_{11} & -\theta_{12} \\ \theta_5 & \theta_6 & -\theta_{13} & -\theta_{14} \\ \theta_7 & -\theta_8 & -\theta_{15} & \theta_{16} \end{bmatrix}, \tag{28}$$

Один из вариантов использования матрицы Адамара состоит в увеличении помехоустойчивости кода за счет умножения начальной матрицы на матрицу Адамара [56] (24). Один из примеров такого конструирования состоит в умножении известной матрицы кода Аламоути на матрицу Адамара:

$$\mathbf{S}_{HAD_2} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \\ \theta_2^{'} & -\theta_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 + \theta_2 & \theta_2^{'} - \theta_1 \\ \theta_1 - \theta_2 & \theta_2^{'} + \theta_1 \end{bmatrix}, \quad \text{.....} \tag{29}$$

При необходимости использовать большее число антенн можно применить описанный выше метод АВ (18):

$$\mathbf{S}_{HAD_4} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{HAD_2}^{1} \\ \mathbf{S}_{HAD_2}^{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 + \theta_2 & \theta_2^{'} - \theta_1 \\ \theta_1 - \theta_2 & \theta_2^{'} + \theta_1 \\ \theta_3 + \theta_4 & \theta_4^{'} - \theta_3 \\ \theta_3 - \theta_4 & \theta_4^{'} + \theta_3 \end{bmatrix}, \tag{30}$$

1.6.3 Разреженная матрица кода

Для улучшения свойств кода и увеличения размерности применяются способы, связанные с разреженными матрицами пространственно-временного

кодирования [36, 56, 61]. Разреженность достигается за счет использования множителей матриц, состоящих из нулей и единиц. Такие матрицы формируют в том числе ортогональные коды для стандартов IEEE 802.16.e и 3GPP Release 8,9 [29, 30, 62]:

$$\mathbf{S}^{1}_{AlamoutiSpread} = \begin{bmatrix} \theta_1 & -\theta_2^{'} & 0 & 0 \\ \theta_2 & \theta_1^{'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_3 & -\theta_4^{'} \\ 0 & 0 & \theta_4 & \theta_3^{'} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{S}^{2}_{AlamoutiSpread} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\theta_4^{'} & \theta_3^{'} \\ -\theta_2^{'} & \theta_1^{'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_3 & \theta_4 \\ \theta_1 & \theta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

1.7 Критерии оптимальности пространственно-временных кодов

Важным вопросом является создание аналитических методов синтеза пространственно-временных кодов [36, 55]. Оптимальным с точки зрения вычислительной сложности демодуляции является ортогональный код [4, 31, 43, 63, 64, 66]. Все новые пространственно-временные коды не будут полноскоростными, т.е. они будут иметь более низкую, чем у оптимального кода скорость кодирования [64, 65].

Аналитические методы синтеза пространственно-временных кодов основаны на требованиях, предъявляемых к рангу и детерминанту порождающих матриц [67, 68].

1.7.1 Ранговый критерий оптимальности

Ранговый критерий оптимальности состоит в том, чтобы достичь максимальный порядок разнесения, равный произведению чисел приемных и передающих антенн [3, 81]. Для использования рангового критерия необходимо задействовать разностную матрицу вида:

$$\mathbf{B}\left(\theta,\hat{\theta}\right)=\begin{bmatrix} \theta_1(1)-\hat{\theta}_1(1) & \cdots & \theta_N(1)-\hat{\theta}_N(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_1(\rho)-\hat{\theta}_1(\rho) & \cdots & \theta_N(\rho)-\hat{\theta}_N(\rho) \end{bmatrix}, \tag{32}$$

где $\boldsymbol{\theta}$ - передаваемый вектор комплексных информационных символов, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ – вектор оценок принятых комплексных информационных символов. Таким образом, необходимо минимизировать ранг матрицы $\mathbf{B}$ для всех пар переданных и принятых векторов.

$$\min_{\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}}\left(rank\left(\mathbf{B}\left(\boldsymbol{\theta},\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right)\right) \tag{33}$$

Следует обратить внимание, что данный минимум не может плавно изменяться в зависимости от изменений параметров пространственно-временного кода и в большей степени отражает внутреннюю структуру матрицы и количество элементов в ней, близких к нулю.

1.7.2 Детерминантный критерий оптимальности

При использовании детерминантного критерия необходимо выявить максимум непрерывной функции. Критерий требует вычисления детерминанта матрицы следующего вида [3, 82]:

$$\mathbf{A}\left(\boldsymbol{\theta}_i,\boldsymbol{\theta}_j\right)=\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\theta}_i,\mathbf{r}\right)\cdot\mathbf{S}^{'}\left(\boldsymbol{\theta}_j,\mathbf{r}\right), \tag{34}$$

где $\mathbf{S}$ – порождающая матрица пространственно-временного кода, $\boldsymbol{\theta}_i$ - i-я комбинация вектора комплексных информационных символов, $\boldsymbol{\theta}_j$ - j-я комбинация вектора комплексных информационных символов, $\mathbf{r}$ - вектор, который определяется свойствами порождающей матрицы.

Детерминантный критерий состоит в вычислении детерминанта матрицы (34) путем перебора всех возможных взаимных комбинаций $\boldsymbol{\theta}_i,\boldsymbol{\theta}_j$ для каждого значения вектора $\mathbf{r}$ и определения максимального детерминанта во взаимной

комбинации, и максимального детерминанта среди полученных для каждого значения вектора $\mathbf{r}$.

$$\max_{\mathbf{r}}\left(\max_{i,j,i\neq j}\left(\det\left(\mathbf{A}\left(\boldsymbol{\theta}_i,\boldsymbol{\theta}_j\right)\right)\right)\right) \tag{35}$$

Обращает на себя внимание вычислительная сложность используемого критерия, связанного с большим объемом выполняемого перебора. Для матриц небольшой размерности этот метод может быть применен на практике [70].

1.8 Выводы

1. Существующие пространственно-временные коды используют модификации схем Аламоути и BLAST, а также их комбинации при передаче информации для повышения помехоустойчивости и спектральной эффективности систем MIMO. Увеличение количества приемо-передающих антенн требует создания новых неортогональных кодов с возможностью использования в системах с количеством антенн до 128.
2. Пространственно-временные коды для передачи информации за несколько временных тактов, в том числе код Голден и код с поворотом сигнального созвездия, демонстрируют лучшие показатели помехоустойчивости по сравнению с порождающими матрицами BLAST и без поворота сигнального созвездия. Порождающие матрицы Голден и с поворотом сигнального созвездия могут быть выбраны для формирования матриц больших размерностей.
3. Большие размерности пространственно-временных матриц требуют создания математического аппарата, позволяющего моделировать системы MIMO с большим числом антенн. Необходимо синтезировать пространственно-временные коды на основе новых критериев оптимальности.

2 Новые пространственно-временные коды большой размерности. Методы синтеза эквивалентной виртуальной матрицы канала пространственно-временного кода большой размерности

Известно, что пропускная способность системы MIMO напрямую зависит от количества параллельных каналов, которое, в свою очередь, определяется числом передающих и приемных антенн. [3, 4, 13, 16] Таким образом, растущие требования к скоростям передачи информации в системах связи предъявляют растущие требования к количеству приемных и передающих антенн.

В настоящее время количество антенн в стандарте LTE-advanced может достигать 8, а в перспективной группе стандартов пятого поколения предлагается к стандартизации и использованию технологии Large Scale MIMO (Широкомасштабного MIMO), количество антенн в которой может достигать 128 [3, 6, 19, 13, 16, 43].

Актуальным является создание новых пространственно-временных кодов с возможностью передачи информации, которые содержат весь набор информационных символов в одном такте, а в следующем такте содержит ту же информацию, содержащую тот же набор символов. Этот механизм используется для повышения помехоустойчивости и увеличения спектральной эффективности системы MIMO [3, 4, 13, 43].

В качестве новых пространственно временных кодов предлагается использовать два кода на базе порождающей матрицы кода типа Голден (12) и кода с поворотом сигнального созвездия (14).

2.1 Формирование модифицированного кода Голден для числа антенн больше двух

Результаты исследования матрицы Голден выявили значительные преимущества перед распространенными кодами типа BLAST [4, 31, 32]. Заложенные в коде свойства, связанные с передачей комбинации символов за два временных такта через две передающие антенны, могут сформировать

пространственно-временной код большой размерности с сохранением преимущества перед другими кодами [69, 71].

Порождающая матрица пространственно-временного кода Голден имеет вид (12). Предлагается рассмотреть создание матрицы высокой размерности, сконструированной из нескольких матриц типа Голден, по методу формирования АВ [72, 73]. Конструирование матрицы происходит для групп антенн по две, таким образом, обобщенная матрица типа модифицированный Голден, состоящая из отдельных матриц Голден, имеет вид:

$$\mathbf{S}_{\substack{Golden\\General}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{1}_{Golden} \\ \mathbf{S}^{2}_{Golden} \\ \vdots \\ \mathbf{S}^{N/2}_{Golden} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 + jr\theta_4 & r\theta_2 + \theta_3 \\ \theta_2 - r\theta_3 & jr\theta_1 + \theta_4 \\ \theta_5 + jr\theta_8 & r\theta_6 + \theta_7 \\ \theta_6 - r\theta_7 & jr\theta_5 + \theta_8 \\ \vdots & \vdots \\ \theta_{2N-3} + jr\theta_{2N} & r\theta_{2N-2} + \theta_{2N-1} \\ \theta_{2N-2} - r\theta_{2N-1} & jr\theta_{2N-3} + \theta_{2N} \end{bmatrix}, \tag{36}$$

где $\mathbf{S}_{\substack{Golden\\General}}$ - матрица кода типа модифицированный Голден, $\mathbf{S}^{1,2...N/2}_{Golden}$ - матрица кода Голден для двух антенн (12) [73]. Для существующих систем с 8 передающими антеннами требуется последовательное использование четырех матриц типа Голден и пространственно-временная матрица имеет вид:

$$\mathbf{S}_{Golden}^{8Tx} = \begin{bmatrix} \theta_1 + jr\theta_4 & r\theta_2 + \theta_3 \\ \theta_2 - r\theta_3 & jr\theta_1 + \theta_4 \\ \theta_5 + jr\theta_8 & r\theta_6 + \theta_7 \\ \theta_6 - r\theta_7 & jr\theta_5 + \theta_8 \\ \theta_9 + jr\theta_{12} & r\theta_{10} + \theta_{11} \\ \theta_{10} - r\theta_{11} & jr\theta_9 + \theta_{12} \\ \theta_{13} + jr\theta_{16} & r\theta_{14} + \theta_{15} \\ \theta_{14} - r\theta_{15} & jr\theta_{13} + \theta_{16} \end{bmatrix}, \tag{37}$$

2.2 Формирование модифицированного кода с поворотом сигнального созвездия

Известная матрица с поворотом сигнального созвездия (14) для четырех антенн может быть использована как основа для формирования порождающей матрицы большой размерности, с использованием метода формирования кода большой размерности АВ [72], тогда модифицированный код для количества передающих антенн кратных четырем имеет вид:

$$\mathbf{S}_{CPS-N} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{CPS4}^{1} \\ \mathbf{S}_{CPS4}^{2} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{CPS4}^{N/4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ \xi\theta_2 & \theta_1 & \xi\theta_4 & \theta_3 \\ -\theta_3^{'} & -\xi^{'}\theta_4^{'} & \theta_1^{'} & \xi^{'}\theta_2^{'} \\ -\theta_4^{'} & -\theta_3^{'} & \theta_2^{'} & \theta_1^{'} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{N-3} & \theta_{N-2} & \theta_{N-1} & \theta_N \\ \xi\theta_{N-2} & \theta_{N-3} & \xi\theta_N & \theta_{N-1} \\ -\theta_{N-1}^{'} & -\xi\theta_N^{'} & \theta_{N-3}^{'} & \xi\theta_{N-2}^{'} \\ -\theta_N^{'} & -\theta_{N-1}^{'} & \theta_{N-2}^{'} & \theta_{N-3}^{'} \end{bmatrix}, \tag{38}$$

где $\mathbf{S}_{CPS-N}$ - матрица модифицированного кода с поворотом созвездия, $\mathbf{S}_{CPS4}^{1,2\ldots N/4}$ - матрица кода с поворотом созвездия для четырех антенн. Для существующих систем с 8 антеннами требуется последовательное использование двух матриц, и пространственно-временная матрица имеет вид:

$$\mathbf{S}_{CPS}^{8Tx} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \\ \xi\theta_2 & \theta_1 & \xi\theta_4 & \theta_3 \\ -\theta_3^{'} & -\xi^{'}\theta_4^{'} & \theta_1^{'} & \xi^{'}\theta_2^{'} \\ -\theta_4^{'} & -\theta_3^{'} & \theta_2^{'} & \theta_1^{'} \\ \theta_5 & \theta_6 & \theta_7 & \theta_8 \\ \xi\theta_6 & \theta_5 & \xi\theta_5 & \theta_7 \\ -\theta_7^{'} & -\xi^{'}\theta_5^{'} & \theta_5^{'} & \xi^{'}\theta_6^{'} \\ -\theta_8^{'} & -\theta_7^{'} & \theta_6^{'} & \theta_5^{'} \end{bmatrix}, \tag{39}$$

Одним из вариантов кода большой размерности может быть код, основанный на транспонированной матрице (14). Тогда с использованием метода AB, для системы с количеством антенн, кратным четырем, порождающая матрица имеет вид:

$$\mathbf{S}_{CPS-N} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{CPS4}^{1} \\ \mathbf{S}_{CPS4}^{2} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{CPS4}^{N/4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \xi\theta_2 & -\theta_3^{'} & -\theta_4^{'} \\ \theta_2 & \theta_1 & -\xi^{'}\theta_4^{'} & -\theta_3^{'} \\ \theta_3 & \xi\theta_4 & \theta_1^{'} & \theta_2^{'} \\ \theta_4 & \theta_3 & \xi^{'}\theta_2^{'} & \theta_1^{'} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_{N-3} & \xi\theta_{N-2} & -\theta_{N-1}^{'} & -\theta_N^{'} \\ \theta_{N-2} & \theta_{N-3} & -\xi\theta_N^{'} & -\theta_{N-1}^{'} \\ \theta_{N-1} & \xi\theta_N & \theta_{N-3}^{'} & \theta_{N-2}^{'} \\ \theta_N & \theta_{N-1} & \xi\theta_{N-2}^{'} & \theta_{N-3}^{'} \end{bmatrix}, \tag{40}$$

Для существующих систем с 8 антеннами требуется последовательное использование двух матриц, и пространственно-временная матрица имеет вид:

$$\mathbf{S}_{CPS}^{8Tx} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \xi\theta_2 & -\theta_3^{'} & -\theta_4^{'} \\ \theta_2 & \theta_1 & -\xi^{'}\theta_4^{'} & -\theta_3^{'} \\ \theta_3 & \xi\theta_4 & \theta_1^{'} & \theta_2^{'} \\ \theta_4 & \theta_3 & \xi^{'}\theta_2^{'} & \theta_1^{'} \\ \theta_5 & \xi\theta_6 & -\theta_7^{'} & -\theta_8^{'} \\ \theta_6 & \theta_5 & -\xi^{'}\theta_5^{'} & -\theta_7^{'} \\ \theta_7 & \xi\theta_5 & \theta_5^{'} & \theta_6^{'} \\ \theta_8 & \theta_7 & \xi^{'}\theta_6^{'} & \theta_5^{'} \end{bmatrix}, \tag{41}$$

2.3 Формирование эквивалентной виртуальной матрицы канала для кода типа Голден и кода с поворотом сигнального созвездия

Рассмотрим систему с двумя передающими и двумя приемными антеннами, использующую пространственно-временную матрицы Голден (12) [4, 25, 31, 72].

На первом временном интервале (момент времени 1) через антенну 1 передается комбинация символов $\theta_1 + jr\theta_4$, а через антенну 2 передается $\theta_2 - r\theta_3$. На втором интервале (момент времени 2) через антенну 1 передается комбинация символов $\theta_2 - r\theta_3$, а через антенну 2 передается $jr\theta_1 + \theta_4$.

Таким образом, в момент времени 1 на приемную антенну 1 приходит сигнал вида $y_{11} = h_{11} \cdot \left(\theta_1 + jr\theta_4\right) + h_{21} \cdot \left(\theta_2 - r\theta_3\right) + \eta_{11} = h_{11}\theta_1 + h_{21}\theta_2 - rh_{21}\theta_3 + jrh_{11}\theta_4 + \eta_{11}$.

В момент времени 2 на приемную антенну 1 приходит сигнал вида $y_{12} = h_{11} \cdot \left(r\theta_2 + \theta_3\right) + h_{21} \cdot \left(jr\theta_1 + \theta_4\right) + \eta_{12} = jrh_{21}\theta_1 + rh_{11}\theta_2 + h_{11}\theta_3 + h_{21}\theta_4 + \eta_{12}$.

В момент времени 1 на приемную антенну 2 приходит сигнал вида $y_{21} = h_{12} \cdot \left(\theta_1 + jr\theta_4\right) + h_{22} \cdot \left(\theta_2 - r\theta_3\right) + \eta_{21} = h_{12}\theta_1 + h_{22}\theta_2 - rh_{22}\theta_3 + jrh_{12}\theta_4 + \eta_{21}$.

В момент времени 2 на приемную антенну 2 приходит сигнал вида $y_{22} = h_{12} \cdot \left(r\theta_2 + \theta_3\right) + h_{22} \cdot \left(jr\theta_1 + \theta_4\right) + \eta_{22} = jrh_{22}\theta_1 + rh_{12}\theta_2 + h_{12}\theta_3 + h_{22}\theta_4 + \eta_{22}$.

Перепишем полученные выражения в матричной форме, тогда модель наблюдения будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ y_{21} \\ y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & -rh_{21} & jrh_{11} \\ jrh_{21} & rh_{11} & h_{11} & h_{21} \\ h_{12} & h_{22} & -rh_{22} & jrh_{12} \\ jrh_{22} & rh_{12} & h_{12} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{12} \\ \eta_{21} \\ \eta_{22} \end{bmatrix} \tag{42}$$

Эквивалентная виртуальная матрица канала имеет вид [4, 31, 72]:

$$\mathbf{EVCM}_{Golden}^{2Tx} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & -rh_{21} & jrh_{11} \\ jrh_{21} & rh_{11} & h_{11} & h_{21} \\ h_{12} & h_{22} & -rh_{22} & jrh_{12} \\ jrh_{22} & rh_{12} & h_{12} & h_{22} \end{bmatrix}, \tag{43}$$

обозначения в (42), (43) соответствуют обозначениям (3), (12), (17).

Рассмотрим систему связи с четырьмя передающими и четырьмя приемными антеннами использующую транспонированную пространственно-временную матрицу с поворотом сигнального созвездия (14).

В момент времени 1 на приемные антенны 1, 2, 3, 4 приходят сигналы вида

$$\begin{aligned} y_{11} &= h_{11}\theta_1 + h_{21}\theta_2 + h_{31}\theta_3 + h_{41}\theta_4 + \eta_{11} \\ y_{21} &= h_{12}\theta_1 + h_{22}\theta_2 + h_{32}\theta_3 + h_{42}\theta_4 + \eta_{21} \\ y_{31} &= h_{13}\theta_1 + h_{23}\theta_2 + h_{33}\theta_3 + h_{43}\theta_4 + \eta_{31} \\ y_{41} &= h_{14}\theta_1 + h_{24}\theta_2 + h_{34}\theta_3 + h_{44}\theta_4 + \eta_{41} \end{aligned} \tag{44}$$

В момент времени 2 на приемные антенны 1, 2, 3, 4 приходят сигналы вида

$$\begin{aligned} y_{12} &= h_{11}\xi\theta_2 + h_{21}\theta_1 + h_{31}\xi\theta_4 + h_{41}\theta_3 + \eta_{12} = h_{21}\theta_1 + h_{11}\xi\theta_2 + h_{41}\theta_3 + h_{31}\xi\theta_4 + \eta_{12} \\ y_{22} &= h_{12}\xi\theta_2 + h_{22}\theta_1 + h_{32}\xi\theta_4 + h_{42}\theta_3 + \eta_{22} = h_{22}\theta_1 + h_{12}\xi\theta_2 + h_{42}\theta_3 + h_{32}\xi\theta_4 + \eta_{22} \\ y_{32} &= h_{13}\xi\theta_2 + h_{23}\theta_1 + h_{33}\xi\theta_4 + h_{43}\theta_3 + \eta_{32} = h_{23}\theta_1 + h_{13}\xi\theta_2 + h_{43}\theta_3 + h_{33}\xi\theta_4 + \eta_{32} \\ y_{42} &= h_{14}\xi\theta_2 + h_{24}\theta_1 + h_{34}\xi\theta_4 + h_{44}\theta_3 + \eta_{42} = h_{24}\theta_1 + h_{14}\xi\theta_2 + h_{44}\theta_3 + h_{34}\xi\theta_4 + \eta_{42} \end{aligned} \tag{45}$$

В момент времени 3 на приемные антенны 1, 2, 3, 4 приходят сигналы вида

$$
\begin{aligned}
y_{13} &= -h_{11}\theta_3^{'} - h_{21}\xi^{'}\theta_4^{'} + h_{31}\theta_1^{'} + h_{41}\xi^{'}\theta_2^{'} + \eta_{13} = h_{31}\theta_1^{'} + h_{41}\xi^{'}\theta_2^{'} - h_{11}\theta_3^{'} - h_{21}\xi^{'}\theta_4^{'} + \eta_{13} \\
y_{23} &= -h_{12}\theta_3^{'} - h_{22}\xi^{'}\theta_4^{'} + h_{32}\theta_1^{'} + h_{42}\xi^{'}\theta_2^{'} + \eta_{23} = h_{32}\theta_1^{'} + h_{42}\xi^{'}\theta_2^{'} - h_{12}\theta_3^{'} - h_{22}\xi^{'}\theta_4^{'} + \eta_{23} \\
y_{33} &= -h_{13}\theta_3^{'} - h_{23}\xi^{'}\theta_4^{'} + h_{33}\theta_1^{'} + h_{43}\xi^{'}\theta_2^{'} + \eta_{33} = h_{33}\theta_1^{'} + h_{43}\xi^{'}\theta_2^{'} - h_{13}\theta_3^{'} - h_{23}\xi^{'}\theta_4^{'} + \eta_{33} \\
y_{43} &= -h_{14}\theta_3^{'} - h_{24}\xi^{'}\theta_4^{'} + h_{34}\theta_1^{'} + h_{44}\xi^{'}\theta_2^{'} + \eta_{43} = h_{34}\theta_1^{'} + h_{44}\xi^{'}\theta_2^{'} - h_{14}\theta_3^{'} - h_{24}\xi^{'}\theta_4^{'} + \eta_{43}
\end{aligned}
\tag{46}
$$

В момент времени 4 на приемные антенны 1, 2, 3, 4 приходят сигналы вида

$$
\begin{aligned}
y_{14} &= -h_{11}\theta_4^{'} - h_{21}\theta_3^{'} + h_{31}\theta_2^{'} + h_{41}\theta_1^{'} + \eta_{14} = h_{41}\theta_1^{'} + h_{31}\theta_2^{'} - h_{21}\theta_3^{'} - h_{11}\theta_4^{'} + \eta_{14} \\
y_{24} &= -h_{12}\theta_4^{'} - h_{22}\theta_3^{'} + h_{32}\theta_2^{'} + h_{42}\theta_1^{'} + \eta_{24} = h_{42}\theta_1^{'} + h_{32}\theta_2^{'} - h_{22}\theta_3^{'} - h_{12}\theta_4^{'} + \eta_{24} \\
y_{34} &= -h_{13}\theta_4^{'} - h_{23}\theta_3^{'} + h_{33}\theta_2^{'} + h_{43}\theta_1^{'} + \eta_{34} = h_{43}\theta_1^{'} + h_{33}\theta_2^{'} - h_{23}\theta_3^{'} - h_{13}\theta_4^{'} + \eta_{34} \\
y_{44} &= -h_{14}\theta_4^{'} - h_{24}\theta_3^{'} + h_{34}\theta_2^{'} + h_{44}\theta_1^{'} + \eta_{44} = h_{44}\theta_1^{'} + h_{34}\theta_2^{'} - h_{24}\theta_3^{'} - h_{14}\theta_4^{'} + \eta_{44}
\end{aligned}
\tag{47}
$$

Проведем сопряжение обеих частей уравнений (46), (47). Тогда по аналогии эквивалентная виртуальная матрица канала имеет вид:

$$
\mathbf{EVCM}_{CPS4}^{4Tx} = \begin{bmatrix}
h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\
h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} \\
h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} \\
h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} \\
h_{21} & h_{11}\xi & h_{41} & h_{31}\xi \\
h_{22} & h_{12}\xi & h_{42} & h_{32}\xi \\
h_{32} & h_{13}\xi & h_{43} & h_{33}\xi \\
h_{42} & h_{14}\xi & h_{44} & h_{34}\xi \\
h_{31}^{'} & h_{41}^{'}\xi & -h_{11}^{'} & -h_{21}^{'}\xi \\
h_{32}^{'} & h_{42}^{'}\xi & -h_{12}^{'} & -h_{22}^{'}\xi \\
h_{33}^{'} & h_{43}^{'}\xi & -h_{13}^{'} & -h_{23}^{'}\xi \\
h_{34}^{'} & h_{44}^{'}\xi & -h_{14}^{'} & -h_{24}^{'}\xi \\
h_{41}^{'} & h_{31}^{'} & -h_{21}^{'} & -h_{11}^{'} \\
h_{42}^{'} & h_{32}^{'} & -h_{22}^{'} & -h_{12}^{'} \\
h_{43}^{'} & h_{33}^{'} & -h_{23}^{'} & -h_{13}^{'} \\
h_{44}^{'} & h_{34}^{'} & -h_{24}^{'} & -h_{14}^{'}
\end{bmatrix},
\tag{48}
$$

2.4 Постановка задачи синтеза матрицы EVCM большой размерности

Известно, что пропускная способность системы MIMO напрямую зависит от количества параллельных каналов, которое, в свою очередь, определяется числом передающих и приемных антенн [4, 13, 16, 17].

Обращает на себя внимание тот факт, что создание матрицы EVCM требует достаточно громоздких алгебраических преобразований выражений для принимаемого сигнала в каждой приемной антенне [70, 72, 83]. В случае небольшой размерности пространственно-временной матрицы такие преобразования можно легко осуществить с помощью выражений (43), (48).

Для существующих систем с 8 передающими антеннами требуется последовательное использование четырех матриц типа Голден или системы из 16 составленных уравнений, для 128 антенн требуется составление 256 уравнений. Таким образом, на первый план выходит задача преобразования пространственно-временной матрицы такого типа к схеме вида BLAST с помощью формирования матрицы EVCM.

2.5 Рекуррентный способ формирования единой эквивалентной виртуальной матрицы канала для модифицированного кода Голден при числе антенн больше двух

Использование порождающей матрицы модифицированного кода Голден для числа антенн, большего четырех, требует создание математического аппарата, позволяющего аналитически сформировать матрицу EVCM.

Рассмотрим подход, позволяющий рекуррентным образом сформировать матрицу EVCM для кода Голден [75, 76].

Структура матрицы Голден для двух передающих антенн имеет вид (12). Обозначим элементы этой матрицы следующим образом:

$$
\begin{aligned}
G_1^{11} &= \frac{\theta_1 + jr\theta_4}{\sqrt{1+r^2}} \\
G_1^{21} &= \frac{\theta_2 - r\theta_3}{\sqrt{1+r^2}} \\
G_1^{12} &= \frac{r\theta_2 + \theta_3}{\sqrt{1+r^2}} \\
G_1^{22} &= \frac{jr\theta_1 + \theta_4}{\sqrt{1+r^2}},
\end{aligned}
\tag{49}
$$

Верхний индекс элементов в (49) является комбинацией двух чисел: первое число - номер передающей антенны, второе число – номер временного такта. Нижний индекс представляет собой номер используемой матрицы. Таким образом, модифицированная матрица типа Голден $\mathbf{S}_{\substack{Golden \\ General}}$ с учетом (36) и (49) может быть представлена следующим образом:

$$
\mathbf{S}_{\substack{Golden \\ General}} = \begin{bmatrix} G_1^{11} & G_1^{12} \\ G_1^{21} & G_1^{22} \\ G_2^{11} & G_2^{12} \\ G_2^{21} & G_2^{22} \\ & \vdots \\ G_{N/2}^{11} & G_{N/2}^{12} \\ G_{N/2}^{21} & G_{N/2}^{22} \end{bmatrix},
\tag{50}
$$

Для составления матрицы EVCM следует сформировать сумму сигналов, получаемую на каждой приемной антенне. Сумма формируется при умножении передаваемого сигнала на коэффициент, который определяет свойства канала. Запишем принимаемый сигнал в системе MIMO на первом такте в первой приемной антенне в следующем виде:

$$
y_{11} = G_1^{11} \cdot h_{11} + G_1^{21} \cdot h_{21} + G_2^{11} \cdot h_{31} + G_2^{21} \cdot h_{41} + \ldots + G_{N/2}^{11} \cdot h_{(N-1)1} + G_{N/2}^{21} \cdot h_{N1} + \eta_{11},
\tag{51}
$$

где индексы у принимаемого сигнала формируются следующим образом: первый индекс – номер приемной антенны, второй индекс – номер такта. Комплексные

коэффициенты передачи канала h_{nm}, с индексами: n – номер передающей антенны, m – номер приемной антенны.

На втором такте во второй приемной антенне выражение для сигнала имеет следующий вид:

$$y_{12} = G_1^{12} \cdot h_{11} + G_1^{22} \cdot h_{21} + G_2^{12} \cdot h_{31} + G_2^{22} \cdot h_{41} + \ldots + G_{N/2}^{12} \cdot h_{(N-1)1} + G_{N/2}^{22} \cdot h_{N1} + \eta_{12}, \quad (52)$$

Обобщая выражения (51) и (52), описывающие сигналы в приемной антенне на первом и втором тактах, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y_{m1} = \sum_{j=1}^{N/2} \left(G_j^{11} \cdot h_{(2j-1),m} + G_j^{21} \cdot h_{2j,m} \right) + \eta_{m1} \\ y_{m2} = \sum_{j=1}^{N/2} \left(G_j^{12} \cdot h_{(2j-1),m} + G_j^{22} \cdot h_{2j,m} \right) + \eta_{m2} \end{cases}, m = 1; 2 \ldots M \quad (53)$$

Запишем выражения для элементов матрицы $\mathbf{S}_{\substack{Golden \\ General}}$, используя (49), в виде:

$$\begin{aligned} G_j^{11} &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \left(\theta_{4j-3} + jr\theta_{4j} \right) \\ G_j^{12} &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \left(r\theta_{4j-2} + \theta_{4j-1} \right) \\ G_j^{21} &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \left(\theta_{4j-2} - r\theta_{4j-1} \right) \\ G_j^{22} &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \left(jr\theta_{4j-3} + \theta_{4j} \right) \end{aligned} \quad j = 1; 2 \ldots N/2 \quad (54)$$

Подставляя выражения (54) в (53), имеем:

$$\begin{cases} y_{m1} = \dfrac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \sum\limits_{j=1}^{N/2} \left(\left(\theta_{4j-3} + jr\theta_{4j} \right) \cdot h_{2j-1,m} + \left(\theta_{4j-2} - r\theta_{4j-1} \right) \cdot h_{2j,m} \right) + \eta_{m1} \\ y_{m2} = \dfrac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \sum\limits_{j=1}^{N/2} \left(\left(r\theta_{4j-2} + \theta_{4j-1} \right) \cdot h_{2j-1,m} + \left((jr\theta_{4j-3} + \theta_{4j} \right) \cdot h_{2j,m} \right) + \eta_{m2} \end{cases} \quad (55)$$

Раскрыв скобки в выражении (55) и сгруппировав слагаемые относительно передаваемых символов, получаем систему уравнений в следующей форме:

$$\begin{cases} y_{m1} = \dfrac{1}{\sqrt{1+r^2}} \sum\limits_{j=1}^{N/2} \left(h_{2j-1,m} \cdot \theta_{4j-3} + h_{2j,m} \cdot \theta_{4j-2} - r \cdot h_{2j,m} \cdot \theta_{4j-1} + jr \cdot h_{2j-1,m} \cdot \theta_{4j} \right) + \eta_{m1} \\ y_{m2} = \dfrac{1}{\sqrt{1+r^2}} \sum\limits_{j=1}^{N/2} \left(jr h_{2j,m} \cdot \theta_{4j-3} + r h_{2j-1,m} \cdot \theta_{4j-2} + h_{2j-1,m} \cdot \theta_{4j-1} + h_{2j,m} \cdot \theta_{4j} \right) + \eta_{m2} \end{cases} \quad (56)$$

Выражения (56) позволяют выделить матрицу EVCM размерности $2N \times 2N$, которая состоит из матриц EVCM кода Голден для двух антенн:

$$\mathbf{EVCM}_{\substack{Golden \\ General}} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{EVCM}_{n=1,2}^{m=1,2} & \mathbf{EVCM}_{n=3,4}^{m=1,2} & \cdots & \mathbf{EVCM}_{n=(N-1),N}^{m=1,2} \\ \mathbf{EVCM}_{n=1,2}^{m=3,4} & \mathbf{EVCM}_{n=3,4}^{m=3,4} & \cdots & \mathbf{EVCM}_{n=(N-1),N}^{m=3,4} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{EVCM}_{n=1,2}^{m=(M-1),M} & \mathbf{EVCM}_{n=3,4}^{m=(M-1),M} & \cdots & \mathbf{EVCM}_{n=(N-1),N}^{m=(M-1),M} \end{bmatrix} \quad (57)$$

Обобщенная матрица EVCM состоит из матриц EVCM кода Голден вида:

$$\mathbf{EVCM}_{n=n-1,n}^{m=m-1,m} = \begin{bmatrix} h_{2n-1,m} & h_{2n,m} & -rh_{2n,m} & jrh_{2n-1,m} \\ jrh_{2n,m} & rh_{2n-1,m} & h_{2n-1,m} & h_{2n,m} \\ h_{2n-1,m+1} & h_{2n,m+1} & -rh_{2n,m+1} & jrh_{2n-1,m+1} \\ jrh_{2n,m+1} & rh_{2n-1,m+1} & h_{2n-1,m+1} & h_{2n,m+1} \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$n = 1 \ldots N/2, m = 1 \ldots M-1 \quad ,$$

Указанные матрицы из структуры формируются как матрицы виртуальных систем MIMO с двумя приемными и двумя передающими антеннами использующие все возможные комбинации пар приемных и передающих антенн.

Изложенный метод формирования матрицы EVCM является методом, связанным со структурой модифицированного кода Голден и, так как матрица

EVCM является матрицей, сочетающей в себе свойства структуры кода и модели канала, полученный метод является полезным приложением к используемому пространственно-временному коду [75, 77].

2.6 Аналитический способ формирования матрицы EVCM

Как было отмечено, использование пространственно-временной матрицы, отличной от матрицы системы BLAST, будет требовать конструирования сложной матрицы EVCM [76, 78, 79]. В параграфе 2.5 был предложен метод (57) для модифицированного кода Голден, который позволяет сконструировать единую эквивалентную матрицу за счет свойств повторяемости кода. Однако такой метод зависит от порождающей матрицы и способа формирования кода большой размерности, что в других случаях не может быть использовано в полной мере [75]. Таким образом, необходимо разработать аналитический метод формирования матрицы EVCM для пространственно-временного кода произвольной размерности.

Общий случай пространственно-временного кодирования, когда имеется несколько передающих и приемных антенн и сигнал при этом кодируется с помощью некоторой пространственно-временной матрицы, описывается векторно-матричным уравнением (6). Представим матрицу пространственно-временного кодирования в общем виде, в котором любой элемент матрицы может зависеть от всех передаваемых информационных символов:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} S_{11}(\theta_1, \theta_2 \ldots \theta_Q) & \cdots & S_{1L}(\theta_1, \theta_2 \ldots \theta_Q) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{N1}(\theta_1, \theta_2 \ldots \theta_Q) & \cdots & S_{NL}(\theta_1, \theta_2 \ldots \theta_Q) \end{bmatrix}, \tag{59}$$

Представим теперь произвольный элемент $S_{i,j}(\theta_1, \theta_2 \ldots \theta_Q)$ матрицы $\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})$ в формуле (59) в следующем виде:

$$S_{i,j}\left(\theta_1,\theta_2\ldots\theta_Q\right)=\sum_{q=1}^{Q}\alpha_{i,j}\left(q\right)\cdot\theta_q \qquad (60)$$
$$i=1;2;\ldots N,\ j=1;2;\ldots L,$$

где $\alpha_{i,j}\left(q\right)$ - в общем случае комплексные коэффициенты, определяемые видом используемой пространственно-временной матрицы.

Подставляя (60) в (59) получим:

$$\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\theta}\right)=\begin{bmatrix}\sum_{q=1}^{Q}\alpha_{11}\left(q\right)\cdot\theta_q & \cdots & \sum_{q=1}^{Q}\alpha_{1L}\left(q\right)\cdot\theta_q\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \sum_{q=1}^{Q}\alpha_{N1}\left(q\right)\cdot\theta_q & \cdots & \sum_{q=1}^{Q}\alpha_{NL}\left(q\right)\cdot\theta_q\end{bmatrix}=\sum_{q=1}^{Q}\begin{bmatrix}\alpha_{11}\left(q\right) & \cdots & \alpha_{1L}\left(q\right)\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \alpha_{N1}\left(q\right) & \cdots & \alpha_{NL}\left(q\right)\end{bmatrix}\cdot\theta_q, \qquad (61)$$

Перепишем выражение (61) в компактном векторно-матричном виде:

$$\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\theta}\right)=\sum_{q=1}^{Q}\mathbf{A}_q\cdot\theta_q,$$
$$\text{где}\quad \mathbf{A}_q=\begin{bmatrix}\alpha_{11}\left(q\right) & \cdots & \alpha_{1L}\left(q\right)\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \alpha_{N1}\left(q\right) & \cdots & \alpha_{NL}\left(q\right)\end{bmatrix}\quad q=1;2;\ldots Q, \qquad (62)$$

Отметим, что вид матриц $\mathbf{A}_q$ однозначно определяется структурой исходной матрицы $\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\theta}\right)$ пространственно-временного кода.

Для упрощения модели используется эквивалентная виртуальная матрица канала связи (матрица EVCM). Это позволяет ввести в рассмотрение виртуальную систему связи, для которой каждый из информационных символов излучается через одну виртуальную передающую антенну за один такт.

Виртуальная модель наблюдения с матрицей EVCM имеет следующий вид:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_{EVCM} \cdot \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \tag{63}$$

где $\mathbf{H}_{EVCM}$ - искомая матрица EVCM, размерности $N \cdot L \times N$, где L- число временных отсчетов; $\boldsymbol{\eta}$- эквивалентный вектор шума наблюдения, размерности $N \cdot L \times 1$; $\mathbf{y}$ - эквивалентный вектор наблюдаемого сигнала, размерности $N \cdot L \times 1$.

Дальнейшие рассуждения имеют цель преобразовать исходную модель наблюдаемого сигнала (3) к виду (63). Проведем преобразование векторизации исходной матричной модели (3):

$$vec(\mathbf{Y}) = vec(\mathbf{H} \cdot \mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})) + vec(\boldsymbol{\Gamma}), \tag{64}$$

где $vec(\mathbf{A})$ - операция преобразования матрицы $\mathbf{A}$ в вектор-столбец, последовательно составленный из столбцов матрицы $\mathbf{A}$. Эта операция называется операцией векторизации матрицы $\mathbf{A}$.

Известно следующее представление для векторизации произведения матриц [57, 58]:

$$vec(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (\mathbf{1} \otimes \mathbf{A}) \cdot vec(\mathbf{B}), \tag{65}$$

где $\otimes$ - операция кронекерова умножения матриц; $\mathbf{A}$ - матрица размерности $M \times N$; $\mathbf{B}$ - матрица размерности $N \times L$; $\mathbf{1}$ - единичная матрица размерности $L \times L$.

Выражение (64) можно преобразовать с помощью (65) к следующему виду:

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{1} \otimes \mathbf{H}) \cdot vec(\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})) + \boldsymbol{\eta}, \tag{66}$$

Далее, учетом (62), имеем следующее выражение для пространственно-временной матрицы:

$$vec\left(\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})\right) = vec\left(\sum_{q=1}^{Q} \mathbf{A}_q \cdot \theta_q\right) = \sum_{q=1}^{Q} \theta_q \cdot vec\left(\mathbf{A}_q\right), \tag{67}$$

где учтены очевидные линейные свойства операции векторизации матрицы.

Выражение (67) может быть представлено в следующем виде:

$$vec\left(\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta})\right) = \left[vec\left(\mathbf{A}_1\right) \quad vec\left(\mathbf{A}_2\right) \quad \ldots \quad vec\left(\mathbf{A}_Q\right)\right] \cdot \boldsymbol{\theta}, \tag{68}$$

Подставляя (68) в (66), получим:

$$\mathbf{Y} = \left(\mathbf{1} \otimes \mathbf{H}\right) \cdot \left[vec\left(\mathbf{A}_1\right) \quad vec\left(\mathbf{A}_2\right) \quad \cdots \quad vec\left(\mathbf{A}_Q\right)\right] \cdot \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}, \tag{69}$$

Полученное выражение (69) является представлением модели наблюдения (3) с произвольным количеством приемных и передающих антенн и произвольным количеством тактов передачи в виде виртуальной системы MIMO типа BLAST. На основе (63) и (69) нетрудно записать окончательное аналитическое выражение для матрицы EVCM:

$$\mathbf{H}_{EVCM} = \left(\mathbf{1} \otimes \mathbf{H}\right) \cdot \mathbf{T}, \quad \text{где} \quad \mathbf{T} = \left[vec\left(\mathbf{A}_1\right) \quad vec\left(\mathbf{A}_2\right) \quad \cdots \quad vec\left(\mathbf{A}_Q\right)\right] \tag{70}$$

Отметим, что в полученном выражении (70) для матрицы EVCM матрица $\mathbf{H}$ определяет свойства канала связи MIMO, матрица $\mathbf{T}$ определяет свойства используемого пространственно-временного кода. Таким образом, матрица $\mathbf{H}_{EVCM}$ зависит как от свойств канала связи, так и от свойств пространственно-временного кода.

2.7 Примеры синтеза матрицы EVCM для известных пространственно-временных кодов

Продемонстрируем применение выражения (70) для матрицы EVCM на примерах известных типов пространственно-временных кодов – BLAST (10) и Голден (12). [80]

Рассмотрим систему BLAST для случая четырех приемных ($M=4$) и четырех передающих антенн ($N=4$). В такой системе имеет место только один такт передачи ($L=1$), а число передаваемых информационных символов равно четырем ($Q=4$), Тогда пространственно-временная матрица $\mathbf{S}_{BLAST}(\boldsymbol{\theta})$ с учетом выражения (68) может быть представлена в следующем виде:

$$\mathbf{S}_{BLAST}(\boldsymbol{\theta})=\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\\ \theta_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}\cdot\theta_1+\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}\cdot\theta_2+\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}\cdot\theta_3+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}\cdot\theta_4=\mathbf{A}_1\cdot\theta_1+\mathbf{A}_2\cdot\theta_2+\mathbf{A}_3\cdot\theta_3+\mathbf{A}_4\cdot\theta_4 \tag{71}$$

Матрица $\mathbf{T}$ в случае BLAST имеет вид:

$$\mathbf{T}_{BLAST}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{72}$$

Подставляя (72) в (70), получаем выражение для матрицы EVCM системы связи с кодом BLAST:

$$\mathbf{H}_{EVCM,BLAST}=(\mathbf{1}\otimes\mathbf{H})\cdot\mathbf{T}_{BLAST}=\mathbf{H} \tag{73}$$

где $\mathbf{1}=1$ - единичная матрица размерности 1×1, которая в данном случае равна единице.

Из (73) следует очевидный и известный факт, что для системы BLAST матрица EVCM совпадает с матрицей канала MIMO.

Рассмотрим теперь систему MIMO с матрицей Голден (12). В такой системе используются две приемных антенны ($M=2$) и две передающих антенны ($N=2$), передача осуществляется на двух тактах ($L=2$), а число передаваемых информационных символов равно четырем ($Q=4$). В такой системе пространственно-временная матрица $\mathbf{S}_{Golden}(\boldsymbol{\theta})$ с учетом выражений (68) имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}_{Golden} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & jr \end{bmatrix} \cdot \theta_1 + \begin{bmatrix} 0 & r \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \theta_2 + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -r & 0 \end{bmatrix} \cdot \theta_3 + \begin{bmatrix} jr & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \theta_4 \right) \quad (74)$$

Из (74) видно, что матрицы $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, $\mathbf{A}_3$ и $\mathbf{A}_4$ описываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & jr \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_2 &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} 0 & r \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_3 &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -r & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_4 &= \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} jr & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (75)$$

С учетом (75) матрица $\mathbf{T}$ в случае использования кода Голден имеет вид:

$$\mathbf{T}_{Golden} = \left[vec(\mathbf{A}_1) \quad vec(\mathbf{A}_2) \quad vec(\mathbf{A}_3) \quad vec(\mathbf{A}_4) \right] = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & jr \\ 0 & 1 & -r & 0 \\ 0 & r & 1 & 0 \\ jr & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (76)$$

В результате, подставляя (76) в (70), получаем выражение для матрицы EVCM системы связи с кодом Голден:

$$\mathbf{H}_{EVCM,Golden} = (\mathbf{1} \otimes \mathbf{H}) \cdot \mathbf{T}_{Golden} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & -rh_{21} & jrh_{11} \\ h_{12} & h_{22} & -rh_{22} & jrh_{12} \\ jrh_{21} & rh_{11} & h_{11} & h_{21} \\ jrh_{22} & rh_{12} & h_{12} & h_{22} \end{bmatrix} \quad (77)$$

где $\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ - единичная матрица размерности 2×2; $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{12} & h_{22} \end{bmatrix}$ - матрица канала связи MIMO размерности 2×2. Здесь следует отметить, что первый индекс элемента матрицы есть номер передающей антенны, а второй индекс – номер приемной антенны.

Выражение для матрицы EVCM, полученное с помощью формулы (77), совпадает с матрицей системы уравнений (43), которая получена путем преобразования системы уравнений с пространственно-временной матрицей Голден (12).

Показанные примеры демонстрируют справедливость представления эквивалентной виртуальной матрицы канала в виде (70) для различных систем MIMO с пространственно-временным кодированием.

2.8 Обобщение аналитического способа формирования матрицы EVCM на случай комплексно сопряженных величин

Ряд пространственно-временных кодов в своей структуре используют не только значения передаваемых символов, но и их комплексно-сопряженные величины. Одним из примеров такого кодирования является распространенный код Аламоути (7), а также схемы кодирования для систем больших размерностей, построенных на его схеме. Для формирования матрицы EVCM требуется предложить способ, который бы учитывал этот фактор присутствия в структуре комплексно-сопряженных величин.

Предположим, что в сформированной структуре ряд столбцов с номерами $l_1, l_2 \ldots l_k, 1 \le k \le L$ содержит только комплексно-сопряженные символы. Такое допущение возможно, исходя из того, что известные порождающие матрицы содержат их только в определенном столбце [4, 13, 16].

Рассмотрим вид отдельного столбца, соответствующего любому одному такту в матрице принятых сигналов. Такой столбец имеет вид:

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{H}_n \cdot \mathbf{S}_n(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\eta}_n, n = 1 \ldots L, \tag{78}$$

Если $n \in \{l_1, l_2 \ldots l_k\}$, то есть столбец в матрице принятых сигналов сформирован из столбца порождающего кода, содержащего комплексно-сопряженные символы, тогда, подставляя (62) в представление (78), получаем:

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{H}_n \cdot \begin{bmatrix} \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{1n}(q) \cdot \theta_q^{'} \\ \vdots \\ \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{Nn}(q) \cdot \theta_q^{'} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_n \quad \text{если} \quad n \notin \{l_1, l_2 \ldots l_k\} \quad \mathbf{y}_n = \mathbf{H}_n \cdot \begin{bmatrix} \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{1n}(q) \cdot \theta_q \\ \vdots \\ \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{Nn}(q) \cdot \theta_q \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta}_n$$

Для всех $n \in \{l_1, l_2 \ldots l_k\}$ выполним сопряжение. Тогда получим:

$$\mathbf{y}_n^{'} = conj(\mathbf{H}_n) \cdot \begin{vmatrix} \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{1n}^{'}(q) \cdot \theta_q \\ \vdots \\ \sum_{q=1}^{Q} \alpha_{Nn}^{'}(q) \cdot \theta_q \end{vmatrix} + \boldsymbol{\eta}_n^{'}$$

Составим такой новый вектор наблюдения, в котором элемент $\mathbf{y}_n$, где $n \in \{l_1, l_2 \ldots l_k\}$ заменяются на $\mathbf{y}_n^{'}$, тогда при формировании матриц $\mathbf{A}_q$ соответствующие столбцы будут заменены на их сопряженные, таким образом имеем такой вид преобразованной матрицы $\tilde{\mathbf{A}}_q$:

$$\tilde{\mathbf{A}}_q = \begin{vmatrix} \alpha_{11}(q) & \cdots & \alpha_{1,l_1}^{'}(q) & \cdots & \alpha_{1,l_k}^{'}(q) & \cdots & \alpha_{1L}(q) \\ \alpha_{21}(q) & \cdots & \alpha_{2,l_1}^{'}(q) & \cdots & \alpha_{2,l_k}^{'}(q) & \cdots & \alpha_{2L}(q) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{N1}(q) & \cdots & \alpha_{N,l_1}^{'}(q) & \cdots & \alpha_{N,l_k}^{'}(q) & \cdots & \alpha_{NL}(q) \end{vmatrix} \tag{79}$$

Таким образом, векторизированная модель наблюдения с учетом сопряжения имеет вид

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{\Delta}} \cdot \left[vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_1\right) \ldots vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_q\right) \right] \cdot \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\eta}}, \tag{80}$$

где $\tilde{\mathbf{Y}} = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{21} & \cdots & y_{L,1} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ y_{1,l_1} & y_{2,l_1} & \cdots & y_{L,l_1} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ y_{1,l_k} & y_{2,l_k} & \cdots & y_{L,l_k} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ y_{1,M} & y_{2,M} & \cdots & y_{L,M} \end{vmatrix}$, $\tilde{\mathbf{\Delta}} = \left(\mathbf{1} \otimes \mathbf{H}\right)' = \begin{vmatrix} \mathbf{\Delta}_1 \\ \vdots \\ conj\left(\mathbf{\Delta}_{l_1}\right) \\ \vdots \\ conj\left(\mathbf{\Delta}_{l_k}\right) \\ \vdots \\ \mathbf{\Delta}_N \end{vmatrix}$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta'_{l_1} \\ \vdots \\ \theta'_{l_k} \\ \vdots \\ \theta_N \end{vmatrix}$ и шум $\tilde{\boldsymbol{\eta}} = \begin{vmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta'_{l_1} \\ \vdots \\ \eta'_{l_k} \\ \vdots \\ \eta_M \end{vmatrix}$ с корреляционной матрицей $2\sigma_\eta^2 \cdot \mathbf{I}$.

Таким образом, в случае с сопряженными символами в порождающей матрице выражение (70) имеет вид:

$$\mathbf{H}_{EVCM} = \tilde{\mathbf{\Delta}} \cdot \left[vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_1\right) \ldots vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_q\right) \right] \tag{81}$$

2.9 Примеры синтеза матрицы EVCM для известных пространственно-временных кодов с сопряженными символами

Применим полученный метод для известной матрицы Аламоути (7). Для этого кода число приемных антенн $M = 1$, число передающих антенн $N = 2$ число временных отсчетов $L = 2$, число излучаемых символов $Q = 2$. В соответствии с (79) сформируем матрицы $\tilde{\mathbf{A}}_q$.

$$\tilde{\mathbf{A}}_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \tilde{\mathbf{A}}_2 = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Сформируем матрицу **T**

$$\mathbf{T}_{Alamouti} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Модель канала **H** для кода Аламоути имеет следующий вид: $\mathbf{H}_{Alamouti} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}$, тогда

$$\mathbf{\Delta}_{Alamouti} = \mathbf{1} \otimes \mathbf{H}_{Alamouti} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \otimes \mathbf{H}_{Alamouti} = \begin{vmatrix} \mathbf{H}_{Alamouti} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{Alamouti} \end{vmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{\Delta}}_{Alamouti} = \begin{vmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & conj(\mathbf{H}) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_1 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1^{'} & h_2^{'} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{EVCM}_{Alamouti} = \tilde{\mathbf{\Delta}}_{Alamouti} \cdot \mathbf{T}_{Alamouti} = \begin{vmatrix} h_1 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1^{'} & h_2^{'} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^{'} & -h_1^{'} \end{vmatrix}$$

Таким образом, синтезированная с помощью разработанного аналитического метода (81) эквивалентная виртуальная матрица канала соответствует матрице коэффициентов канала.

Продемонстрируем поиск матрицы EVCM для транспонированной матрицы (14) с поворотом сигнального созвездия.

Для системы с четырьмя передающими и четырьмя приемными антеннами примем следующие обозначения: число приемных антенн $M = 4$, передающих антенн $N = 4$, число временных отсчетов $L = 4$, число излучаемых символов Q=4.

В соответствии с (79) сформируем матрицы $\tilde{\mathbf{A}}_q$, тогда:

$$\tilde{\mathbf{A}}_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \tilde{\mathbf{A}}_2 = \begin{vmatrix} 0 & \xi & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \xi^{'} & 0 \end{vmatrix}, \tilde{\mathbf{A}}_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \tilde{\mathbf{A}}_4 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -\xi^{'} & 0 \\ 0 & \xi & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Сформируем матрицу **T:**

$$\mathbf{T}_{Rot} = \left[vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_1\right) vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_2\right) vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_3\right) vec\left(\tilde{\mathbf{A}}_4\right) \right]$$

$$\mathbf{T}_{Rot} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \xi & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\xi \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta}_{Rot} = \mathbf{1} \otimes \mathbf{H} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \otimes \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{vmatrix},$$

где матрицы

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} \\ h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} \end{vmatrix} \quad \mathbf{0} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Тогда запишем:

$$\tilde{\mathbf{\Delta}}_{Rot} = \begin{vmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & conj(\mathbf{H}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & conj(\mathbf{H}) \end{vmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{\Delta}}_{Rot} = \begin{vmatrix}
h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} & h'_{11} & h'_{21} & h'_{31} & h'_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{12} & h'_{22} & h'_{32} & h'_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{13} & h'_{23} & h'_{33} & h'_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{14} & h'_{24} & h'_{34} & h'_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{11} & h'_{21} & h'_{31} & h'_{41} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{12} & h'_{22} & h'_{32} & h'_{42} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{13} & h'_{23} & h'_{33} & h'_{43} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h'_{14} & h'_{24} & h'_{34} & h'_{44}
\end{vmatrix}$$

$$\mathbf{EVCM}_{Rot} = \tilde{\mathbf{\Delta}}_{Rot} \cdot \mathbf{T}_{Rot} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & h_{31} & h_{41} \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} & h_{42} \\ h_{13} & h_{23} & h_{33} & h_{43} \\ h_{14} & h_{24} & h_{34} & h_{44} \\ h_{21} & h_{11}\xi & h_{41} & h_{31}\xi \\ h_{22} & h_{12}\xi & h_{42} & h_{32}\xi \\ h_{23} & h_{13}\xi & h_{43} & h_{33}\xi \\ h_{24} & h_{14}\xi & h_{44} & h_{34}\xi \\ h_{31}^{'} & h_{41}^{'}\xi & -h_{11}^{'} & -h_{21}^{'}\xi \\ h_{32}^{'} & h_{42}^{'}\xi & -h_{12}^{'} & -h_{22}^{'}\xi \\ h_{33}^{'} & h_{43}^{'}\xi & -h_{13}^{'} & -h_{23}^{'}\xi \\ h_{34}^{'} & h_{44}^{'}\xi & -h_{14}^{'} & -h_{24}^{'}\xi \\ h_{41}^{'} & h_{31}^{'} & -h_{21}^{'} & -h_{11}^{'} \\ h_{42}^{'} & h_{32}^{'} & -h_{22}^{'} & -h_{12}^{'} \\ h_{43}^{'} & h_{33}^{'} & -h_{23}^{'} & -h_{13}^{'} \\ h_{44}^{'} & h_{34}^{'} & -h_{24}^{'} & -h_{14}^{'} \end{bmatrix} \quad (82)$$

Результат (82), полученный с помощью разработанного метода (81), соответствует полученному результату для принимаемого сигнала на каждой антенне для каждого временного отсчета.

2.10 Выводы

1. На основе порождающих матриц Голден (12) и матрицы с поворотом сигнального созвездия (14) получены новые пространственно-временные матрицы произвольной размерности.
2. Разработан рекуррентный метод (57) формирования эквивалентной виртуальной матрицы канала для пространственно-временного кода типа Голден (36) высокой размерности.
3. Разработан аналитический метод формирования эквивалентной виртуальной матрицы канала для систем связи MIMO для произвольных пространственно-временных матриц, не содержащих комплексно-сопряженные символы.

4. Разработан аналитический метод формирования эквивалентной виртуальной матрицы канала для систем связи MIMO для произвольных пространственно-временных матриц, содержащих комплексно-сопряженные символы.

3 Новый критерий оптимальности пространственно-временных матриц

3.1 Постановка задачи создания оптимального кода

В основе создания оптимальных пространственно-временных кодов лежат следующие требования [4, 83, 84]:

- Обеспечение высокой спектральной эффективности системы связи MIMO;
- Обеспечение высокой помехоустойчивости системы связи MIMO;
- Приемлемая для практической реализации вычислительная сложность алгоритма демодуляции.

Эти требования к оптимальным кодам противоречат друг другу и поэтому проблема синтеза квазиоптимальных пространственно-временных кодов, пригодных для применения в конкретной системе, является весьма актуальной. Решение этой задачи сводится к поиску матрицы пространственно-временного кода для систем MIMO высоких размерностей при использовании демодулятора, оптимального по критерию максимума правдоподобия [81, 85]. Как показано в работах [4, 85], только такой демодулятор позволяет обеспечить наилучшую помехоустойчивость системы связи.

Требования к оптимальным пространственно-временным кодам можно также сформулировать следующим образом [86, 87]:

1. Пространственно-временная матрица кода должна быть невырожденной при произвольной форме сигнального созвездия.
2. Мощности, излучаемые всеми передающими антеннами, предполагаются одинаковыми.
3. Количество антенн равно количеству временных интервалов кода — предполагается, что пространственно-временной код является полноскоростным.

Примером квазиоптимального кода является код Голден [4, 87, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] для систем MIMO с двумя приемными и

передающими антеннами с пространственно-временной матрицей вида (12). Этот код является полноскоростным и обладает высокой спектральной эффективностью, совпадающей со спектральной эффективностью системы BLAST с двумя передающими антеннами и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к оптимальному коду.

3.2 Свойства порождающих матриц пространственно-временных кодов

Одним из пространственно-временных кодов, обладающим свойствами оптимальности указанными в параграфе 3.1, является код с порождающей матрицей (7), используемый для схемы Аламоути [21, 25, 43, 54]. Рассмотрим свойство эквивалентной виртуальной матрицы канала для схемы Аламоути (17) вида $\mathbf{EVCM}_{Alamouti} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} \\ h_{21}^{'} & -h_{11}^{'} \end{bmatrix}$:

$$\mathbf{EVCM}_{Alamouti}^{'}\mathbf{EVCM}_{Alamouti} = \mathbf{EVCM}_{Alamouti}\mathbf{EVCM}_{Alamouti}^{'} = h^2\mathbf{I}, \qquad (83)$$

где $\mathbf{I}$ - единичная матрица размерности 2×2, а $h^2 = |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2$. Указанное свойство связано с ортогональностью порождающей матрицы Аламоути (7).

Таким образом, для неортогональных матриц выражение (83) будет иметь следующий вид $\mathbf{EVCM}\cdot\mathbf{EVCM}^{'} = \sum_{i=1}^{M}|h_i|^2\mathbf{J}$, где $\mathbf{J}$ – разреженная матрица, в которой главная диагональ заполнена единицами, не менее чем $M^2/2$ остальных элементов заполнены нулями, а модули оставшихся элементов не превышает +1. Таким образом, чем ближе произведение $\mathbf{EVCM}^{'}\cdot\mathbf{EVCM}$ к диагональной матрице, тем ближе свойства порождающей матрицы к свойствам полноскоростного ортогонального кода [83, 88].

Рассмотрим характеристики произведения (83) для известных кодовых конструкций больших размерностей на базе кода Аламоути ABBA (19), расширенного кода Аламоути (22) и с использованием матрицы Адамара (29).

Для порождающей матрицы ABBA (19) запишем произведение:

$$\mathbf{G}_{ABBA} = \mathbf{S}'_{ABBA}\mathbf{S}_{ABBA} = \theta^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & X_{ABBA} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & X_{ABBA} \\ X_{ABBA} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & X_{ABBA} & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$X_{ABBA} = \frac{2\mathrm{Re}\left(\theta_1\theta_3 + \theta'_2\theta'_4\right)}{\theta^2}, \theta^2 = |\theta_1|^2 + |\theta_2|^2 + |\theta_3|^2 + |\theta_4|^2 \quad (84)$$

Для расширенного кода Аламоути (22) запишем:

$$\mathbf{G}_{EA} = \mathbf{S}'_{EA}\mathbf{S}_{EA} = \theta^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_{EA} \\ 0 & 1 & -X_{EA} & 0 \\ 0 & -X_{EA} & 1 & 0 \\ X_{EA} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где

$$X_{EA} = \frac{2\mathrm{Re}\left(\theta_1\theta'_4 + \theta_2\theta'_3\right)}{\theta^2} \quad (85)$$

Для кода с использованием матрицы Адамара (24):

$$\mathbf{G}_{HAD} = \mathbf{S}'_{HAD}\mathbf{S}_{HAD} = 2 \cdot \begin{bmatrix} X_{HAD} & 0 \\ 0 & X_{HAD} \end{bmatrix},$$

где

$$X_{HAD} = |\theta_1|^2 + |\theta_2|^2 \quad (86)$$

Значения величин (84), (85), (86) характеризуют близость полученной матрицы к матрицам со свойствами ортогональных полноскоростных кодов. Анализ значений величин (84), (85), (86) не приводит к созданию однозначного критерия, однако может сформировать еще одно требование к пространственно-временных кодам [84].

3.3 Постановка задачи формирования нового критерия синтеза пространственно-временных кодов

Формирование аналитического критерия синтеза пространственно-временных кодов является важной задачей, так как позволит управлять внутренней структурой порождающей матрицы для достижения оптимальности. [83, 89, 90]. Известные ранговый (32), (33) и детерминантный (34) критерии не нашли широкого применения для задачи синтеза, в связи с невозможностью их использования при больших размерностях порождающей матрицы, а также допущений, которые использовались при их выводе [70, 71, 83, 91, 92]. В частности, вывод детерминантного критерия основан на использовании оптимального демодулятора, что оказывает влияние на применение критерия в реальных условиях [43, 56, 70, 72].

Создаваемый критерий оптимальности должен учитывать свойства, пространственно-временной матрицы кода, модели канала и используемого демодулятора. Поиск аналитических методов синтеза оптимальных кодов является органическим путем развития теоретических основ пространственно-временного кодирования и позволяет найти способы управления свойствами кода, связав их с характеристиками помехоустойчивости [68, 72, 77, 92, 93].

3.4 Критерий синтеза пространственно-временных кодов

Рассмотрим модель наблюдения системы с использованием эквивалентной виртуальной матрицы канала, которая описывается выражением (63). Полученное аналитическое выражение для матрицы EVCM (70) демонстрирует зависимость вида матрицы как от свойств канала связи, так и от свойств пространственно-временного кода [3, 16, 22].

Часто применяемым методом демодуляции сигнала является метод минимума среднеквадратичной ошибки [4, 10, 16, 22]. Запишем выражение для оценки вектора информационных символов на выходе демодулятора для модели наблюдения (63):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{H}'_{EVCM}\mathbf{H}_{EVCM} + 2\sigma_{\eta}^{2}\mathbf{1})^{-1} \cdot \mathbf{H}'_{EVCM} \cdot \mathbf{Y} \tag{87}$$

здесь использованы условные обозначения, принятые в (3), (32), (63).

В этом случае критерием качества демодуляции являются дисперсии ошибок демодуляции для каждого символа θ_i вектора $\boldsymbol{\theta}$, которые расположены на диагонали корреляционной матрицы ошибок демодуляции $\mathbf{R}_{MMSE}$.

$$\mathbf{R}_{MMSE} = 2\sigma^2 \cdot \left(\mathbf{H}'_{EVCM}\mathbf{H}_{EVCM} + 2\sigma^2 \cdot \mathbf{1}\right)^{-1} \tag{88}$$

Выберем в качестве критерия максимальную дисперсию ошибки демодуляции среди компонент вектора $\boldsymbol{\theta}$. Такой выбор обусловлен тем, что на итоговую вероятность ошибки наибольшее влияние оказывает та из дисперсий компонент вектора $\boldsymbol{\theta}$, которая является максимальной [94]. Введем числовую функцию f, которая определяет зависимость качества демодуляции от модели канала $\mathbf{H}_{\mathrm{EVCM}}$ и изменяемого вектора параметров используемой пространственно-временной матрицы $\mathbf{r}$:

$$\varphi\left(\mathbf{R}_{MMSE}\right) = \max\left(diag\mathbf{R}_{MMSE}\right) = f\left(\mathbf{H}_{EVCM}, \mathbf{r}\right) \tag{89}$$

Функция (89), как следует из (88), зависит от канала связи, свойства которого определяются внутри матрицы EVCM (70) и вектора $\mathbf{r}$, который определяется свойствами порождающей матрицы кода. Для выявления зависимости функции (89) от структуры пространственно-временного кода, необходимо провести усреднение функции по матрице канала, получив функцию вида:

$$\psi\left(\mathbf{r}\right) = \int\limits_{\mathbf{H}_{EVCM}} f\left(\mathbf{H}_{EVCM}, \mathbf{r}\right) \cdot \rho\left(\mathbf{H}_{EVCM}\right) \cdot d\mathbf{H}_{EVCM} \ , \tag{90}$$

где усреднение производится по случайному распределению матрицы канала $\mathbf{H}$, с учетом (70), $\rho\left(\mathbf{H}_{EVCM}\right)$ – плотность распределения $\mathbf{H}_{EVCM}$.

Усредненную функцию $\psi(\mathbf{r})$ (90) необходимо минимизировать по вектору параметров $\mathbf{r}$ для нахождения оптимального значения вектора параметров **r**.

$$\min_{\mathbf{r}}(\psi(\mathbf{r})) \tag{91}$$

Выражения (90), (91) определяют критерий оптимизации порождающих матриц пространственно-временных кодов [94]. При усреднении в (90) учитывается возможное наличие корреляции между элементами матрицы канала.

Рассмотрим применение данного алгоритма (90), (91) для известных матриц типов (12) и (14), а также для вновь синтезированных матриц типов (36) и (38).

3.5 Применение критерия для пространственно-временного кода Голден размерности 2x2

Предложенный критерий (90), (91) применяется для пространственно-временного кода Голден (12). Вычисление интеграла (90) аналитическими методами не представляется возможным. Для этого применяется имитационное моделирование. Изменяемым параметром является скаляр k в выражении для параметра $r = \frac{-1+\sqrt{k}}{2}$ кода Голден (12). Условия моделирования приведены в таблице 3.

Таблица 3. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (12) размерности 2×2.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5; с

	релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Количество экспериментов	1000000

Результаты проведенного моделирования представлены на рисунке 7.

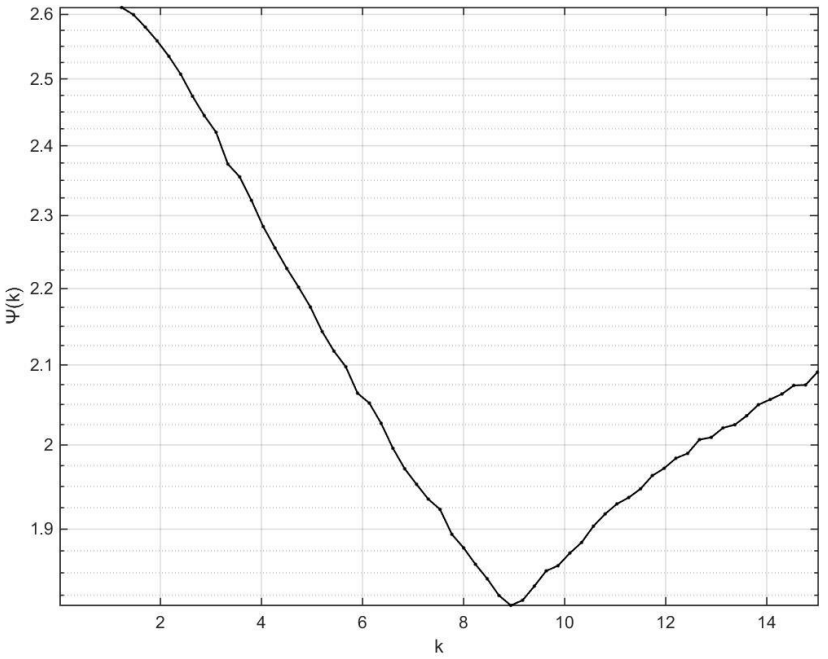

Рисунок 7. Зависимость *ψ(k)* для кода Голден.

Оптимальное значение r определяется следующим выражением:

$$r = \frac{-1+\sqrt{9}}{2} = 1 .$$

Значение параметра r для стандартного кода Голден (12) определяется значением:

$$r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} .$$

Сравним характеристики помехоустойчивости пространственно-временного кода Голден с параметром $r = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}$, полученным с помощью критерия (90), (91) и стандартным параметром $r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Моделирование проводилось при следующих условиях (см. таблицу 4).

Таблица 4. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (12) размерности 2×2 со значениями параметра r: $r_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $r_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}$.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Тип модуляции	BPSK, QPSK
Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без помехоустойчивого кодирования

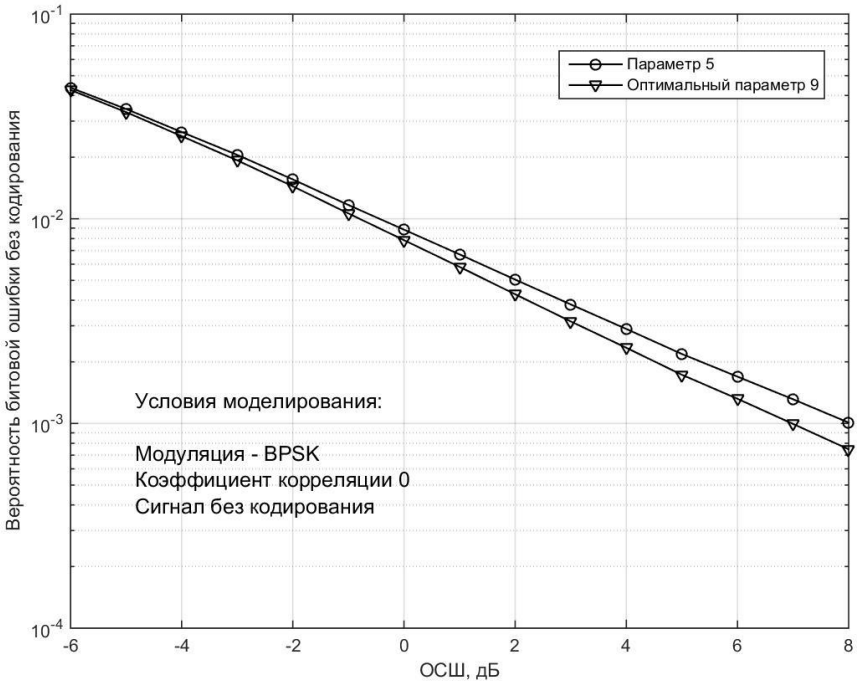

Рисунок 8. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

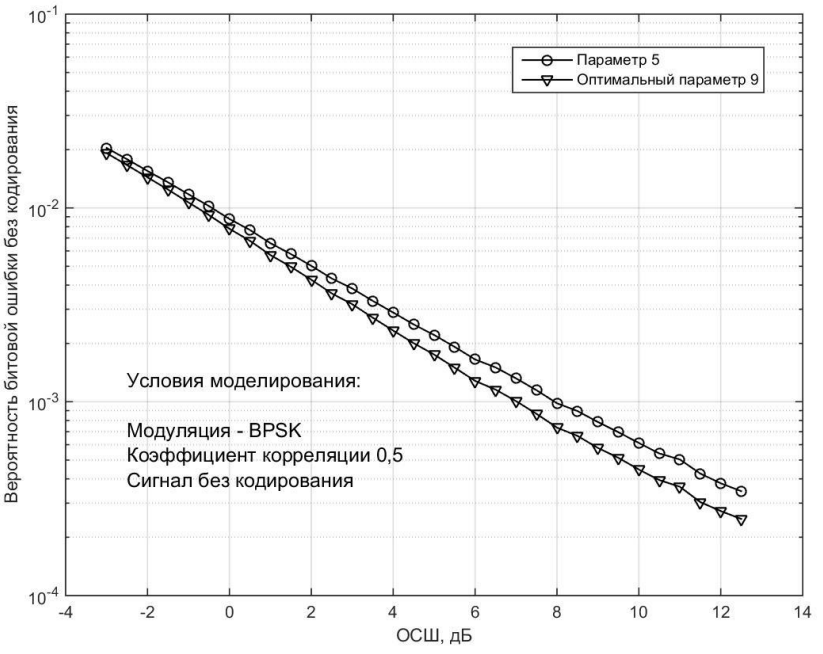

Рисунок 9. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

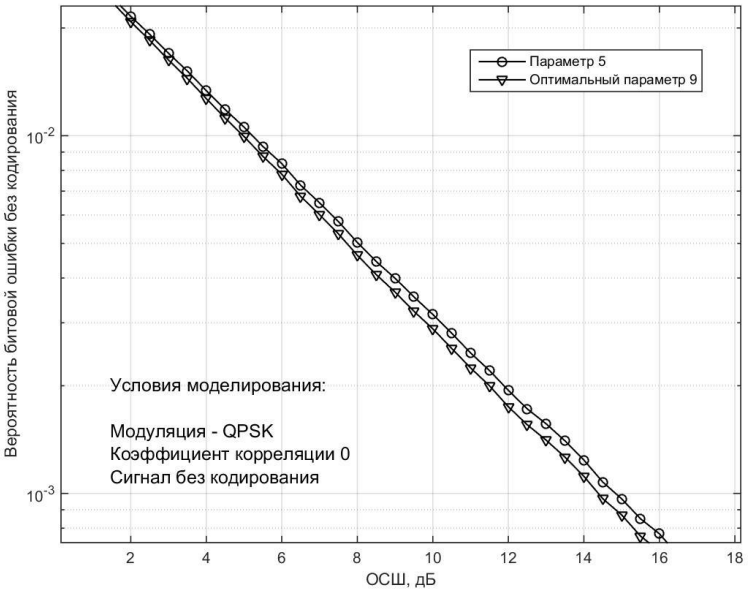

Рисунок 10. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

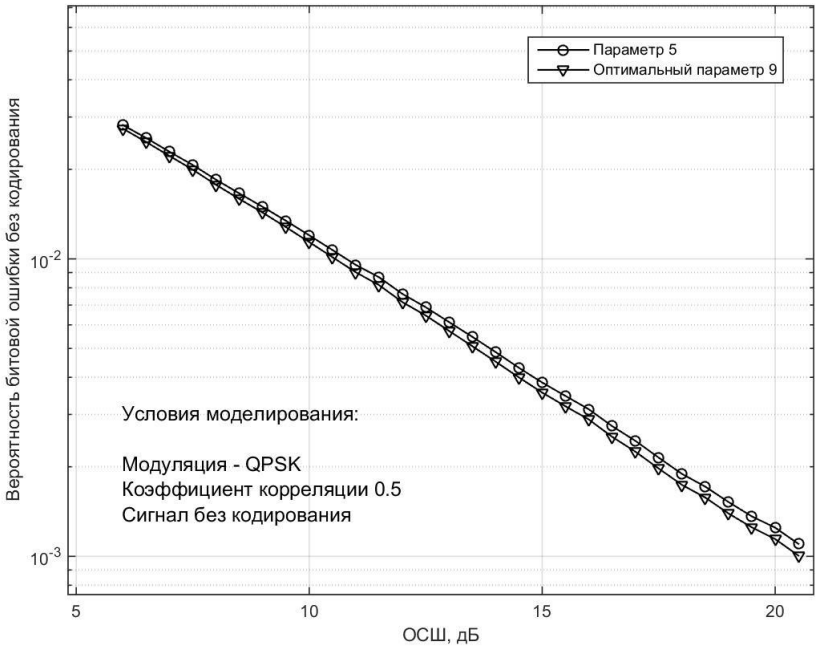

Рисунок 11. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

Результаты, полученные при моделировании (см. рисунки 8, 9, 10, 11), демонстрируют заметный энергетический выигрыш при использовании оптимального значения параметра r, полученного с помощью критерия (90), (91).

В случае использования системы без кодирования энергетический выигрыш составляет 0,1 – 1 дБ в зависимости от вида модуляции и наличия пространственной корреляции в канале связи. Результаты имитационного моделирования представлены в таблице 5.

Таблица 5. Результаты имитационного моделирования

Имитационное моделирование на:	Тип модуляции	Коэффициент корреляции на передаче/приеме	Кодирование	Энергетический выигрыш, дБ
рисунке 8	BPSK	0/0	отсутствует	0,25
рисунке 9	BPSK	0,5/0,5	отсутствует	1,0
рисунке 10	QPSK	0/0	отсутствует	0,1
рисунке 11	QPSK	0,5/0,5	отсутствует	0,25

Использование предложенного критерия (90), (91) позволяет получить дополнительный энергетический выигрыш за счет оптимального выбора параметра пространственно-временной матрицы.

3.6 Применение критерия для пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия размерности 4x4

Применим предложенный критерий (90), (91) для пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия (14). Оптимизация с помощью критерия (90), (91), как и в параграфе 3.5, проводится с помощью статистического имитационного моделирования. Изменяемым параметром является угол φ в выражении для параметра $\xi = e^{j\phi}$ кода с поворотом сигнального созвездия (14). Условия моделирования приведены в таблице 6.

Таблица 6. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (14) размерности 4×4.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,7 и коэффициентом корреляции на приеме 0,7; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Количество экспериментов	1000000

Результаты проведенного имитационного моделирования представлены на рисунках 12, 13.

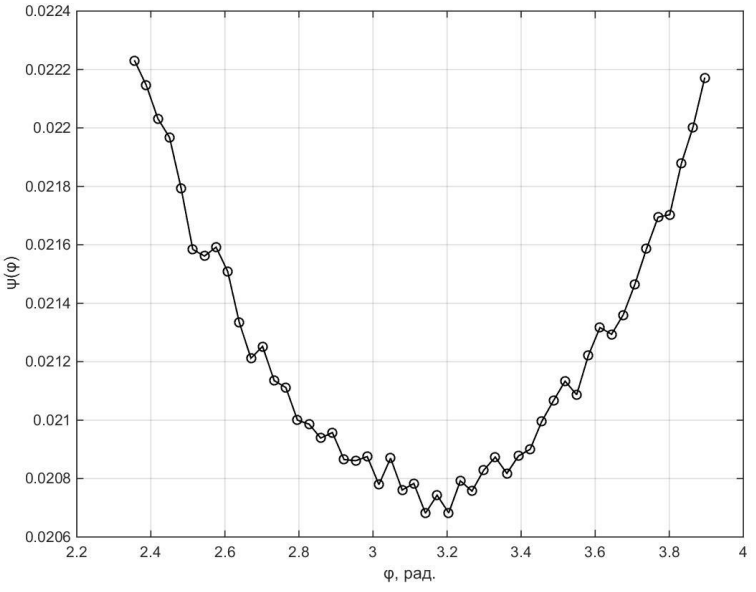

Рисунок 12. Зависимость *ψ(φ)* для кода с поворотом сигнального созвездия. Канал коррелированный.

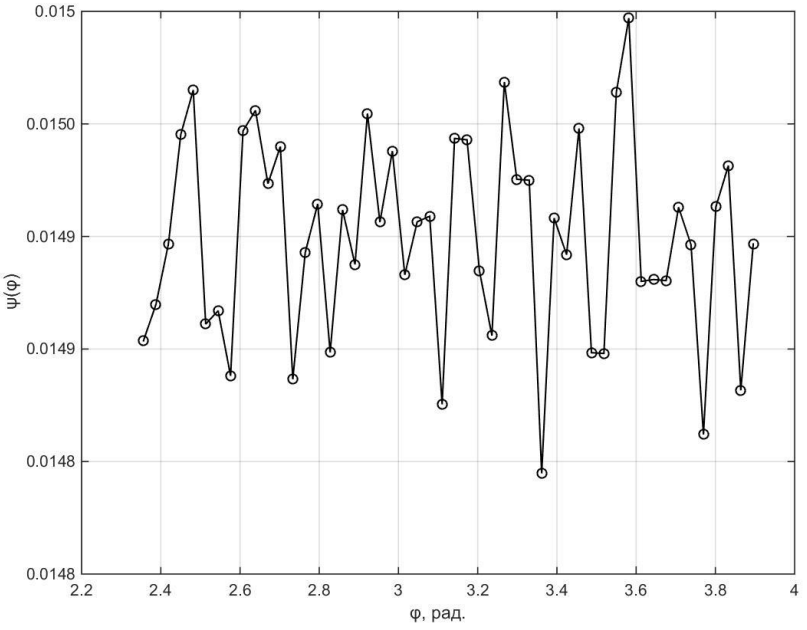

Рисунок 13. Зависимость *ψ(φ)* для кода с поворотом сигнального созвездия. Канал некоррелированный.

Результаты моделирования определяют оптимальное значение параметра $\varphi = \pi$. Как показывает представленный график на рисунке 13, порождающая матрица оказывается нечувствительной к параметру φ. Минимум дисперсии ошибки демодуляции не формируется и является случайной величиной в силу конечного значения числа экспериментов при моделировании.

Сравним характеристики помехоустойчивости пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия (14) со стандартным параметром $\varphi = \pi/2$ и параметром, полученным с помощью критерия (90), (91) $\varphi = \pi$.

Моделирование проводилось при следующих условиях (см. таблицу 7).

Таблица 7. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (14) размерности 4×4 с поворота сигнального созвездия, значение параметра $\xi = e^{j\pi/2}$ и $\xi = e^{j\pi}$.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с

	релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5
Тип модуляции	QPSK, 16-QAM, 64-QAM
Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без кодирования и с использованием турбо-кода с параметрами: скорость кодирования 1/2, длина кодового ограничения 16

Результаты, полученные при сравнительном моделировании, представлены на рисунках 14, 15, 16, 17, 18, 19 для различных методов модуляции, для случаев без кодирования и с кодированием.

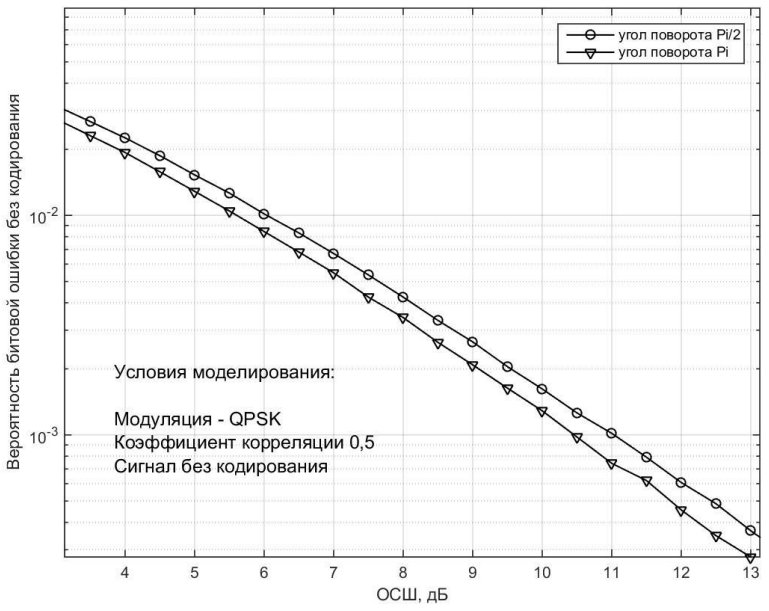

Рисунок 14. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

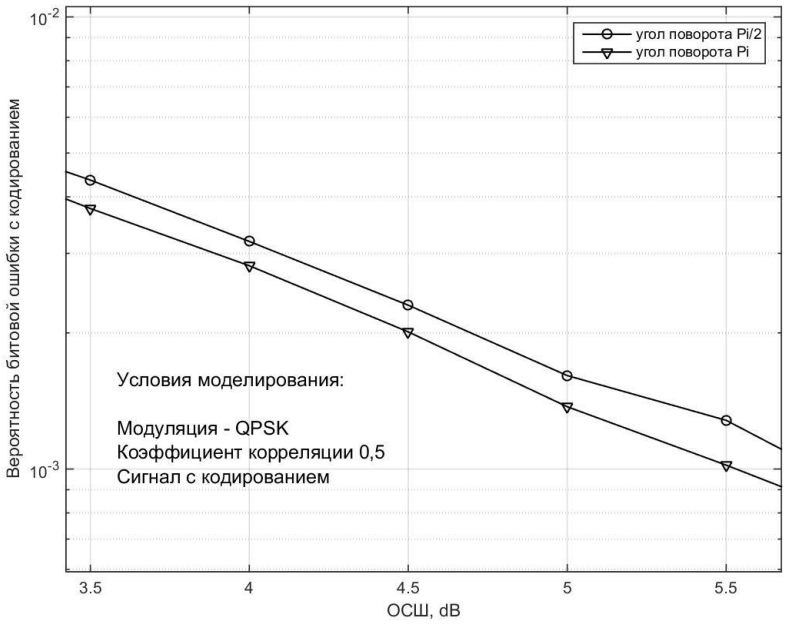

Рисунок 15. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция QPSK, кодирование присутствует, канал коррелированный.

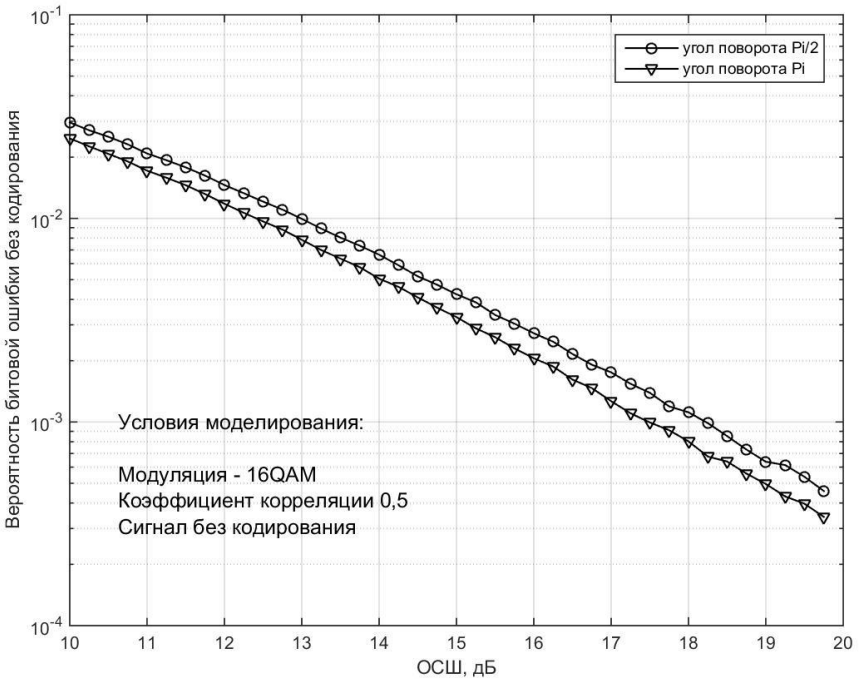

Рисунок 16. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 16-QAM, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

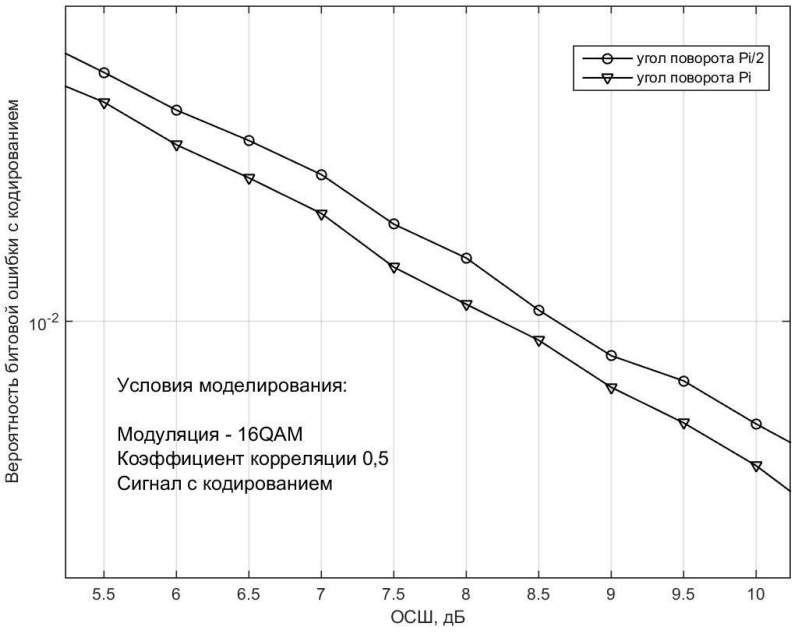

Рисунок 17. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 16-QAM, кодирование присутствует, канал коррелированный.

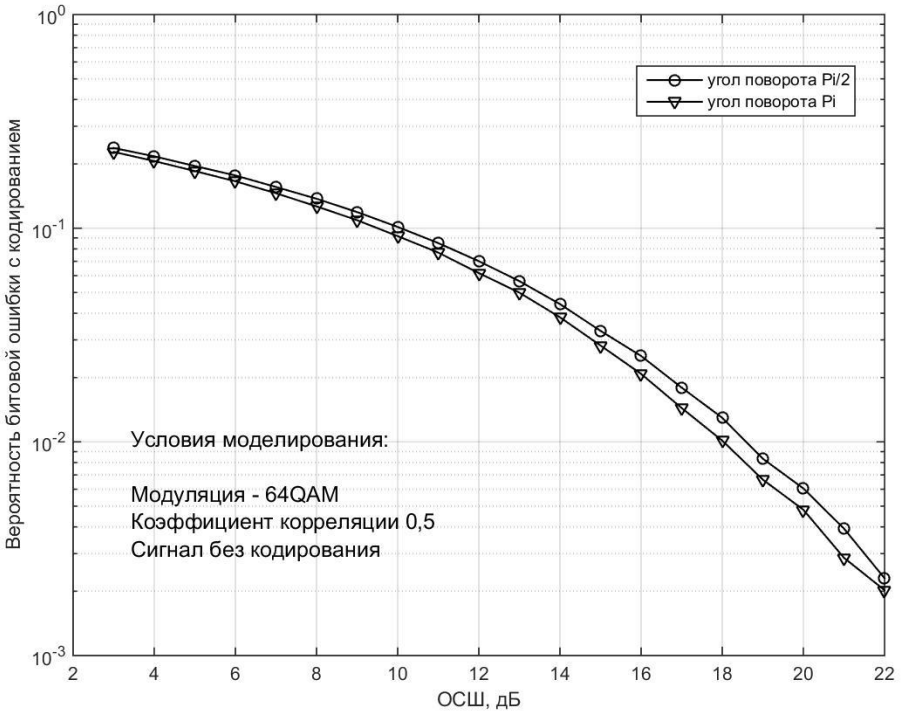

Рисунок 18. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 64-QAM, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

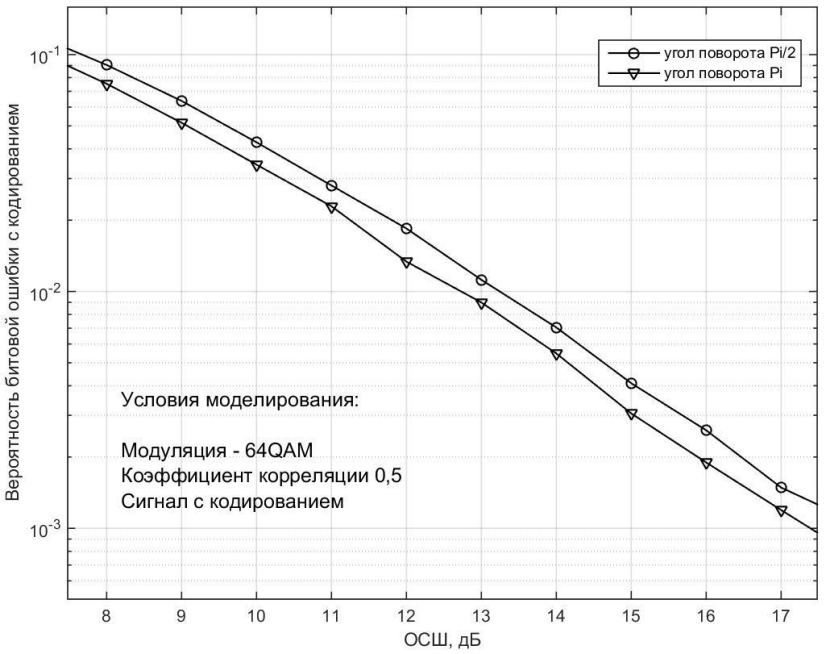

Рисунок 19. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 64-QAM, кодирование присутствует, канал коррелированный.

Результаты, полученные при моделировании (рисунки 14, 15, 16, 17, 18, 19), демонстрируют значительный энергетический выигрыш при использовании оптимального значения параметра $\varphi=\pi$ для порождающей матрицы (14) по сравнению со стандартным значением этого параметра $\varphi=\pi/2$. В случае использования системы без кодирования энергетический выигрыш составляет 0,5 дБ. В случае системы с кодированием 0,5 – 0,8 дБ. Результаты имитационного моделирования представлены в таблице 8.

Таблица 8. Результаты имитационного моделирования

Имитационное моделирование на:	Тип модуляции	Коэффициент корреляции на передаче/приеме	Кодирование	Энергетический выигрыш, дБ
рисунке 14	QPSK	0,5/0,5	отсутствует	0,5
рисунке 15	QPSK	0,5/0,5	присутствует	0,5
рисунке 16	16-QAM	0,5/0,5	отсутствует	0,5

рисунке 17	16-QAM	0,5/0,5	присутствует	0,5
рисунке 18	64-QAM	0,5/0,5	отсутствует	0,7
рисунке 19	64-QAM	0,5/0,5	присутствует	0,8

Использование предложенного критерия (90), (91) позволяет получить дополнительный энергетический выигрыш за счет оптимального выбора параметра пространственно-временной матрицы.

3.7 Применение критерия для модифицированного пространственно-временного кода Голден размерности 4x2

Применим предложенный критерий (90), (91) для пространственно-временного кода типа модифицированный Голден (37) для системы связи MIMO размерностью 4×4. Оптимизируемым параметром является скаляр k в выражении для параметра $r=\frac{-1+\sqrt{k}}{2}$ кода модифицированный Голден (37). Условия моделирования приведены в таблице 9.

Таблица 9. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (37) размерности 4×2.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Количество экспериментов	1000000

Результаты проведенного моделирования представлены на рисунке 20.

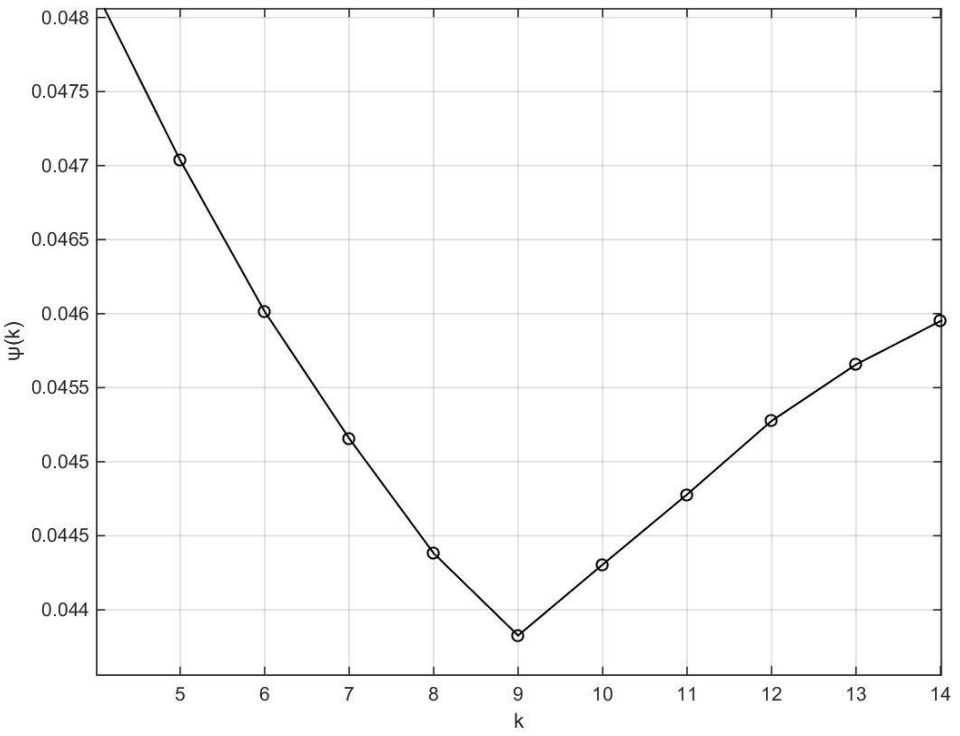

Рисунок 20. Зависимость *ψ(k)* для кода модифицированный Голден

Оптимальное значение r определяется следующим выражением:

$$r = \frac{-1+\sqrt{9}}{2} = 1.$$

Стандартное значение параметра r для кода модифицированный Голден (37) определяется значением:

$$r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Сравним характеристики помехоустойчивости пространственно-временного кода Голден с параметром $r = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}$, полученным с помощью критерия (90), (91) и стандартным параметром $r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Моделирование проводилось при следующих условиях (см. таблицу 10).

Таблица 10. Условия моделирования

Используемые пространственно-	Матрица (37) размерности 4×2 со

временные матрицы и их размерности	значениями параметра r: $r_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $r_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}$.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Тип модуляции	BPSK, QPSK
Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без помехоустойчивого кодирования

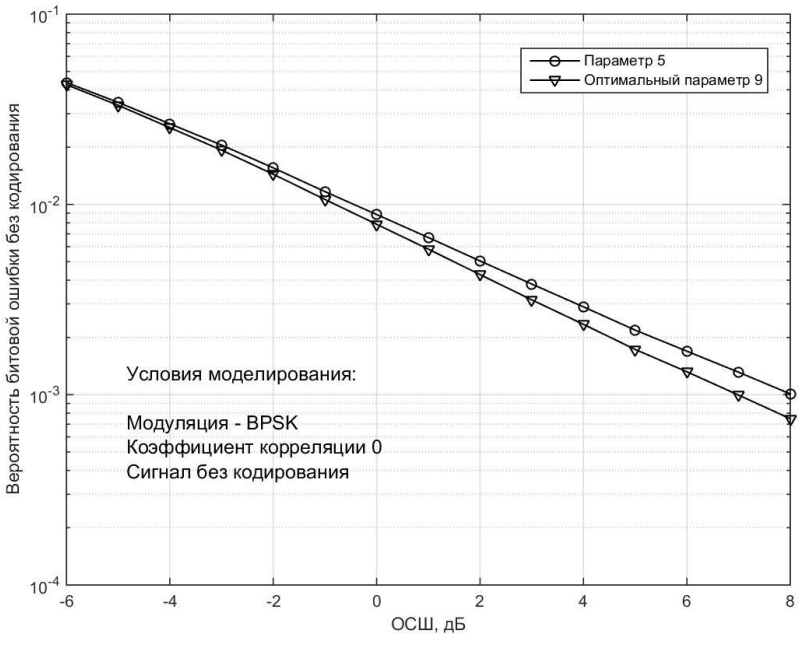

Рисунок 21. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код модифицированный Голден, размерности 4×2 с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

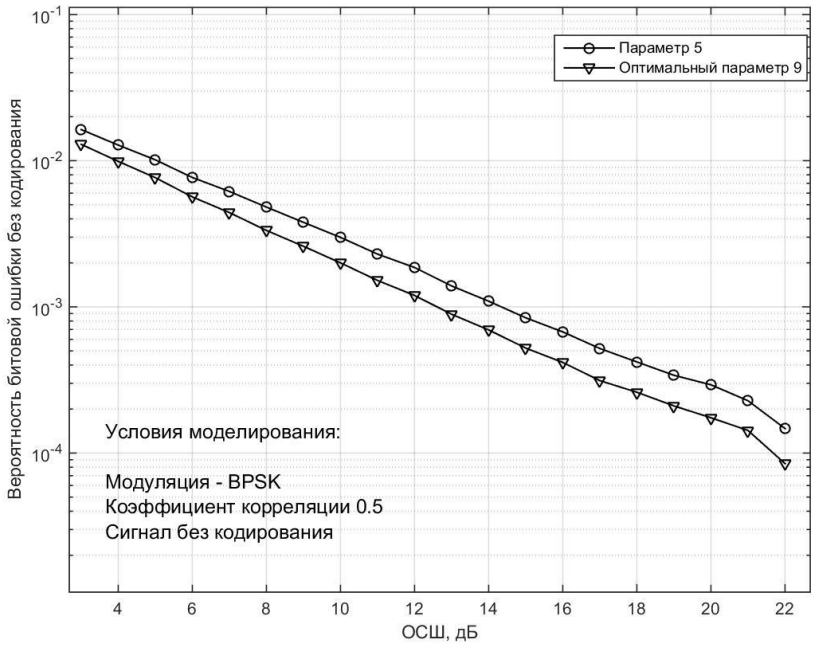

Рисунок 22. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код модифицированный Голден, размерности 4×2 с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

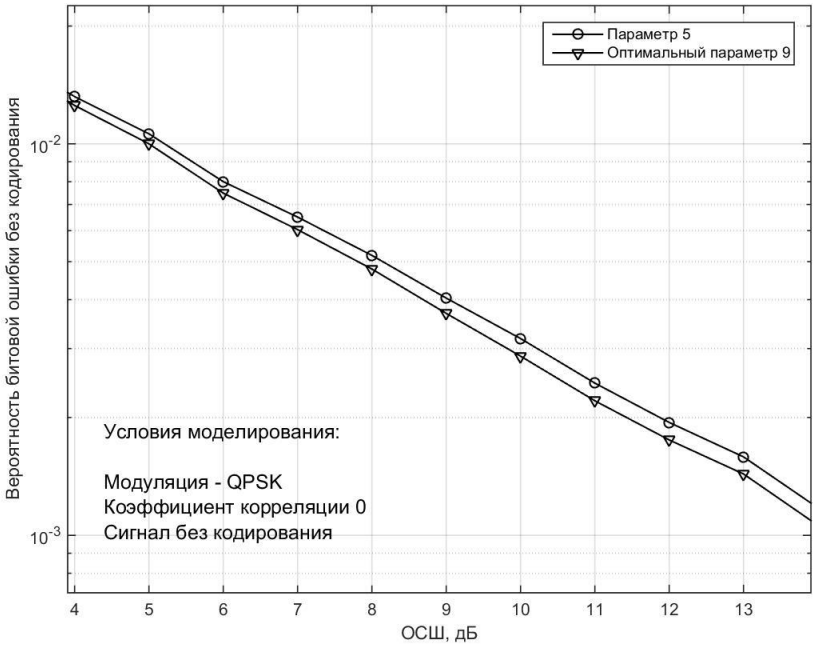

Рисунок 23. Сравнение помехоустойчивости систем, использующих код модифицированный Голден, размерности 4×2 с различными параметрами k. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

Результаты, полученные при моделировании (см. рисунки 21, 22, 23), демонстрируют заметный энергетический выигрыш при использовании оптимального значения параметра r, полученного с помощью критерия (90), (91).

В случае использования системы без кодирования энергетический выигрыш составляет 0,5 – 1,0 дБ в зависимости от вида модуляции и наличия пространственной корреляции в канале связи. Результаты имитационного моделирования представлены в таблице 11.

Таблица 11. Результаты имитационного моделирования

Имитационное моделирование на:	Тип модуляции	Коэффициент корреляции на передаче/приеме	Кодирование	Энергетический выигрыш, дБ
рисунок 21	BPSK	0/0	отсутствует	0,5
рисунок 22	BPSK	0,5/0,5	присутствует	1,0
рисунок 23	QPSK	0/0	отсутствует	0,5

Использование предложенного критерия (88), (89) позволяет получить дополнительный энергетический выигрыш за счет оптимального выбора параметра пространственно-временной матрицы.

3.8 Применение критерия для модифицированного пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия размерности 8x4

Применим предложенный критерий (90), (91) для пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия (41). Оптимизация с помощью критерия (90), (91), как и в параграфе 3.5, проводится с помощью статистического имитационного моделирования. Изменяемым параметром является угол φ в выражении для параметра $\xi = e^{j\phi}$ кода с поворотом сигнального созвездия (41). Условия моделирования приведены в таблице 12.

Таблица 12. Условия моделирования

Используемые пространственно-	Матрица (41) размерности 8×4.

временные матрицы и их размерности	
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,7 и коэффициентом корреляции на приеме 0,7; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Количество экспериментов	1000000

Результаты проведенного имитационного моделирования представлены на рисунках 24, 25.

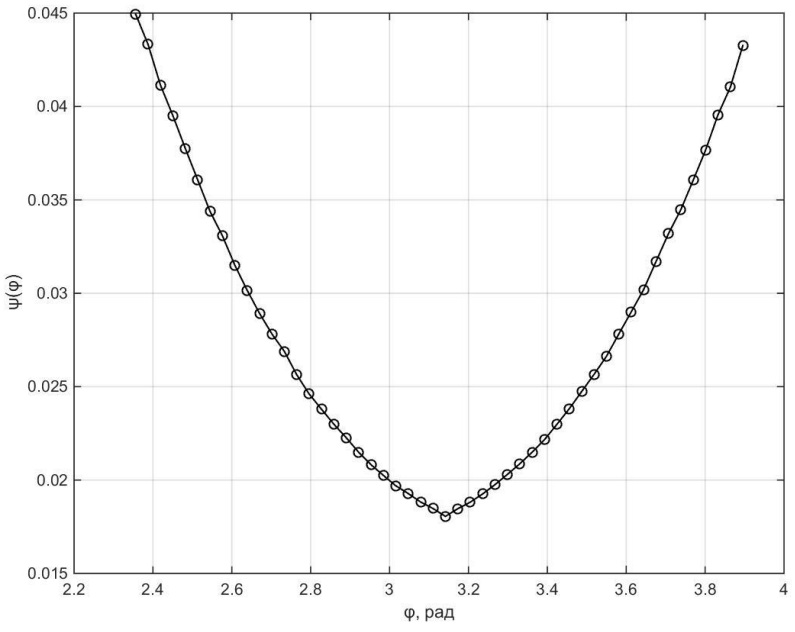

Рисунок 24. Зависимость *ψ(φ)* для кода с поворотом сигнального созвездия. Канал некоррелированный.

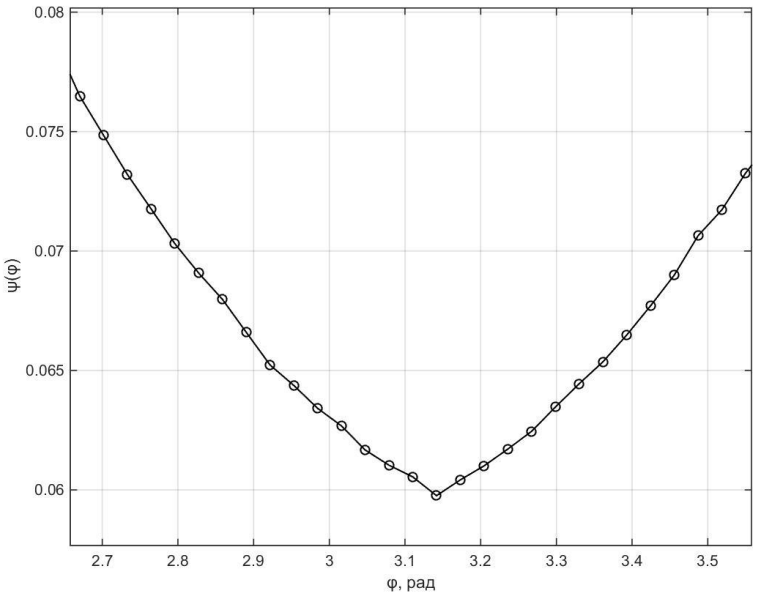

Рисунок 25. Зависимость *ψ(φ)* для кода с поворотом сигнального созвездия. Канал коррелированный.

Результаты моделирования определяют оптимальное значение параметра $\varphi = \pi$. Сравним характеристики помехоустойчивости пространственно-временного кода с поворотом сигнального созвездия (41) со стандартным параметром $\varphi = \pi/2$ и параметром, полученным с помощью критерия (90), (91) $\varphi = \pi$. Моделирование проводилось при следующих условиях (см. таблицу 13).

Таблица 13. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (41) размерности 8×4 с поворота сигнального созвездия, значение параметра $\xi = e^{j\pi/2}$ и $\xi = e^{j\pi}$.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5

Тип модуляции	QPSK, 16-QAM, 64-QAM
Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без кодирования и с использованием турбо-кода с параметрами: скорость кодирования 1/2, длина кодового ограничения 16

Результаты моделирования представлены на рисунках 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36.

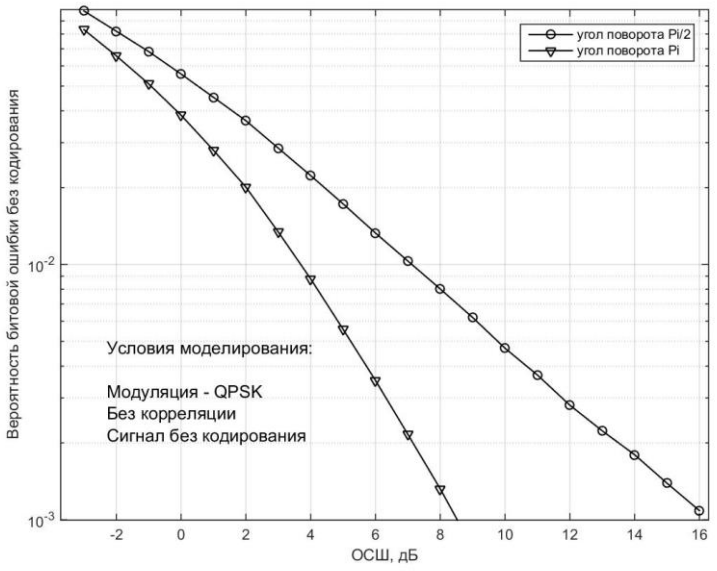

Рисунок 26. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

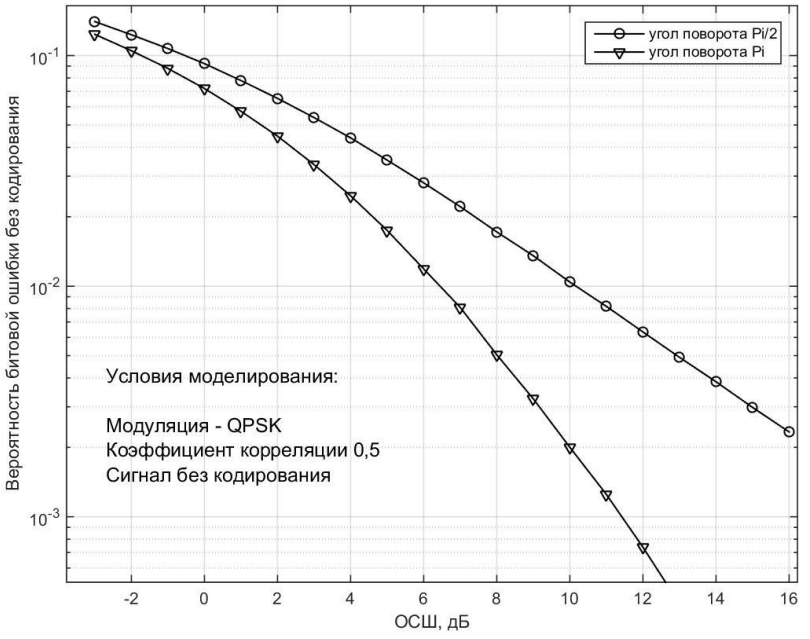

Рисунок 27. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция QPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

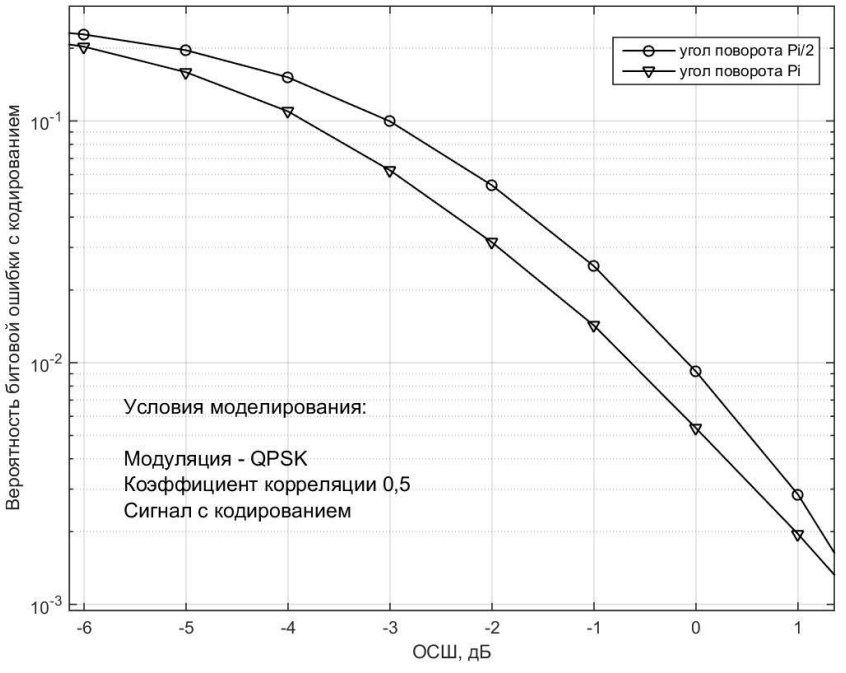

Рисунок 28. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция QPSK, кодирование присутствует, канал коррелированный.

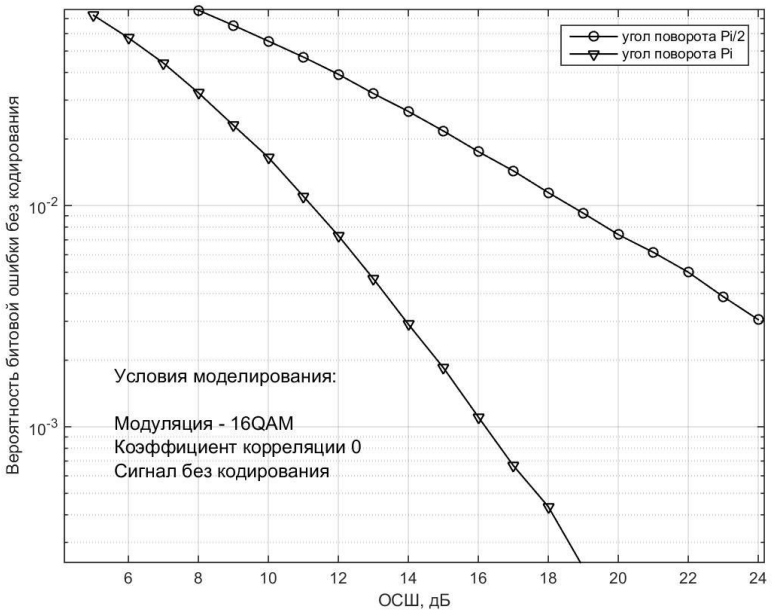

Рисунок 29. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 16-QAM, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

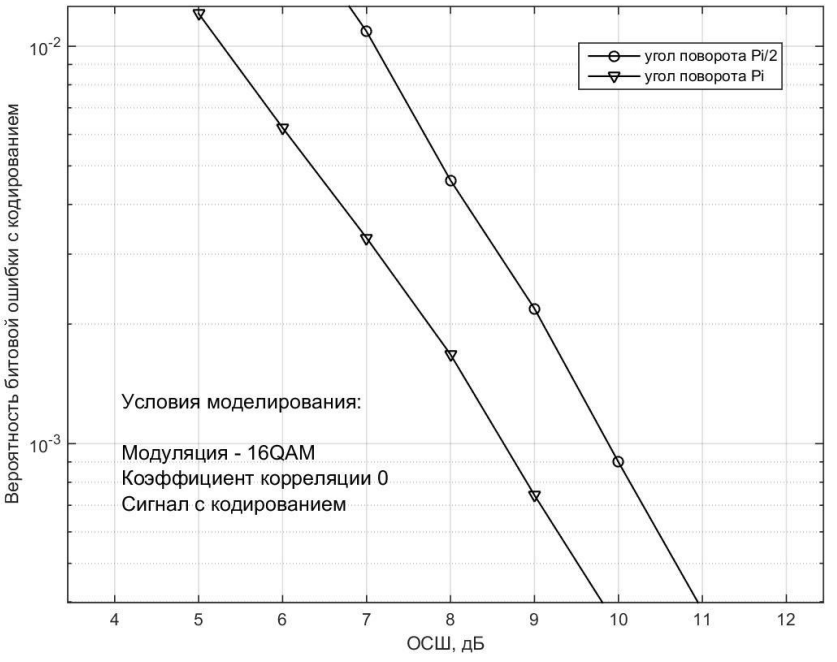

Рисунок 30. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 16-QAM, кодирование присутствует, канал некоррелированный.

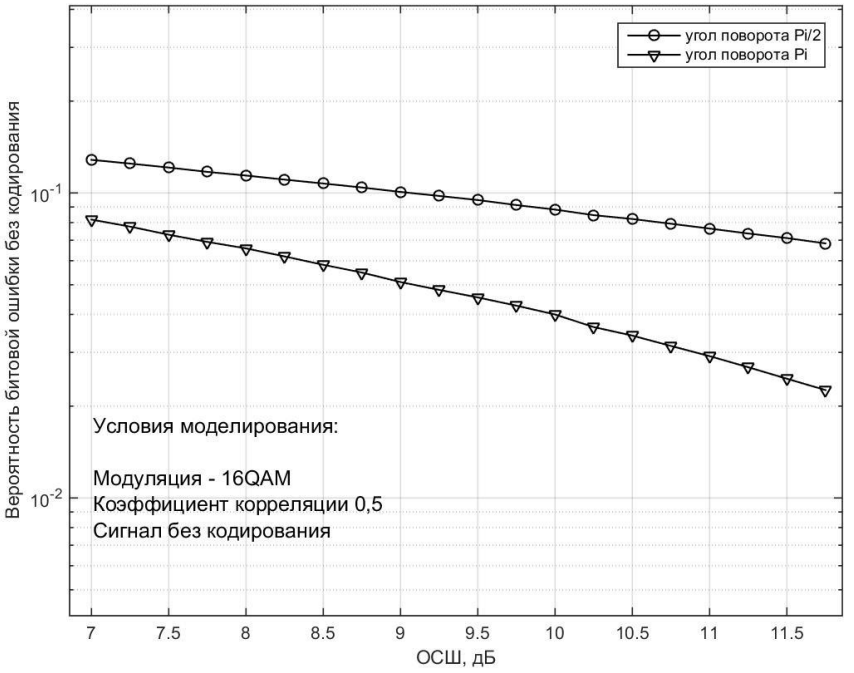

Рисунок 31. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 16-QAM, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

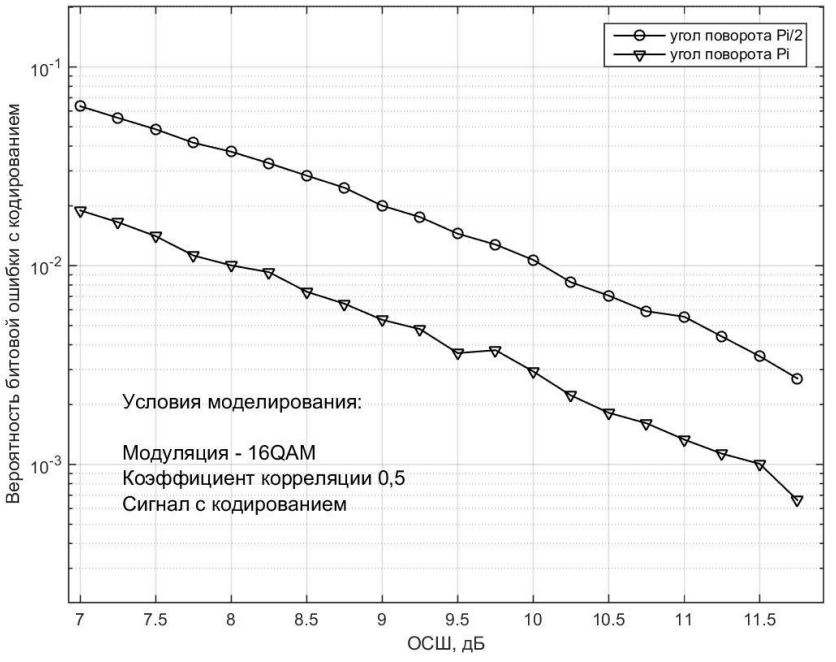

Рисунок 32. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 16-QAM, кодирование присутствует, канал коррелированный.

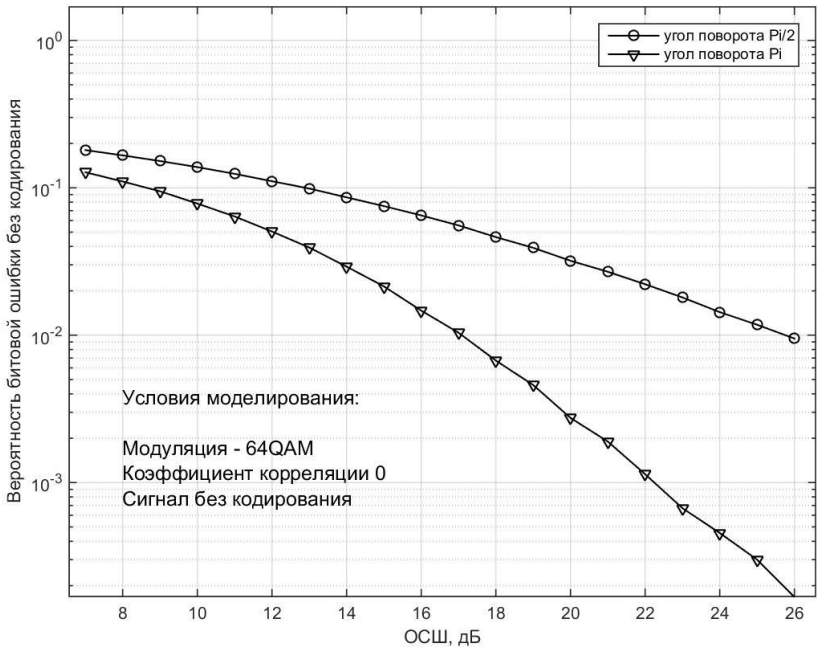

Рисунок 33. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 64-QAM, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

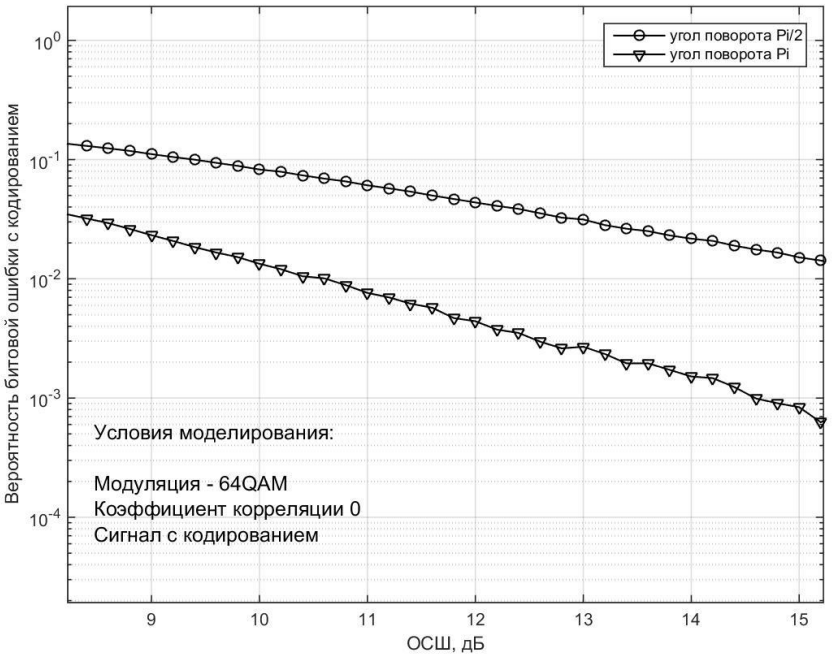

Рисунок 34. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 64-QAM, кодирование присутствует, канал некоррелированный.

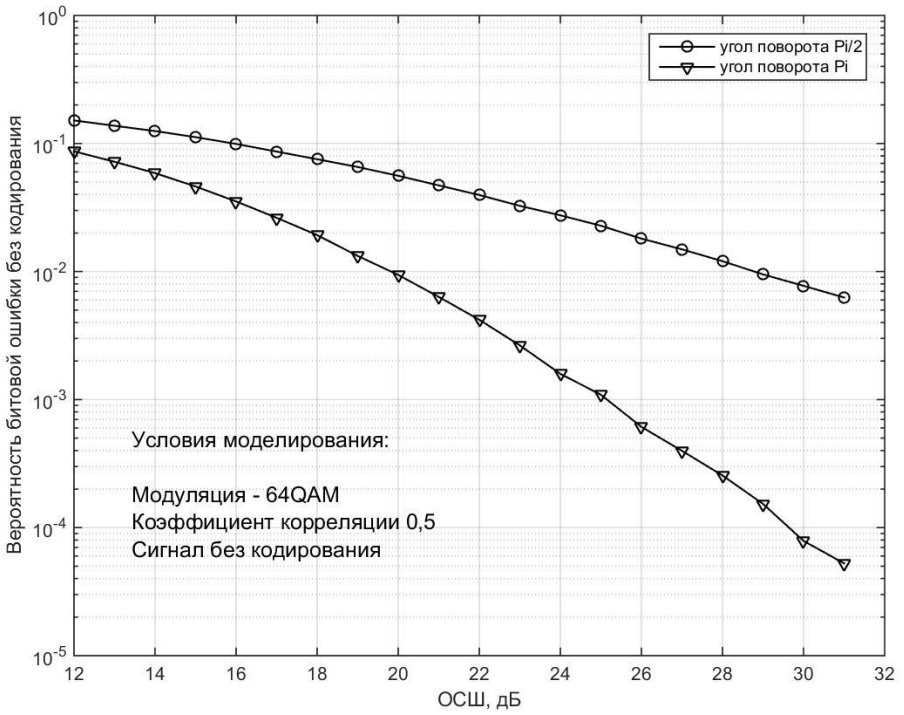

Рисунок 35. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 64-QAM, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

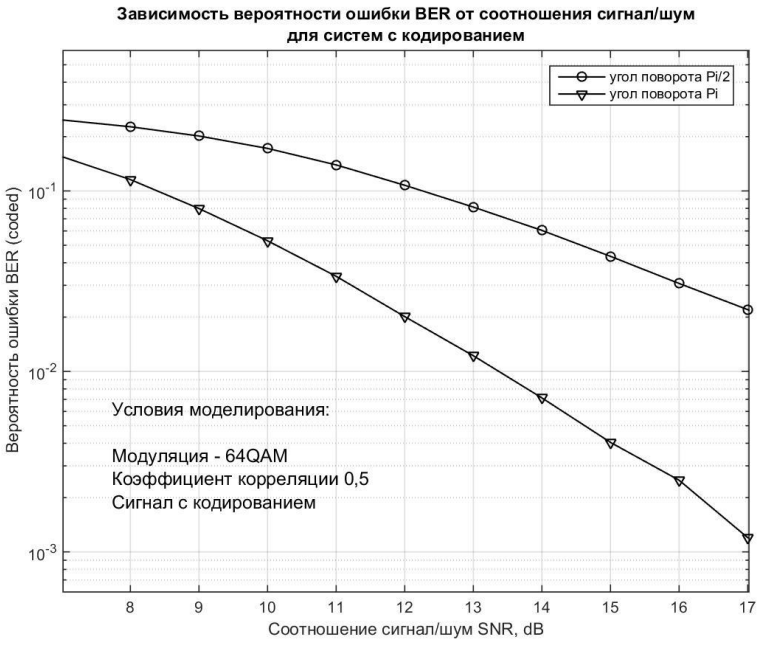

Рисунок 36. Сравнение помехоустойчивости систем с поворотом сигнального созвездия при углах поворота $\varphi=\pi$ и $\varphi=\pi/2$. Модуляция 64-QAM, кодирование присутствует, канал коррелированный.

Результаты, полученные при моделировании (см. рисунки 26, 27, 28, 29 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36), демонстрируют значительный энергетический выигрыш при использовании оптимального значения параметра $\varphi=\pi$ для порождающей матрицы (37) по сравнению со стандартным значением этого параметра $\varphi=\pi/2$. В случае использования системы без кодирования энергетический выигрыш составляет 2,7 – 8,5 дБ. В случае системы с кодированием 0,7 – 6,3 дБ. Результаты имитационного моделирования представлены в таблице 14.

Таблица 14. Результаты имитационного моделирования

Имитационное моделирование на:	Тип модуляции	Коэффициент корреляции на передаче/приеме	Кодирование	Энергетический выигрыш, дБ
рисунок 26	QPSK	0/0	отсутствует	2,7
рисунок 27	QPSK	0,5/0,5	отсутствует	3,8
рисунок 28	QPSK	0,5/0,5	присутствует	0,7
рисунок 29	16-QAM	0/0	отсутствует	7,0
рисунок 30	16-QAM	0/0	присутствует	1,8
рисунок 31	16-QAM	0,5/0,5	отсутствует	3,8
рисунок 32	16-QAM	0,5/0,5	присутствует	1,8
рисунок 33	64-QAM	0/0	отсутствует	9,5
рисунок 34	64-QAM	0/0	присутствует	5,9
рисунок 35	64-QAM	0,5/0,5	отсутствует	8,5
рисунок 36	64-QAM	0,5/0,5	присутствует	6,3

Использование предложенного критерия (90), (91) позволяет получить дополнительный энергетический выигрыш за счет оптимального выбора параметра пространственно-временной матрицы.

3.9 Применение критерия для модифицированного пространственно-временного кода Голден размерности 32x2

Применим предложенный критерий (90), (91) для пространственно-временного кода типа модифицированный Голден (36) для системы связи MIMO размерностью 32×32. Оптимизируемым параметром является скаляр k в выражении для параметра $r = \frac{-1+\sqrt{k}}{2}$ кода модифицированный Голден (36). Условия моделирования приведены в таблице 15.

Таблица 15. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (36) размерности 32×2.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Количество экспериментов	1000000

Результаты проведенного моделирования представлены на рисунке 37.

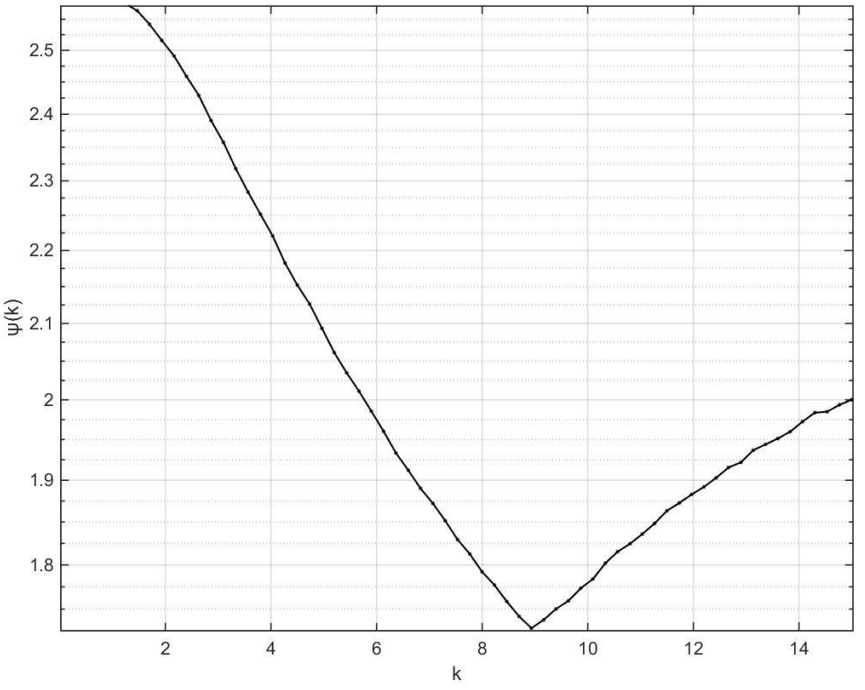

Рисунок 37. Зависимость *ψ(k)* для кода модифицированный Голден

Оптимальное значение r определяется следующим выражением:

$$r = \frac{-1+\sqrt{9}}{2} = 1 .$$

Стандартное значение параметра r для кода модифицированный Голден (36) определяется значением:

$$r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} .$$

Сравним характеристики помехоустойчивости пространственно-временного кода Голден с параметром $r = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}$, полученным с помощью критерия (90), (91) и стандартным параметром $r = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. Моделирование проводилось в условиях, приведенных в таблице 16.

Таблица 16. Условия моделирования

Используемые пространственно-	Матрица (36) размерности 32×2 со

временные матрицы и их размерности	значениями параметра r: $r_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $r_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}$.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5.
Тип модуляции	BPSK
Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без кодирования

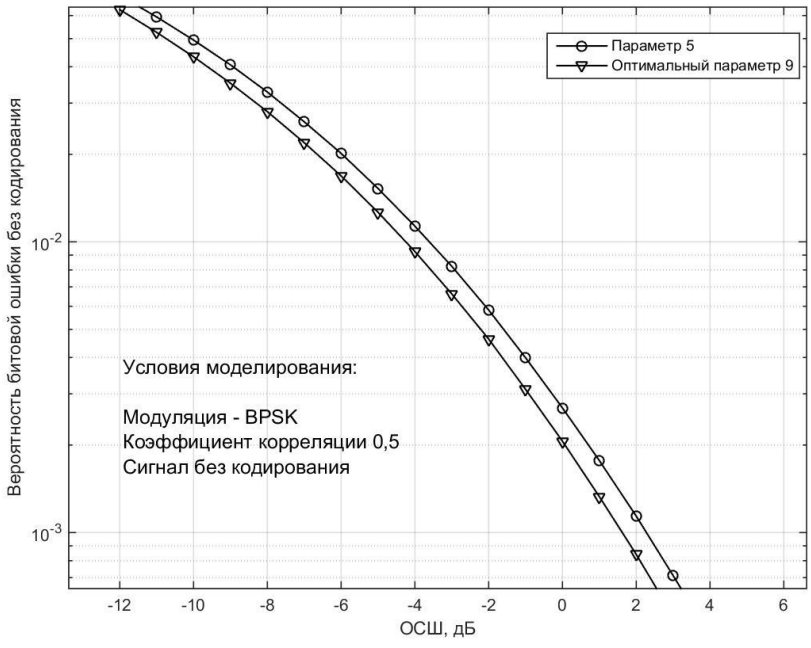

Рисунок 38. Сравнение помехоустойчивости систем использующих код модифицированный Голден, размерности 32×2 с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал коррелированный.

Результаты, полученные при моделировании (см. рисунок 38) демонстрируют заметный энергетический выигрыш при использовании оптимального значения параметра r, полученного с помощью критерия (90), (91).

В случае использования системы без кодирования энергетический выигрыш составляет 0,3 – 0,4 дБ при модуляции BPSK и наличия пространственной корреляции в канале связи.

Использование предложенного критерия (88), (89) позволяет получить дополнительный энергетический выигрыш за счет оптимального выбора параметра пространственно-временной матрицы.

3.10 Проверка адекватности предложенного критерия (89), (90)

Для проверки адекватности критерия синтеза (89), (90) предлагается использовать имитационное моделирование. Рассмотрим полученную зависимость $\psi(k)$ для кода Голден (12) (см. рисунок 7). График демонстрирует снижение минимума максимальной дисперсии в интервале от 0 до оптимального значения 9, и рост функции в интервале от оптимального значения 9 до максимальных рассчитанных значений.

Исходя из полученных результатов (см. рисунок 7), в случае адекватности критерия (89), (90) характеристики помехоустойчивости системы связи MIMO должны улучшаться при изменении параметра k от 1 до оптимального значения $k=9$, соответственно, при изменении параметра k от 9 в сторону увеличения характеристики помехоустойчивости системы связи MIMO должны ухудшаться.

Проведем имитационное моделирование для подтверждения гипотезы. Моделирование проводилось в условиях, приведенных в таблице 17.

Таблица 17. Условия моделирования

Используемые пространственно-временные матрицы и их размерности	Матрица (12) размерности 2×2 со значениями параметра r: $r_1=\frac{-1+\sqrt{2}}{2},\frac{-1+\sqrt{5}}{2},\frac{-1+\sqrt{9}}{2}$

	$r_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2}, \frac{-1+\sqrt{12}}{2}, \frac{-1+\sqrt{15}}{2}$.
Модель замираний в канале	Модель замираний Кронекера, с релеевскими замираниями и с коэффициентом корреляции на передаче 0,5 и коэффициентом корреляции на приеме 0,5; с релеевскими замираниями без корреляции на передаче и приеме
Тип модуляции	BPSK
Метод демодуляции	MMSE
Метод кодирования	Без кодирования и с использованием турбо-кода с параметрами: скорость кодирования 1/2, длина кодового ограничения 16

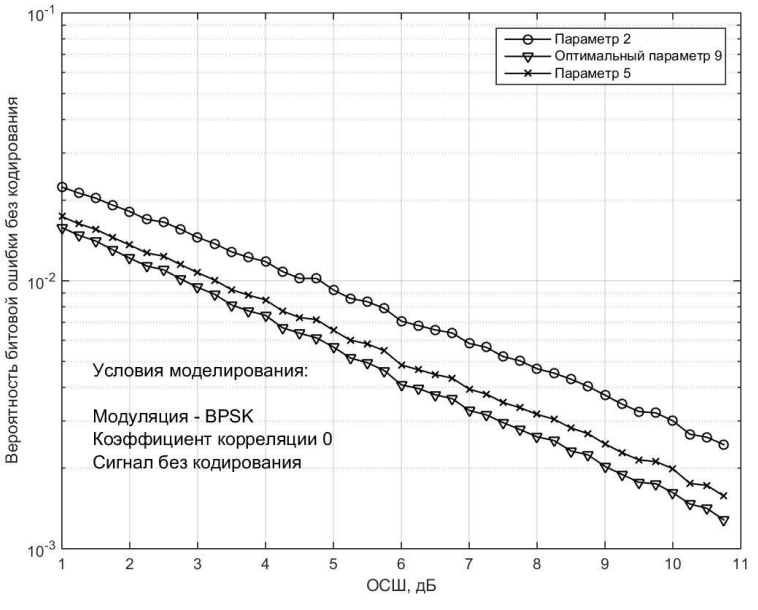

Рисунок 39. Сравнение помехоустойчивости систем использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

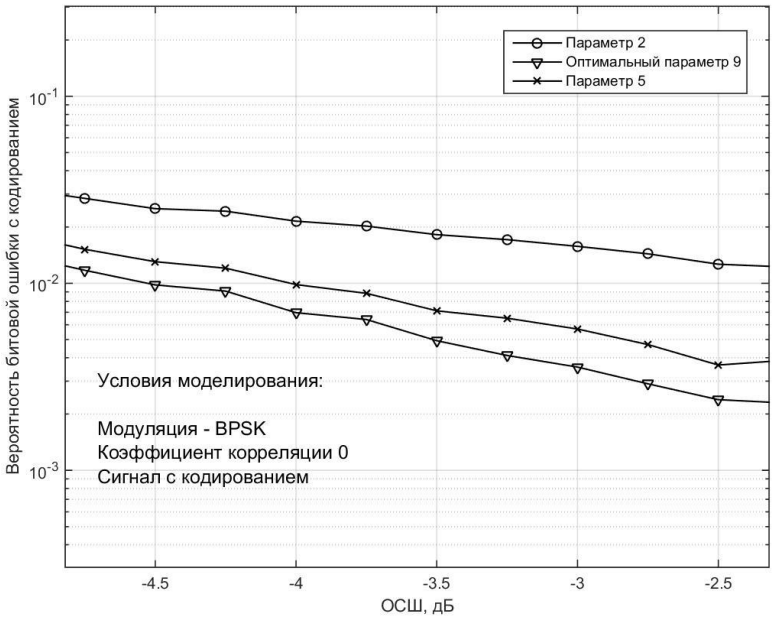

Рисунок 40. Сравнение помехоустойчивости систем использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование присутствует, канал некоррелированный.

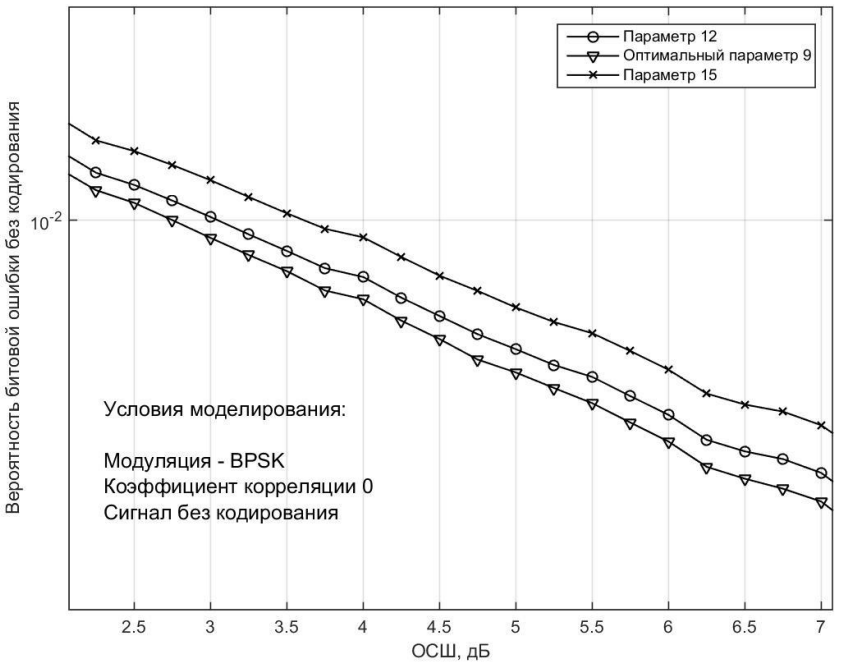

Рисунок 41. Сравнение помехоустойчивости систем использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование отсутствует, канал некоррелированный.

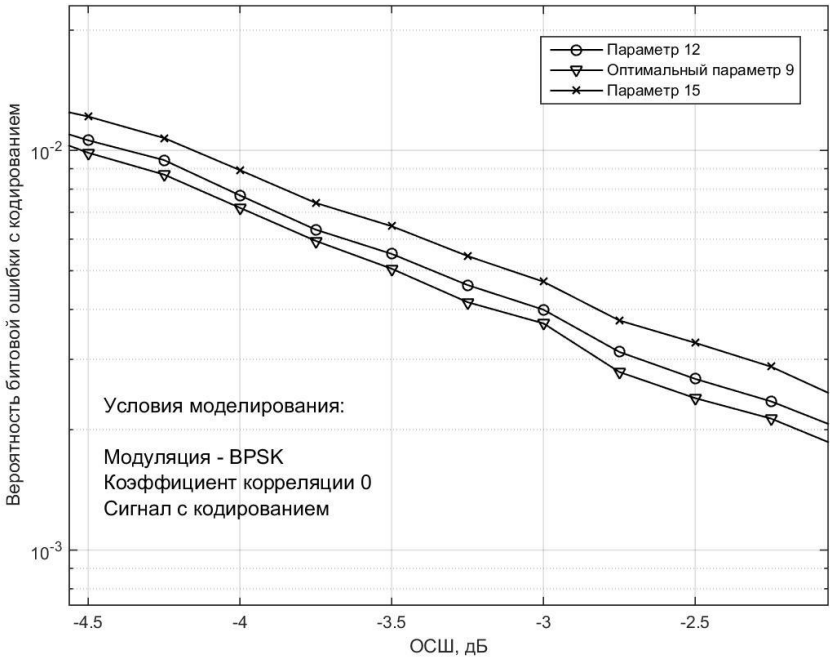

Рисунок 42. Сравнение помехоустойчивости систем использующих код Голден с различными параметрами k. Модуляция BPSK, кодирование присутствует, канал некоррелированный.

Результаты проведенного имитационного моделирования (см. рисунки 39, 40, 41, 42) демонстрируют динамику изменения помехоустойчивости системы связи MIMO, соответствующую характеристике изменения критерия (88), (89) для кода Голден (12) (см. рисунок 7). При увеличении k от 2 до 9 характеристики помехоустойчивости (см. рисунки 39, 40) улучшаются. При увеличении k от 9 до 15 характеристики помехоустойчивости (см. рисунки 41, 42). Полученные графики на рисунках 39, 40, 41, 42 подтверждают адекватность критерия (88), (89).

3.11 Выводы

1. Предложен новый критерий оптимальности, который можно использовать для синтеза пространственно–временных матриц любой размерности. Полученный критерий, в отличие от известных критериев, учитывает информацию о пространственной корреляции в канале связи MIMO.

2. С помощью полученного критерия проведена оптимизация пространственно-временных матриц типа Голден и матрицы с поворотом сигнального созвездия. На основе результатов оптимизации получены новые пространственно-временные матрицы, которые обеспечивают более высокую помехоустойчивость чем известные матрицы.
3. Полученный критерий применен к пространственно-временным матрицам большой размерности 8×4, 32×2, что также позволило получить энергетический выигрыш.
4. Адекватность полученного критерия подтверждена результатами имитационного моделирования.

4 Анализ возможностей практического использования критериев синтеза пространственно-временных матриц

В главе 1 рассматривались критерии оптимальности пространственно временных кодов. Известными критериями являются ранговый (32), (33) и детерминантный (34), (35) критерии.

В главе 3 предложен новый критерий оптимальности (90), (91), связанный со структурой пространственно-временного кода и учитывающий статистические свойства матрицы канала.

В настоящей главе исследуется вычислительная сложность рангового (32), (33) и детерминантного (34), (35) критерия для пространственно-временных кодов больших размерностей, по сравнению с предложенным критерием (90), (91).

4.1 Вычислительная сложность алгоритмов

Для оценки вычислительной сложности алгоритмов существуют различные критерии. В нашем случае планируется использовать критерии, которые связаны с оценкой порядка роста вычислительного времени, необходимые для решения прикладных задач при увеличении объема входных данных [95, 96]. Решение конкретной задачи должно быть связано с некоторым числом, которое будет называться размером задачи, выражающее меру входных данных, например - размером задачи умножения матриц может быть наибольший размер матриц-сомножителей [96, 97].

Время, затрачиваемое алгоритмом, как функция размера задачи, называется асимптотической временной сложностью. Аналогично можно определить емкостную сложность и асимптотическую емкостную сложность [97, 98].

Асимптотическая сложность алгоритма определяет размер задач, которые можно решить с помощью этого алгоритма. Если алгоритм обрабатывает входные данные размера n за время cn^2, где c - некоторая постоянная, то говорят, что временная сложность этого алгоритма есть $O\left(n^2\right)$. Таким образом, можно сформулировать, что неотрицательная функция $g(n)$ есть $O\left(f(n)\right)$, если

существует такая постоянная c, при которой $g(n) \le c \cdot f(n)$ для всех значений, кроме конечного множества, неотрицательных значений n [96, 97].

Рост скорости вычислений, связанный с появлением новых технологий передачи информации, а также новых поколений цифровых вычислительных устройств для цифровой обработки сигналов, увеличивает требования к эффективности алгоритмов обработки сигналов [98, 99]. Увеличение объемов требует повышения сложности алгоритмов, которое, в свою очередь, определяет увеличение размера задачи, которое можно достичь с ростом скорости работы вычислительного устройства. При разработке современных систем цифровой радиосвязи имеет место факт, что сложность решаемых задач растет значительно быстрее производительности вычислительных устройств [99, 100].

Понятие вычислительной сложности вводится для классификации различных алгоритмов по степени сложности их практической реализации. В качестве критерия вычислительной сложности берут число операций (сложений, умножений, делений, сравнений), необходимое для реализации алгоритма [98, 101, 102]. Вычислительная сложность зависит от типа процессора (вычислительного устройства), на котором реализован алгоритм. Так, алгоритм имеет полиномиальную сложность, если зависимость времени его работы от размера входных данных может быть представлена полиномом степени c, где c - некоторая константа.

Для входных данных размера n, время работы такого алгоритма в наихудшем случае равно $O(n^c)$. Задачи, разрешимые с помощью алгоритмов с полиномиальным временем работы, считаются легко разрешимыми или простыми, а задачи, время работы которых превосходит полиномиальное - трудно разрешимыми или сложными. [95, 96, 97]

Отдельный класс задач, для которых не разработаны алгоритмы с полиномиальным временем работы, называются - "NP-полными" (Nondeterministically Polynomial Complete). Особый интерес исследователей представляют задачи, в которых существует ряд признаков наличия полиномиального алгоритма, однако он до сих пор не найден [98].

Существует три основных класса задач с точки зрения оценки вычислительной сложности: P (Polynomial) – полиномиальные задачи, NP (Nondeterministically Polynomial) – неполиномиальные задачи и NPC (Nondeterministically Polynomial Complete) – или класс NP- полных задач. Класс P - состоит из задач, разрешимых в течение полиномиального времени работы, или это задачи, которые можно решить за время $O\left(n^c\right)$, а n - размер входных данных задачи. Класс NP - состоит из задач, которые поддаются проверке в течение полиномиального времени. Любая задача класса P принадлежит классу NP, поскольку принадлежность задачи классу P означает, что ее решение можно получить в течение полиномиального времени, поэтому можно считать, что $P \subseteq NP$. Остается открытым вопрос, является ли P строгим подмножеством NP [96, 98].

Неформально задача принадлежит классу NPC, если она принадлежит классу NP и является такой же "сложной", как и любая задача из класса NP. Если любую NP-полную задачу можно решить в течение полиномиального времени, то для каждой задачи из класса NP существует алгоритм с полиномиальным временем работы.

Задачи полиномиального типа считаются легко разрешимыми, это в первую очередь имеет отношение к задачам, выражаемым полиномом низких степеней, так как на практике задачи с высокими степенями полинома встречаются крайне редко. Созданный алгоритм для решения полиномиальной задачи является, как правило, одним из частных случаев, связанных со спецификой решаемой задачи, нередко можно найти более эффективный алгоритм с лучшим временем работы [104].

Также, для многих приемлемых вычислительных моделей задача, которая решается в течение полиномиального времени в одной модели, может быть решена в течение полиномиального времени и в другой. Например, существует класс задач, разрешимых в течение полиномиального времени с помощью последовательных машин с произвольной выборкой. Этот класс совпадает с классом задач, разрешимых в течение полиномиального времени на абстрактных

машинах Тьюринга [103, 105, 106]. Он также совпадает с классом задач, разрешимых в течение полиномиального времени на параллельных компьютерах, если зависимость количества процессоров от объема входных данных описывается полиномиальной функцией [97, 98].

Класс задач, разрешимых в течение полиномиального времени, обладает полезными свойствами замкнутости, поскольку множество полиномов замкнуто относительно операций сложения, умножения и композиции. Например, если выход одного алгоритма с полиномиальным временем работы соединить со входом другой такой задачи, то получим полиномиальный составной алгоритм. Если же в другом алгоритме с полиномиальным временем работы фиксированное количество раз вызываются подпрограммы с полиномиальным временем работы, то время работы такого составного алгоритма также является полиномиальным.

Исследования вычислительной сложности для класса "NP-полных" задач направлены на подтверждение свойства, которое состоит в том, что если любую NP-полную задачу решить в течение полиномиального времени, то все задачи этого класса обладают полиномиально-временным решением, т.е. $P = NP$.

4.2 Вычислительная сложность рангового и детерминантного критериев оптимальности пространственно-временных кодов

Предложенные исследователями критерии оптимальности нашли свое практическое применение для исследования пространственно-временных кодов невысокой размерности, часто для матриц размером два на два [70, 72]. В главе 2 рассматривается применение детерминантного критерия для порождающей матрицы типа Голден (12) и модуляции типа BPSK.

Для использования рангового критерия (32), (33) и детерминантного критерия (34), (35) расчет ранга и минимального детерминанта связан с их вычислением при всех возможных значениях входного вектора сигналов.

Предположим, что вектор символов $\boldsymbol{\theta}$ имеет размерность $Q \times 1$, где Q-количество символов в векторе. Пусть P - обозначает размерность модуляции, то есть для модуляции BPSK $P = 2$, для модуляции QPSK $P = 4$, 16-QAM $P = 16$ и

так далее до $P = 256$. Тогда возможное число комбинаций вектора $\boldsymbol{\theta}$ составляет P^{Q}. Общее число комбинаций пары векторов $\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\theta}_j$, где $i, j = 1 \ldots \mathrm{P}^{\mathrm{Q}}$ составляет $n = \left(\mathrm{P}^{\mathrm{Q}}\right)^2 = \mathrm{P}^{2\mathrm{Q}}$. Число таких комбинаций Q и P приведено в таблице 18.

Таблица 18. Число комбинаций векторов $\boldsymbol{\theta}_i, \boldsymbol{\theta}_j$

Q	**BPSK**	**QPSK**	**16-QAM**	**128-QAM**	**256-QAM**
2	16	256	65536	$2,68 \cdot 10^{8}$	$4,29 \cdot 10^{9}$
4	256	65536	$4,29 \cdot 10^{9}$	$7,20 \cdot 10^{16}$	$1,84 \cdot 10^{19}$
8	65536	$4,29 \cdot 10^{9}$	$1,84 \cdot 10^{19}$	$5,19 \cdot 10^{33}$	$3,40 \cdot 10^{38}$
16	$4,29 \cdot 10^{9}$	$1,84 \cdot 10^{19}$	$3,40 \cdot 10^{38}$	$2,69 \cdot 10^{67}$	$1,15 \cdot 10^{77}$
128	$1,15 \cdot 10^{77}$	$1,34 \cdot 10^{154}$	$1,79 \cdot 10^{308}$	$2,79 \cdot 10^{539}$	$3,23 \cdot 10^{616}$

Подсчитанное количество комбинаций в таблице 18 связано только с перебором всех возможных символов и не учитывает операции, связанные с непосредственным вычислением ранга или детерминанта, а также операции сравнения.

Оценим возможности использования критериев (32), (33), (34), (35) с точки зрения вычислительной сложности.

Для такой оценки примем значение производительности в флопсах или количестве операций с плавающей запятой секунду. В таблице 19 приведена производительность современных процессоров [107, 108, 109].

Таблица 19. Производительность процессоров

Наименование	**Производительность, Гигафлопс**
Эльбрус-4С	50

Эльбрус-16С	750
Intel Core 2 Duo E6750	21,36
AMD Phenom 9500 sAM2+	35,2
Intel i7 860	55
Intel i7 870	58
Intel i7 880	60
Intel i7 3960x	187
Intel Xeon Phi	1000

Рассчитаем время, необходимое для выполнения перебора при расчетах рангового (32), (33) и детерминантного критериев (34), (35) при использовании восьми процессорной системы с производительностью одного процессора 187 Гфлопс. Для случая пространственно-временного кодирования (39) в системе связи MIMO с 8 антеннами и модуляции 16-QAM, количество операций для перебора составляет $1{,}84 \cdot 10^{19}$ (см. в таблице 18), тогда:

$$t_{расчета} = \frac{1{,}84 \cdot 10^{19}}{8 \cdot 187 \cdot 10^{9}} = 12299465 сек = 142{,}3 дня .$$

Для перспективных систем связи MIMO со 128 антеннами решение подобной задачи, не представляется возможным при любой модуляции.

В таблице 20 приведены оценки времени вычисления значений критериев (32), (33), (34), (35) для системы связи MIMO с 8 антеннами при различных типах модуляции для различных процессоров.

Таблица 20. Вычислительная сложность перебора

	BPSK	**QPSK**	**16-QAM**	**128-QAM**	**256-QAM**
Эльбрус – 4с	$1{,}3 \cdot 10^{-6}$ с	0,0859 с	11,7 лет	3292933	215805661416

				млрд. лет	млрд. лет
Эльбрус-16С	$8,67 \cdot 10^{-8}$ с	0,0057 с	284,7 дней	219529 млрд. лет	14387044094 млрд. лет
Intel Core 2 Duo E6750	$3,12 \cdot 10^{-6}$ с	0,20 с	27,4 лет	7708176 млрд. лет	505163065112 млрд. лет
AMD Phenom 9500 sA M2+	$1,86 \cdot 10^{-6}$ с	0,12 с	16,6 лет	4677461 млрд. лет	306542132693 млрд. лет
Intel i7 860	$1,19 \cdot 10^{-6}$ с	0,078 с	10,6лет	2993575 млрд. лет	196186964923 млрд. лет
Intel i7 870	$1,13 \cdot 10^{-6}$ с	0,074 с	10,08 лет	2838735 млрд. лет	186039363289 млрд. лет
Intel i7 880	$1,09 \cdot 10^{-6}$ с	0,072с	9,75 лет	2744110 млрд. лет	179838051180 млрд. лет
Intel i7 3960x	$3,5 \cdot 10^{-7}$ с	0,023 с	3,19 лет	880463 млрд. лет	57702048506 млрд. лет
Intel Xeon Phi	$6,5 \cdot 10^{-8}$ с	0,004 с	213,56 дней	164647 млрд. лет	10790283071 млрд. лет

Результаты расчетов, представленные в таблице 20, показывают, что использование критериев (32), (33), (34), (35) для методов модуляции с кратностью выше 16-QAM не представляется технически возможным.

С целью исследования влияния параметра сформированного пространственного-временного кода на его характеристики необходимо проводить подобные расчеты для каждого значения параметра. Это сильно увеличивает вычислительную сложность задачи (пропорционально числу значений параметра).

Рассмотрим применение рангового (32), (33) и детерминантного (34), (35) критериев к синтезу и оптимизации пространственно-временных кодов больших размерностей.

Разработанные пространственно-временные коды больших размерностей используют в своей основе схемы кодирования Аламоути (38) и Голден (36). При использовании этих порождающих матриц передача полезной информации происходит на нескольких временных тактах [73, 77, 83].

Для оценки использования известных критериев оптимальности предлагается оценить время, необходимое при вычислении значения критериев (32), (33), (34), (35) в системах связи MIMO с использованием 8, 16, 64 антенн, для модуляций типов BPSK, QPSK. Число комбинаций для перебора представлено в таблице 18, производительность процессоров в таблице 19, таким образом, время, необходимое для вычисления, приведено в таблице 21.

Таблица 21. Вычислительная сложность перебора

Наименование	**Число антенн**	**Время для модуляции BPSK, с**	**Время для модуляции QPSK, с**
Эльбрус-4С	8	$8,58\cdot10^{-2}$	$3,68\cdot10^{8}$
	16	$3,68\cdot10^{8}$	$6,80\cdot10^{27}$
	64	$2,32\cdot10^{66}$	$2,68\cdot10^{143}$
Эльбрус-16С	8	$5,72\cdot10^{-3}$	$2,45\cdot10^{7}$
	16	$2,45\cdot10^{7}$	$4,53\cdot10^{26}$
	64	$1,55\cdot10^{65}$	$1,79\cdot10^{142}$
Intel Core 2 Duo E6750	8	$2,01\cdot10^{-1}$	$8,63\cdot10^{8}$
	16	$8,63\cdot10^{8}$	$1,59\cdot10^{28}$
	64	$5,42\cdot10^{66}$	$6,27\cdot10^{143}$
AMD Phenom 9500 sAM2+	8	$1,22\cdot10^{-1}$	$5,24\cdot10^{8}$
	16	$5,24\cdot10^{8}$	$9,67\cdot10^{27}$
	64	$3,29\cdot10^{66}$	$3,81\cdot10^{143}$
Intel i7 860	8	$7,8\cdot10^{-2}$	$3,35\cdot10^{8}$
	16	$3,35\cdot10^{8}$	$6,18\cdot10^{27}$
	64	$2,11\cdot10^{66}$	$2,44\cdot10^{143}$
Intel i7 870	8	$7,4\cdot10^{-2}$	$3,18\cdot10^{8}$
	16	$3,18\cdot10^{8}$	$5,87\cdot10^{27}$
	64	$2\cdot10^{66}$	$2,31\cdot10^{143}$
Intel i7 880	8	$7,16\cdot10^{-2}$	$3,07\cdot10^{8}$

	16	$3,07\cdot10^{8}$	$5,67\cdot10^{27}$
	64	$1,93\cdot10^{66}$	$2,23\cdot10^{143}$
Intel i7 3960x	8	$2,29\cdot10^{-2}$	$9,86\cdot10^{7}$
	16	$9,86\cdot10^{7}$	$1,82\cdot10^{27}$
	64	$6,19\cdot10^{65}$	$7,17\cdot10^{142}$
Intel Xeon Phi	8	$4,29\cdot10^{-3}$	$1,84\cdot10^{7}$
	16	$1,84\cdot10^{7}$	$3,4\cdot10^{26}$
	64	$1,16\cdot10^{65}$	$1,34\cdot10^{142}$

Представленные результаты показывают максимальную границу реальной применимости предлагаемых критериев (32), (33), (34), (35) – система из 8 приемных и передающих антенн, передача информационных символов за два такта при модуляции BPSK. В остальных случаях применение критериев (32), (33) , (34), (35) превышает разумные вычислительные сроки.

Таким образом, использование подобных критериев (32), (33), (34), (35) для формирования пространственно-временных кодов большой размерности не представляется возможным.

4.3 Вычислительная сложность предложенного критерия минимума максимальной дисперсии (90), (91).

Использование известных критериев – рангового (32), (33) и детерминантного (34), (35) - ограничено невысокой размерностью порождающих матриц, к которым их можно применить. В главе 3 описан новый критерий (89), который связан с минимизацией максимальной дисперсии. Следует обратить внимание на структуру критерия, не связанной с необходимостью перебора комбинаций по всем значениям вектора символов.

Таким образом, вычислительная сложность критерия (90), (91), в основном, связана с вычислением путем статистического моделирования корреляционной матрицы (88). Точность вычисления корреляционной матрицы (88) повышается при увеличении числа экспериментов. Алгоритм вычисления одного значения критерия (90), (91) может быть записан в следующем виде:

1. Формирование случайной матрицы канала $\mathbf{H}$;

2. Вычисление матрицы EVCM для сформированного значения матрицы канала $\mathbf{H}$ по формулам (70), (81);
3. Многократно повторяем пп. 1, 2, число повторений равно числу экспериментов;
4. Вычисление корреляционной матрицы по формуле (88);
5. Выбор максимального значения в главной диагонали корреляционной матрицы по формуле (89).

Оценим вычислительную сложность описанного алгоритма. Для формирования матрицы канала $\mathbf{H}$ требуется получить $M \cdot N$ коэффициентов передачи канала.

Для вычисления матрицы EVCM применяется выражение (70), вычислительная сложность связана со сложностью кронекерова произведения единичной матрицы и матрицы канала, а также полученного произведения на матрицу структуры кода $\mathbf{T}$. Таким образом, для расчёта вычислительной сложности кронекерова произведения примем размерность единичной матрицы $L \times L$, что соответствует передаче полезной информации за L тактов, а размерность матрицы EVCM $N \cdot L \times N$. Тогда вычислительная сложность кронекерова произведения равна $L^2 \cdot (N \cdot L)^2$. Матрица структуры кода $\mathbf{T}$ имеет предельную размерность $N \cdot L \times N \cdot L$

Вычислительная сложность расчета эквивалентной виртуальной матрицы канала (70) равна вычислительной сложности произведения матрицы, полученной после кронекерова произведения и матрицы структуры кода. Вычислительная сложность такого произведения в соответствии с алгоритмом Штрассена [57, 58,

Тогда вычислительная сложность формирования матрицы EVCM (70)

(81) на нескольких экспериментах составляет:

$$N_{\text{exp}} \cdot \left(L^2 \cdot (N \cdot L)^2 + (N \cdot L)^{2,87} \right),$$

где N_{exp} - количество экспериментов.

Для расчета корреляционной матрицы используется выражение (88). Вычислительная сложность определяется вычислительной сложностью произведения $\mathbf{H}'_{EVCM} \cdot \mathbf{H}_{EVCM}$. Операция обращения матриц имеет вычислительную сложность, равную вычислительной сложности операции перемножения матриц [110]. Вычислительная сложность произведения матриц определяется алгоритмом Штрассена [57, 58, 110]. Вычислительная сложность перебора значений диагональной матрицы, определяется числом элементов на главной диагонали N.

Таким образом вычислительная сложность алгоритма вычисления критерия (90) (91) составляет:

$$N_{\exp} \cdot \left(N^2 + L^2 \cdot (N \cdot L)^2 + (N \cdot L)^{2,87} \right) + (N \cdot L)^{2,87} + (N \cdot L)^{2,87} + N \qquad (92)$$

Полученная формула для расчета вычислительной сложности критерия (90) (91) не зависит от типа модуляции для передаваемого вектора комплексных величин. Используя полученную формулу вычислительной сложности (92), можно определить затраты вычислительного времени на вычисление критерия для перечня процессоров из таблицы 19. В таблицах 22, 23 представлены расчеты для систем связи MIMO размерностей 8×8, 16×16, 32×32, 64×64, 128×128. Количество экспериментов $N_{\exp} = 1000000$.

Таблица 22. Вычислительная сложность

Наименование процессора	**Вычислительная сложность для расчета критерия для системы на -**			
	8 антенн, с.		**16 антенн, с.**	
	1 такт	**2 такта**	**1 такт**	**2 такта**
Эльбрус-4С	0,010	0,079	0,067	0,505
Эльбрус-16С	0,0007	0,0053	0,0045	0,0337
Intel Core 2 Duo E6750	0,024	0,185	0,158	1,181

AMD Phenom 9500 sAM2+	0,015	0,112	0,096	0,717
Intel i7 860	0,009	0,072	0,061	0,459
Intel i7 870	0,009	0,068	0,058	0,435
Intel i7 880	0,009	0,066	0,056	0,421
Intel i7 3960x	0,003	0,021	0,018	0,135
Intel Xeon Phi	0,0005	0,0040	0,0034	0,0253

Таблица 23. Вычислительная сложность

Наименование процессора	**Вычислительная сложность для расчета критерия для системы на -**					
	32 антенны, с.		**64 антенны, с**		**128 антенн, с**	
	1 такт	**2 такта**	**1 такт**	**2 такта**	**1 такт**	**2 такта**
Эльбрус-4С	0,459	3,401	3,217	23,714	22,977	168,755
Эльбрус-16С	0,031	0,227	0,214	1,581	1,532	11,250
Intel Core 2 Duo E6750	1,074	7,962	7,531	55,511	53,785	395,026
AMD Phenom 9500 sAM2+	0,651	4,832	4,570	33,685	32,638	239,709
Intel i7 860	0,417	3,092	2,925	21,558	20,888	153,414
Intel i7 870	0,395	2,932	2,773	20,443	19,808	145,479
Intel i7 880	0,382	2,835	2,681	19,762	19,147	140,629
Intel i7 3960x	0,123	0,909	0,860	6,341	6,144	45,122
Intel Xeon Phi	0,023	0,170	0,161	1,186	1,149	8,438

Представленные результаты в таблицах 22, 23 демонстрируют время, необходимое для вычисления критерия (90), (91) для одного значения изменяемого вектора параметров. Сравнение вычислительной сложности критерия (90), (91) со сложностью критериев (32), (33) (34), (35) (см. таблицы 20,

21) показывает, возможность использования критерия для систем связи MIMO любой размерности.

4.4 Выводы

1. Вычислительная сложность рангового и детерминантного критериев является приемлемой в случае систем связи MIMO небольшой размерности, при невысоких порядках модуляции.
2. При увеличении размерности систем связи MIMO и увеличении порядка модуляции вычислительная сложность рангового и детерминантного критериев экспоненциально возрастает, что делает невозможным использование этих критериев на практике.
3. Предложенный критерий оптимальности обладает приемлемой для использования вычислительной сложностью и его использование возможно в случае систем связи MIMO большой размерности при высоких порядках модуляции.

Заключение

Основные результаты проведенных исследований и разработок заключаются в следующем:

1. Разработан новый пространственно-временной код на базе порождающей матрицы известного кода Голден. По результатам моделирования показано, что предложенный код при использовании модуляции BPSK, QPSK имеет энергетический выигрыш 0,2 дБ, 0,5 дБ, соответственно, по сравнению с известным кодом.
2. Разработан новый пространственно-временной код на базе порождающей матрицы известного кода с поворотом сигнального созвездия. По результатам моделирования показано, что предложенный код при использовании модуляции QPSK, 16-QAM, 64-QAM имеет энергетический выигрыш 3,8 дБ, 3,8 дБ, 9,5 дБ, соответственно.
3. Для оптимизации пространственно-временных кодов предложен новый критерий оптимальности. Предложенный критерий при больших размерностях системы связи MIMO и высоких порядках модуляции обладает приемлемой вычислительной сложностью, в отличие от известных критериев.
4. Для пространственно-временных матриц большой размерности, в том числе, в рамках применения разработанного критерия, были предложены аналитические методы синтеза эквивалентной виртуальной матрицы канала.

Таким образом, цель диссертационного исследования достигнута, поставленная научная задача разработки и исследовании пространственно-временных матриц для систем MIMO, в том числе большой размерности, с характеристиками помехоустойчивости, превышающими характеристики систем MIMO, использующих известные пространственно-временные матрицы, решена.

Сокращения и обозначения

АБГШ	Аддитивный белый гауссовский шум
ОСШ	Отношение сигнал/шум
3GPP	3rd Generation Partnership Project / Партнерский проект по разработке систем 3-го поколения
BER	Bit Error Rate (Вероятность битовой ошибки)
BLAST	Bell Labs Layered Space Time Architecture (Много- уровневая архитектура системы MIMO)
BPSK	Binary Phase Shift Keying (Двухпозиционная фазовая манипуляция)
EVCM	Equivalent Virtual Channel Matrix (Эквивалентная виртуальная матрица канала)
FLOPS	FLoating-point Operations Per Second / Количество операций с плавающей точкой в секунду
Large Scale MIMO	Large Scale Multiple-Input Multiple-Output (Широкомасштабные системы с несколькими антеннами на передающей и приемной сторонах)
LTE	Long-term evolution (Сети беспроводного доступа в долгосрочной перспективе)
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output (Системы с несколькими антеннами на передающей и приемной сторонах)
MMSE	Minimum Mean Square Error (Метод минимума среднеквадратической ошибки)

QAM	Quadrature Amplitude Modulation (Квадратурная амплитудная модуляция)
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying (Квадратурная фазовая манипуляция)
SISO	Single-Input Single-Output (Система с одной передающей и одной приемной антенной)
STBC	Space Time Block Code (Пространственно-временное блочное кодирование)
STC	Space Time Coding (Пространственно-временное кодирование)
TDD	Time Division Duplex (Временное разделение каналов)
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System (Универсальная система мобильной связи)
WiMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access (Беспроводные компьютерные сети городского масштаба)

Список литературы

1. Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2017–2022/ Корпорация CISCO // 2019. – p.33, https://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/white-paper-c11-738429.html
2. Cisco Visual Networking Index: Forecast and Trends, 2017–2022/ Корпорация CISCO // 2019. – p.38, https://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/white-paper-c11-741490.html
3. Бакулин, М.Г. Технология MIMO: принципы и алгоритмы/ М.Г. Бакулин, Л.А. Варукина, В.Б. Крейнделин // Москва. Горячая линия – Телеком, 2014. - 244 с.
4. Крейнделин, В. Б. Новые методы обработки сигналов в системах беспроводной связи /В.Б. Крейнделин // Санкт-Петербург. Линк, 2009. – 275 с.
5. Аджемов С.С. Технологии широкополосного доступа: динамика и перспективы развития/ Аджемов С.С., Урядников Ю.Ф. // Электросвязь. №1 – 2011.- с. 19 – 23.
6. 3GPP Технический стандарт TS 136 213 v.13.2.0, Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical layer procedures/ETSI // 2016. – p. 383, https://www.etsi.org
7. 3GPP Технический стандарт TR 136.913 v 15.0.0, Requirements for futher advancements for Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA)/ETSI // 2018. – p.17, https://www.etsi.org
8. Прокис, Дж. Цифровая связь/Перевод с английского и под редакцией Д.Д. Клоковского // Москва. Радио и связь, 2000. – 797 с.
9. Аджемов, А. Общая теория связи: Учебник для вузов/Аджемов А.С., Санников В.Г. // Москва. Горячая линия – Телеком, 2018. - 624 с.

10. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники/ Б.Р. Левин // Москва. Радио и связь, 1989. – 656 с.
11. Ипатов, В.П. Системы мобильной связи: Учебное пособие для вузов/ Ипатов В.П., Орлов В. И., Самойлов И. М., Смирнов В. Н.; под. ред. Ипатова В. П. // Москва. Горячая линия-Телеком, 2003.-272с
12. Тихонов, В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем/В.И. Тихонов, В.Н. Харисов // Москва. Радио и связь, 2004. – 608 с.
13. Clerckx, Bruno MIMO Wireless Communications. Channels, Techniques and Standards for Multi-Antenna, Multi-User and Multi-Cell Systems/ Bruno Clerckx, Claude Oestges // London. Academic Press, 2013. – p. 776
14. Басараб, М.А. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера-Котельникова-Шеннона/ М.А. Басараб, Е.Г. Зелкин, В.Ф. Кравченко, В.П. Яковлев // Москва. Радиотехника, 2004. – 72 с.
15. Ипатов, В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов/В.П. Ипатов // Москва. Техносфера, 2007. – 487 с.
16. Larsson, Eric G. Space-Time Block Coding for Wireless Communications. 3rd edition/ Eric G. Larsson, Petre Stoica // Cambridge UK. Cambridge University Press, 2008. – p.280
17. Telatar, E. Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels/E. Telatar // European Transactions on Telecommunications, November/December Vol. 10. - 1999. - № 6. – pp. 585–595
18. Константинов, А. Анализ фундаментальных ограничений максимальной скорости передачи информации в сети LTE-Advanced / А.С. Константинов, А.В. Пестряков // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2017. – №12. – с. 60-63.
19. Слюсар, В. И. Системы MIMO: принципы построения и обработка сигналов/В. И. Слюсар // Электроника: Наука. Технология. Бизнес. – 2005. - №8. – С. 52- 59

20. Одинцов, М. О. Методы моделирования матриц передачи MIMO-каналов и исследование помехоустойчивости передачи данных / М.О. Одинцов, Ю.С.Шинаков // Радиотехника. – 2016. – №6, – С. 130-136.
21. Alamouti, S. Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications/S. Alamouti // IEEE Journal of Selected Areas in Communications Vol. 16. – 1998. - №8. – pp. 1451 – 1458
22. Fernandez, O. Modelling broadband 2×2 MIMO channels in indoor-outdoor scenarios/O. Fernandez, M. Domingo, R.P. Torres // IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting. – 2009. - Bilbao, Spain. – p.8
23. Han, J. Space-Time and Space-Frequency Block Coded Vector OFDM Modulation/Jing Han, Geert Leus // IEEE Communications Letters. – 2017. – January. – pp. 204 – 207
24. 3GPP Технический стандарт TS 136.101 v. 15.8.0, Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); User Equipment (UE) radio transmission and reception/ETSI // 2019. – p. 1816, https://www.etsi.org
25. Foschini, Gerard Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment When Using Multi-Element Antennas/ Gerard Foschini // Bell Laboratories Technical Journal. – 1996. – October. – pp. 41 – 59.
26. WiMAX Forum Технический стандарт WMF-T23-001-R010 v.11, Air Interface Specification/ WiMAX Forum // 2012. – p. 89.
27. 3GPP Технический стандарт TS 125 212 V 15.0.0 Universal Mobile Telecommunications System (UMTS) Multiplexing and channel coding (FDD)/ETSI // 2018. – p.169, https://www.etsi.org
28. 3GPP Технический стандарт TS 125.222 V 15.0.0 Universal Mobile Telecommunications System (UMTS) Multiplexing and channel coding (TDD)/ETSI // 2018. – p.144, https://www.etsi.org
29. IEEE Технический стандарт 802.16-2004 IEEE Standard for local and metropolitan area networks. Part 16: Air interface for Fixed Broadband Wireless

Access System /IEEE // 2004 – p. 128, https://ieeexplore.ieee.org/document/1350465

30. IEEE Технический стандарт 802.16e-2005 IEEE Standard for local and metropolitan area networks. Part 16: Air interface for Fixed Broadband Wireless Access System. Amendment for Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands. /IEEE // 2005 – p. 198, https://ieeexplore.ieee.org/document/1603394
31. Belfiore, J.C. The Golden code: a 2 × 2 full-rate space-time code with non-vanishing determinants./ Belfiore J.C., Rekaya G., Viterbo E. // IEEE Transaction on Information Theory. – 2005. – April. – pp. 1432-1436
32. Rekaya, G. Algebraic reduction for the Golden Code./Ghaya Rekaya-Ben Othman, Laura Luzzi, Jean-Claude Belfiore // IEEE Information Theory Workshop on Information Theory. – Cairo. – 2010. – p.5
33. Amani, E., Toward real-time, low-power, highly parallel decoding of the golden code in Mobile WiMAX base stations/ Elie Amani, Karim Djouani, Anish Kurien, Karim Djouani // IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). – 2014. - Busan, South Korea. – p.5
34. Boutros, J. Signal space diversity: a power- and bandwith-efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel/ J. Boutros, E. Viterbo // IEEE Transaction on Information Theory. – 1998. – April.- pp. 1453-1467
35. Волчков, В.П. Исследование эффективности алгоритмов линейного прекодирования в системах MIMO / В.П. Волчков, А.А. Шурахов // Электросвязь. – 2012. – №5, – С.15-16.
36. Jafarkhani, H. Space-Time Coding. Theory and practice./ H. Jafarkhani // Cambridge, UK. Cambridge University Press, 2005. – p.302
37. Sharma, N. Improved quasi-orthogonal codes through constellation rotation/ Sharma N., Papadias C.B. // IEEE Transactions on Information Theory. – 2003. – March. – pp. 332 – 335
38. Yao, H. Achieving the Full MIMO Diversity-Multiplexing Frontier with Rotation-Based Space-Time Codes/Huan Yao, Gregory W. Wornell // Allerton

Conference Communication, Control, and Computing. –2005.- Monticello, USA. – p.10

39. Su, W. Signal constellations for quasi-orthogonal space-time block codes with full diversity/ Su W., Xia X. // IEEE Transactions on Information Theory. – 2004. – October.-pp.2331-2347
40. Zhu, Y. Constellation Collaborated Nonlinear Orthogonal Space–Time Block Codes With Fast Maximum-Likelihood Detection/ Yi-Jun Zhu, Wen-Ya Wang, Jian-Kang Zhang, Yan-Yu Zhang // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2017. – January. – pp. 513 – 528
41. Almamori, A. Improved MMSE channel estimation in massive MIMO system with a method for the prediction of channel correlation matrix/Aqiel Almamori, Seshadri Mohan // IEEE 8th Annual Computing and Communication Workshop and Conference. – 2018. - Las Vegas, NV, USA – p.4
42. Toka , M. Non-Orthogonal Multiple Access With Alamouti Space–Time Block Coding/ Mesut Toka, Oğuz Kucur // IEEE Communications Letters. – 2018. – September. – pp. 1954 – 1957
43. Chockalingam, A. Large MIMO Systems/ Chockalingam A., Sundar Rajan B. // New York, USA. Cambridge University Press, 2014. – p.309
44. Li, S. Double Full Diversity Space Time Block Code for Massive Mimo System/Shuangzhi Li, Jian-Kang Zhang, Xiaomin Mu // IEEE 10th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM). – 2018. - Sheffield, UK. – p.6
45. Kaur, G. Performance Comparison of large MIMO Systems Using Quasi Orthogonal Space Time Block Coding Through AWGN and Rayleigh Channels by Zero Forcing Receivers/Gurpreet Kaur, Navjot Kaur, Lavish Kansal // International Conference on Intelligent Circuits and Systems (ICICS). – 2018. - Phagwara, India – p.6
46. Li, S. Double Full Diversity Massive Unitary Space–Time Codes for MIMO Channels/ Shuangzhi Li, Jian-Kang Zhang, Xiaomin Mu // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2019. – April. – pp. 3686 – 3701

47. Yang, S. Some n×n lattice space-time codes with large normalized diversity products and high ranks/ Shichun Yang // 9th International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN) – 2017. - Guangzhou, China. – p.8
48. Mehmood, Y. Large scaled multi-user MIMO system so called massive MIMO systems for future wireless communication networks/ Y. Mehmood, W. Afzal, F. Ahmad, U. Younas, I. Rashid, I. Mehmood // 19th International Conference on Automation and Computing. – 2013. - London, UK. – p.4
49. Vakilian, V. High-Rate and Low-Complexity Space-Time Block Codes for 2×2 MIMO Systems/ Vida Vakilian, Hani Mehrpouyan // IEEE Communications Letters. – 2016. – June. – pp. 1227 – 1230
50. Yang, S. Some n×n lattice space-time codes with large normalized diversity products and high ranks/ Shichun Yang // IEEE 9th International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN). – 2017. - Guangzhou, China – p.8
51. IEEE Технический стандарт 802.11n-2009 IEEE Standard for Information technology. Local and metropolitan area networks. Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physycal Layer (PHY) Specifications Amendment 1. 2009/IEEE // 2009 – p.340, https://ieeexplore.ieee.org/document/5307322
52. Tirkkonen, O. Minimal non-orthogonality rate 1 space time block code for 3+ tx antennas/ Tirkkonen, O., Boariu, A., Hottinen, A. // IEEE Sixth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications. ISSTA 2000. – 2000.- Parsippany, NJ, USA. – p.7
53. Jafarkhani, H. A quasi orthogonal space-time block code/ H. Jafarkhani // IEEE Transaction on Information Theory. – 2001. – January. – pp.1-4
54. Крейнделин, В.Б. Пространственно-временное кодирование в сетях связи четвертого поколения/ В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы

радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2012». – Москва, 2012. – С. 112- 115.

55. Khan, F. LTE for 4G Mobile Broadband. Air Interface Technologies and Performance/Farooq Khan // New York, USA. Cambridge University Press, 2009. – p.492
56. Oggier, F. Perfect Space-Time Block Codes/ Oggier F., Rekaya G.// IEEE Transaction on Information Theory. – 2006. – September. – pp. 3885-3902.
57. Magnus, J. Linear Structures/ Magnus, Jan R. // Oxford, UK. Oxford University Press, 1988.-p.205
58. Magnus, J. Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics/ Magnus Jan R., Neudecker Heinz // London, UK. Wiley, 2019. – p.504
59. Anoh, K.O.O. Improved Alamouti STBC Multi-Antenna System Using Hadamard Matrices/ K. O. O. Anoh, O. Ochonogor, R. A. A. Abd-Alhameed, S. M. R. Jones, T. T. Mapuka // Int. J. Communications, Network and System Sciences. – 2014.-July.-pp. 83-89
60. Barreal, A. Fast-Decodable Space–Time Codes for the N-Relay and Multiple-Access MIMO Channel/Amaro Barreal, Camilla Hollanti, Nadya Markin // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2016. – March. – pp. 1754 – 1767
61. Hosseini, S.S. Comprehensive study on a 2×2 full-rate and linear decoding complexity space-time block code/ S.S. Hosseini, S. Talebi, J. Abouei // IEEE Transaction on Information Theory. – 2015. –January.-pp.122-132
62. Li, S. Double Full Diversity Massive Unitary Space–Time Codes for MIMO Channels/Shuangzhi Li, Jian-Kang Zhang, Xiaomin Mu // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2019. – April. – pp. 3686 – 3701
63. Kundu, S. Fastest-known near-ML decoding of golden codes/Sandipan Kundu, Shubham Chamadia, Dimitris A. Pados, Stella N. Batalama // IEEE 15th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). - Toronto, ON, Canada. – 2014. – p.8

64. Amhoud, El-M. Design criterion of space-time codes for SDM optical fiber systems/El-Mehdi Amhoud ; Ghaya Rekaya-Ben Othman ; Yves Jaouën // 23rd International Conference on Telecommunications (ICT). – 2014. - Thessaloniki, Greece. – p.6
65. Tian, X. Fast Detection of Orthogonal Space-Time Block Codes With Unknown Channel/ Xiaowen Tian, Ming Li, Guangyu Ti, Wenfei Liu // IEEE Communications Letters. – 2016. – September. – pp. 1896 – 1899
66. Elia, P. Perfect space-time codes with minimum and non-minimum delay for any number of antennas/ P. Elia, B.A. Sethuraman, P.V. Kumar // International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing. - 2005.- Maui, HI, USA. – p.4
67. Biglieri, E. MIMO Wireless communication/ Biglieri E., Calderbank R., Constantinides A., Goldsmith A., Paulraj A., Poor H.V // Cambridge. UK, Cambridge University Press, 2007. – p.323
68. Tarokh, V. Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction/ Tarokh, V., Seshadri, N., Calderbank, A.R. // IEEE Transactions on Information Theory.-1998.-February. - pp.744-765
69. Mroueh, L. Extended Golden Light Code for FSO-MIMO Communications With Time Diversity/ Lina Mroueh // IEEE Transactions on Communications. – 2019. – January. – pp. 553 - 563
70. Крейнделин, В.Б. Критерии оптимальности для пространственно-временных кодов типа Голден/ В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2015». – Москва, 2015. – С. 229-231.
71. Corneliu, E. Towards designing super Golden space-time trellis codes for high data rate mobile/ Corneliu Eugen, D. Sterian, Ion Bănică // International Conference on Communications (COMM).- 2016. - Bucharest, Romania. – p.3

72. Крейнделин, В.Б. Формирование квазиоптимальных пространственно временных матриц для систем MIMO высокой размерности/ В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2014». – Москва, 2014. – С. 52-54.
73. Крейнделин, В.Б. Матрица пространственно - временного кода высокой размерности типа Голден / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // T-comm - Телекоммуникации и транспорт. – 2018. - №6 – С. 34-39.
74. Крейнделин, В.Б. Пространственно-временная матрица высокой размерности на базе кода типа Голден / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // X международная отраслевая научно-техническая конференция «ТЕХНОЛОГИИ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЩЕСТВА». - Москва, 2016. – С. 228.
75. Крейнделин, В.Б. Рекуррентный метод формирования матрицы EVCM для пространственно-временного кода больших порядков/ В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2017». – Москва, 2017. – С. 1186 - 1189.
76. Крейнделин, В.Б. Синтез эквивалентной виртуальной матрицы канала MIMO для пространственно-временных кодов высоких размерностей / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Электросвязь. - 2019. - №1. - С. 37-41.
77. Крейнделин, В.Б. Новые свойства кода Голден в свете исследований оптимальности/ В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2016». – Москва, 2016. – С. 207-209.
78. Seong, J. Concatenation of LDPC codes with Golden space-time block codes over the block fading MIMO channels: System design and performance analysis/ Jin-Taek Seong, Heung-No Lee // 45th Annual Conference on Information Sciences and Systems. – 2011. - Baltimore, MD, USA – p.6

79. Luzzi, L. Golden Space–Time Block-Coded Modulation/ Laura Luzzi, Ghaya Rekaya-Ben Othman, Jean-Claude Belfiore, Emanuele Viterbo // IEEE Transactions on Information Theory. – 2009. – February. – pp. 584 – 597
80. Резнёв А.А. Аналитический метод формирования матрицы EVCM для пространственно-временных кодов высоких размерностей/А.А. Резнёв // Сборник: Технологии информационного общества. Материалы XIII Международной отраслевой научно-технической конференции. – Москва, 2019. – С.219-220
81. Su, W. Full-Rate Full-Diversity Space Frequency Codes With Optimum Coding Advantage/ W., Su, Z., Safar и K.J., Ray Liu //. IEEE Transaction on Information Theory.-2005.-January-pp.229-249
82. Badic, B. Quasi-Orthogonal Space-Time Block Codes: Approaching optimality/Biljana Badic, Markus Rupp, Hans Weinrichter // 13th European Signal Processing Conference.- 2005.- Antalya, Turkey.-p.8
83. Крейнделин, В.Б. Методы формирования пространственно- временных матриц для систем MIMO высокой размерности / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Электросвязь.- 2017. - №4. - С. 20-24
84. Крейнделин, В.Б. Свойства квазиоптимального кода в системах связи с пространственно-временным кодированием/ В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения «INTERMATIC-2013». – Москва, 2013. – С. 54-56.
85. Caire, G. Space-Time Coding: an Overview/ G. Caire, P. Elia, K.R. Kumar // IEEE Transaction on Information Theory.-2009.-February-pp.547-556
86. Shi, L. On MIMO Linear Physical-Layer Network Coding: Full-Rate Full-Diversity Design and Optimization /Long Shi, Tao Yang, Kui Cai, Pingping Chen, Tao Guo // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2018. May. – pp. 3498 – 3511

87. Крейнделин, В.Б. Свойства квазиоптимального кода в системах связи с пространственно-временным кодированием / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // T-comm - Телекоммуникации и транспорт. – 2013. - №10 – С. 59-61.
88. Shamsul Alam, S. M. Performance analysis of orthogonal space-time codes applicable to 4G LTE communications/S. M. Shamsul Alam, GoangSeog Choi, Shajeel Iqbal // International Symposium on Consumer Electronics (ISCE). – 2015. - Madrid, Spain. – p.7
89. Крейнделин, В.Б. Свойства квазиоптимального кода в системах связи с пространственно временным кодированием / В.Б. Крейнделин, А.А. Резнёв // Седьмая отраслевая научная конференция "Технологии информационного общества". – Москва, 2013. – С. 97
90. Murthy, N. S. Novel orthogonal space time block codes for multiple transmit antennas(nine and ten antennas with full code rate)/ N. S. Murthy, S. Sri Gowri, B. Prabhakara Rao // 2nd International Conference on Electronics and Communication Systems (ICECS). – 2015. - Coimbatore, India. – p.4
91. Grabner, M. J. Performance of perfect space-time codes under linear MMSE equalization and BLAST based decoding for large data rates/Mitchell J. Grabner ; Xinrong Li ; Shengli Fu // Texas Symposium on Wireless and Microwave Circuits and Systems (WMCS). – 2018. - Waco, TX, USA – p.6
92. Joung, J. Space–Time Line Code/Jingon Joung // IEEE Access. – 2017. – June, - pp. 1023 – 1041
93. Tofigh, S. A New Design Criterion for Linear Receiver STBCs Based on Full-Rank Spaces/ Sadegh Tofigh, Hossein Momenaee Kermani, Alireza Morsali // IEEE Communications Letters. – 2015. – February. – pp. 207 – 210
94. Крейнделин, В.Б. Новый критерий оптимальности пространственно-временных матриц/В.Б. Крейнделин, А.А. Резнев // Электросвязь – 2020 - №2-с.50 - 53
95. Карпов, В. Численные методы, алгоритмы и программы. Введение в распараллеливание/В.Е. Карпов, А.И. Лобанов // Москва. Физматлиткнига, 2014. – 192 с.

96. Абрамов, С. Лекции о сложности алгоритмов/ Абрамов С.А.//Москва. МЦНМО, 2009. – 248 с.
97. Ульянов, М. Ресурсно-эффективные компьютерные алгоритмы. Разработка и анализ. Учебное пособие/Ульянов М.В. // Москва. Физматлиткнига, 2007. – 376 с.
98. Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ, 2-ое издание /Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Пер. с англ. // Москва. Издательский дом «Вильямс». – 2005. – 1296 с.
99. Bayer, O. Joint Space Time Block Code and Modulation Classification for MIMO Systems/Özgür Bayer, Mengüç Öner // IEEE Wireless Communications Letters. – 2017. – February. – pp. 62 – 65
100. Arti, M. A Space-Time Transmission Scheme for Large MIMO Systems/ Arti M. K. // IEEE Wireless Communications Letters. – 2018. – February. – pp. 62 – 65
101. Zheng, K. Survey of Large-Scale MIMO Systems/ Kan Zheng, Long Zhao, Jie Mei, Bin Shao, Wei Xiang, Lajos Hanzo // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2015. – Vol.17. – Issue 3. - pp. 1738 – 1760
102. Narasimhan, T. Large-scale multiuser SM-MIMO versus massive MIMO/T. Lakshmi Narasimhan, P. Raviteja, A. Chockalingam // Information Theory and Applications Workshop (ITA). – 2014. - San Diego, CA, USA – p.3
103. Rong, L. Large scale MIMO transmission technology in the architecture of cloud base-station/Liping Rong, Xin Su, Jie Zeng, Yujun Kuang, Jingyu Li // IEEE Globecom Workshops. – 2012. - Anaheim, CA, USA – p.3
104. Vasu, G. Reduction of large scale linear dynamic SISO and MIMO systems using differential evolution optimization algorithm/G. Vasu, K. V. S. Santosh, G. Sandeep // IEEE Students' Conference on Electrical, Electronics and Computer Science. – 2012. - Bhopal, India – p.5
105. Yang, S. Fifty Years of MIMO Detection: The Road to Large-Scale MIMOs/ Shaoshi Yang, Lajos Hanzo // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2015. – Vol.17.- Issue 7. – pp. 1941 – 1988

106. Zhang, K. Wireless MIMO Systems/Keith Q. T. Zhang // Wiley Telecom. – 2015. – p. 448

107. Трушкин, К.А. Доверенная аппаратно-программная платформа Эльбрус. Безопасность и импортозамещение / К.А. Трушкин // http://sec19.rans.ru/images/conf-sec19/trushkin.pdf

108. Интел. Спецификация и техническое описание процессоров Интел/ https://ark.intel.com/content/www/ru/ru/ark/products/series/132784/intel-xeon-phi-72x5-processor-family.html

109. AMD. Спецификации процессоров AMD/ https://www.amd.com/ru/partner/processor-specifications

110. Бакулин, М. Г. Технологии в системах радиосвязи на пути к 5G /М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов // Москва. – Горячая линия – Телеком. – 2018 – 279 с.

Приложение. Акты о внедрении и использовании результатов диссертационной работы

«УТВЕРЖДАЮ»
Первый заместитель генерального директора
Федерального государственного унитарного
предприятия «Научно-исследовательский
институт радио», кандидат технических наук

_____М.Ю.Сподобаев

« 20 » декабря 2018 г.

М.П.

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы А.А. Резнёва на тему «Исследование и разработка алгоритмов пространственно-временного кодирования для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами»

Комиссия в составе Директора Научно-технического центра Анализа электромагнитной совместимости, д.т.н. В.Э. Веерпалу, заместителя директора Научно-технического центра Анализа электромагнитной совместимости, к.э.н. Е.Е. Девяткина и заместителя начальника лаборатории Я.М. Гасса составила настоящий акт о том, что научные результаты диссертационной работы на тему «Исследование и разработка алгоритмов пространственно-временного кодирования для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами» и основные положения в части способа формирования сигнала для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами, были использованы в научно-исследовательской работе НТЦ Анализа ЭМС и внедрены при

разработке алгоритмов формирования сигнала в модельном устройстве имитаторе станции подвижной связи по теме «Зрелище-С». М.: НИИР, 2018.

Применение разработанного способа формирования сигнала улучшает энергоэффективность радиоканала на 1 – 1,2 дБ по сравнению с ранее использованными способами.

Акт рассмотрен и одобрен на заседании Научно-технического совета НТЦ Анализа ЭМС ФГУП НИИР (Протокол №6 от 27.11.2018 г.).

Директор
НТЦ Анализа ЭМС ФГУП НИИР,
д.т.н. В.Э. Веерпалу

Зам. Директора
НТЦ Анализа ЭМС ФГУП НИИР,
к.э.н. Е.Е. Девяткин

Зам. начальника лаборатории
НТЦ Анализа ЭМС ФГУП НИИР, Я.М. Гасс

Подписи В.Э. Веерпалу, Е.Е. Девяткина, Я.М. Гасса заверяю.

Начальник отдела кадров ФГУП НИИР Е.П. Буянова

ОТДЕЛ КАДРОВ ФГУП НИИР

УТВЕРЖДАЮ
Директор Федерального государственного унитарного предприятия «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи» Федерального научно-производственного центра
кандидат технических наук
А.А. Косогор
«25» 05 2018 г.

АКТ
о внедрении результатов диссертации
Резнёва Андрея Алексеевича, выполненной на тему
«Исследование и разработка алгоритмов пространственно-временного кодирования для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами»,
в разработках Федерального государственного унитарного предприятия
«Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи»

Диссертация Резнёва Андрея Алексеевича, выполненная на тему: «Исследование и разработка алгоритмов пространственно-временного кодирования для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами», посвящена актуальным вопросам, связанным с решением задачи разработки пространственно-временной матрицы для систем MIMO большой размерности с улучшенными по сравнению с используемыми в настоящее время пространственно-временными матрицами типа BLAST характеристиками и создания математического аппарата для синтеза квазиоптимальных пространственно-временных кодов, имеющей значение для исследования и разработки новых сигналов, модемов, кодеков, мультиплексоров и селекторов, обеспечивающих высокую надежность обмена информацией в условиях воздействия внешних и внутренних помех, внедрение результатов, полученных в диссертации Резнёва А.А., вносит значительный вклад в теорию сигналов и передачи информации в части передачи цифровых данных в радиосетях подвижной связи.

Научный результат, заключающийся в предложенных пространственно-временных матрицах для формирования сигнала в системах связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами, использован при разработке опытных образцов систем передачи цифровых данных по темам ОКР «Мол-ПД», «Мулла», а также при создании серийных образцов сканеров частотного плана в системах сотовой связи GSM/UMTS/LTE «Мулла» и «Модуль».

Технический результат, заключающийся в применении разработанных порождающих матриц кода, позволивший повысить энергоэффективность радиоканала на 1 – 1,2 дБ, использован в ОКР «Мол-ПД», «Мулла», «Модуль» при создании опытных образцов и в серийных поставках систем передачи данных и сканеров частотного плана «Мулла» и «Модуль». Полученный результат позволил увеличить радиус действия системы беспроводной передачи данных на 5 - 8% в зависимости от условий распространения радиоволн по сравнению с аналогичными радиосистемами.

Внедрение полученных результатов позволило добиться снижения мощности передатчика системы радиосвязи (энергетический выигрыш составил от 0,5 до 1 дБ). Снижение мощности передатчика позволило повысить дальность действия системы радиосвязи до 5 - 7 км или увеличить скорость передачи цифровой информации системы связи до 20 Мбит/с для систем связи стандарта LTE (ширины спектров сигналов 10 МГц и 7,5 МГц) с возможностью увеличения пропускной способности до 100 - 150 Мбит/с при расширении рабочей полосы частот системы.

Руководитель НТК «СТСК» Е.А. Строчков

«УТВЕРЖДАЮ»

Научный руководитель-
генеральный конструктор
ЦНИИ РТК, чл.-к. РАН,
д-р техн. наук, профессор

_____ В.А. Лопота

« 16 » сентября 2019 года

Акт о внедрении результатов диссертационной работы

Резнёва А.А.

«Исследование и разработка алгоритмов пространственно-временного кодирования для систем связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами»

Научно-техническая комиссия в составе начальник научно-производственного комплекса ЦНИИ РТК Иванов А.В., заместитель директора по научной работе ЦНИИ РТК, к.ф.-м.н. Грязнов Н.А., начальник 111 отдела «Специальной робототехники» ЦНИИ РТК Шмаков О.А. составила настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы в части, способа формирования сигнала для системы связи с несколькими передающими и несколькими приемными антеннами, были использованы и внедрены в системе широкополосной подвижной связи малого радиуса действия. Система связи используется для передачи информации и управления робототехническими системами и комплексами «ЮЛА-Н», «Кадет», «Курсант». Предложенные в диссертации матрицы пространственно-временного кодирования позволили уменьшить энергопотребление приемопередатчиков используемых в малогабаритных робототехнических системах, энергетический выигрыш составил до 1дБ, увеличить помехоустойчивость системы связи при увеличении скорости передачи цифровой информации до 100 Мбит/с.

Научный результат, заключающийся в предложенных пространственно-временных матрицах в системах связи MIMO, использовался в опытно-конструкторских работах для систем передачи данных между малогабаритными робототехническими системами и базовой станцией.

Федеральное государственное автономное научное учреждение «Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики» рекомендует продолжить исследования направленные на оптимизацию параметров пространственно-временных матриц.

Начальник научно-производственного комплекса ЦНИИ РТК	_____	Иванов Александр Владиславович
Заместитель директора по научной работе ЦНИИ РТК, к.ф.-м.н.	_____	Грязнов Николай Анатольевич
Начальник 111 отдела «Специальной техники» ЦНИИ РТК	_____	Шмаков Олег Александрович