

На правах рукописи

Кудряшова Анастасия Юрьевна

**Исследование и разработка эффективных методов кодирования  
источника при преобразовании метрических пространств в условиях  
действия помех**

Специальность: 2.2.15 (05.12.13) - Системы, сети и устройства  
телекоммуникаций

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва – 2022

Работа выполнена в Ордена Трудового Красного Знамени федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский технический университет связи и информатики» (МТУСИ).

Научный руководитель: Аджемов Артем Сергеевич - доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Общая теория связи» Ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский технический университет связи и информатики» (МТУСИ).

Официальные оппоненты: Крячко Александр Федотович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Радиотехнические и оптоэлектронные комплексы» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения» (ГУАП)

Мазепа Роман Богданович, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой 402 «Радиосистемы и комплексы управления, передача информации и информационная безопасность», федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ)

Ведущая организация: Федеральное государственное унитарное предприятие «Ордена Трудового Красного Знамени Российской научно-исследовательский институт радио имени М.И. Кривошеева»

Защита диссертации состоится 26.05.2022 года в 12 часов на заседании диссертационного совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 219.001.04 при МТУСИ по адресу: 111024, Россия, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а, ауд. 211

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МТУСИ

<http://www.srd-mtuci.ru/index.php/ru/council>

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 219.001.04 (55.2.002.01)

д.т.н., доцент

М.В. Терешонок

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность темы исследования.**

Утвержденная Распоряжением Правительства Российской Федерации в июле 2017 года программа «Цифровая экономика Российской Федерации» определила важнейшие сквозные цифровые технологии, среди которых промышленный интернет, технологии беспроводной связи, технологии виртуальной и дополненной реальностей. Намечено значительное расширение использования современных инфокоммуникаций в социальной сфере, в образовании, в медицине и т.д. Все это сопровождается быстрым ростом информационных потоков, что требует постоянного совершенствования телекоммуникационных систем с целью обеспечения максимально возможной скорости передачи, высокой надежности при соблюдении различных требований к качеству передачи сообщений. Важным является также необходимость экономически обоснованной технической реализации различных систем и, в частности, систем первичного кодирования сообщений от различных источников, их последующей цифровой обработки и передаче с помощью модемов по разнообразным каналам связи.

При преобразовании различных сообщений от источников в цифровой сигнал в них вносится определенная погрешность, связанная с проводимыми дискретизацией и квантованием. Помимо этого, в каналах и линиях связи действуют помехи, вносящие дополнительные искажения, снижающие качество восстанавливаемого на приеме сигнала. Чтобы уменьшить эти искажения необходимо исследовать влияние различных преобразований, которые претерпевает сигнал в процессе его передачи от источника к получателю, что в аналитическом описании соответствует ряду преобразований в различных метрических пространствах.

При преобразовании сигналов в цифровой каждому передаваемому сообщению присваивается число, представленное, как правило, в виде кодовой комбинации двоичных символов 0 и 1 определенной длины. Далее, для повышения верности приема цифровой последовательности, на передаче

в неё вносится дополнительная избыточность в виде служебных символов, позволяющих обнаруживать и исправлять возникающие из-за помех ошибки. Затем с целью согласования спектральных характеристик цифрового сигнала с частотными характеристиками канала применяют различные методы модуляции, при которых происходит еще одно преобразование сигнала, на этот раз из цифрового в аналоговый и т.д.

На приеме осуществляются обратные преобразования. Однако происходят они с сигналами, получившими из-за вредного влияния помех определенные искажения, что приводит к ошибкам в восстанавливаемом цифровом сигнале, которые, в свою очередь, приводят к дополнительным искажениям в реконструируемом исходном сигнале и далее в сообщении, поступающем к получателю. При этом оказывается, что существует нелинейное влияние различных методов преобразования исходного сигнала в процессе его передачи и затем восстановления на приеме на итоговую оценку качества переданного сигнала. В результате не всегда решения, оптимизирующие преобразования на отдельных этапах, приводят к наилучшим решениям в целом, хотя именно это и является основной целью при формировании системы передачи сообщений от источника к получателю.

**Объект исследования:** различные сообщения от источника, методы их цифрового отображения, а также методы их последующих преобразований и восстановление исходного сообщения на приемной стороне.

**Предмет исследования:** методы преобразования сигналов в условиях действия помех.

### **Степень научной разработанности темы.**

Начало разработок теории и методов кодирования сообщений от источников и их последующей передачи с помощью методов модуляции можно отнести к первой половине XX века.

Базовыми явились работы Клода Шеннона [1-6], заложившие основы математической теории связи, создавшего теорию информации, позволившей

определить потенциальные границы эффективности телекоммуникационных систем.

Фундаментальными явились также работы Владимира Александровича Котельникова [7-10], доказавшего возможность преобразования непрерывного (аналогового) сигнала в дискретный, заложившего основы теории потенциальной помехоустойчивости.

Значительный вклад в разработку теории и методов кодирования источников внесли

В статье Д. Хаффмана [1] описан метод построения минимально-избыточных кодов, рассмотрен алгоритм префиксного кодирования с минимальной избыточностью, известный как алгоритм Хаффмана.

В трудах Р. Хэмминга [2,3] описаны основы теории кодирования, рассмотрены коды для коррекции ошибок, в частности, конструкция блочного кода, который корректирует одиночные ошибки, возникающие при передаче сообщений, предложен конструктивный метод построения кодов с избыточностью и простым декодированием.

В трудах Р. Фано [4,5] рассмотрена связь средней потери информации через канал передачи с шумами с вероятностью ошибок при приёме сигнала, приведен способ вычисления нижней границы вероятности ошибки для любого декодера, а также способ получения границ для минимаксного риска в оценке плотности.

В трудах К. Шеннона [6-11] рассмотрены основы теории информации и криптографии, введено понятие энтропии источника, описана ее связь со средней и достижимой степени сжатия с помощью кодирования с потерями. Помимо этого, разобрана связь пропускной способности канала и существования кода, который возможно использовать для передачи с ошибкой, стремящейся к нулю (при увеличении длины блока), а также установлен предел максимального сжатия данных и числовое значение энтропии Шеннона, найдена пропускная способность канала, означающая теоретическую верхнюю границу скорости передачи данных.

Труды В.А. Котельникова [12-15] посвящены проблемам совершенствования методов радиоприёма, изучению радиопомех и разработке методов борьбы с ними. В частности, описана теорема отсчетов, теория потенциальной помехоустойчивости.

В трудах А.Г. Зюко [16-21] рассмотрены вопросы помехоустойчивости и эффективности систем связи, в частности методы повышения эффективности систем передачи дискретных сообщений, предложена оценка эффективности помехоустойчивых кодов.

В трудах Ю.Б. Окунева [22,23] рассматриваются общие принципы цифровой передачи сообщений фазоманипулированными сигналами, излагаются основы теории фазоразностной модуляции, включая вопросы формирования и обработки таких сигналов.

В трудах А.С. Аджемова [24-33] рассмотрены вопросы помехоустойчивости и эффективности передачи дискретных сигналов при их асинхронном сопряжении с синхронным цифровым трактом.

Однако современные исследователи и их предшественники не уделили достаточного внимания проблеме трансформации сигналов из одного метрического пространства в другое, в условиях действия помех в канале связи, что оказывается важным и достаточно существенным с точки зрения обеспечения качества передачи сообщений с учетом нелинейности данных преобразований.

#### **Цель исследования.**

Целью исследования является разработка методов анализа и расчета, позволяющих оптимизировать типы биекции пространств, отображающих различные этапы передачи сообщений от источника к получателю.

#### **Научная задача и частные задачи исследования.**

Научная задача состоит в обосновании методов оценки эффективности кодирования передаваемых сигналов, позволяющей однозначно определять «наилучшие» варианты кодирования, минимизирующие искажения исходного сигнала при наличии ошибок в двоичном сигнале.

Для решения научной задачи и достижения цели диссертационного исследования в работе поставлены и решены 2 частные задачи:

1. Теоретическое обоснование эффективных методов сопоставления (кодирования) сообщений источника, заданных в некотором метрическом пространстве, с двоичными кодовыми комбинациями, определенных в пространстве Хемминга с учетом матрицы потерь и модели ошибок в дискретном канале связи
2. Разработка программы для поиска эффективных методов кодирования с оценкой по среднему значению вносимых искажений в исходном метрическом пространстве.

Результаты исследования могут использоваться в технических системах передачи информации, а также при исследованиях в других областях науки: генетике, экономике, медицине и др., где в результате цифровой обработки происходит преобразование сообщений из некоторых метрических пространств в пространство Хемминга.

### **Научная новизна результатов исследования.**

Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. Разработан метод расчета потенциальной границы эффективности преобразования многоуровневого дискретно-непрерывного сигнала в цифровой.
2. Определены теоретически достижимые границы эффективности преобразования многоуровневого дискретно-непрерывного сигнала в цифровой в зависимости от требований к искажениям, вносимым в исходный сигнал при цифровом отображении, а также ограничениям на минимальную и максимальную длительность элементов в исходном сигнале.
3. Разработан метод анализа дополнительных искажений, возникающих из-за ошибок в цифровом сигнале при восстановлении исходного аналогового сигнала.

4. Получены оценки теоретически возможного уменьшения искажений за счет оптимизации типа биекции пространств, в которых отображается сигнал при его передаче от источника к получателю.
5. Предложен метод анализа битовых ошибок при трансформации аналогового сигнала в цифровой с учетом типа биекции соответствующих пространств.

### **Теоретическая и практическая значимость.**

Теоретическая значимость определяется недостатком комплексных исследований, учитывающих возможности уменьшения дополнительных искажений в восстанавливаемом на приеме сигнале, возникающих из-за ошибок в цифровом сигнале, а также учете битовых ошибок, появляющихся при восстановлении цифрового сигнала из непрерывного сигнала при различных видах модуляции и типах биекции пространств, отображающих различные этапы преобразований сигналов при их передаче от источника к получателю.

Теоретическая значимость исследования также состоит в следующем:

1. Рассчитаны границы, в рамках которых можно получить уменьшение искажений или битовых ошибок за счет оптимизации типа биекции пространств, отображающих сигналы при их передаче от источника к получателю.
2. Доказана эффективность использования кода Грэя и его аналогов при оценке искажений по среднему значению и преобладающему влиянию однократных ошибок для ряда методов дискретной модуляции. В тоже время показано, что для иных методов дискретной модуляции предпочтение следует отдать методу взвешенного кодирования, обеспечивающему минимальную величину максимальных искажений в два раза меньшую по сравнению с кодом Грэя.

Практическая значимость исследования состоит в следующем:



1. Предложены инженерные методы расчета дополнительных искажений или битовых ошибок, позволяющие проводить соответствующие оценки при проектировании устройств кодирования источника и дискретной модуляции.
2. Разработана программа на ЭВМ, позволяющая проводить расчеты дополнительных искажений или битовых ошибок при большом числе вариантов биекции пространств, отображающих сигналы при кодировании источников или дискретной модуляции.

### **Методы исследования.**

Для решения поставленных задач в диссертационной работе применялся аналитический метод исследования с использованием теории вероятностей и комбинаторики, теории множеств и математического анализа.

Для проведения расчетов и моделирования процессов, не поддающихся точному аналитическому описанию, применялся метод расчета на ЭВМ.

Для реализации алгоритма использовался высокоуровневый язык C# и программная платформа Microsoft.NET. Для матричных вычислений использовалась специализированная библиотека Matrix Library .Net v2.0 (C) Anas Abidi, 2004. Для реализации интерфейса пользователя использовались стандартные возможности Microsoft Excel, в том числе по созданию встраиваемых (add-in) модулей.

### **Реализация и внедрение результатов работы.**

Полученные в диссертационной работе результаты используются при чтении курсов лекций, проведении практических занятий, выполнении курсовых работ по дисциплинам: «Теория информации и кодирования», «Теоретические основы инфокоммуникаций» и «Теория информации» на кафедре «Общая теория связи» МТУСИ, что подтверждается соответствующим актом. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

### **Апробация работы.**

Все результаты диссертации научно обоснованы и опубликованы в ведущих научных изданиях. Результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения» (Intermatic - 2017), 21 - 23 ноября 2017, Москва; Международная научно-техническая конференция «Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения» (Intermatic – 2018), 19 - 23 ноября 2018, Москва; XII Международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества» (ТИО-2018), 14-15 марта 2018, Москва; Москва; International Scientific Conference IEEE «Systems of signals generating and processing in the field of on board communications» (ONBOARD), March 14-15, Moscow, Russia, 2018; International Scientific Conference IEEE «Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems» (WECONF), November 26-30, S.-Petersburg, Russia, 2018; International Scientific Conference IEEE «Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications» (SYNCHROINFO), July 4-5, Minsk, Belarus, 2018; International Scientific Conference IEEE «Systems of signals generating and processing in the field of on board communications» (ONBOARD), March 20-21, Moscow, Russia, 2019; XIII Международная научно-техническая конференция «Технологии информационного общества». Москва, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ) 20-21 марта 2019, Москва; International Scientific Conference IEEE «Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems» (WECONF), June 3-7, S.-Petersburg, Russia, 2019; International Scientific Conference IEEE «Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications» (SYNCHROINFO), July 1-3, Yaroslavl, Russia, 2019; 29-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», 5 - 11 сентября 2019 г., г. Севастополь (КрыМиКО – 2019);

International Scientific Conference IEEE «Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications» (ONBOARD - 2020), March 19-20, Moscow, Russia, 2020; International Scientific Conference IEEE «Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications» (SYNCHROINFO), July 1-3, Svetlogorsk, Russia, 2020; 30-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», 6 - 12 сентября 2020, Севастополь (КрыМиКО – 2020); Международная научно-техническая конференция IEEE «Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications» (ONBOARD - 2021), March 15-16, Moscow, Russia, 2021; International Scientific Conference IEEE «Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems» (WECONF), May 31 –June 4, S.-Petersburg, Russia, 2021; International Scientific Conference IEEE «Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications» (SYNCHROINFO), June 30-July 2, Svetlogorsk, Russia, 2021.

#### **Публикации.**

Результаты диссертационной работы были опубликованы в 24 работах: 5 публикаций в журналах Перечня ВАК, 11 публикаций в сборниках конференций, индексируемых в Scopus и WoS, 8 публикаций в журналах и сборниках конференций, индексируемых в РИНЦ.

#### **Личный вклад.**

Результаты диссертационной работы получены автором самостоятельно, математические процедуры и программные средства разработаны при непосредственном участии автора.

#### **Соответствие паспорту специальности.**

Проведенное исследование соответствует п. 2 «Исследование процессов генерации, представления, передачи, хранения и отображения аналоговой, цифровой, видео-, аудио- и мультимедиа информации; разработка рекомендаций по совершенствованию и созданию новых соответствующих

алгоритмов и процедур» и п. 11 «Разработка научно-технических основ технологии создания сетей, систем и устройств телекоммуникаций и обеспечения их эффективного функционирования» паспорта специальности 05.12.13 – «Системы, сети и устройства телекоммуникаций».

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Оптимизация типа биекции сигналов при преобразовании между пространствами Хэмминга и Евклида, в которых описываются сигналы, позволяет в два и более раза уменьшить искажения, возникающие в процессе преобразования.

2. Предельная эффективность преобразования различных сигналов в цифровой может быть оценена путем построения предложенной комбинаторной модели учета всех возможных реализаций исходного сигнала с последующей аппроксимацией их численности максимальным членом при бесконечной длительности обрабатываемого сигнала.

3. Практически достижимая эффективность преобразования непрерывно-дискретного сигнала в цифровой при ограниченной длительности отличается от предельно достижимой на 5-10%.

4. Разработан метод оптимизации типа биекции между пространствами Хэмминга и Евклида, позволяющий минимизировать количественную меру ошибок, возникающих при преобразовании сигналов, при заданном виде помех и методе дискретной модуляции.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 5 разделов, заключения, списка литературы, и 3 приложений. Основные результаты изложены на 140 страницах. Диссертация содержит 45 рисунков и 42 таблицы. Дополнительные сведения изложены на 51 странице в приложениях. В библиографию включено 115 источников на русском и английском языках.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы, проведен анализ современного уровня разработанных научно-технических решений, определены цель, задачи и методы исследования. Конкретизируются научная новизна, личный вклад в работу, практическая значимость, сведения об апробации работы, публикациях автора, а также положения, выносимые на защиту.

**В первом разделе** показано, что при любых преобразованиях сигналов из одного вида в другой имеется возможность оптимизации данного выбора при сопоставлении элементов исходного сигнала с его отображением. При этом эффективность преобразования сигналов из одного вида в другой определяется не только скоростью кодирования, но и выбором метода сопоставления исходного сигнала и его отображения после преобразования.

Оптимизация метода отображения исходного сигнала в условиях действия помех позволяет получить заметный выигрыш по помехоустойчивости. При этом скорость кодирования осталась неизменной, что является важным и существенным фактором, поскольку достигаемый положительный эффект может быть получен без каких-либо дополнительных затрат, уменьшающих пропускную способность канала.

Виды помех, влияющие на появление ошибок в цифровом сигнале, необходимо учитывать, поскольку распределение ошибок оказывается существенным фактором при оптимизации выбора способа отображения исходного сигнала, что показано на примере нескольких способов.

На рисунке 1.а наглядно показано общее количество искажений из-за однократных, двукратных и трехкратных ошибок по каждому варианту кодирования. Количество искажений обозначено как  $k$ .

На рисунках 1.б – 1 г наглядно показаны встречающиеся величины искажений из-за однократных, двукратных и трехкратных ошибок

соответственно. Рассмотрены все 6 вариантов кодирования. Величина искажений обозначена как  $\nu$ .

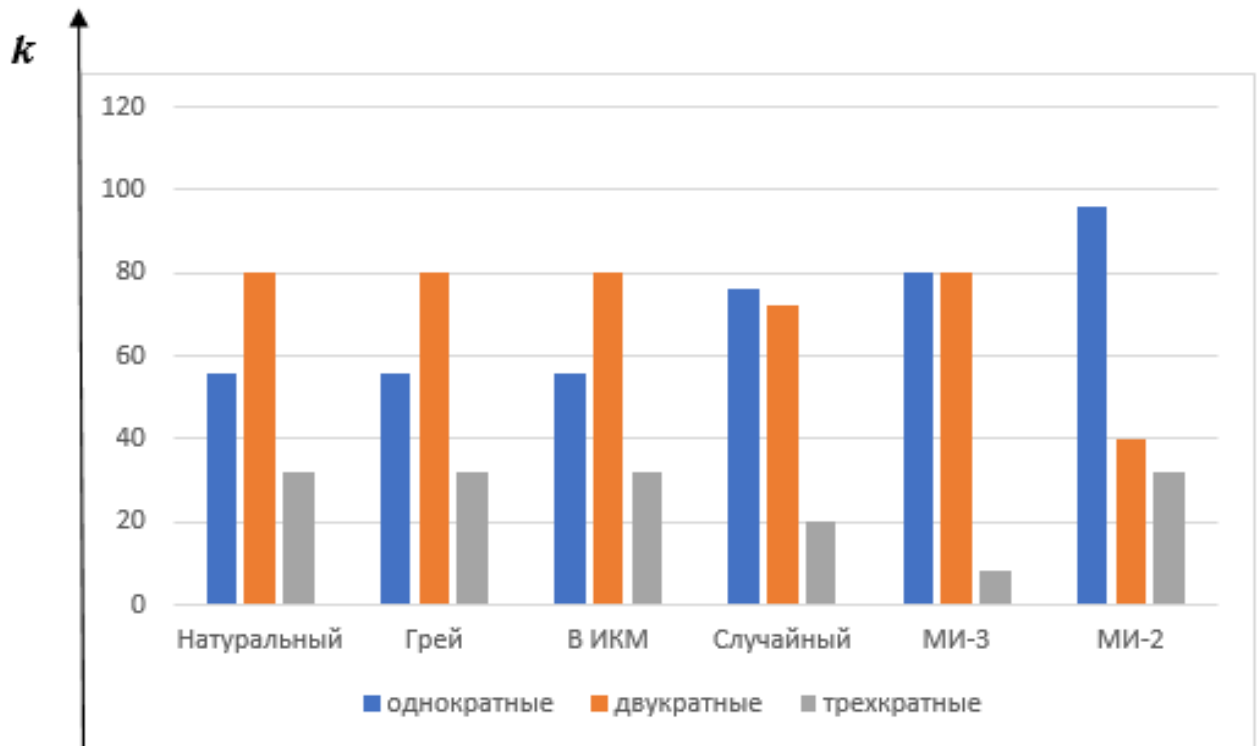


Рисунок 1а – Сводная диаграмма для изученных кодов

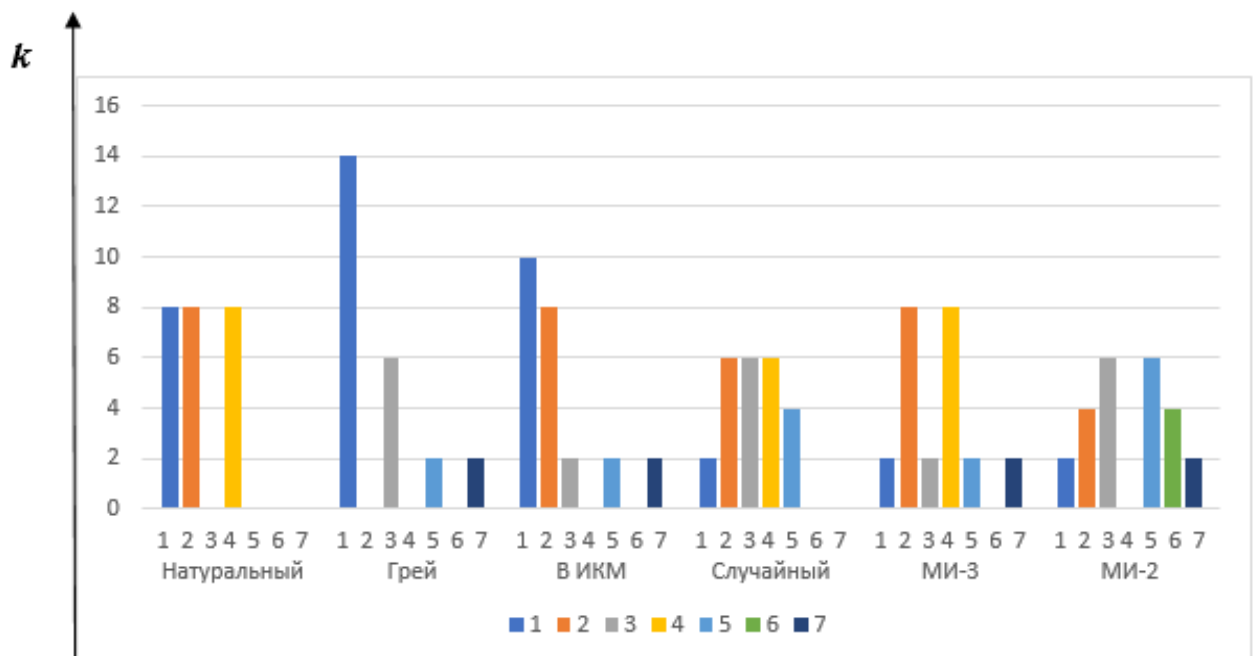
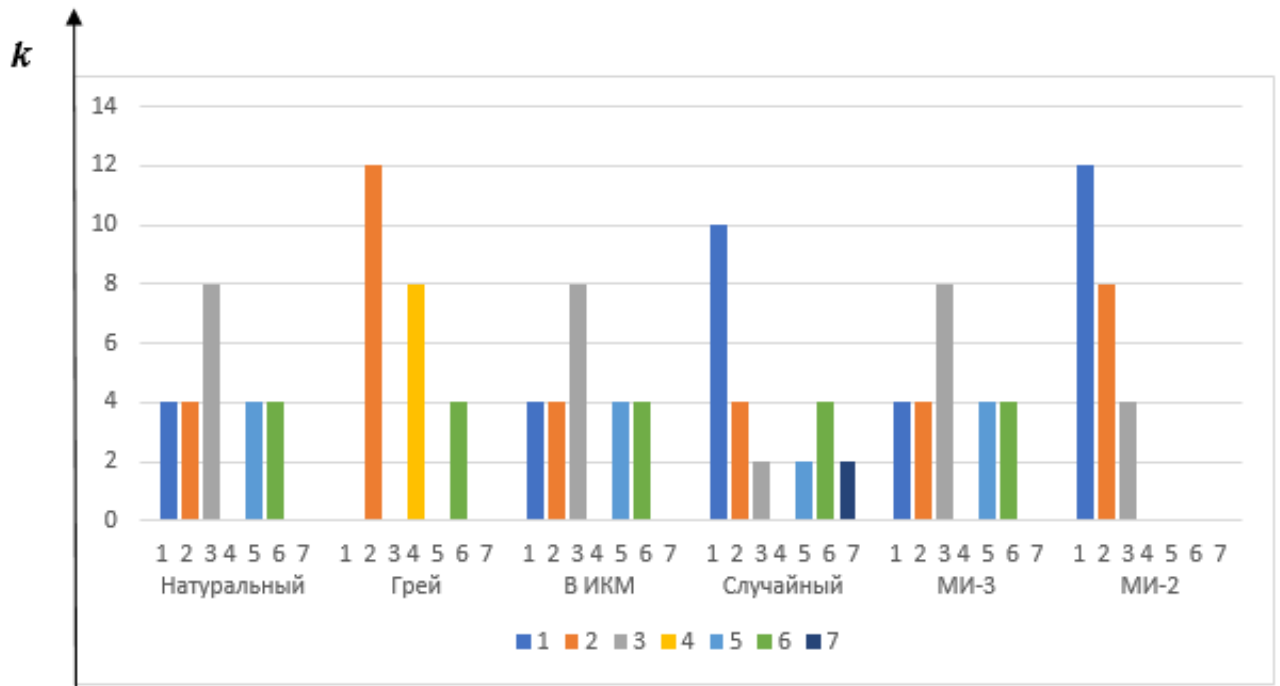
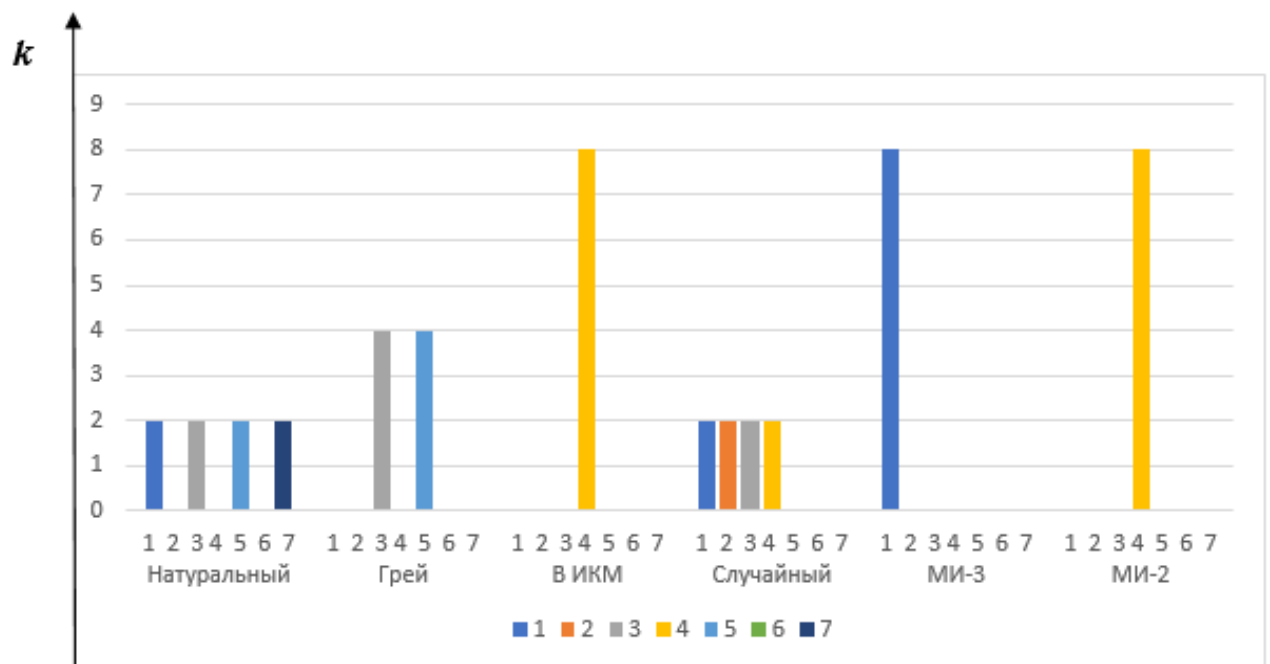


Рисунок 1б – Искажения из-за однократных ошибок при различных вариантах кодирования



**Рисунок 1в – Искажения из-за двукратных ошибок при различных вариантах кодирования**



**Рисунок 1г – Встречаемое количество искажений из-за трехкратных ошибок при различных вариантах кодирования**

В известной литературе исследованы частные случаи анализа и оптимизации методов отображения исходного сигнала при его

преобразованиях в процессе передачи от источника к получателю и нет общего решения данной проблемы, которую в аналитическом виде можно представить как проблему оптимального отображения сигналов в различных метрических пространствах в условиях влияния мешающих факторов, искажающих элементы одного пространства, назовем его исходным, в результате чего элементы другого пространства, последующего, получают определенные искажения, величина которых нелинейно связана с ошибками или искажениями исходного пространства.

**Во втором разделе** предложена методика оценки эффективности преобразования различных сигналов в цифровой, которая позволяет получить количественные оценки энтропии источников сигналов с различной структурой.

Показана зависимость эффективности преобразования сигналов в цифровой при различных значениях точности отображения в виде введенного критерия качества, оцениваемого по величине искажений элементов исходного сигнала.

Полученные аналитические выражения предельной эффективности преобразования многоуровневого непрерывно-дискретного сигнала в цифровой показывают количественные значения данного преобразования в зависимости от числа уровней и точности отображения элементов исходного сигнала при условии ограничения только минимальной длительности элементов

$$\mathcal{E}_{n-\delta}^{\mathcal{Q}} = \frac{1}{n \cdot [\beta \cdot \log_2(Q-1) + (1-\beta \cdot n + \beta) \cdot \log_2(1-\beta \cdot n + \beta) - (1-\beta \cdot n) \cdot \log_2(1-\beta \cdot n) - \beta \cdot \log_2 \beta]} \quad (1)$$

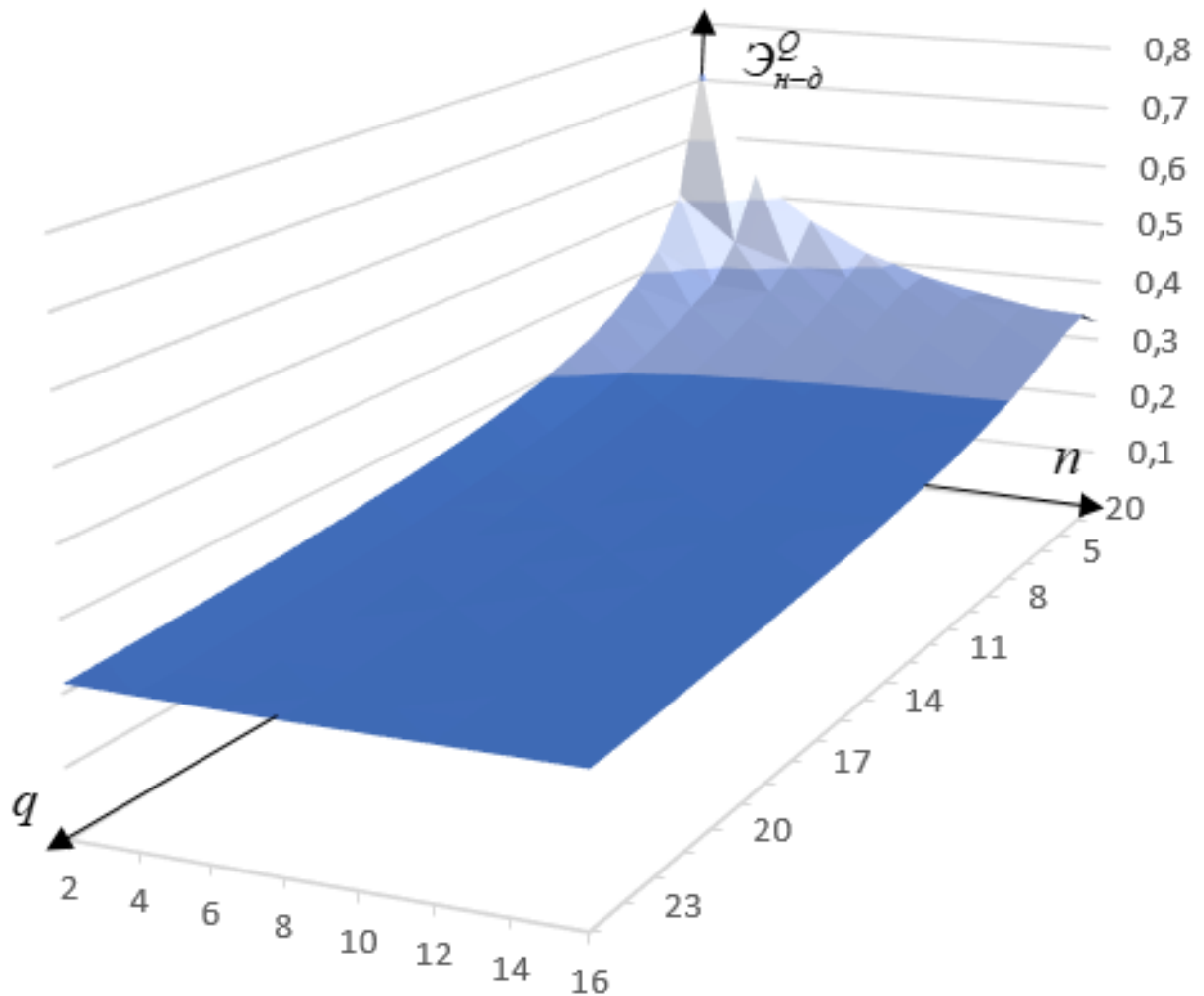
где  $n$  - число двоичных символов в кодовой комбинации.

А также при условии ограничения не только минимальной, но и максимальной длительности элементов исходного непрерывно-дискретного многоуровневого сигнала

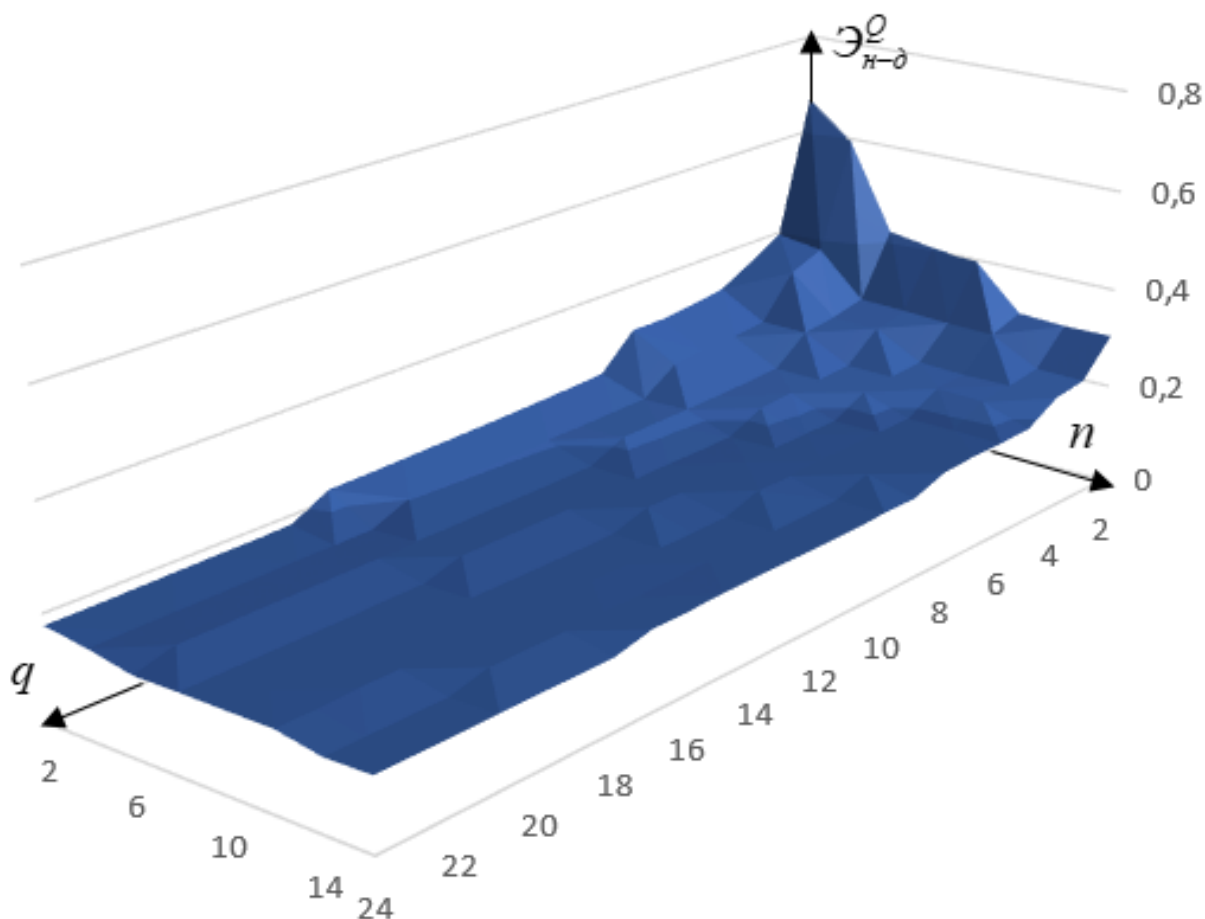


$$\mathfrak{E}_{n-d}^Q = \frac{n^*}{n \log_2 \left( \sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{n^*+j}{n} \rfloor} \left( \sum_{a_0+a_1+\dots+a_s=i} \sum_{a_1+2a_2+\dots+sa_s \leq S} \frac{i!}{a_0!a_1!\dots a_s!} \right) \cdot (Q-1)^{i+1} \right)} \quad (2)$$

Иллюстрации данных зависимостей представлены соответственно на рисунке 2 и рисунке 3.



**Рисунок 2 - Предельная эффективность преобразования Q-ичного непрерывно-дискретного сигнала в цифровой при ограничении минимальной длительности элементов исходного сигнала**



**Рисунок 3 - Зависимости предельной эффективности преобразования Q-ичного непрерывно-дискретного сигнала в цифровой при ограничении минимальной и максимальной длительности элементов исходного сигнала.**

Показано, что предельная эффективность преобразования различных сигналов в цифровой достигается при длине преобразуемого сигнала, стремящегося к бесконечности. Реально полученные значения эффективности при ограниченной длительности преобразуемого сигнала отличаются от теоретически достижимой эффективности на 7-10%. Точное непреодолимое отличие реальной эффективности от теоретически достижимой в условиях ограниченности длительности исходного сигнала зависит от точности отображения и вида сигнала.

**В третьем разделе** разработан метод анализа биекции множества  $A$  и множества  $B$ , соответствующий преобразованию элементов исходного

сигнала  $a_i \in A$  в цифровые элементы  $b_i \in B$  пространства Хэмминга, который позволяет провести количественные расчеты с целью выбора наилучшего метода биекции, обеспечивающего минимальную величину дополнительных искажений, возникающих в элементах  $a_i \in A$  из-за ошибок в элементах  $b_i \in B$ .

Предложены «хорошие» и «плохие» методы биекции, которые дают возможность получить оценки диапазона выигрыша по минимизации дополнительных искажений, возникающих в элементах  $a_i \in A$  из-за ошибок в элементах  $b_i \in B$ , за счет «хорошего» выбора с учетом возможностей взвешенного кодирования и кода Грэя.

Показано, что при однократных ошибках в элементах  $b_i \in B$  наибольшее количество минимальных искажений в элементах  $a_i \in A$  достигается при коде Грэя. Однако при этом имеются и максимально возможные искажения величиной  $(2^n - 1)$ , тогда как для взвешенного кода максимальная величина искажений не превосходит  $2^{n-1}$ , т.е. практически в два раза меньше. Важно также отметить, что среднее значение искажений для регулярной структуры элементов  $a_i \in A$  в этом случае совпадает.

Разработанный метод сравнения типов биекции множества  $A$  и множества  $B$  в условиях возникновения ошибок в элементах  $b_i \in B$  позволяет получить спектр возникающих искажений, что дает возможность осуществить выбор типа биекции, исходя из различных условий выбора. Например, по принципу минимизации среднего значения возникающих дополнительных искажений, по принципу минимизации максимальной величины возникающих искажений и т.д.

При известной матрице погрешностей, отражающей искажения, возникающие при неверном приеме тех или иных кодовых комбинаций, и матрице переходных вероятностей можно определить матрицу – столбец,

элементами которой будут средние значения искажений для каждого исходного значения сообщения  $a_i$

$$\bar{Z}_i = \begin{pmatrix} M[a_1] \\ M[a_2] \\ \dots \\ M[a_n] \end{pmatrix} \quad (3)$$

где  $M[a_i] = \sum_{j=1}^n p_{ij} \cdot z_{ij}$ .

Среднее же значение искажений с учетом вероятностей появления сообщений от источника равно

$$\bar{Z} = P_i \times \bar{Z}_i = \sum_{i=1}^n p_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n p_{ij} \cdot z_{ij} \right) \quad (4)$$

где  $P_i = (p_1 p_2 \dots p_n)$  – матрица - строка, отражающая распределение вероятностей появления сообщений  $a_i$  от источника и, соответственно, сопоставленных с ними сигналов  $b_i$ .

Предложенные количественные оценки использованы для разработки метода оценивания различных способов биекции пространств с целью минимизации дополнительных искажений, возникающих из-за ошибок в дискретном канале.

Для регулярных структур, отражающих биекцию пространств, получены выражения общего вида, позволяющие вычислять возникающие дополнительные искажения при любой размерности указанных пространств.

Так для взвешенного кода получена оценка суммарных искажений

$$Z_{\text{сум-1-взвеш}} = 2^n \cdot \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n \cdot (2^n - 1) \quad (5)$$

Для кода Грэя соответственно

$$Z_{\text{сум-1-Грей}} = \sum_{i=1}^n 2^{n+i-1} = 2^n \cdot \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n \cdot (2^n - 1) \quad (6)$$

Это показывает, что код Грэя и взвешенный код эквивалентны по показателю суммарных искажений  $a_i \in A$ , возникающих из-за одиночных ошибок в кодовых комбинациях  $b_i \in B$ . При этом максимальные искажения при коде Грэя могут достигать величины  $(2^n - 1)$ , тогда как при взвешенном коде максимальная величина искажений не превосходит  $2^{n-1}$ , т.е. почти в два раза меньше. В тоже время количество минимальных искажений, величиной 1, при коде Грэя равно  $2 \cdot (2^n - 1)$ , тогда как при взвешенном коде это число равно  $2^n$ , т.е. в почти два раза меньше.

Для взвешенного кода искажения равные 1 встречаются  $2^n$  раз, искажения равные 2 -  $2^{n-1}$  раз, искажения равные 4 -  $2^{n-2}$  раз, и т.д. искажения  $2^{n-1}$  - также  $2^n$  раз. Т.е. распределение носит равномерный характер.

Для кода Грэя искажения величиной 1 появляются в  $2 \cdot (2^n - 1)$  случаях, искажение величиной 3 в  $2 \cdot (2^{n-1} - 1)$  случаях, искажения величиной 5 в  $2 \cdot (2^{n-2} - 1)$  случаях, искажения 7 также в  $2 \cdot (2^{n-2} - 1)$  случаях. Далее искажения 9, 11, 13, 15 в  $2 \cdot (2^{n-3} - 1)$  случаях каждое, потом следующие 8 нечетных искажений 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31 в  $2 \cdot (2^{n-4} - 1)$  случаях каждое, потом далее 16 нечетных искажений, 32 и т.д. в соответствующем числе случаев, которое определяется аналогично.

Полученные данные позволяют осуществлять выбор способа биекции, исходя из различных критериев. Так, например, по критерию суммарных искажений результаты эквивалентны. По критерию минимальности максимальных искажений предпочтительней взвешенный код, а по критерию максимума минимальных искажений лучшим оказывается код Грэя.

**В четвертом разделе** показана структура сигнально - кодовой конструкции определяет тип биекции множеств  $G$  и  $Q$ , при которой можно получить минимальное число битовых ошибок для заданного распределения вероятности трансформации элементов  $g_i \in G$  в элементы  $q_i \in Q$ .

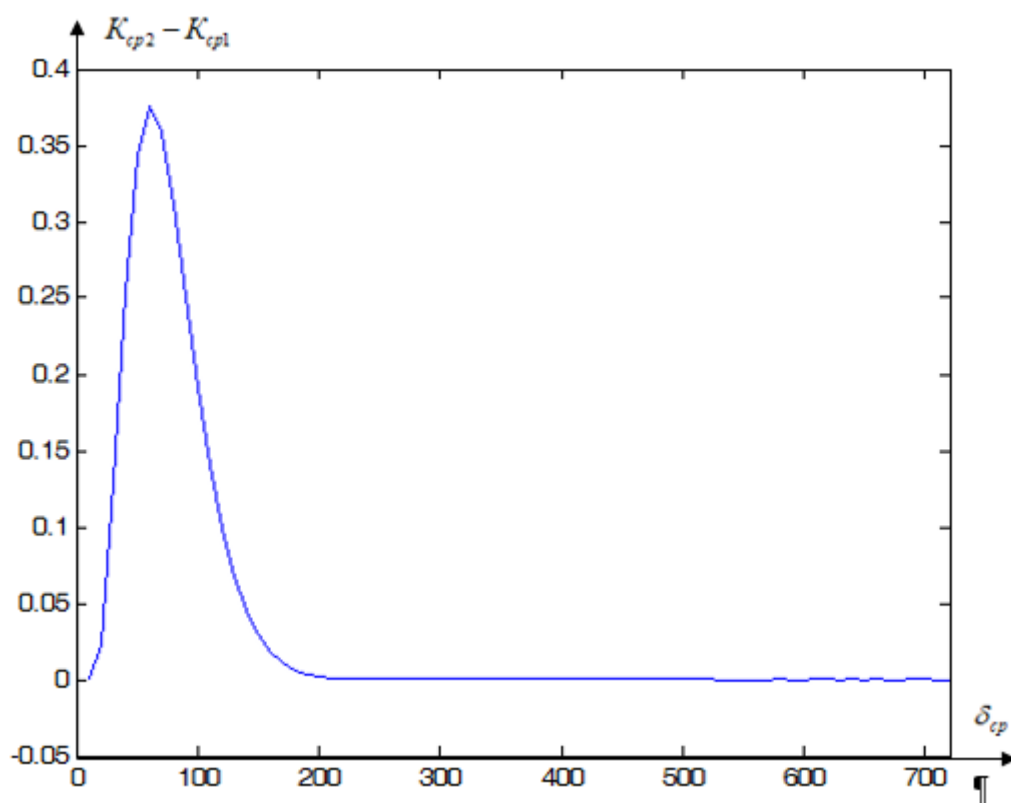
Распределение вероятностей трансформации элементов  $g_i \in G$  в элементы  $q_i \in Q$  является определяющим при выборе оптимального типа биекции, минимизирующем битовую ошибку. Замкнутая концентрическая структура многократной дискретной модуляции влияет на выбор типа биекции по сравнению с разомкнутой структурой.

При преобладающем значении вероятности однократной ошибки для значительного числа типов биекции можно рекомендовать код Грэя и его аналоги. Доказано, что количество этих аналогов равно  $\frac{(2^n)!}{(2^n) \cdot n!}$ . В то же время для ряда сигнально - кодовых конструкций код Грэя либо не дает преимущества по сравнению, например, со взвешенным кодом, либо может дать худшие результаты.

Разработан общий метод оценки эффективности выбора способа биекции, минимизирующий вероятность битовой ошибки, примененный для двукратных методов дискретной модуляции.

Полагая, что возникающие искажения имеют плотность вероятностей, распределенной по нормальному закону, рассчитан достижимый выигрыш  $K_{cp2} - K_{cp1}$  при оптимальном способе биекции в зависимости от дисперсии для двукратного метода фазовой модуляции, показанной на рисунке 4.

$K_{cp1}$  и  $K_{cp2}$  – количество искаженных в среднем двоичных символов при двух способах кодирования: натуральный код и код Грэя соответственно.



**Рисунок 4 - Зависимость выигрыша ( $K_{ср2} - K_{ср1}$ ) от среднеквадратичного отклонения.**

Данный результат показывает преимущество кода Грэя по сравнению со всеми другими возможными способами биекции. При этом данное преимущество, как видно из рисунка 4, носит нелинейный характер.

Для другого двукратного метода модуляции, а именно, амплитудно-фазового все методы биекции оказываются эквивалентными.

Показано, что если распределение вероятности возникновения ошибок при трансформации элементов  $g_i \in G$  в элементы  $q_i \in Q$  не позволяет пренебрегать вероятностью возникновения двукратных, трехкратных и т.д. ошибок, то следует провести специальные исследования, согласно предложенному методу, для выбора наилучшего типа биекции.

**В пятом разделе** разработана программная модель расчетов, позволяющая провести исследования и соответствующий выбор типа биекции.

Для реализации алгоритма использовался высокоуровневый язык C# и программная платформа Microsoft.NET. Для матричных вычислений использовалась специализированная библиотека Matrix Library .Net v2.0 (C) Anas Abidi, 2004. Для реализации интерфейса пользователя использовались стандартные возможности Microsoft Excel, в том числе по созданию встраиваемых (add-in) модулей.

Приведены описание программного алгоритма, диаграммы классов ПО, описание пользовательского интерфейса разработанной программы, примеры расчетов в разработанном ПО.

**Основные результаты диссертационной работы сводятся к следующему:**

1. Показано, что при стремлении к эффективной передаче сигналов от источника к получателю помимо обеспечения минимальной скорости кодирования источника, выбора соответствующего помехоустойчивого кода, обеспечения требуемого времени передачи, сложности реализации и т.д. необходимо учитывать, что при любых преобразованиях сигналов из одного вида в другой имеется возможность оптимизации данного выбора при сопоставлении элементов исходного сигнала с его отображением. При этом эффективность преобразования сигналов из одного вида в другой должна определяться не только скоростью кодирования, но и выбором метода сопоставления исходного сигнала и его отображения после преобразования.

2. Показано, что оптимизация метода отображения исходного сигнала в условиях действия помех позволяет получить заметный выигрыш по помехоустойчивости. При этом скорость кодирования остается неизменной, что является важным и существенным фактором, поскольку достигаемый положительный эффект может быть получен без каких-либо дополнительных затрат, уменьшающих пропускную способность канала.

3. Получены зависимости эффективности преобразования сигналов в цифровой при различных значениях точности отображения в виде введенного



критерия качества, оцениваемого по величине искажений элементов исходного сигнала. При этом данные зависимости получены для общего случая, а именно для многоуровневого непрерывно-дискретного сигнала с учетом требований к точности отображения его элементов.

4. Показано, что предельная эффективность преобразования различных сигналов в цифровой достигается при длине преобразуемого сигнала, стремящегося к бесконечности. А, следовательно, реально полученные значения эффективности при ограниченной длительности преобразуемого сигнала отличается от теоретически достижимой эффективности на 7-10%. Точное непреодолимое отличие реальной эффективности от теоретически достижимой, в условиях ограниченности длительности исходного сигнала, зависит от точности отображения и вида сигнала.

5. Разработанный метод анализа биекции множества  $A$  и множества  $B$ , соответствующий преобразованию элементов исходного сигнала  $a_i \in A$  в цифровые элементы  $b_i \in B$  пространства Хэмминга, позволил провести количественные расчеты с целью выбора наилучшего метода биекции, обеспечивающего минимальную величину дополнительных искажений, возникающих в элементах  $a_i \in A$  из-за ошибок в элементах  $b_i \in B$ .

6. Предложенные «хорошие» и «плохие» методы биекции дают возможность получить оценки диапазона выигрыша по минимизации дополнительных искажений, возникающих в элементах  $a_i \in A$  из-за ошибок в элементах  $b_i \in B$ , за счет «хорошего» выбора с учетом возможностей взвешенного кодирования и кода Грэя.

7. Показано, что виды помех, влияющие на появление ошибок в цифровом сигнале, необходимо учитывать, поскольку распределение ошибок оказывается существенным фактором при оптимизации выбора метода отображения исходного сигнала.

8. Показано, что при однократных ошибках в элементах  $b_i \in B$  наибольшее количество минимальных искажений в элементах  $a_i \in A$  достигается при коде Грэя. Однако при этом имеются и максимально возможные искажения величиной  $(2^n - 1)$ , тогда как для взвешенного кода максимальная величина искажений не превосходит  $2^{n-1}$ , т.е. практически в два раза меньше. Важно также отметить, что среднее значение искажений для регулярной структуры элементов  $a_i \in A$  в этом случае совпадает.

9. Разработанный метод сравнения типов биекции множества  $A$  и множества  $B$  в условиях возникновения ошибок в элементах  $b_i \in B$  позволяет получить более подробное описание, а именно, спектр возникающих искажений, что дает возможность осуществить выбор типа биекции, исходя из различных условий выбора. Например, по принципу минимизации среднего значения возникающих дополнительных искажений, по принципу минимизации максимальной величины возникающих искажений и т.д.

10. Показано, что структура сигнално - кодовой конструкции определяет тип биекции множеств  $G$  и  $Q$ , при которой можно получить минимальное число битовых ошибок для заданного распределения вероятности трансформации элементов  $g_i \in G$  в элементы  $q_i \in Q$ . При этом распределение вероятностей трансформации элементов  $g_i \in G$  в элементы  $q_i \in Q$  является определяющим при выборе оптимального типа биекции, минимизирующем битовую ошибку.

11. Показано, что замкнутая концентрическая структура многократной дискретной модуляции влияет на выбор типа биекции по сравнению с разомкнутой структурой. При превалирующем значении вероятности однократной ошибки для значительного числа типов биекции можно рекомендовать код Грэя и его аналоги, число которых равно  $\frac{(2^n)!}{(2^n) \cdot n!}$ .

В тоже время для ряда сигнально - кодовых конструкций код Грэя либо не дает преимущества по сравнению, например, со взвешенным кодом, либо может дать худшие результаты.

12. Разработана программная модель расчетов, позволяющая провести данные исследования и соответствующий выбор типа биекции.

#### **СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:**

##### **Публикации в изданиях из списка ВАК**

1. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Программная реализация для оценки эффективности алгоритма кодирования источника при преобразовании метрических пространств // Труды НИИР: сб. ст. М.: НИИР. 2020. № 4. С. 17-23.
2. **Кудряшова А.Ю.** A method of efficient coding of color images under the condition of permissible and forbidden values of color gamut // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т.13. № 6. С.65-70.
3. **Кудряшова А.Ю.** Минимизация искажений сигнала при наиболее оптимальном выборе метода цифрового преобразования // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020.Т. 14. № 5.С.27-34.
4. **Кудряшова А.Ю.** Analysis of the peculiarities of encoding messages from various sources // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021.Т. 15. № 9. С.56-62.
5. **Кудряшова А.Ю.** Development of a program for calculating additional distortions for various models of errors // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022.Т. 16. № 1.С.51-58.

##### **Публикации в изданиях, индексируемых в Scopus и WoS**

1. **A. Y. Kudryashova** and A. S. Adzhemov, "Building an Algorithm for Estimating the Effective Coding of a Source when Converting Signals in Various

- Metric Spaces,"2018 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), 2018, pp. 1-4, doi: 10.1109/WECONF.2018.8604380.
2. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Features rate estimation options binary codewords with the digitalization of the signal," 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), 2018, pp. 1-5, doi: 10.1109/SYNCHROINFO.2018.8456929.
  3. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "About features of evaluation of the quality of generation and signal processing at stage transformations in wiring and optical communication systems," 2018 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2018, pp. 1-4, doi: 10.1109/SOSG.2018.8350565.
  4. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Model of Effective Color Image Coding Taking into Account the Peculiarities of Colorimetry System," 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), 2019, pp. 1-5, doi: 10.1109/SYNCHROINFO.2019.8814193.
  5. **A. Y. Kudryashova**, A. S. Adzhemov and I. V. Vlasuyk, "Application of Weber-Fechner Law in Image Transmission in the Field of Onboard Communications," 2019 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/SOSG.2019.8706774.
  6. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Evaluation Program of an Efficient Source Coding Algorithm Under the Condition of Converting Metric Spaces," 2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), 2019, pp. 1-5, doi: 10.1109/WECONF.2019.8840609.
  7. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "About Interferable Binary Code Constructions," 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and

- Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166042.
8. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Reducing Distortion when Applying the Rational Choice of the Digital Conversion Method," 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2020, pp. 1-6, doi: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078573.
  9. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Features of Converting Signals to Binary and Minimizing Distortion," 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416118.
  10. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Distortion with Multiple Discrete Modulation Techniques," 2021 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/WECONF51603.2021.9470537.
  11. A. S. Adzhemov and **A. Y. Kudryashova**, "Features of Bijection of Spaces when Transmitting Messages from Source to Recipient," 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO, 2021, pp. 1-4, doi: 10.1109/SYNCHROINFO51390.2021.9488380.

**Публикации в других рецензируемых научных журналах и изданиях**

1. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Особенности оценки качества передачи сигналов в различных метрических пространствах // *Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения*. 2017. Т. 17. № 4. С. 886-888.
2. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Об особенностях оценки качества преобразования сигналов при последовательных преобразованиях в различных метрических пространствах / *Сборник трудов XII Международной научно-технической конференции «Технологии информационного общества»*. Москва, Московский технический

- университет связи и информатики (МТУСИ) 14-15 марта 2018 г. Т 1. М.: ИД Медиа Паблшер, 2018. С. 211-213.
3. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Особенности оценки мощности множества вариантов выбора двоичных кодовых комбинаций при цифровизации сигнала // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2018. Т. 9. № 1. С. 5-8.
  4. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Особенности оценки мощности множества вариантов выбора двоичных кодовых комбинаций // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2018. Т. 18. № 4. С.926-929.
  5. **Кудряшова А.Ю.** Особенности оценки кодирования при различных конфигурациях пространства источника // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов, 2018. Т. 8. № 3 с. 228-232
  6. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.**, Долгопятова А.В. Построение эффективного алгоритма оценки кодирования источника при преобразовании метрических пространств / Сборник трудов XIII Международной научно-технической конференции «Технологии информационного общества» . Москва, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ) 20-21 марта 2019 г. Т.1. М.: ИД Медиа Паблшер, 2019. С.195-198.
  7. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Модель эффективного кодирования цветного изображения с учетом особенностей систем колориметрии // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2019. Т.2. № 3. С. 349-360.
  8. Аджемов А.С., **Кудряшова А.Ю.** Использование модели зрительной системы человека для оптимизации параметров передачи изображения // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2019. Т.2. № 4. С. 489-502.